

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт экономики и менеджмента



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Захаров П.Н.

« 06 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИКА**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**38.05.01 «Экономическая безопасность»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности**

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2022

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование у студентов навыков логического мышления; практических навыков использования математических методов и формул, а также ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики и подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

Задачи:

- получение основного представления о математических методах для решения задач измерения в экономике, в частности, с использованием современных информационных технологий;
- освоение современных методов и математического инструментария решения задач в экономике.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части учебного плана.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций).

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	<b>УК-1.1.</b> Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. <b>УК-1.2.</b> Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. <b>УК-1.3.</b> Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений.	<b>Знает</b> количественные и качественные методы анализа при принятии управленческих решений. <b>Умеет</b> применять количественные и качественные методы анализа при принятии маркетинговых управленческих решений. <b>Владеет</b> инструментами количественного и качественного анализа для принятия управленческих решений и построения экономических и финансовых моделей.	Типовой расчет.  Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
<b>ОПК-3.</b> Способен рассчитывать	<b>УК-1.1.</b> Знает методики расчета	<b>Знает</b> количественные и качественные	Типовой расчет.

экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов.	экономических показателей. <b>УК-1.2.</b> Умеет подготавливать исходные данные, необходимые для проведения расчета экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов. <b>УК-1.3.</b> Владеет навыками расчета экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик.	методы анализа при принятии управленческих решений. <b>Умеет</b> применять количественные и качественные методы анализа при принятии маркетинговых управленческих решений. <b>Владеет</b> инструментами количественного и качественного анализа для принятия управленческих решений и построения экономических и финансовых моделей.	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
---	--	--	--

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет: очная, заочная, заочная (ускоренное обучение на базе СПО) форма обучения – 4 зачетные единицы, 144 часа.

#### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	1	1-2	4	4			4	
2	Введение в анализ	1	3-4	4	4			4	
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	1	5-6	4	4			4	Рейтинг-контроль 1
4	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков	1	7-8	4	4			4	
5	Неопределенный интеграл	1	9-10	4	4			4	
6	Определенный интеграл	1	11-12	4	4			4	Рейтинг-контроль 2
7	Функции нескольких переменных	1	13-14	4	4			5	
8	Ряды	1	15	2	2			6	
9	Обыкновенные дифференциальные и разностные уравнения	1	16-18	6	6			10	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 1 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>36</b>			<b>45</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>36</b>	<b>36</b>			<b>45</b>	<b>Экзамен (27)</b>

**Тематический план  
форма обучения – заочная**

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	1	20	0,5	1			12	
2	Введение в анализ	1	20	0,5	0,5			12	
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	1	20	0,5	1			12	Рейтинг-контроль 1
4	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков	1	21	0,5	0,5			12	
5	Неопределенный интеграл	1	21	0,5	1			12	
6	Определенный интеграл	1	21	0,5	0,5			12	Рейтинг-контроль 2
7	Функции нескольких переменных	1	22	0,5	0,5			12	
8	Ряды	1	22	0,25	0,5			12	
9	Обыкновенные дифференциальные и разностные уравнения	1	22	0,25	0,5			11	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 1 семестр:</b>				<b>4</b>	<b>6</b>			<b>107</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>4</b>	<b>6</b>			<b>107</b>	<b>Экзамен (27)</b>

**Тематический план  
форма обучения – заочная (ускоренное обучение на базе СПО)**

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	1	20					16	Переаттестация
2	Введение в анализ	1	20					16	Переаттестация
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	1	20					16	Переаттестация
4	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков	1	21					16	Переаттестация
5	Неопределенный интеграл	1	21					16	Переаттестация
6	Определенный интеграл	1	21					16	Переаттестация
7	Функции нескольких переменных	1	22					16	Переаттестация
8	Ряды	1	22					8	Переаттестация
9	Обыкновенные дифференциальные и разностные уравнения	1	22					24	Переаттестация
<b>Всего за 1 семестр:</b>								<b>144</b>	<b>Зачет (переаттестация)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>								<b>144</b>	<b>Зачет (переаттестация)</b>

## Содержание лекционных занятий по дисциплине

### РАЗДЕЛ 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Тема 1.1. Прямоугольная и аффинная системы координат. Метод координат.

Тема 1.2. Комплексные числа, действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. Корни из комплексных чисел.

Тема 1.3. Векторы. Линейные операции над векторами. Направляющие косинусы и длина вектора. Условие коллинеарности двух векторов.

Тема 1.4. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами. Условие ортогональности двух векторов.

Тема 1.5. Система векторов. Разложение вектора по системе векторов. Линейная зависимость и независимость, базисы и ранг системы векторов. Пространство  $R^n$ . Ортогональность.

Тема 1.6. Матрицы. Действия с матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 1.7. Определители. Свойства определителей. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).

Тема 1.8. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера.

Тема 1.9. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

Тема 1.10. Общее решение системы линейных уравнений в векторной форме.

Тема 1.11 Уравнение линий плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Тема 1.12 Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.

Тема 1.13. Уравнения плоскости и прямой в прямоугольной системе координат. Условия параллельности и перпендикулярности. Углы между двумя плоскостями, между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Прямые и плоскости в аффинном пространстве.

Тема 1.14. Поверхности второго порядка. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений.

Тема 1.15. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Разложение вектора по ортогональному базису.

Тема 1.16. Собственные значения и собственные векторы матриц и их свойства. Теорема о базисе пространства  $R^n$  из собственных векторов матрицы. Собственные векторы симметрической матрицы.

Тема 1.17. Квадратичные формы  $R^n$ . Понятие канонический базис. Условие Якоби. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

### Раздел 2. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Тема 2.1. Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Грани множеств. Множества в  $R^n$ . Выпуклые множества и их свойства. Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества. Отношения. Отношения тождества и упорядоченности.

Тема 2.2. Функция. Функциональное отношение. Соответствие. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

Тема 2.3. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Свойства сходящихся последовательностей.

Тема 2.4. Алгебраические композиции числовых последовательностей и их пределы. Композиции с неопределенностью. Признаки существования предела монотонной

ограниченной последовательности. Первый и второй замечательные пределы. Лемма Кантора. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Признак Больцано-Коши.

Тема 2.5. Монотонные функции. Композиция и суперпозиция функций. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Непрерывность функций в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Типы разрывов.

Тема 2.6. Сравнение бесконечно малых функций.

Тема 2.7. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

### **Раздел 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

Тема 3.1. Производная функции, ее геометрический смысл и смысл в прикладных задачах (скорость, плотность). Эластичность функции.

Тема 3.2. Правила нахождения производной. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Тема 3.3. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции и его геометрический смысл.

Тема 3.4. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3.5. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, их применение. Правило Лопиталья.

Тема 3.6. Многочлен и формула Тейлора. Представление функций  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^{\alpha}$  по формуле Тейлора.

### **Раздел 4. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЯ ИХ ГРАФИКОВ**

Тема 4.1. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Тема 4.2. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба.

Тема 4.3. Асимптоты графика функции.

Тема 4.4. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Тема 4.5. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой в данной точке.

### **Раздел 5. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Тема 5.1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов.

Тема 5.2. Методы интегрирования. Замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных выражений, тригонометрических функций, некоторых иррациональных функций. Понятие о неберущихся интегралах.

### **Раздел 6. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Тема 6.1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его геометрический смысл и свойства.

Тема 6.2. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.

Тема 6.3. Замена переменной в определенном интеграле, интегрирование по частям.

Тема 6.4. Приложения определенных интегралов.

Тема 6.5. Несобственные интегралы. Интегрирование неограниченных функций и по бесконечному промежутку. Несобственные интегралы от положительных функций. Признаки сравнения.

Тема 6.6. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием.

## **Раздел 7. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Тема 7.1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность.

Тема 7.2. Частные производные. Полный дифференциал, его геометрический смысл, связь с частными производными, применение в приближенных вычислениях.

Тема 7.3. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования.

Тема 7.5. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в ограниченной замкнутой области.

Тема 7.6. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры применений при поиске оптимальных решений.

## **Раздел 8. РЯДЫ**

Тема 8.1. Понятие числового ряда и его сходимости. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся рядов.

Тема 8.2. Признаки сходимости рядов: общий признак, признак сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак Коши.

Тема 8.3. Понятие знакопеременного ряда, абсолютно сходящегося ряда, условно сходящегося ряда. Теорема Дирихле. Теорема Римана.

Тема 8.4. Понятие знакочередующегося ряда. Признак Лейбница.

Тема 8.5. Понятие функционального ряда. Область сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.

Тема 8.6. Свойства равномерно сходящихся рядов.

Тема 8.7. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости и способы его определения. Свойства степенных рядов.

Тема 8.8. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Тема 8.9. Ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов к приближенным вычислениям.

## **Раздел 9. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия: определение, решение, общее решение, частное решение дифференциального уравнения первого порядка. Теорема Коши о существовании и единственности решения (без доказательства). Интегральная кривая. Начальные условия. Задача Коши. Особые точки. Геометрический смысл уравнения первого порядка. Элементы качественного анализа.

Тема 9.2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Виды уравнений и методы решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Неполные уравнения. Линейные уравнения, однородные и неоднородные.

Тема 9.3. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия. Теорема Коши о существовании и единственности решения (без доказательства). Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Тема 9.4. Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные уравнения, однородные и неоднородные.

Тема 9.5. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Краевая задача.

Тема 9.6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Система уравнений первого порядка. Нормальная форма. Теорема Коши. Задача Коши и краевая задача для уравнения  $n$ -го порядка. Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 9.7. Линейные обыкновенные разностные уравнения. Основные понятия. Сетки и сеточные функции. Однородные и неоднородные уравнения. Свойства решений.

Тема 9.8. Решение линейных обыкновенных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Примеры. Системы линейных разностных уравнений первого порядка.

## Содержание практических занятий по дисциплине

### РАЗДЕЛ 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Решение задач по темам:

Тема 1.1. Комплексные числа, действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. Корни из комплексных чисел. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами. Система векторов. Разложение вектора по системе векторов.

Тема 1.2. Матрицы. Действия с матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Определители. Свойства определителей. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера.

Тема 1.3. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных уравнений в векторной форме. Уравнение линий плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Тема 1.4. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Уравнения плоскости и прямой в прямоугольной системе координат. Условия параллельности и перпендикулярности. Углы между двумя плоскостями, между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Прямые и плоскости в аффинном пространстве. Поверхности второго порядка. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений.

### Раздел 2. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Решение задач по темам:

Тема 2.1. Функция. Функциональное отношение. Соответствие. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Свойства сходящихся последовательностей. Алгебраические композиции числовых последовательностей и их пределы. Композиции с неопределенностью. Признаки существования предела монотонной ограниченной последовательности. Первый и второй замечательные пределы. Лемма Кантора. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Признак Больцано-Коши.

Тема 2.2. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Непрерывность функций в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Типы разрывов. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

### Раздел 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Решение задач по темам:

Тема 3.1. Производная функции, ее геометрический смысл и смысл в прикладных задачах (скорость, плотность). Эластичность функции. Правила нахождения производной.

Тема 3.2. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Тема 3.3. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3.4. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, их применение. Правило Лопиталю. Многочлен и формула Тейлора. Представление функций  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$  по формуле Тейлора.



## **Раздел 4. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЯ ИХ ГРАФИКОВ**

Решение задач по темам:

Тема 4.1. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия.

Тема 4.2. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Тема 4.3. Исследование выпуклости функции.

Тема 4.4. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой в данной точке.

## **Раздел 5. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Решение задач по темам:

Тема 5.1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства.

Тема 5.2. Таблица интегралов.

Тема 5.3. Методы интегрирования. Замена переменной, интегрирование по частям.

Тема 5.4. Интегрирование рациональных выражений, тригонометрических функций, некоторых иррациональных функций. Понятие о неберущихся интегралах.

## **Раздел 6. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Решение задач по темам:

Тема 6.1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его геометрический смысл и свойства.

Тема 6.2. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Замена переменной в определенном интеграле, интегрирование по частям.

Тема 6.3. Приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы. Интегрирование неограниченных функций и по бесконечному промежутку. Несобственные интегралы от положительных функций. Признаки сравнения.

Тема 6.4. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием.

## **Раздел 7. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Решение задач по темам:

Тема 7.1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Полный дифференциал, его геометрический смысл, связь с частными производными, применение в приближенных вычислениях. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования.

Тема 7.2. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в ограниченной замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры применений при поиске оптимальных решений.

## **Раздел 8. РЯДЫ**

Решение задач по темам:

Тема 8.1. Понятие числового ряда и его сходимости. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости рядов: общий признак, признак сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак Коши.

Тема 8.2. Понятие знакопеременного ряда, абсолютно сходящегося ряда, условно сходящегося ряда. Теорема Дирихле. Теорема Римана. Понятие знакочередующегося ряда. Признак Лейбница.

Тема 8.3. Понятие функционального ряда. Область сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.

Тема 8.4. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости и способы его определения. Свойства степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Тема 8.5. Ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов к приближенным вычислениям.

## **Раздел 9. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Решение задач по темам:

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия: определение, решение, общее решение, частное решение дифференциального уравнения первого порядка. Теорема Коши о существовании и единственности решения (без доказательства). Интегральная кривая. Начальные условия. Задача Коши. Особые точки. Геометрический смысл уравнения первого порядка. Элементы качественного анализа.

Тема 9.2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Виды уравнений и методы решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Неполные уравнения. Линейные уравнения, однородные и неоднородные.

Тема 9.3. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия. Теорема Коши о существовании и единственности решения (без доказательства). Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Тема 9.4. Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные уравнения, однородные и неоднородные.

Тема 9.5. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Краевая задача.

Тема 9.6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Система уравнений первого порядка. Нормальная форма. Теорема Коши. Задача Коши и краевая задача для уравнения  $n$ -го порядка. Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 9.7. Линейные обыкновенные разностные уравнения. Основные понятия. Сетки и сеточные функции. Однородные и неоднородные уравнения. Свойства решений.

Тема 9.8. Решение линейных обыкновенных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Примеры. Системы линейных разностных уравнений первого порядка.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль 1**

1. Сформулируйте определение понятия “система координат” на прямой, на плоскости, в пространстве.
2. Что называется базисом системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве?
3. Что называется вектором?
4. Как задать вектор, определить его длину, направление и проекции в декартовой прямоугольной системе координат на плоскости, в пространстве?
5. Что называется декартовой ортонормированной системой координат на плоскости, в пространстве?

6. Запишите формулу разложения вектора на составляющие в декартовой прямоугольной системе координат на плоскости, в пространстве.
7. Что называется радиусом-вектором?
8. Задайте точку и нарисуйте её положение на прямой, на плоскости, в пространстве.
9. Задайте координаты четырех вершин треугольной пирамиды и нарисуйте положение пирамиды в пространстве.
10. Запишите формулу расстояния между двумя точками на плоскости, в пространстве.
11. Что называется скалярным произведением двух векторов; скалярное произведение – это число или вектор?
12. Запишите формулу скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.
13. Как определить угол между двумя векторами с помощью скалярного произведения?
14. Каковы способы задания прямой, запишите различные формы уравнения прямой на плоскости.
15. Каковы способы задания плоскости, запишите различные формы уравнения плоскости в пространстве.
16. Какие векторы называются коллинеарными, компланарными?
17. Что называется матрицей?
18. Что называется определителем матрицы?
19. Как вычислить определитель 2-го, 3-го и  $n$ -го порядка методом разложения по элементам любой строки и любого столбца?
20. Что называется векторным произведением двух векторов; векторное произведение – это число или вектор?
21. Запишите формулу векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.
22. Как определить площадь треугольника с помощью векторного произведения, каковы должны быть исходные данные?
23. Что называется смешанным произведением трех векторов; смешанное произведение – это число или вектор?
24. В чем состоит геометрический смысл смешанного произведения трех векторов?
25. Запишите формулу смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов.
26. Запишите условие компланарности трех векторов с помощью смешанного произведения.
27. Выведите уравнение плоскости с помощью условия компланарности трех векторов.
28. Как определить объем треугольной пирамиды с помощью смешанного произведения трех векторов?
29. Запишите уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки; в чем состоит смысл коэффициентов этого уравнения?
30. Каковы способы задания прямой в пространстве?
31. Запишите условие коллинеарности двух векторов.
32. Запишите канонические уравнения прямой в пространстве.

### Рейтинг-контроль 2

1. Что называется кривыми линиями второго порядка?
2. Запишите общие уравнения кривых линий второго порядка.
3. Что называется окружностью, в чём состоит основное свойство окружности?
4. Запишите каноническое уравнение окружности.
5. Как по виду канонического уравнения окружности установить координаты центра окружности и радиус?
6. Что называется эллипсом, в чем состоит основное свойство эллипса?
7. Какие точки плоскости называются фокусами эллипса?
8. Запишите соотношение между длинами большой и малой полуосей эллипса и расстоянием от центра эллипса до фокуса.
9. Запишите каноническое уравнение эллипса.

10. Как по виду уравнения эллипса установить координаты его центра и длины большой и малой полуосей?
11. Что называется гиперболой, в чем состоит основное свойство гиперболы?
12. Какие точки плоскости называются фокусами гиперболы?
13. Запишите соотношение между длинами действительной и мнимой полуосей гиперболы и расстоянием от центра гиперболы до фокуса.
14. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
15. Как по виду уравнения гиперболы установить координаты её центра и длины действительной и мнимой полуосей?
16. Запишите уравнение асимптот гиперболы.
17. Что называется параболой, в чем состоит основное свойство параболы?
18. Какая точка плоскости называется фокусом параболы?
19. Что называется директрисой параболы, запишите уравнение директрисы.
20. Запишите каноническое уравнение параболы.
21. Как по виду уравнения параболы установить координаты вершины параболы и положение директрисы на плоскости?
22. Запишите общее уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
23. При каких условиях из общего уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы получаем общее уравнение окружности, общее уравнение эллипса, общее уравнение гиперболы, общее уравнение параболы?
24. Выполните преобразование общего уравнения окружности к виду канонического уравнения окружности.
25. Выполните преобразование общего уравнения эллипса к виду канонического уравнения эллипса.
26. Выполните преобразование общего уравнения гиперболы к виду канонического уравнения гиперболы.
27. Выполните преобразование общего уравнения параболы к виду канонического уравнения параболы.

### Рейтинг-контроль 3

1. Сформулируйте определение непрерывной в точке функции, запишите условие непрерывности.
2. В каком случае символы предела и функции можно поменять местами?
3. Сформулируйте теоремы о непрерывности основной элементарной функции и элементарной функции в каждой точке области определения.
4. Что называется точкой разрыва функции?
5. Что называется точкой разрыва 1-го рода, приведите пример.
6. Что называется скачком функции в точке, приведите пример.
7. Что называется точкой устранимого разрыва, приведите пример.
8. Что называется точкой разрыва 2-го рода, приведите пример.
9. Что называется неэлементарной функцией, приведите пример.

## 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Контрольные вопросы к экзамену

1. Матрицы. Действия над матрицами.
2. Определители. Свойства определителей.
3. Обратная матрица.
4. Ранг матрицы.
5. Системы линейных уравнений.
6. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Формулы Крамера. Метод Гаусса.

8. Векторы. Линейные операции над векторами.
9. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей.
10. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
11. Действия над векторами, заданными проекциями.
12. Скалярное произведение векторов и его свойства.
13. Векторное произведение векторов и его свойства.
14. Смешанное произведение векторов и его свойства.
15. Система координат на плоскости. Преобразование системы координат.
16. Уравнения прямой на плоскости.
17. Множества. Числовые множества. Множество действительных чисел.
18. Числовые промежутки. Окрестность точки.
19. Функция. Способы задания функций. Основные характеристики функций.
20. Обратная функция. Сложная функция.
21. Последовательности. Числовая последовательность.
22. Предел числовой последовательности.
23. Предел функции в точке. Односторонние пределы.
24. Бесконечно большая функция. Бесконечно малые функции.
25. Признаки существования пределов. Первый и второй замечательные пределы.
26. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
27. Непрерывность функций в точке. Непрерывность в интервале и на отрезке.
28. Точки разрыва функций и их классификация.
29. Производная функции. Физический и геометрический смысл производной.
30. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
31. Производная суммы, разности, произведения и частного функций.
32. Производная сложной и обратной функций.
33. Производные основных элементарных функций.
34. Комплексные числа.
35. Неопределенный интеграл. Основные понятия и свойства.
36. Метод интегрирования подстановкой.
37. Метод непосредственного интегрирования.
38. Метод интегрирования по частям.
39. Рациональные функции.
40. Интегрирование рациональных дробей.
41. Интегрирование тригонометрических функций.
42. Интегрирование иррациональных функций.
43. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла.
44. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование в симметричных пределах.
45. Несобственные интегралы.
46. Вычисление площадей плоских фигур.
47. Вычисление длины дуги плоской кривой.
48. Вычисление площади поверхности.
49. Вычисление объема тела.
50. Функции нескольких переменных.
51. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
52. Уравнения с разделяющимися переменными.
53. Однородные дифференциальные уравнения.
54. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли.
55. Уравнения в полных дифференциалах.
56. Уравнения Лагранжа и Клеро.
57. Уравнения, допускающие понижение порядка.
58. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

59. Интегрирование дифференциальных уравнений второго порядка.
60. Интегрирование линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
61. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
62. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка со специальной правой частью.
63. Числовые ряды.

#### **Контрольные вопросы к зачету (перееаттестация)**

1. Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Свойства определителей.
2. Обратная матрица. Ранг матрицы.
3. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
4. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей.
5. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Скалярное произведение векторов и его свойства.
6. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Уравнения прямой на плоскости.
7. Функция. Способы задания функций. Основные характеристики функций. Обратная функция. Сложная функция.
8. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке. Односторонние пределы.
9. Бесконечно большая функция. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
10. Непрерывность функций в точке. Непрерывность в интервале и на отрезке.
11. Производная функции. Физический и геометрический смысл производной.
12. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций.
13. Метод интегрирования подстановкой. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования по частям.
14. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.
15. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла.
16. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование в симметричных пределах.
17. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление площади поверхности. Вычисление объема тела.
18. Функции нескольких переменных.
19. Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными.
20. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли.
21. Уравнения в полных дифференциалах.
22. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Интегрирование дифференциальных уравнений второго порядка.
23. Интегрирование линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
24. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
25. Числовые ряды.

### **5.3. Самостоятельная работа обучающегося.**

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом.

#### **Вопросы для СРС**

**Раздел 1.** Метод координат. Комплексные числа, действия с ними. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Система векторов. Разложение вектора по системе векторов.

Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Определители. Свойства определителей.

**Раздел 2.** Функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Свойства функций непрерывных на отрезке.

**Раздел 3.** Производная функции ее геометрический и физический смысл. Производная суммы, произведения и частного. Ее геометрический смысл и смысл в прикладных задачах.

**Раздел 4.** Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Основные свойства определенного интеграла. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла: интегрирование по частям и подстановкой. Приближенное вычисление определенного интеграла: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Несобственные интегралы. Использование понятия определенного интеграла в экономике.

#### **Раздел 5.**

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия со сходящимися рядами. Числовые ряды с положительными членами. Достаточные признаки. Условные сходимости математические: сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

Функциональные ряды. Область сходимости. Понятие равномерной сходимости. Теорема сходимости Чебышева. Теорема Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Основные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.

**Раздел 6.** Основные понятия. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Краткий курс высшей математики : учебник : [16+] / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль и др. ; под общ. ред. К. В. Балдина. – 4-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 512 с. : ил. – ISBN 978-5-394-03643-9.	2020	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573171">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573171</a>
2. Будаков, Б. А. Математика. Сборник задач по углубленному курсу : учебно-методическое пособие / Б. А. Будаков, Н. Д. Золотарева, Ю. А. Попов [и др.] ; под ред. М. В. Федотова. - 5-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 329 с. - (ВМК МГУ - школе). - ISBN 978-5-00101-707-3.	2020	<a href="https://znanium.com/catalog/product/1201320">https://znanium.com/catalog/product/1201320</a>
2. Высшая математика для экономистов: сборник задач : учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичус, В. И. Матвеев [и др.]. - 3-е изд., испр. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 539 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010074-6.	2019	<a href="https://znanium.com/catalog/product/989742">https://znanium.com/catalog/product/989742</a>
Дополнительная литература		
1. Курс высшей математики для экономистов : учебник / под ред. Р.В. Сагитова. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 647 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/13680. - ISBN 978-5-16-011091-2.	2021	<a href="https://znanium.com/catalog/product/1735644">https://znanium.com/catalog/product/1735644</a>
2. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010118-7.	2019	<a href="https://znanium.com/catalog/product/989799">https://znanium.com/catalog/product/989799</a>

### 6.2. Периодические издания

1. Известия вузов. Математика
2. Математическое моделирование.
3. Дифференциальные уравнения.
4. Успехи математических наук.

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. Образовательные ресурсы – <http://window.edu.ru/>
2. Образовательный математический сайт – <http://www.exponenta.ru/>
3. Математическая энциклопедия – <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple
3. MATLAB



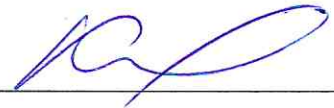
Рабочую программу составил:

д.т.н., профессор каф. ФАиП Малафеева А.А. \_\_\_\_\_



Рецензент (представитель работодателя):

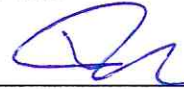
заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. \_\_\_\_\_



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 11 от 23.06.2022 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. \_\_\_\_\_



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 38.05.01 «Экономическая безопасность»

Протокол № 10 от 24.06.22 года

Председатель комиссии

д.э.н., зав. кафедрой ЭИиФ Доничев О.А. \_\_\_\_\_

