

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Владимирский государственный университет  
Кафедра экономики и управления на предприятиях

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ «СТАТИСТИКА»

В двух частях  
Часть 2

Составители  
Е.М. МАРЧЕНКО  
П.Н. ЗАХАРОВ

Владимир 2005

УДК 31(076)  
ББК 65.051.9(2)я7  
М54

Рецензент  
Кандидат экономических наук, доцент  
Владимирского государственного университета  
*Б.И. Рассадин*

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Владимирского государственного университета

**М54** **Методические** указания к практическим занятиям по курсу  
«Статистика»: в 2 ч. Ч. 2. / сост.: Е. М. Марченко, П. Н. Захаров; Вла-  
дим. гос. ун-т. – Владимир: Ред.-издат. комплекс ВлГУ, 2005.– 32 с.

Изложена методика решения, приведены примеры расчета типовых задач, даны задания для самостоятельной работы студентов по основным разделам общей теории статистики: построение и расчет рядов динамики, выравнивание рядов динамики, прогнозирование рядов динамики, экономические индексы.

В 1-й части работы были представлены темы: сводка и группировка статистических данных расчета средних величин, расчет показателей вариации и ошибок выборки.

Методические указания позволяют студентам получить полную информацию по содержанию и объему изучаемой дисциплины, приобрести навыки практических расчетов и оценить свои знания на основе контрольных заданий.

Предназначены для студентов 2-го курса специальностей 0608.11 – экономика и управление строительством, 0608.15 – экономика и управление на предприятиях городского хозяйства, 0608.17 – экономика и управление туризмом и гостиничным хозяйством.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 31(076)  
ББК 65.051.9(2)я7

## ВВЕДЕНИЕ

Качество управления неразрывно связано с обоснованностью и достоверностью статистических показателей, на основе анализа которых и принимаются управленческие решения на уровне предприятия, региона, отрасли или национальной экономики в целом.

Общая теория статистики разрабатывает принципы и методы сбора, обработки и анализа общественно-экономических явлений. Социально-экономическая статистика формирует систему показателей, с помощью которых оценивается уровень развития производства, общества.

Статистика дает знания и навыки проведения статистических исследований, необходимые для будущей работы как специалистов, так и руководителей предприятий любой отрасли.

Методические указания к практическим занятиям по курсу «Статистика» (часть 2) переработаны в соответствии с учебным планом и предназначены для студентов экономических специальностей 0608.11, 0608.15, 0608.17.

Методические указания включают темы, в каждой из них имеются краткая теоретическая часть, разбор типовых задач, вопросы для контроля и задачи для самостоятельного решения. Они обозначены символами:

Общие положения	—	
Разбор типовых задач	—	
Вопросы для контроля	—	
Задачи для самостоятельной работы	—	



## ПОСТРОЕНИЕ И РАСЧЕТ РЯДОВ ДИНАМИКИ

### Общие положения

Рядами динамики называют ряды показателей, характеризующих развитие общественных явлений во времени. Ряды динамики могут быть интервальными и моментными.

Интервальный ряд характеризует уровень развития явления за какие-нибудь промежутки времени (пятилетку, год, квартал, месяц, и т.д.), например объем производства строительного-монтажных работ за каждый год.

Моментный ряд представлен значениями показателя на определенный момент времени, например численность работников строительных организаций на начало каждого месяца.

К характеристикам рядов динамики можно отнести уровень ряда, абсолютный прирост, темпы роста и темпы прироста, абсолютное значение 1 % прироста, средний темп роста и средний темп прироста.

Так, средний уровень интервального ряда определяется по формуле средней арифметической простой (для равных интервалов) или средней арифметической взвешенной (для неравных интервалов)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}, \quad \bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f},$$

где  $x$  – уровень ряда;  $f$  – величина интервала.

Средний уровень моментного ряда рассчитывается со средней хронологической

$$\bar{x} = \frac{1/2x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + 1/2x_n}{n-1},$$

где  $x$  – уровень ряда;  $n$  – количество временных промежутков.

Остальные показатели рассчитываются одинаково для обоих видов рядов динамики.

Абсолютный прирост представляет собой разность двух уровней ряда. Причем разность начального и конечного уровней ряда составляет сумму разностей промежуточных значений уровней данного ряда.

Темпом роста называется отношение двух уровней ряда. При этом, если сравнивают с постоянной величиной, принятой за базу сравнения (обычно начальный уровень), получают базисные темпы роста, если сравнивают с уровнем предыдущего года – цепные темпы роста. Выполняется условие: произведение цепных темпов роста дает базисный темп роста по-

следнего года. Темпы роста и темпы прироста выражаются относительной величиной или в процентах. Если наблюдается рост показателей, темпы роста и прироста превышают 1 или 100 %, в случае снижения динамики – темпы роста меньше 1, или 100 %.

Темп прироста рассчитывается путем вычитания из темпов роста 1 % или 100 % в зависимости от единиц измерения последнего. Средний прирост рассчитывается аналогично. Для определения среднего темпа роста используют формулу средней геометрической

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{T_1^{\text{ц}} \cdot T_2^{\text{ц}} \cdot \dots \cdot T_n^{\text{ц}}} = \sqrt[n-1]{T_n^{\text{б}}},$$

где  $T_{1...n}^{\text{ц}}$  – цепные темпы роста;  $T_n^{\text{б}}$  – базисный темп роста;  $n$  – количество периодов.

Чтобы определить абсолютное значение 1 % прироста данного года, следует разделить уровень предыдущего года на 100.

Чтобы привести моментный и интервальный ряды к сопоставимому виду, например, если требуется рассчитать среднюю выработку по данным о выполненных объемах строительно-монтажных работ (интервальный ряд) и численности работников на 1.01 каждого года (моментный ряд), необходимо от моментного ряда численности перейти к интервальному ряду. С этой целью определяется средняя численность за каждый год в виде полусуммы двух соседних значений. Средние значения численности за каждый год составляет интервальный ряд численности работников. Новый ряд будет короче исходного на одно значение: начальное – если данные о численности были представлены на конец каждого периода, и конечное – если на начало каждого периода. Пример расчета приведен ниже.

Показатель	Годы				
	2000	2001	2002	2003	2004
Численность работников на начало года (моментный ряд)	140	180	190	220	230
Среднегодовая численность работников (интервальный ряд)	160	185	205	225	–



## РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### Задача № 1

По приведенным данным составить ряд динамики базисных темпов роста выработки к 1997 г.

Показатель	Годы					
	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Темп роста объемов к 1997 г., %	100	103	104	107	110	115
Темп роста численности работников цепной, %	99 99/99	102 102/99	100 100/99	103 103/99	106 106/99	108 108/99

### Решение

Темпы роста выработки рассчитываются по формуле

$$T_v = T_q / T_{\text{ср.числ.}}$$

где  $T_q$  – темп роста объема;

$T_{\text{ср.числ.}}$  – темп роста численности.

Показатель	Годы					
	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Темп роста численности базисный к 1997 г., %	100	102	102	106	112	121
Темп роста выработки базисный к 1997 г., %	100	101	102	101	98	95

### Задача № 2

Даны средние по счетам вкладов остатки на депозитах:

На 01.01.00 – 1,5 млн руб., на 01.04.00 – 4 млн руб. на 01.07.00 – 3,2 млн руб., на 01.10.00 – 6 млн руб., на 01.01.01 – 8,6 млн руб.

Определить средний размер остатков по депозитам.

### Решение

На 01.01.00            1,5 млн руб.

                              }3

На 01.04.00            4 млн руб.

                              }3

На 01.07.00            3,2 млн руб.

                              }3

На 01.10.00            6 млн руб.

                              }3

На 01.01.01            8,6 млн руб.

$$X_{\text{ср.хр.}} = (\frac{1}{2} \cdot 1,5 + 4 + 3,2 + 6 + 8,6 \cdot \frac{1}{2}) / 4 = 4,6.$$

### Задача № 3

Оборотные средства предприятия составили: на 01.01.00 – 170 тыс. руб., на 01.02.00 – 180 тыс. руб., на 01.05.00 – 120 тыс. руб., на 01.09.00 – 60 тыс. руб., на 01.11.00 – 200 тыс. руб., на 01.01.01 – 140 тыс. руб.

Определить среднюю величину оборотных средств по предприятию.

#### Решение

На 01.01.00	170 тыс. руб.	
}1		}175
На 01.02.00	180 тыс. руб.	
}3		}150
На 01.05.00	120 тыс. руб.	
}4		}90
На 01.09.00	60 тыс. руб.	
}2		}130
На 01.11.00	200 тыс. руб.	
}2		}170
На 01.01.01	140 тыс. руб.	
$X_{\text{ср.хр.}} = (175 \cdot 1 + 150 \cdot 3 + 90 \cdot 4 + 130 \cdot 2 + 170 \cdot 2) / 12 = 132.$		

?

#### Вопросы для контроля

1. Приведите определение ряда динамики.
2. Чем моментный ряд отличается от интервального ряда динамики?
3. Какие характеристики рядов динамики вы знаете?
4. Какие виды средних используются для расчета среднего уровня интервального и моментного рядов?
5. Что необходимо сделать, чтобы привести моментный и интервальный ряды к сопоставимому виду?
6. По какой формуле рассчитывается средний темп роста динамического ряда?
7. Как определить абсолютное значение 1 % прироста?



## Задачи для самостоятельной работы

### Задача № 1

Имеются данные о розничном товарообороте по всем каналам реализации в регионе, млрд руб.:

Месяцы	Годы		
	1999	2000	2001
Январь	7,4	7,8	8,3
Февраль	7,9	8,2	8,6
Март	8,7	9,2	9,7
Апрель	8,2	8,6	9,1
Май	7,9	8,3	8,8
Июнь	8,2	8,7	9,1
Июль	8,3	8,8	9,3
Август	8,8	9,3	9,9
Сентябрь	8,7	8,9	9,3
Октябрь	8,8	8,2	9,9
Ноябрь	8,3	8,8	9,8
Декабрь	9,0	9,5	9,3

Определить темпы роста инвестиций за каждый год по сравнению с предшествующим годом и среднегодовые темпы роста инвестиций для каждого региона. Сформулируйте вывод.

### Задача № 2

По приведенным данным о числе вкладов населения в учреждениях Сберегательного банка России по региону на начало года определить ежегодные абсолютные приросты, коэффициенты роста и темпы прироста числа вкладов с постоянной и переменной базой.

Годы	1997	1998	1999	2000
Число вкладов, млн	141,0	203,7	210,9	234,2

### Задача № 3

В приведенной таблице рассчитать недостающие данные:

Годы	Объем про- дукции	Цепные показатели			Абсолютное значение 1% прироста, тыс. руб.
		$\Delta X_i$ тыс. руб.	$T_i, \%$	$\Delta T_{pri}, \%$	
1999		-40			
2000				+1	
2001			96		
2002				-2	4
2003			103		
2004		+20			

### Задача № 4

По данным задачи 3 за период 1999 – 2004 гг. рассчитать:

- средние значения объема продукции;
- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста;
- средний темп прироста.

Задания со 2-го по 4-го выполнить двумя способами.

### Задача № 5

По данным задачи 3 рассчитать двумя способами темп роста, темп прироста и абсолютный прирост объема выпуска 2003 г. по отношению к 2000 г.

### Задача № 6

Рассчитать по годам темпы роста средней заработной платы к 2000 г. по следующим данным:

Темпы роста	Годы				
	2000	2001	2002	2003	2004
Цепные фонда заработной платы	102	101	102	101	101
Базисные чис- ленности к 2002 г.	104	103	100	99	98

Определить за период с 2000 по 2004 гг.:

- среднегодовой темп роста фонда заработной платы;
- среднегодовой темп роста среднесписочной численности работников;
- среднегодовой темп роста средней заработной платы (двумя способами).

### Задача № 7

С 01.01.03 по 01.01.04 рост цен составил 13 %. Определить среднемесячный рост цен.

### Задача № 8

Остатки денежных средств на счете предприятия составили на 01.01.03 – 110 тыс. руб. На 01.01.02 – 50 тыс. руб., на 01.04.02 – 80 тыс. руб., на 01.07.02 -70 тыс. руб., на 01.10.02 – 90 тыс. руб.

Определить среднегодовой размер денежных средств предприятия.

### Задача № 9

Оборотные средства предприятия на 01.01.02 – 500 тыс. руб., на 01.02.02 – 600 тыс. руб., на 01.05.02 – 1000 тыс. руб., на 10.10.02 – 1200 тыс. руб., на 1.01.03 – 1100 тыс. руб.

Определить среднегодовой размер оборотных средств предприятия.

### Задача № 10

Цены в феврале по отношению к январю выросли на 2%, а в марте по сравнению с февралем – на 1%. Рассчитать среднемесячный рост цен за I квартал.

## ВЫРАВНИВАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ



### Общие положения

Основными методами выравнивания рядов динамики с целью выявления общей тенденции являются:

1. Метод укрупнения интервалов.
2. Метод взвешенной скользящей средней.
3. Метод простой скользящей средней.
4. Метод сглаживания рядов динамики применением теоретической кривой.
5. Метод наименьших квадратов.

Метод **укрупнения интервалов** подразумевает расчет средних значений исходя из большего количества данных в каждом интервале, при этом влияние отдельных значений уменьшается, кривая носит более сглажен-

ный характер и тенденция проявляется в явном виде, но чаще используют метод скользящих средних, при которых ряд выравнивается путем расчета средних величин исходя из определенного участка сглаживания (обычно состоящего из нечетного числа значений ряда или звеньев) при этом участок сглаживания смещается на одно значение по временному ряду.

Рассчитанные средние записываются напротив серединного значения участка сглаживания.

Выявление общей тенденции с помощью *взвешенной скользящей средней* предполагает замену абсолютных данных средними арифметическими за определенный период. При этом расчет средних ведется методом скользящего, то есть сначала вычисляют средний уровень из определенного числа первых по порядку уровней ряда, затем – средний уровень из такого же числа членов, начиная со второго. Полученные средние записываются напротив соответствующего серединного значения (второго, третьего, четвертого и т.д.). Если интервал скользящего, то есть определения средней из найденных средних. При этом центрированная средняя будет отнесена ко второму периоду, вторая – к третьему и т.д. Сглаженный ряд «укорачивается» по сравнению с фактическим на  $(m - 1)/2$  члена с одного и другого конца, где  $m$  – количество уровней, входящих в интервал. Для восстановления потерянных значений временного ряда необходимо вычислить прирост на последнем участке скользящего и затем восстановить значения ряда динамики путем последовательного прибавления среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению. Аналогично восстанавливаются первые члены ряда.

Если для процесса характерно нелинейное развитие, то более надежным способом является использование взвешенной скользящей средней, которое осуществляется по полиномам 2-го и 3-го порядков. То есть для каждого участка скользящего подбирается полином вида  $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots$ , параметры которого оцениваются по методу наименьших квадратов. При этом начало отсчета переносится в середину участка скользящего. Ниже приведены весовые коэффициенты для половины интервала сглаживания при различной длине интервала.

Длина интервала сглаживания	Весовые коэффициенты
5	1/35(-3,+12,+17)
7	1/21(-2,+3,+6,+7)
9	1/231(-21,+14,+39,+54,+59)

Ниже приведены примеры расчета сглаженных значений на основе пятизвенной простой скользящей средней для 3, 4, 8, 13, 18 и 19-го уровней ряда.

1	6,7		11	8,4	
2	7,3		12	9,1	
3	7,6	$(6,7+7,3+7,6+7,9+7,4)/5=7,38$	13	8,3	8,68
4	7,9	$(7,3+7,6+7,9+7,4+8,6)/5=7,76$	14	8,7	
5	7,4		15	8,9	
6	8,6		16	9,1	
7	7,8		17	9,5	
8	7,7	$(8,6+7,8+7,7+7,9+8,2)/5=8,04$	18	10,4	9,94
9	7,9		19	10,5	
10	8,2		20	10,2	
			21	9,3	

Недостатком метода скользящей средней является уменьшение ряда динамики на количество звеньев на  $n-1$ , где  $n$  – это продолжительность активного участка.

Восстановим утраченные значения. Так, для восстановления утраченных значений первого активного участка необходимо:

– определить средний абсолютный прирост (снижение) по данному активному участку;

– определить  $y_{i-1}$  – из выражения  $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$ , где  $\Delta y_i$  – средний абсолютный прирост данного активного участка. Аналогично восстанавливаются утраченные значения последнего активного участка путем расчета  $y_i$ .

1	6,7		9	7,9	
2	7,3		10	8,2	
3	7,6	7,38	.	.	
4	7,9	7,76	.	.	
5	7,4	7,9	.	.	
6	8,6		17	9,5	
7	7,8		18	10,4	9,94
8	7,7		19	10,5	9,98
			20	10,2	9,93
			21	9,3	9,88

$\Delta_{1-5cp} = (7,4 - 6,7)/4 = 0,2$  – средний абсолютный прирост первого активного участка;

$y_2 = y_3 - \Delta_{1-5cp} = 7,4 - 0,2 = 7,2$  – восстановленное сглаженное значение для второго уровня. По аналогии восстанавливаем значения 2-го и 21-го уровней на основе среднего абсолютного прироста последнего активного участка

$$\Delta_{cp} y_i = y_i - y_{i-1};$$

$$y_1 = 7,2 - 0,2 = 7,0;$$

$$\Delta_{17-21cp} = (9,3 - 9,5)/4 = -0,05;$$

$$y_{20} = 9,98 + (-0,05) = 9,93;$$

$$y_{21} = 9,93 - 0,05 = 9,88.$$

При анализе показателей, характеризующих сезонность выполнения работ, необходимо использовать 4-звенную или 12-звенную скользящую среднюю. При этом на первом этапе для 4-звенной рассчитываются средние значения для 4-звенного активного участка и записываются напротив интервала между 2-м и 3-м значениями. На 2-м этапе проводят центрирование, т.е. нахождение средних из двух соседних средних значений и записывают напротив 3-го звена активного участка

1	6,7		
2	7,3		
3	7,6	$(6,7+7,3+7,6+7,9)/4=7,3$	$(7,3+7,6)/2=7,45$
4	7,9	7,6	
5	7,4	7,9	7,75
6	8,6		
7	7,8		

При использовании четного числа звеньев в активном участке динамический ряд уменьшается на  $n$  звеньев, где  $n$  – длина активного участка.

### **Метод сглаживания рядов динамики с применением теоретических кривых**

#### Характеристика теоретических кривых

Прежде чем выбирать конкретный тип кривой, необходимо провести логический анализ анализируемого явления, т.е. ответить на следующие вопросы:

- возможен ли бесконечный рост уровня ряда, если да, то какой он: равномерный, равноускоренный?
- есть ли точки насыщения?
- есть ли точки перегиба?

В качестве теоретических кривых обычно используют прямую или полином первой степени  $y_t = a_0 + a_1t$ , полином второй степени или параболу  $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$ , полином третьей степени или кривую  $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ , экспоненту  $y_t = a_x e^t$ , логарифмическую кривую.

### Метод наименьших квадратов

В основе выбора теоретической кривой лежит метод наименьших квадратов, в соответствии с которым теоретическая кривая выбирается таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений всех фактических значений от теоретических была бы минимальной

$$\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \rightarrow \min.$$

При этом для каждого вида теоретической кривой рассчитана своя система нормальных уравнений, на основе которых рассчитываются коэффициенты регрессии и свободный член уравнений.

Так, для теоретической прямой вида  $y_t = a_0 + a_1t$  система нормальных уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 \sum 1 + a_1 \sum t, \\ \sum y_t t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2, \end{cases}$$

$t = 1, \dots, n,$

где  $n$  – количество членов ряда динамики;  $t$  – номер периодов.

Чтобы упростить расчет, начало координат переносится в середину ряда динамики.

$$a_0 = \sum y_t / n,$$

$$a_1 = \sum y_t t / \sum t^2.$$

Если рассматривается парабола второго порядка, система нормальных уравнений будет следующая:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2, \\ \sum y_t t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3, \\ \sum y_t t^2 = a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 \end{cases}$$

$$a_1 = \sum y_t t / \sum t^2$$

$$a_2 = (n \sum y_t t - \sum t^2 - \sum y_t) / (n \sum t^4 - (\sum t^2)^2),$$

$$a_0 = \sum y_t / n - \sum t^2 / n [(n \sum y_t t - \sum t^2 - \sum y_t) / (n \sum t^4 - (\sum t^2)^2)].$$

Исходя из уравнений находятся параметры параболы и строится график.

### Пример

Используя метод наименьших квадратов, рассчитать параметры теоретической кривой и дать прогноз остатков вкладов населения в банках на период упреждения, равный 2.

№ п\п	$y_t$	$t$	$y_t t$	$t^2$
1	14717	-7	-103019	49
2	16642	-6	-99852	36
3	18504	-5	-92520	25
4	20376	-4	-81504	16
5	21321	-3	-63963	9
6	23342	-2	-46684	5
7	28317	-1	-28317	1
8	30624	0	0	0
9	33408	1	33408	1
10	36505	2	73010	4
11	40524	3	121572	9
12	45416	4	181664	16
13	50857	5	254285	25
14	56024	6	336144	36
15	59381	7	415667	49
Итого:	495958		899891	280

Прогнозное значение на 17-й период составляет  $y_{17} = 33,064 + 3,214 \times 17 = 61990$ .

$$a_0 = 495958 / 15 = 33064$$

$$\} y_t = 33064 + 3214t$$

$$a_1 = 899891 / 280 = 3214$$

### Методы выбора теоретических кривых роста

Выбор теоретической кривой может опираться на графическое построение эмпирических данных – визуальный метод отбора.

Метод последовательных разностей используется для определения степени полинома:

- 1) определяют разности уровней ряда (из 2-го года вычитают 1-й год) – находят абсолютный прирост;
- 2) находят разности абсолютных приростов;
- 3) находят разности разностей абсолютных приростов и т.д.

Итерации повторяют до тех пор, пока эти разности не будут примерно равны. Порядок разностей определяет степень полинома.

Выбор теоретической кривой можно осуществить на основе ошибки аппроксимации по формуле  $\sigma = \sqrt{((y_t - \hat{y}_t)^2/n)}$  простое среднее квадратическое отклонение основано на равномерном распределении. Чтобы просчитать ошибку, нужно знать  $y_t$  и  $\hat{y}_t$ .

№ п/п	$y_t$	t	$\hat{y}_t$	$y_t - \hat{y}_t$	$(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	14717	-7	10566	4151	17230801
2	16642	-6	13780	2862	8191044
3	18504	-5	16994	1510	2280100
4	20376	-4	20208	168	28224
5	21321	-3	23422	-2101	4414201

### Разбор типовых задач

#### Задача № 1

По данным об урожайности за 16 лет рассчитать трех- семилетние скользящие средние и пятилетнюю взвешенную скользящую среднюю.

Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средняя урожай	10,3	14,3	7,7	15,8	14,4	16,7	15,3	20,2	17,1	7,7	15,3	16,3	19,9	14,4	18,7	20,7

НОСТЬ, ц/га															
----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Решение:*

$t$	$y_t$	Скользящие средние		Взвешенная скользящая средняя
		$g = 3$	$g = 7$	
1	10,3	-	-	-
2	14,3	10,8	-	-
3	7,7	12,6	-	11,9
4	15,8	12,6	13,5	12,6
5	14,4	15,6	14,9	16,2
6	16,7	15,5	15,3	15,2
7	15,3	17,4	15,3	17,4
8	20,2	17,5	15,2	18,8
9	17,1	15,0	15,5	15,2
10	7,7	13,4	16,0	11,7
11	15,3	13,1	15,8	12,5
12	16,3	17,2	15,6	18,1
13	19,9	16,9	16,1	17,3
14	14,4	17,7	-	17,1
15	18,7	17,7	-	-
16	20,7	-	-	-

При трехлетней скользящей средней  $y_2 = (10,3+14,3+7,7)/3=10,8$ ,  
 $y_3 = (14,3+7,7+15,8)/3 = 12,6$  и т. д.

При семилетней скользящей средней

$y_4 = (10,3+14,3+7,7+15,8+14,4+16,7)/7 = 13,5$  и т.д.

При расчете пятилетней средней взвешенной

$y_3 = 1/35(-3 \cdot 10,3+12 \cdot 14,3+17 \cdot 7,7+12 \cdot 15,8- 3 \cdot 14,4) = 11,9$  и т.д.

### *Задача № 2*

Объем производства ежегодно увеличивается одинаковым темпом  $T = 102\%$ . Рассчитать прогнозное значение объемов производства на 2007 г., если в 2004 г. объем производства составил 150 тыс. руб.

*Решение*

150 тыс. руб  $(1,02)^3 = 15918120 \approx 16$  тыс. руб.

### *Задача № 3*

Рассчитать прогнозное значение численности работников предприятия, если за последние 5 лет численность снижалась в среднем на 7 работников в год. Численность на 2003 г. составила 200 человек. Период учреждения – 2 года.

### Решение

$$200 \text{ чел.} - 7 \cdot 2 = 186 \text{ чел.}$$



### Вопросы для контроля

1. Какие методы используются для выявления тенденции в рядах динамики?
2. Какие методы выявления тенденции дают более точный результат при нелинейном характере динамики?
3. Как восстановить недостающие члены ряда динамики?



### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача № 1

По данным о среднем размере товарных запасов в универмаге по месяцам года, млн руб., произведите сглаживание ряда с помощью трех-, четырехлетней и пятилетней простой скользящей средней для четвертого, шестого и девятого месяцев.

Месяцы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Товарные запасы	21,2	21,3	21,2	21,3	21,2	21,0	21,0	20,2	19,2	21,1	20,8	21,1

#### Задача № 2

По данным задачи № 1 восстановить утраченные значения ряда динамики.

#### Задача № 3

По данным задачи № 1 сгладить ряд динамики с помощью пятизвенной взвешенной скользящей средней.

#### Задача № 4

Выявить наличие тренда методом нисходящих и восходящих серий и с использованием медианы выборки.

Дни	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Курс акций, руб.	420	425	424	427	428	426	429	430	430	432	433	434

#### Задача № 5

По данным задачи № 4 с помощью теоретической кривой сгладить приведенный ряд динамики курсовой стоимости акций и определить ошибку аппроксимации.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

### Общие положения



**Прогнозирование** – процесс разработки прогнозов, т.е. научно обоснованных описаний возможных будущих состояний объектов, а также альтернативных путей и сроков их достижения. Различают поисковые и нормативные прогнозы.

Поисковые отвечают на вопрос «что вероятнее ожидать в будущем?».

Нормативные – «каким образом изменится существование условия, чтобы достичь ожидаемого результата, в зависимости от объектов прогноза?»

(различают экономические, социальные, политические, военные, научно-технические и т.д.).

По масштабу прогнозирования делятся:

- на микроуровни (уровень предприятия);
- макроуровни (регион, страна);
- глобальные (прогнозы в мировом масштабе).

По времени учреждения (по отрезку о наличии статистических данных до конечного момента прогнозирования):

- оперативные (до 1 месяца);
- краткосрочные (от 1 месяца до 1 года);
- среднесрочные (от года до 5 лет);
- долгосрочные (более 5 лет).

#### **Требования, предъявляемые к исходной информации**

- сопоставимость исходных данных по рядам динамики;
- при выборе интервалов между соседними значениями (принимать равные интервалы, чтобы признак распределился равномерно; при отсутствии промежуточной информации необходимо ее рассчитать. Чем короче ретроспективный ряд, тем меньше величины интервалов между соседними значениями.

При изучении сезонных колебаний необходимо иметь информацию не менее чем за 3 года:

– при использовании регрессионных методов анализа ретроспективный ряд должен быть в несколько раз больше количества независимых переменных.

– при наличии информационных выбросов прогноз будет тем точнее, чем больше величина ретроспективного ряда, меньше период учреждения и более точно подобрана модель, описывающая тенденцию развития.

### **Проверка гипотезы о существовании тенденции**

Этапы прогнозирования:

- 1) постановка задачи и сбор необходимой информации
- 2) первичная обработка исходных данных;
- 3) проверка гипотезы о наличии тенденции;
- 4) выявление тренда;
- 5) оценка параметров моделей;
- 6) построение прогноза (точечный и интервальный);
- 7) анализ полученного прогноза.

Тренд – закономерность, тенденция развития.

Уровни ряда динамики складываются из нескольких составляющих: тренда, сезонной составляющей, циклической составляющей, случайной компоненты. Сезонная составляющая характеризует колебания в течение года. Циклические составляющие имеют период более года. Случайные компоненты могут быть результатом текущего воздействия ряда факторов или аномальных явлений.

Наиболее распространенные методы выявления тренда:

- метод нисходящих и восходящих серий;
- метод, основанный на медиане выборки;
- метод Фостера – Стюарта.

### **Метод восходящих и нисходящих серий**

Метод восходящих и нисходящих серий включает несколько этапов:

1. Для временного ряда определяется последовательность плюсов и минусов, исходя из следующих условий. Плюс ставится, если последующие значения ряда динамики больше предыдущего и минус, если последующее значение ряда меньше предыдущего. В случае равенства соседних значений учитывается только одно значение ряда динамики.

2. Определяется число серий в виде подряд идущих плюсов или минусов. Один плюс или один минус тоже может рассматриваться как серия.

3. Определяется протяженность самой длинной серии.

4. Проверяется гипотеза об отсутствии тренда, соответствующая 95 % вероятности исходя из следующих условий:

{

$$v(n) > [\frac{1}{3}(2n - 1) - 1,96\sqrt{((16n - 29)/90)}],$$

$$\tau_{\max}(n) \leq \tau_0(n)$$

где  $v(n)$  – число серий  $n$ -го временного ряда;

$\tau_{\max}$  – длина серий (протяженность самой длинной серии);

$n$  – количество членов временного ряда;

$\tau_0$  – табличное значение, зависящее от длины временного ряда

$n$	$n \leq 26$	$26 < n \leq 153$	$153 < n \leq 170$
$\tau_0$	5	6	7

### Метод, основанный на медиане выработки

Этапы расчета, основанного на медиане выборки:

1. Проводится ранжирование исходного временного ряда.
2. Определяется медиана этого ряда. Для нечетного  $n$  как  $(2n + 1)$ , для четного ряда как среднее значение из двух срединных.
3. Формируется последовательность из плюсов и минусов по правилу:  
«+», если  $y_t > M_e$ ,  
«-», если  $y_t < M_e$ .  
если  $y_t = M_e$ , значение опускается.
4. Определяется протяженность самой длинной серии  $\tau_{\max}(n)$  и общее число серий  $v(n)$ .
5. Проверяется гипотеза об отсутствии тренда.

С 95%-й вероятностью можно утверждать, что тренд отсутствует, если выполняются оба условия

$$v(n) > [\frac{1}{2}(n + 1) - 1,96\sqrt{(n - 1)}];$$

$$\tau_{\max}(n) < [3,3(\lg n - 1)].$$

Это условие соответствует 95 % длительности вероятности. Если хотя бы одно неравенство нарушается, то тренд присутствует.

Прогнозирование может осуществляться на основе уравнения теоретической кривой. Для этого необходимо в уравнение теоретической кривой подставить значение прогнозного периода, имея в виду, что начало координат находится в середине ряда динамики. Например, если количество наблюдений равно 12, то для расчета прогнозного значения 17-го интервала в уравнении кривой следует подставить  $t = 11$ .

Если показатели ряда динамики изменяются с примерно одинаковыми абсолютными приростами, то можно предположить, что в основе тренда лежит линейная зависимость. Тогда прогнозное значение рассчитывается с помощью среднего абсолютного прироста, который столько раз прибавляется к фактическому значению последнего года, каков период упреждения прогноза.

Если показатели ряда динамики изменяются с примерно одинаковыми темпами роста, то можно предположить, что в основе тренда лежит показательная функция. Тогда прогнозное значение рассчитывается с помощью среднего темпа роста, который столько раз умножается на фактическое значение последнего года, каков период упреждения прогноза.

**!** **Разбор типовых задач**

*Задача*

По приведенным данным об изменении курса акций промышленных компаний в течение месяца определить наличие закономерности:

$t$	$y_t$	Серия	$t$	$y_t$	Серия
1	509	507 -	11	517	517 +
2	507	508 -	12	524	518 +
3	508	509 -	13	526	518 +
4	509	509 -	14	519	519 +
5	518	510 +	15	514	519 -
6	515	511 -	16	510	520 -
7	520	512 +	17	516	521 -
8	519	514 +	18	518	524 +
9	512	515 -	19	524	524 +
10	511	516 -	20	521	526 +

*Решение*

$M_e = 516,5$ , сравниваем с ней значения неранжированного ряда.

8 серий,  $\nu(n) = 8$ ,  $\tau_{\max}(n) = 4$ ;

$$8 > [\frac{1}{2}(20 + 1) - 1,96\sqrt{(20 - 1)}];$$

$$4 < [3,3(\lg 20 - 1)];$$

$$8 > 6;$$

$$4 < 7.$$

Условия выполняются, следовательно, с 95-процентной вероятностью можно говорить об отсутствии тенденции.



**Вопросы для контроля**

1. В чем состоит отличие поисковых и нормативных прогнозов?

2. Какие требования предъявляются к рядам динамики при осуществлении прогнозирования?

3. С помощью каких методов определяется наличие закономерности в ряде динамики?

4. Какие этапы включает процесс прогнозирования?



## Задачи для самостоятельной работы

### Задача № 1

По приведенным данным об урожайности зерновых определить наличие тенденции:

$t$	$y_t$	Серия	$t$	$y_t$	Серия
1	6,7		11	8,4	+
2	7,3	+	12	9,1	+
3	7,6	+	13	8,3	-
4	7,9	+	14	8,9	+
5	7,4	-	15	9,1	+
6	8,6	+	16	9,5	+
7	7,8	-	17	10,4	+
8	7,7	-	18	10,5	+
9	7,9	+	19	10,2	-
10	8,2	+	20	9,3	-

### Задача № 2

Рассчитать прогнозное значение объема продукции на 2009 г., если наблюдается изменение объемов с примерно одинаковыми абсолютными приростами. Средний абсолютный прирост за 2000 – 2004 гг. составил 20 тыс. руб. Объем 2004 г. равен 500 тыс. руб.

### Задача № 3

Составить прогноз роста фонда заработной платы на 2010 г., если фонд заработной платы в среднем увеличивается на 0,2 % в год. В 2004 г. он составил 9 млн руб.

### Задача № 4

По данным задачи № 4 из разд. «Выравнивание рядов динамики» рассчитать прогнозное значение курса акций на 20-й день.

## ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ



## Общие положения

Индексом называется сложный относительный показатель, характеризующий среднее изменение совокупности, состоящей, как правило, из непосредственно несоизмеримых элементов. Индивидуальные индексы дают сравнительную характеристику отдельных элементов совокупности, общие индексы позволяют сравнить изменение совокупности в целом. Если охватывается не вся совокупность, а часть ее, то используют групповые индексы. Индивидуальные качественные и количественные индексы определяются по формулам:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; \quad i_q = \frac{q_1}{q_0}.$$

где  $p$  – качественный показатель за отчетный и базисный периоды,  $q$  – количественный показатель за отчетный и базисный периоды.

По форме построения индексы могут быть агрегатными и средними взвешенными. Агрегатные индексы затрат и объемов выпуска продукции рассчитываются соответственно по формулам:

$$I_p = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_1 \cdot p_0}; \quad I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}; \quad I_{pq} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_0}.$$

Для определения средних взвешенных индексов затрат и объемов выпуска используют формулы среднего арифметического индекса физического объема производства и среднего гармонического индекса себестоимости

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}; \quad I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum 1/i_p \cdot p_1 \cdot q_1}.$$

По составу явления различаются индексы фиксированного состава

$$I_p = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_1},$$

переменного состава

$$I_{\bar{p}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum q_0 \cdot p_0}{\sum q_0}$$

и индекс структурных сдвигов

$$I_{\text{стр.сд}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_1} \div \frac{\sum q_0 \cdot p_0}{\sum q_0}$$

Индексы постоянного состава и структурных сдвигов могут использоваться только для однородной продукции, а с помощью агрегатных индексов можно соизмерять в динамике и разнородную продукцию. Средний арифметический индекс физического объема применяется в том случае, если неизвестно изменение себестоимости единицы продукции, но есть данные об изменении всей величины затрат. Если нет информации об изменении объемов выпуска, но есть изменение общей величины затрат и индекс единичной себестоимости, то можно воспользоваться гармоническим индексом себестоимости.

### Разбор типовых задач

#### Задача № 1

На основе приведенных данных о ценах и объемах реализации автомобилей определить изменение выручки предприятия в целом, в том числе за счет изменения цен на автомобили, и изменение объема реализации.

Виды товаров	Отчетный период 2004 г.		Базисный период 2003 г.	
	Цена, тыс. руб.	Объем реализации, шт.	Цена, тыс. руб.	Объем реализации, шт.
ВАЗ 2115	200	37	150	20
ВАЗ 2112	218	40	190	24

#### Решение

Определим агрегатный индекс выручки:

$$I_{pq} = (200 \cdot 37 + 218 \cdot 40) / (150 \cdot 20 + 190 \cdot 24) = 16120 / 7560 = 2,13.$$

Для оценки влияния цен и объемов реализации рассчитаем агрегатный индекс физического объема и цен

$$I_q = (150 \cdot 37 + 190 \cdot 40) / (150 \cdot 20 + 190 \cdot 24) = 13150 / 7560 = 1,74;$$

$$I_p = (200 \cdot 37 + 218 \cdot 40) / (150 \cdot 37 + 190 \cdot 40) = 16120 / 13150 = 1,23.$$

Агрегатный индекс позволяет производить расчеты по всем видам продукции в целом по предприятию, например фонда заработной платы по

всем категориям работников. Для определения абсолютных значений необходимо из числителя соответствующего индекса вычесть знаменатель.

Абсолютное изменение выручки, всего

$$16120 - 7560 = 8560 \text{ тыс.руб.}$$

В том числе за счет изменения объемов

$$13150 - 7560 = 5590 \text{ тыс.руб.}$$

За счет изменения цен

$$16120 - 13150 = 2970 \text{ тыс.руб.}$$

В целом выручка за 2004 г. за отчетный период выросла на 8560 тыс. руб. (или на 113 %), в том числе за счет объемов на 5590 тыс. руб. (или на 74 %), и за счет роста цен на 2870 тыс. руб. (или на 23 %).

### Задача № 2

Выручка по предприятию в 2004 г. по отношению к 2003 г. снизилась на 2 % и составила 300 тыс.руб. Цена продукции А выросла на 5 %. Цена продукции В – на 7 %. Определить изменение выручки за счет изменения объема выпуска продукции А и В. Доля продукции А в выручке 2004 г. составила 30 %.

### Решение

Величина выручки определяется по формуле:

$$B = C \cdot Q,$$

где  $C$  – цена продукции, тыс. руб.;

$Q$  – объем выпуска, ед.

$$I_p = 300 / (90 \cdot 1/1,05 + 210 \cdot 1/1,07) = 1,06.$$

Выручка выросла за счет изменения цен на 6 %

$$(I_q)_{cp} = 0,98 / 1,06 = 0,92.$$

Следовательно, выручка снизилась за счет объема продукции на 8 %.

### Задача № 3

Два подразделения, выпускающие однородную продукцию:

Номер цеха	2003 г.		2004 г.	
	Затраты на однородную продукцию $p_6$ , руб.	Объем производства $q_6$ , тыс.шт.	Затраты на однородную продукцию $p_{от}$ , руб.	Объем производства $q_{от}$ , тыс.шт.
1-й	24	70	20	100

2-й	30	150	28	300
-----	----	-----	----	-----

Определить изменение средних затрат на производство единицы продукции, в том числе за счет изменения себестоимости единиц продукции каждого цеха и изменения структуры производства продукции на предприятии.

### *Решение*

Для определения влияния изменения средних затрат рассчитаем средние индексы

$(I_{pq})_{cp} = (20 \cdot 100 + 28 \cdot 300) / 100 / (24 \cdot 70 + 30 \cdot 150) / 220 = 26 / 28,1 = 0,92$   
(средние затраты на производство продукции в 2003 г. снизились на 8 %).

$(I_p)_{cp} = (20 \cdot 100 + 28 \cdot 300) / 400 / (24 \cdot 100 + 30 \cdot 300) / 400 = 0,91$  (за счет изменения себестоимости затраты на единицу продукции снизились на 9 % по предприятию)

$(I_q)_{cp} = (24 \cdot 100 + 30 \cdot 300) / 400 / (24 \cdot 70 + 30 \cdot 150) / 220 = 1,02$  (за счет изменения структуры затраты выросли на 2 %).

Определим абсолютное изменение затрат:

по  $(I_{pq})_{cp} = - 2$ .

по  $(I_p)_{cp} = - 2,5$ .

по  $(I_q)_{cp} = 0,5$ .

В целом по предприятию затраты на производство единицы продукции снизились на 2 руб., или 8 %, в том числе за счет изменения себестоимости снизились на 2,5 руб., или 9 %, и за счет изменения структуры выросли на 0,5 руб., или 2 %.



### **Вопросы для контроля**

1. Дайте определение индекса.
2. Какие виды индексов вы знаете?
3. Приведите формулу агрегатного индекса себестоимости и агрегатного индекса объема продукции.
4. В каком случае применяется агрегатный индекс, а в каком – индекс постоянного и переменного составов и индекс структурных сдвигов?
5. Приведите формулы средних взвешенных индексов. Когда они могут быть применены?



### **Задачи для самостоятельной работы**

#### *Задача № 1*

Имеются следующие данные о выработке и себестоимости кирпича по двум однородным предприятиям:

Номер предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость 1000 шт., руб.	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость 1000 шт., руб.
1	4000	560	4500	540
2	5500	520	6000	520

Определить:

- изменение себестоимости 1000 шт. кирпича по каждому предприятию;
- абсолютную экономию (перерасход) за счет изменения себестоимости, полученную каждым предприятием;
- среднюю себестоимость производства 1000 шт. кирпича в отчетном и базисном периодах в целом по группе предприятий;
- изменение средней себестоимости по группе предприятий в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- влияние изменения себестоимости производства 1000 шт. кирпича на отдельных предприятиях на изменение средней себестоимости;
- влияние на изменение средней себестоимости структурных сдвигов в составе продукции;
- абсолютное изменение затрат на производство, в том числе за счет увеличения продукции, а также за счет снижения себестоимости производства 1000 шт. кирпича по каждому предприятию и в целом по предприятию.

### Задача № 2

По представленным данным по предприятию, осуществляющему капитальный ремонт автомобилей КамАЗ, определить общий индекс объема продукции:

Вид продукции	Число ремонтов в прошлом году, ед.	Изменение числа ремонтов в текущем году по сравнению с прошлым годом, %	Сопоставимая цена за единицу продукции, тыс. руб.
Капитальный ремонт автомобилей	2500	105	30,0
Капитальный ремонт двигателей	1200	107	8,5
Капитальный ремонт агрегатов	850	98	0,4

### Задача № 3

Выручка по производству продукции А и В выросла на 3 % и составила по продукции А в 2003 г. – 40 тыс. руб., а по продукции В в 2003 г. – 60 тыс. руб. При этом объем продукции А вырос на 5 %, а продукции В – на 7 %. Определить изменение выручки по продукции А и В в 2004 г. по сравнению с 2003 г. за счет изменения цены.

*Задача № 4*

Фонд заработной платы предприятия в 2004 г. увеличился по сравнению с 2003 г. на 8 %. При этом средняя заработная плата по 1-му цеху выросла на 2 %, а по 2-му цеху – на 3 %. Определить изменение фонда заработной платы по предприятию за счет изменения численности работников в 1-м и 2-м цехах, если фонд заработной платы 1-го цеха – 3000 тыс. руб., а 2-го цеха – 2688 тыс. руб.

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Громько, Г. Л. Общая теория статистики: практикум / Г. Л. Громько. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 139 с. – ISBN 5-86225-845-0.
2. Сборник задач по общей теории статистики: учеб. пособие / под ред. Л. К. Серга. – М: Филинь, 1999. – 360 с. – ISBN 5-89568-147-6.
3. Практикум по теории статистики: учеб. пособие / под ред. Р. А. Шмойловой. – М: Финансы и статистика, 2003. – 416 с. – ISBN 5-279-01941-0.
4. Ефимова, М. Р. Практикум по общей теории статистики: учеб. пособие / М. Р. Ефимова, О. И. Ганченко, Е. В. Петрова.– М.: Финансы и статистика, 2003. – 336 с. – ISBN 5-279-02555-0.
5. Минашкин, В. Г. Теория статистики: учеб.-практ. пособие / В. Г. Минашкин, А. Б. Гусынин, Н. А. Садовникова, Р.А. Шмойлова. – М.: МЭСИ, 1999. – 260 с. – ISBN 5-7764-0033-4.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Построение и расчет рядов динамики.....	4
Выравнивание рядов динамики.....	10
Прогнозирование рядов динамики.....	18
Экономические индексы.....	23
Библиографический список.....	29

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ «СТАТИСТИКА»

#### Часть 2

Составители:

**Марченко Елизавета Маратовна**  
**Захаров Павел Николаевич**

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой профессор В.Ф. Архипова

Редактор А.П. Володина  
Корректор Е.В. Афанасьева  
Компьютерная верстка С.В. Павлухиной

ЛР № 020275. Подписано в печать 11.04.05.  
Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.  
Печать на ризографе. Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,96. Тираж 100 экз.

Заказ

Редакционно-издательский комплекс  
Владимирского государственного университета.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.