

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности
А.А. Панфилов
«19» _____ 2016г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ»

Направление подготовки **44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) **Математическое образование**

Уровень высшего образования - **магистратура**

Форма обучения - **очная**

Семестр	Трудоёмкость, зач. ед. / час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
3	3 / 108		36	-	36	Экзамен (36)
4	2 / 72		26	-	46	Зачёт с оценкой
Итого	5 / 180		62	-	82	Экзамен (36) Зачёт с оценкой

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Основные требования к знаниям и умениям магистрантов по курсу "Избранные вопросы алгебры и теории чисел" раскрываются через требования, заложенные в стандарте. В результате освоения дисциплины студент должен:

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» являются:

- формирование вероятностно-статистического подхода к изучению действительности, теоретическая подготовка для практического применения и решения задач с использованием компьютерных программ,
- формирование математической культуры студентов;
- всестороннее развитие мышления студентов;
- формирование систематических знаний в области теории вероятностей и математической статистики;
- овладение современным аппаратом теории вероятностей и математической статистики для дальнейшего применения в других областях знания.
- овладение методами обработки результатов измерений.
- знакомство со случайными процессами.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к блоку «Дисциплины по выбору». С курса теории вероятностей и мат статистики математическое образование. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как множество, многочлен, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Поэтому для успешного усвоения курса «Избранные вопросы теории вероятностей и мат статистики» необходимо знание основных формул, изучаемых в высшей алгебре, свойств элементарных функций.

Дисциплина базируется на знаниях и навыках работы с многочленами, полученных в рамках курса высшей математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также на вузовском курсе алгебры. В ходе изучения дисциплины «Избранные вопросы теории вероятностей и мат. статистики» магистранты должны усвоить основные понятия и методы работы с многочленами, их использование для решения стандартных прикладных задач. Освоение дисциплины предусматривает приобретение навыков работы с соответствующими учебниками, учебными пособиями и монографиями

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ОК-1, ОПК-2,4, ПК-2,3.

способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень (ОК-1)

готовностью использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач (ОПК-2);

способностью осуществлять профессиональное и личностное самообразование, проектировать дальнейшие образовательные маршруты и профессиональную карьеру (ОПК-4)

способностью формировать образовательную среду и использовать профессиональные знания и умения в реализации задач инновационной образовательной политики (ПК-2);

способностью руководить исследовательской работой обучающихся (ПК-3)

Магистрант, изучивший дисциплину, должен

знать: математические основы теории вероятностей, аксиоматику теории вероятностей основные теоремы теории вероятностей , основные дискретные случайные величины и их числовые характеристики , знать структура и содержание раздела «Анализ данных»

уметь: использовать точечные оценки параметров в статистике, применять понятие о критериях согласия и проверке гипотез , использовать статистический аппарат при решении исследовательских задач ;

владеть приемами вычисления вероятностей по классической схеме с применением комбинаторных формул, основными правилами вычисления вероятностей с использованием теорем сложения, умножения и других теорем , приемами организации и руководства учебно-исследовательской деятельности обучающихся , приемами обработки результатов измерений и использованием точечных оценок и доверительных интервалов .

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п / п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Статистические закономерности..	3			4			4		4/50	
2	Статистическая устойчивость и статистическое определение вероятности.	3			4			4		4/50	рейтинг-контроль 1
3	Пространство элементарных событий. События.	3			4			4		4/50	
4	Комбинаторика и классическое определение вероятности	3			4			4		4/50	рейтинг-контроль 2
5	Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Условная вероятность и ее свойства. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость двух и более событий.	3			4			4		4/50	

6	Определение случайной величины, ее свойства. Дискретные случайные величины, закон распределения.	3			4			4		4/50	
7	Основные дискретные распределения: биномиальное, распределение Пуассона.	3			4			4		4/50	
8	Непрерывные случайные величины. Геометрическая вероятность.	3			4			4		4/50	рейтинг-контроль 3
9	Понятие о методе Монте-Карло. Независимость испытаний. Независимые испытания Бернулли	3			4			4		4/50	
	ВСЕГО	3			36			36		36/50	экзамен
1	Предельные теоремы Пуассона и Лапласа. Практическое использование приближенных формул	4			4			10		4/28	Рейтинг – контроль №1)
2	Математическое ожидание случайной величины и ее свойства. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратичное отклонение. Понятие о моментах.	4			4			10		4/28	
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме.	4			6			10		4/25	Рейтинг-контроль №2
4	Задачи математической статистики. Оценка параметров распределения.	4			6			10		4/25	

5	Доверительные интервалы. Задача об оценке независимой вероятности по частоте.	4		6		6		6/50	Рейтинг-контроль №3	
	ВСЕГО	4		26		46		26/36	зачет с оценкой	
Всего				62		82		62/43		

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Избранные вопросы теории вероятностей и мат статистики» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме. Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса. Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. Самостоятельная работа магистрантов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно- методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1,2,3 в 3,4 семестрах

Промежуточная аттестация - экзамен (3сем), зачет с оценкой (4 сем)

3 семестр

Текущий контроль

Задания к рейтинг-контролю

Рейтинг-контроль №1.

ТЕМА: методы сбора статистических данных (дискретная величина). Измеримый признак, его эмпирическое распределение, построение полигона относительных частот, вычисление выборочного среднего, медианы, моды, выборочной дисперсии и среднего квадратичного.

Постановка задачи: одной из основных задач статистики является нахождение такого описания наблюдаемых данных, при котором исследуемое явление может быть охарактеризовано посредством небольшого числа параметров.

Совокупность всех возможных значений случайной величины называют генеральной совокупностью. Множество значений случайной величины, получаемое в результате наблюдений над ней, называют выборкой. Выборка может быть повторная и бесповторная, но обязательно репрезентативная (представительная).

Способы сбора данных подразделяются на два вида:

1. без разделения генеральной совокупности на части: простой случайный бесповторный отбор, простой случайный повторный отбор,

1. с разделением генеральной совокупности на части: типический отбор, механический отбор, серийный отбор. См. В.Е.Гмурман "Теория вероятностей и математическая статистика". 2006 стр.190-191.

Состав выборки случаен, поэтому выводы о параметрах генеральной совокупности по выборке могут быть ложными. С возрастанием объема выборки вероятность правильных выводов увеличивается. Поэтому всякому решению, принимаемому по выборке, стара принимаемого решения.

Случайная величина определяется законом распределения и числовыми характеристиками: математическим ожиданием, медианой, модой, дисперсией, средним квадратичным. Точечными оценками этих параметров являются выборочное среднее, выборочная медиана, выборочная мода, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратичное, обладающие свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности. См. В.Е.Гмурман стр. 198.

Ход работы:

1. Составить вариационный ряд измерений. Данные занести в таблицу

Результаты измерений (вариационный ряд) x_i (1)	Штриховые отметки наблюдений (2)	Абсолютная частота h_i (3)	Относительная частота в процентах (4)	Относительная накопленная частота в % (5)
...	-			

В столбец (1) заносятся в порядке возрастания все результаты измерений, в столбец (2) – штриховые отметки повторяемости данного измерения (каждый пятый штрих – горизонтальный), в (3) – их количество, в (4) их относительные частоты, в (5) - относительные накопленные частоты.

Определить размах вариационного ряда $R = x_{\max} - x_{\min}$.

Для проверки правильности подсчета частот воспользоваться соотношением

$$\sum h_i = n$$

По абсолютным частотам рассчитываются относительные частоты

$$(h_i/n) 100\%$$

Таблица частот дает эмпирическое распределение случайной величины.

2. Построить полигон частот: по оси абсцисс откладываются возможные значения случайной величины, по оси ординат – абсолютные частоты. Соединив полученные точки, получим полигон частот или многоугольник распределения.
3. Найти выборочное среднее.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i h_i, \text{ где } h_i - \text{абсолютная частота } x_i.$$

4. Определить медиану $\tilde{x}$ – срединное значение.
Если число измерений нечетно, то медиана – это число, находящееся в середине упорядоченной последовательности ряда измерений. При четном числе измерений выборочная медиана равна среднему арифметическому двух, расположенных в середине значений упорядоченной последовательности.
5. Определить моду D – наиболее часто встречающееся значение в ряде измерений. Она определяется непосредственно по таблице частот, как значение признака, имеющего наибольшую частоту.
6. Определить выборочную дисперсию (несмещенную и состоятельную оценку генеральной дисперсии)

$$\overline{s^2} = \frac{1}{n-1} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 h_i$$

Найти выборочное среднее квадратичное. $\bar{s} = \sqrt{\overline{s^2}}$.

7. Все полученные данные занести в таблицу

x	$\tilde{x}$	D	$\overline{s^2}$	$\bar{s}$

Провести обработку результатов наблюдения на компьютере.

Рейтинг-контроль №2.

ТЕМА: обработка статистических данных непрерывной случайной величины. Интервальная группировка данных, построение гистограммы, вычисление выборочного среднего.

выборочной дисперсии, выборочного среднего квадратичного.

Ход работы:

1. Составить вариационный ряд измерений. Данные занести в таблицу (см. работу № 1).

Результаты измерений (вариационный ряд) x_i (1)	Штриховые отметки наблюдений (2)	Абсолютная частота h_i (3)	Относительная частота (4)	Относительная накопленная частота (5)

При большом числе измерений непрерывной случайной величины следует прибегнуть к группировке измерений, объединяя их в один класс. (Стараться не допускать совпадения границ интервалов с результатами измерений. Если же совпадение произошло, то результат засчитывается в каждый правый конец интервала (или в каждый левый, или по 0,5 в каждом из соседних интервалов по договоренности)).

При выборе ширины интервала d следует учитывать, что выбор интервала зависит от числа измерений и от размаха вариационного ряда

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Следует выбирать ширину интервала так, чтобы получилось не менее 6 и не более 20 интервалов. Рекомендуется определять количество интервалов k при заданном n из соотношения $k \leq 5 \lg n$. Можно ориентироваться на следующие значения числа интервалов в зависимости от числа измерений

n	50	100	500	1000	10000
k	8	10	13	15	20

$$\text{Ширина интервала } d \approx \frac{R}{k}$$

2. Составить таблицу

границы интервалов (1)	штриховые отметки (2)	абсолютная частота h_m (3)	относительная частота (4)	относительная накопленная частота (5)	середина интервала u_m (6)	середина условного интервала $e_m = \frac{u_m - \bar{x}_a}{d}$ (7)	$e_m h_m$ (8)	$e_m^2 h_m$ (9)
---------------------------	--------------------------	---------------------------------	------------------------------	--	------------------------------------	--	------------------	--------------------

							P=	Q=

Для проверки правильности подсчета частот воспользоваться соотношением $\sum_m h_m = n$

По абсолютным частотам рассчитывают относительные частоты (h_m/n) и относительные накопленные частоты. Таблица частот дает эмпирическое распределение случайной величины.

3. Построить гистограмму. Для построения гистограммы по оси абсцисс отложить границы интервалов (из таблицы 2), по оси ординат – абсолютные частоты (столбец 3) и построить для каждого интервала прямоугольник. Полученный ступенчатый многоугольник называется гистограммой.

Иногда удобнее строить гистограмму относительных частот, когда по оси ординат откладываются относительные частоты.



4. Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, медиану, моду и выборочное среднее квадратичное.

Для упрощения расчетов выборочного среднего и дисперсии воспользуемся введением вспомогательной величины середины интервала с наибольшей частотой (ложный нуль) $\bar{x}_a$.

Тогда $\bar{x} = \bar{x}_a + k$,

где k поправка, которая получается из следующих преобразований

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum h_m u_m = \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - \bar{x}_a + \bar{x}_a) = \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - \bar{x}_a) + \frac{1}{n} \sum h_m \bar{x}_a = \\ &= \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - \bar{x}_a) + \bar{x}_a\end{aligned}$$

$$k = \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - \bar{x}_a) = \frac{d}{n} \sum h_m (u_m - \bar{x}_a) = \frac{d}{n} \sum h_m \left(\frac{u_m - \bar{x}_a}{d} \right) = \frac{d}{n} P, \text{ где}$$

$P = \sum h_m \left(\frac{u_m - \bar{x}_a}{d} \right) = \sum h_m e_m$, где $e_m = \frac{u_m - \bar{x}_a}{d}$ - середины условных интервалов (столбец 7). В столбец 8 внести произведения $e_m h_m$

Сумму этих произведений обозначим через P.

Следовательно,

$$\bar{x} = \bar{x}_a + \frac{d}{n} P$$

5. Определим выборочную медиану по таблице частот, для чего суммируем абсолютные частоты вплоть до интервала, для которого сумма будет равна или немного меньше $n/2$. Тогда выборочная медиана располагается в следующем интервале и за $\bar{x}$ можно принять середину этого интервала.

1. Определите моду как середину интервала с наибольшей частотой.

$$D =$$

7. Вычислите выборочную дисперсию (несмещенную и состоятельную)

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_m - \bar{x})^2 h_m = \frac{d^2}{n-1} (Q - \frac{P^2}{n}),$$

где

$$P = \sum h_m \left(\frac{u_m - \bar{x}_a}{d} \right), \quad Q = \sum h_m \left(\frac{u_m - \bar{x}_a}{d} \right)^2 = \sum h_m e_m^2$$

$$\bar{s} = \sqrt{s^2} - \text{выборочное среднее квадратичное.}$$

8. Результаты внести в таблицу

$\bar{x}$	$\tilde{x}$	D	s^2	$\bar{s}$

Повести обработку результатов измерений на компьютере.

Рейтинг-контроль №3.

ТЕМА: проверка гипотезы о нормальном законе распределения.

Постановка задачи: численным методом оценки того, принадлежит ли данная выборка генеральной совокупности с нормальным распределением или нет, является критерий χ^2 ("хи" –квадрат). Пирсона. По этому методу эмпирическое распределение сравнивается

с гипотетическим теоретическим распределением генеральной совокупности и в зависимости от величины отклонения эмпирического распределения от теоретического выдвигая гипотеза принимается или отвергается.

Ход работы. Данные взять из лабораторной работы № 2. и внести их в столбцы 1 и 2 таблицы.

Выдвигается H_0 – нулевая гипотеза данные подчиняются нормальному закону распределения. H_1 – альтернативная гипотеза – данные не подчиняются нормальному закону распределения.

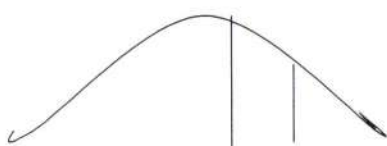
Для проверки нулевой гипотезы сравним наблюдаемые частоты – эмпирические с соответствующими теоретическими частотами того же интервала. Теоретические вероятности показывают долю площади под гауссовой кривой распределения между верхней и нижней границами интервала.

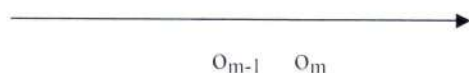
границы интервалов	h_m	$a_m = \frac{o_m - \bar{x}}{s}$	$\Phi(a_m)$	$p_m = \Phi(a_m) - \Phi(a_{m-1})$	np_m	$ h_m - np_m $	$(h_m - np_m)^2$	$(h_m - np_m)^2 / np_m$
$o_m \dots o_M$								
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
					$\Sigma =$			$\chi^2 =$

Для расчета теоретических частот np_m следует взять $\bar{x}$ и s из лабораторной работы № 2.

В столбец (3) внести значения $a_m = \frac{o_m - \bar{x}}{s}$, где o_m – верхняя граница m -ого интервала. По аргументам a_m найти вероятность нормального распределения (столбец 4) из таблиц $\Phi(x)$. Разность $\Phi(a_m) - \Phi(a_{m-1})$ дает теоретическую вероятность p_m m -ого интервала. (столбец 5).

В столбец (6) вносят теоретические частоты np_m . Для проверки правильности вычислений воспользоваться свойством $\sum np_m = n$





Замечание: для первого интервала p_m вычисляют как разность $\Phi(a_2) - \Phi(-\infty)$, а для последнего интервала вероятность вычисляется как разность между $\Phi(\infty)$ и предпоследним значением функции Φ .

С целью проверки гипотезы H_0 рассчитывается величина критерия

$$\chi^2 = \sum \frac{(h_m - np_m)^2}{np_m}$$

Соответствующая данной реализации случайная величина приближенно имеет распределение χ^2 с $k-1$ степенью свободы, где k – число интервалов.

Замечание: для того, чтобы величина критерия приближенно обладала распределением "Хи-квадрат", теоретические частоты должны быть не слишком малы. Для всех интервалов должно быть выполнено соотношение $np_m \geq 5$,

Если в некоторых интервалах это соотношение нарушено, соседние интервалы следует объединить в один. Число интервалов сокращается к*. Тогда число степеней свободы подсчитывается как $(k* - 2) - 1$. Вычитается 2, так как два параметра $\bar{x}$ и $\bar{s}$ взяты из выборочных данных.

Выбрать уровень значимости α , по таблицам распределения "Хи-квадрат" при полученном числе степеней свободы находят критическую точку $\chi'^2_{\alpha, (k*-2)-1}$.

Если для рассчитанной величины критерия χ^2 выполняется неравенство

$\chi^2 \geq \chi'^2_{\alpha, (k*-2)-1}$, то гипотеза H_0 отклоняется. в противном случае отклонения не происходит, так как расхождение между теоретическими и наблюдаемыми частотами не является значимым и ничто не противоречит допущению о том, что выборка взята именно из генеральной совокупности, имеющей нормальное распределение.

Если проверяется гипотеза о распределении Пуассона, при определении числа степеней свободы из числа интервалов вычитается 1, а не 2, т.к. для получения теоретических частот используется один выборочный параметр x .

Провести обработку результатов на компьютере.

Вопросы к экзамену по курсу «Избранные вопросы теории вероятностей и математической статистики»

Семестр 3

1. Какие события называются противоположными?

2. Что такое несовместные события?
3. Можно ли утверждать, что несовместные события противоположны?
4. Если да, то в каком смысле?
5. Что такое полное пространство событий?
6. Сформулируйте классическое определение вероятности.
7. Может ли объединение двух событий совпадать с их совместным осуществлением?
8. Событие В влечет за собой А, Следует ли отсюда, что $\bar{B}$ влечет за собой $\bar{A}$?
9. Из генеральной совокупности n элементов производится выборка объема g . Заполните таблицу формул для выборок
10. Какие события называются независимыми?
11. Зависимы или независимы:
 - a. а) несовместные события,
 - b. б) события, образующие полное пространство событий,
 - c. в) равновозможные события
12. 3. Пусть события А и В определены в одном и том же вероятностном пространстве и не являются тождественными. Упорядочить, используя знаки $<, >, =$ следующие величины $0; p(A \cup B); p(A \cap B); p(A/B); p(A)+p(B)$
 - a. а) если А и В несовместны
 - b. б) А и В независимы
13. Что такое дискретная случайная величина?
14. Какую случайную величину можно отнести к непрерывному типу?
15. Что такое функция распределения и каковы ее свойства. Каковы особенности графиков функции распределения для дискретных и непрерывных случайных величин?

4 семестр

Текущий контроль

Рейтинг-контроль № 1.

Задача 1. Вероятность поражения мишени при каждом выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 10 выстрелах мишень будет поражена ровно 8 раз. Изменится ли вероятность попадания, если число выстрелов и поражений мишени увеличится в 10 раз?

Задача 2. Даны 5 наблюдений над случайной величиной скорости автомобилей на одном из участков шоссе (км/ч): $X_1 = 85.9; X_2 = 89.1; X_3 = 72.3; X_4 = 82.5; X_5 = 70.6$. Требуется построить доверительный интервал для математического ожидания m при $\gamma = 0.95$, когда дисперсия σ^2 - неизвестна. Как изменится доверительный интервал, если при тех же значениях средней скорости и выборочной дисперсии число наблюдений возрастет в 10 раз?

Задача 3. Социологические обследования дали следующие результаты. Из 1000 опрошенных людей 849 никогда не обращались за юридической консультацией, из них 649 занимаются предпринимательской деятельностью, а 200 работают на государственных предприятиях. И из 151 обратившегося респондента 101 человек занимался предпринимательской деятельностью, а 50 – нет. По имеющимся данным: 1) построить таблицу сопряженности; 2) оценить условные и безусловные вероятности признаков; 3) оценить

тесноту связи между признаками; 4) при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков; 5) изменится ли характер зависимости, если все данные увеличить в 25 раз?

Задача 4. Случайная величина X - число лет, которые служащие проработали в торговой компании; Y - сколько отпусков за это время они брали в этой компании. Результаты наблюдений над случайными величинами X и Y : приведены в следующей таблице:

X	2	3	4	5
Y	3	4	6	8

Построить уравнения прямых регрессий Y по X и X по Y . Найти выборочный коэффициент линейной корреляции r_{XY}^* .

Задача 5. При обработке наблюдений из 900 торговых точек за количеством проданных шампуней и соответствующих им лечебных бальзамов был найден выборочный коэффициент линейной корреляции $r_{XY}^* = 0.8$. По имеющимся данным построить доверительный интервал для коэффициента линейной корреляции r_{XY} с доверительной вероятностью $\gamma = 0.95$.

Рейтинг-контроль № 2.

1. В ходе этнографической экспедиции по двум этнокультурным группам (районам) Архангельской области были выявлены наиболее часто встречающиеся узоры русской вышивки: конь и крылатая птица. На основе частоты появления этих образов орнамента в обследуемых этнокультурных группах была составлена следующая таблица:

Район	конь	крылатая птица
Онежский	7	40
Плисецкий	11	17

По имеющимся данным построить таблицу сопряженности и по ней 1) оценить тесноту связи между признаками; 2) при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков: вид орнамента и принадлежность его к определенной группе.

2. В ходе медицинского обследования стояла задача проверить аллергенность нового препарата. Из 100 пациентов с одним и тем же заболеванием часть принимала старый общеизвестный препарат X , а часть принимала новый препарат Y . Из принимавших старый препарат: у 48 человек была нормальная реакция, а у 4 человек обнаружена аллергия. Среди тех, кто принимал новый препарат: у 42 зафиксирована нормальная реакция, а у 6 человек аллергия. Проверить гипотезу о равенстве вероятностей возникновения аллергии при применении препаратов X и Y , когда уровень значимости равен 0,02. останется ли принятое решение о проверке данных гипотез справедливым, если при тех же значениях частостей число пациентов возрастет в 10 раз?

3. На заводе изготовлен новый игровой автомат, который должен обеспечить появление выигрыша в одном случае из 100 бросаний монеты. Для проверки годности автомата произведено 400 испытаний, где выигрыш появился 5 раз. Оценить вероятность появления выигрыша. Построить приближенные доверительные границы для этой вероятности при $\gamma = 0.9973$, используя: преобразование арксинуса. Как изменится доверительный интервал, если при той же частоте появления выигрыша число наблюдений возрастет в 20 раз?

4. Результаты наблюдений над величинами X и Y приведены в следующей таблице:

X	1	2	-1	3
Y	2	3	1	4

Предполагая, что между X и Y имеется зависимость вида $Y = aX + b$ найти неизвестные коэффициенты a и b по методу наименьших квадратов. Вычислить Y при $X_5 = 1.5$; $X_6 = 4$.

Рейтинг-контроль № 3.

1. Из 450 деталей, изготовленных станком-автоматом оказалось 39 нестандартных. Оценить вероятность того, что произвольным образом взятая деталь окажется стандартной. Используя преобразование арксинуса, построить приближенные доверительные границы для этой вероятности при $\gamma = 0.999$. Как изменится доверительный интервал, если при той же частоте изготовления стандартных деталей число наблюдений возрастет в 25 раз?

2. В ходе социологических исследований, стояла задача выявить, зависят ли миграционные установки выпускников от того, в каком регионе они живут. Результаты опроса представлены в таблице:

Город	Навсегда уехать	Жить в своем городе постоянно
Пермь	656	556
Екатеринбург	344	444

По имеющимся данным построить таблицу сопряженности и по ней 1) оценить тесноту связи между признаками; 2) при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков: место жительства респондента и его миграционная установка. Изменится ли принятое решение, если все данные увеличить в 40 раз?

3. Пусть вероятность того, что автомат по продаже горячих напитков сработает равна 0,97. Пользуясь теоремой Бернулли, оценить вероятность того, что при использовании 1000 наборов из купюр в автомате отклонение частоты правильной работы автомата от ее вероятности не превысит по абсолютной величине 0,02.

4. Результаты наблюдений над величинами X и Y приведены в следующей таблице:

X	0	1	5	6
Y	5	3	4	7

Предполагая, что между X и Y имеется зависимость вида $Y = aX^2 + bX + c$ найти неизвестные коэффициенты a , b и c по методу наименьших квадратов. Вычислить Y при $X_5 = 1.5$; $X_6 = 7$.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы магистрантов

Задания для самостоятельной работы

1. Из генеральной совокупности n элементов производится выборка объема g . Заполнить таблицу формул для выборок

из n по g	упорядоченные выборки	неупорядоченные выборки
с повторениями элементов		
без повторения элементов		

Варианты ответов: C_n^g , A_n^g , n^g , C_{n+g-1}^g

2. Имеются n ячеек и g частиц. Найдите вероятность того, что заняты какие-либо g ячеек в статистиках

а) Максвелла-Больцмана, ответ $p =$

б) Бозе-Эйнштейна, ответ..... $p=$

в) Ферми-Дирака. ответ..... $p=$

Варианты ответов: 1) $1/C_n^r$, 2) C_n^r/A_n^r , 3) $r!/A_n^r$, 4) $1/C_{n+r-1}^r$, 5) C_n^r/C_{n+r-1}^r 6) A_n^r/n^r ,
7) $1/n^r$, 8) 1

3.. Пусть события A и B определены в одном и том же пространстве и не являются тождественными. Упорядочить, используя знаки $=, >, <$ следующие величины: 0, $p(A \cup B)$,

$p(A/B)$, $p(A)+p(B)$, $p(A \cap B)$

а) если A и B несовместны

б) A и B независимы

Ответ:

а)

б)

4. Может ли при каком-либо значении аргумента

а) функция распределения быть больше 1 ответ.....

б) функция плотности вероятности больше 1 ответ.....

в) функция распределения быть отрицательной ответ.....

г) функция плотности вероятности быть отрицательнойответ

Ответ выбирается из двух вариантов **да, нет**

5. К случайной величине X прибавили постоянную неслучайную величину a. Как изменятся ее характеристики:

а) математическое ожидание ответ:.....

б) дисперсия ответ:.....

в) среднее квадратичное ответ:.....

Выбрать нужный ответ:

1) увеличится на a, 2) не изменится, 3) уменьшится на a

6. Случайную величину X умножили на постоянную величину a. Как от этого изменятся ее характеристики:

а) математическое ожидание ответ

б) дисперсия ответ.....,

в) среднее квадратичное ответ:.....

Выбрать нужный вариант:

1) не изменится, 2) увеличится на a, 3) увеличится в a раз, 4) увеличится в a^2 раз

7. Установите соответствие между видом случайной величины и ее математическим ожиданием

формула	непрерывная	дискретная	случайная ве-	случайная
---------	-------------	------------	---------------	-----------

математического ожидания	случайная величина	случайная величина	личина, имеющая распределение Пуассона	величина, имеющая распределение Бернулли
$M(X) = \sum x_i p_i$				
$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$				
$M(X) = np$				
$M(X) = \lambda$				

Вставьте в таблицу соответствующую формулу.

8. Установите соответствие между видом случайной величины и ее дисперсией

формула дисперсии	непрерывная случайная величина	дискретная случайная величина	случайная величина, имеющая распределение Пуассона	случайная величина, имеющая распределение Бернулли
$\sigma^2 = npq$				
$\sigma^2 = \lambda$				
$\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 p_i$				
$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$				

Вставьте в таблицу соответствующую формулу.

9. Максимальное значение плотности распределения нормально распределенной случайной величины X равно $\frac{1}{4\sqrt{\pi}}$.

Дисперсия этого распределения равна.....

Варианты ответов: 4, 2, 8, 16.

10. Две случайные величины имеют нормальные распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсиями 1 и 4 соответственно. У какой случайной величины больше вероятность принять значение в интервале $(-1, +1)$.
 Ответ:.....

Ответ дать не пользуясь таблицами. Ответ выбрать из двух вариантов: 1) у первой, 2) у второй

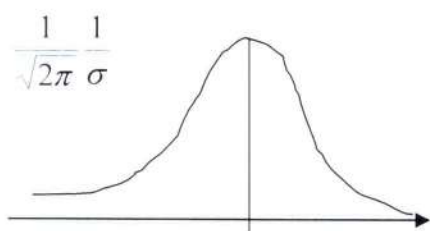
11. Установите соответствие между формулой и определенной по ней вероятности

формула	$p_{k,n}$	$p(k_1 < k < k_2)$	$p(k - np < g \sigma)$
$\frac{f(x)}{\sqrt{npq}}$, где $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$			
$\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$			
$C_n^k p^k q^{n-k}$			
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, где $x = \frac{r - np}{\sqrt{npq}}$			
$2\Phi(g)$, где $\Phi(g) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^g e^{-\frac{x^2}{2}} dx$			
$\sum_{k_1}^{k_2} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$			

Заполните соответствующие клетки таблицы.

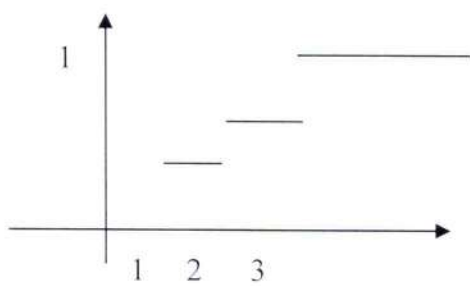
12. Установите соответствие между видом распределения и его математическим ожиданием

- | | |
|--|------------|
| 1) биномиальное распределение | ответ..... |
| 2) распределение Пуассона | ответ |
| 3) геометрическое распределение | ответ |
| 4) равномерное распределение на отрезке $[a, b]$ | ответ |

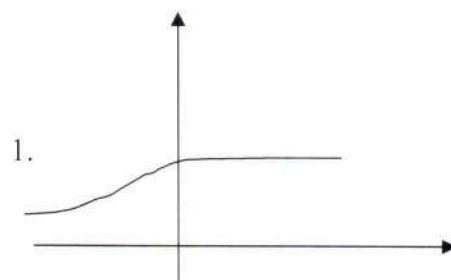
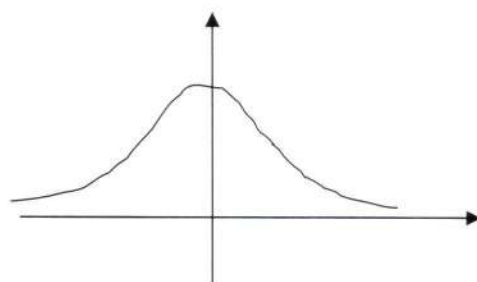


a

C)



D)



Вопросы к зачету с оценкой по курсу «Избранные вопросы по алгебре и теории чисел»

Семестр 4

1. Какова связь между функцией распределения и функцией плотности вероятности?
2. Какие случайные величины называются независимыми?
3. Может ли при каком либо значении аргумента функция распределения быть больше 1, плотность распределения больше 1, функция распределения отрицательной, плотность распределения отрицательной?
4. Сформулируйте геометрическое определение вероятности. Может ли при данном определении вероятность события быть равной нулю, а событие не быть невозможным? Приведите пример.
5. Каким может быть наибольшее и наименьшее наивероятнейшее число успехов в испытаниях Бернулли?
6. В чем состоит независимость испытаний Бернулли?
7. Приближенная формула Пуассона к формуле Бернулли и условия ее применимости.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа и условия ее применимости.
9. Свойства и график функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
10. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и условия ее применимости.
11. Функция $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, ее свойства и график.
12. Каким может быть наибольшее и наименьшее наивероятнейшее число успехов в испытаниях Бернулли?
13. Как найти математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины?
14. Перечислите свойства математического ожидания.
15. Каков физический смысл математического ожидания?
16. Дисперсия дискретной и непрерывной случайной величины.
17. Перечислите свойства дисперсии.
18. Какие случайные величины называются независимыми?
19. К случайной величине X прибавили неслучайную величину a . Как от этого изменятся ее характеристики: а) математическое ожидание, б) дисперсия, в) среднее квадратичное?
20. Случайную величину X умножили на постоянную величину a . Как от этого изменятся ее характеристики: а) математическое ожидание, б) дисперсия, в) среднее квадратичное?
21. Что такое ковариация и может ли она служить мерой зависимости между случайными величинами?

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К, 2014 – 234 с.°	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394021084.html	20	100%
2	Яковлев В. П. Яковлев В. П. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / В. П. Яковлев. - 3-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К. 2012. – 240 с.	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394016363.html	20	100%
3	Кочетков Е.С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - 2-е изд., испр. и перераб. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 240 с.	2014		ЭБС «znanium» http://znanium.com/978-5-16-101376-2.html	20	100%
Дополнительная литература						
1	Е.Н. Гусева Теория вероятностей и математическая статистика : [электронный ресурс] учеб. пособие / Е. Н. Гусева. -5-е изд., стереотип. - М.: ФЛИНТА	2011		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976511927.html	20	100%
2	Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е издание, исправленное. - М.: Издательство Московского университета - 2011. - 368 с. -	2011		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785211058460.html	20	100%
3	Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И Теория вероятностей: учебник для экономических и гуманитарных специальностей. - М.: МЦНМО, 2009.- 256 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575405.html	20	100%
4	А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов Математика в экономике. Ч. 3. Теория вероятностей и математическая статистика[Электронный ресурс] : учебник: в 3-х ч. / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. - М. : Финансы и статистика, 2008 – 345 с..	2008		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279032686.html	20	100%
5	Шапкин А.С. Задачи по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическом	2010		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/bo	20	100%

	у программированию с решениями [Электронный ресурс] / Шапкин А.С. - М. : Дашков и К, 2010. – 432 с.			ok/ISBN9785394008856.html		
--	---	--	--	---------------------------	--	--

Интернет-ресурсы:

<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>

http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB

<http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf>

видеокурс -

www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info

Примеры по курсу -

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp> тесты для самоконтроля - fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm

учебник -

<http://wwwcdl.bmstu.ru/fnl/LinAlg.pdf>

учебное пособие -

<http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

Периодические издания:

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"

<http://kvant.mccme.ru/key.htm>

2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"

http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus

3. Сибирский математический журнал

<http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm>

4. Журнал «Математические заметки»

<http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1>

5. Журнал вычислительной математики и математической физики.

6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

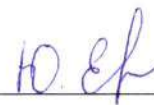
8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, средства мультимедиа

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.04.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) Математическое образование.

Рабочую программу составил к.ф.-м.н., доцент Евсеева Ю.Ю.



Рецензент

(представитель работодателя) МАОУ Гимназия № 3



Мартьянова Г. И.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № 9 от 16.05 2016 года.

Заведующий кафедрой  д. ф.-м. н., профессор В. В. Жиков

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.04.01 Педагогическое образование

Протокол № 5 от 29.08 2016 года.

Председатель комиссии  к. филол. н., доцент М. В. Артамонова

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Педагогический институт
Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

В. В. Жиков В. В. Жиков
« 16 » 05 20 16

Основание:
решение кафедры
от « 16 » 05 20 16

Протокол № 9

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ»

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника Магистр

Владимир 2016

Содержание

- 1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Избранные вопросы теории вероятностей и математической статистики»**
- 2. Перечень формируемых компетенций и этапы их формирования**
 - 2.1. Формируемые компетенции
 - 2.2. Процесс формирования компетенций
- 3. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках текущего контроля**
 - 3.1. Виды оценочных средств, используемых для текущего контроля:
 - коллоквиум
 - контрольная работа
 - тест
 - 3.2. Критерии оценки сформированности компетенций:
 - участия в коллоквиуме
 - контрольной работы
 - результатов тестирования
- 4. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках промежуточного контроля**
 - 4.1. Вопросы к зачету с оценкой по дисциплине «Избранные вопросы теории вероятностей и математической статистики»
 - 4.2. Вопросы к зачету с оценкой по дисциплине «Избранные вопросы теории вероятностей и математической статистики»
 - 4.3. Критерии оценки сформированности компетенций на зачете с оценкой
 - 4.4. Критерии оценки сформированности компетенций на экзамене

**1. Паспорт фонда оценочных средств
по дисциплине «Избранные вопросы теории вероятностей и математической
статистики»**

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование, направленность
Математическое образование

Дисциплина: «**Избранные вопросы теории вероятностей и математической статистики**»

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой (3 семестр), экзамен (4 семестр)

2. Перечень формируемых компетенций и этапы их формирования

2.1. Формируемые компетенции

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие
результаты образования: ОК-1, ОПК-2,4, ПК-2,3.

способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, способностью
совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень (ОК-1)

готовностью использовать знание современных проблем науки и образования при решении
профессиональных задач (ОПК-2);

способностью осуществлять профессиональное и личностное самообразование,
проектировать дальнейшие образовательные маршруты и профессиональную карьеру (ОПК-
4)

способностью формировать образовательную среду и использовать профессиональные
знания и умения в реализации задач инновационной образовательной политики (ПК-2);

способностью руководить исследовательской работой обучающихся (ПК-3)

знать: математические основы теории вероятностей (Z^1), аксиоматику теории вероятностей
основные теоремы теории вероятностей (Z^2), основные дискретные случайные величины и их
числовые характеристики, знать структура и содержание раздела «Анализ данных» (Z^3)

уметь: использовать точечные оценки параметров в статистике, применять понятие о
критериях согласия и проверке гипотез (Y^1), использовать статистический аппарат при
решении исследовательских задач (Y^2);

владеть приемами вычисления вероятностей по классической схеме с применением
комбинаторных формул (H^1), основными правилами вычисления вероятностей с
использованием теорем сложения, умножения и других теорем, приемами организации и
руководства учебно-исследовательской деятельности обучающихся (H^2), приемами
обработки результатов измерений и использованием точечных оценок и доверительных
интервалов (H^3).

Студенты, изучающие дисциплину «Избранные вопросы теории вероятностей и
математической статистики», также должны овладеть **профессиональной компетенцией
(ПКст)**, закрепленной в **Профессиональном стандарте педагога** (утвержден приказом
Министерства труда и социальной защиты №544н от 18 октября 2013г.): Совместно с

обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся (Y^3).

2.2. Процесс формирования компетенций

№	Контролируемые темы, разделы (в соответствии с рабочей программой дисциплины)	Формируемые компетенции	Последовательность (этапы) формирования компетенций								
			З			У			Н		
			З ¹	З ²	З ³	У ¹	У ²	У ³	Н ¹	Н ²	Н ³
1.	Статистические закономерности. Статистическая устойчивость и статистическое определение вероятности. Пространство элементарных событий. События. Комбинаторика и классическое определение вероятности..	ОК-1, ПК-2	+			+			+	+	
2.	Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Условная вероятность и ее свойства. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость двух и более событий.	ПК-3, ОПК-4	+			+			+	+	
3.	Определение случайной величины, ее свойства. Дискретные случайные величины, закон распределения. Основные дискретные распределения: биномиальное, распределение Пуассона.	ОПК-2, ПКст		+							
4.	Непрерывные случайные величины. Геометрическая вероятность. Понятие о методе Монте-Карло. Независимость испытаний. Независимые испытания Бернулли.	ПК-3, ОК-1		+							
5.	Предельные теоремы Пуассона и Лапласа. Практическое использование приближенных формул..	ПК-2, ОПК-2			+		+				
6.	Математическое ожидание случайной величины и ее свойства. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратичное отклонение. Понятие о моментах.	ОК-1, ОПК-2					+				+
7.	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме	ОПК-4, ПК-3			+		+		+		
8.	Задачи математической статистики. Оценка параметров распределения. Доверительные интервалы. Задача об оценке независимой вероятности по	ПК-2, ОПК-2			+		+	+			+

	частоте.										
9.	Понятие о критериях согласия. Понятие о простейших случайных процессах.	ПКст						+			

3. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках текущего контроля

3.1. Виды оценочных средств, используемых для текущего контроля

№	Контролируемые темы, разделы (в соответствии с рабочей программой дисциплины)	Формируемые компетенции	Виды оценочных средств
1.	Статистические закономерности. Статистическая устойчивость и статистическое определение вероятности. Пространство элементарных событий. События. Комбинаторика и классическое определение вероятности..	ОК-1, ПК-2	Коллоквиум 1.
2.	Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Условная вероятность и ее свойства. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость двух и более событий.	ПК-3, ОПК-4	Коллоквиум 2. Контрольная работа (Рейтинг №1)
3.	Определение случайной величины, ее свойства. Дискретные случайные величины, закон распределения. Основные дискретные распределения: биномиальное, распределение Пуассона.	ОПК-2, ПКст	Коллоквиум 3.
4.	Непрерывные случайные величины. Геометрическая вероятность. Понятие о методе Монте-Карло. Независимость испытаний. Независимые испытания Бернулли.	ПК-3, ОК-1	Коллоквиум 4.
5.	Предельные теоремы Пуассона и Лапласа. Практическое использование приближенных формул..	ПК-2, ОПК-2	Коллоквиум 5.
6.	Математическое ожидание случайной величины и ее свойства. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратичное отклонение. Понятие о моментах.	ОК-1, ОПК-2	Контрольная работа (Рейтинг №2).
7.	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме	ОПК-4, ПК-3	Коллоквиум 6.
8.	Задачи математической статистики. Оценка параметров распределения. Доверительные интервалы. Задача об оценке независимой вероятности по частоте.	ПК-2, ОПК-2	Тест 1.
9.	Понятие о критериях согласия. Понятие о простейших случайных процессах.	ПКст	Коллоквиум 7. Контрольная работа (Рейтинг №3)

Вопросы для коллоквиумов

№	Тема коллоквиума	Вопросы к коллоквиуму									
1.	Статистические закономерности. Статистическая устойчивость и статистическое определение вероятности. Пространство элементарных событий, события. Комбинаторика и классическое определение вероятности	1. Какие события называются противоположными? 2. Что такое несовместные события? 3. Можно ли утверждать, что несовместные события противоположны? Если да, то в каком смысле? 4. Что такое полное пространство событий? 5. Сформулируйте классическое определение вероятности. 6. Может ли объединение двух событий совпадать с их совместным осуществлением? 7. Событие В влечет за собой А, Следует ли отсюда, что $\bar{B}$ влечет за собой $\bar{A}$? 8. Из генеральной совокупности n элементов производится выборка объема n. Заполните таблицу формул для выборок <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">из n по n</th><th style="width: 33%;">с повторением элементов</th><th style="width: 33%;">без повторения элементов</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>упорядоченная</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>неупорядоченная</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> 9. Имеется n ячеек и n частиц. Найдите вероятность фиксированного распределения частиц по ячейкам в статистиках: а) Максвелла-Больцмана, б) Бозе-Эйнштейна, в) Ферми-Дирака.	из n по n	с повторением элементов	без повторения элементов	упорядоченная			неупорядоченная		
из n по n	с повторением элементов	без повторения элементов									
упорядоченная											
неупорядоченная											
2.	Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Условная вероятность и ее свойства. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость двух и более событий.	1. Какие события называются независимыми? 2. Зависимы или независимы: а) несовместные события, б) события, образующие полное пространство событий, в) равновозможные события 3. Пусть события А и В определены в одном и том же вероятностном пространстве и не являются тождественными. Упорядочить, используя знаки $<, >, =$ следующие величины 0; $p(A \cup B)$; $p(A \cap B)$; $p(A/B)$; $p(A)+p(B)$ а) если А и В несовместны б) А и В независимы.									
3.	Определение случайной	1. Что такое дискретная случайная величина?									

	величины, ее свойства. Дискретные случайные величины, закон распределения. Основные дискретные распределения: биномиальное, распределение Пуассона.	2. Какую случайную величину можно отнести к непрерывному типу? 3. Что такое функция распределения и каковы ее свойства. Каковы особенности графиков функции распределения для дискретных и непрерывных случайных величин? 4. Какова связь между функцией распределения и функцией плотности вероятности?
4.	Непрерывные случайные величины. Геометрическая вероятность. Понятие о методе Монте-Карло. Независимость испытаний. Независимые испытания Бернулли.	1. Какие случайные величины называются независимыми? 2. Может ли при каком либо значении аргумента функция распределения быть больше 1, плотность распределения больше 1, функция распределения отрицательной, плотность распределения отрицательной? 3. Сформулируйте геометрическое определение вероятности. Может ли при данном определении вероятность события быть равной нулю, а событие не быть невозможным? Приведите пример. 4. Каким может быть наибольшее и наименьшее наивероятнейшее число успехов в испытаниях Бернулли
5.	Предельные теоремы Пуассона и Лапласа. Практическое использование приближенных формул..	1. В чем состоит независимость испытаний Бернулли? 2. Приближенная формула Пуассона к формуле Бернулли и условия ее применимости. 3. Локальная теорема Муавра-Лапласа и условия ее применимости. 4. Свойства и график функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 5. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и условия ее применимости. 6. Функция $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, ее свойства и график. 7. Каким может быть наибольшее и наименьшее наивероятнейшее число успехов в испытаниях Бернулли
6.	Математическое ожидание случайной величины и ее свойства. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратичное отклонение. Понятие о моментах	1. Доказать, что если X и Y независимые случайные величины, то $D(X \cdot Y) = D(X)D(Y) + (M(X))^2 D(Y) + (M(Y))^2 D(X), \text{ т.е. } D(XY) > D(X)D(Y).$ 2. При каком значении C $M(X-C)^2$ принимает минимальное значение. Докажите, что если $x \in [0, a]$, то $D \leq \frac{a^2}{4}$ $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ - случайные величины с $M(x_i) = 0$, $D(x_i) = \sigma^2$. $Y_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_7$, $Y_2 = x_4 + x_5 + \dots + x_{10}$. Найти $\text{cov}(Y_1, Y_2)$.

		3. X – случайная величина с математическим ожиданием 0 и средним квадратичным 1. Оцените снизу $p(-3 \leq x \leq 3)$. Оцените сверху $p(x \geq 3)$. 4. X – случайная величина с математическим ожиданием 7 и средним квадратичным, равным 2. При каком значении k выполняется неравенство $p(x-7 \leq k) > 0,99$? 5. Две случайные величины имеют нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 0 и $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2$. У какой случайной величины больше вероятность принять значение в интервале $(-t, t)$? (не пользуясь таблицами.).
7.	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме.	1. Сформулируйте неравенство Чебышева. 2. Каков вероятностный смысл теоремы Чебышева и ее практическое значение. 3. В чем состоит закон больших чисел в форме Бернулли и его практическое значение. 4. Центральная предельная теорема и ее значение для обоснования роли нормального распределения в теории вероятностей и математической статистике. 5. Случайные процессы и их виды. 6. Какой процесс называется стационарным, ординарным? 7. Основная характеристика марковского процесса. Пуассоновский процесс и его значение в теории массового обслуживания
8.	Задачи математической статистики. Оценка параметров распределения. Доверительные интервалы. Задача об оценке независимой вероятности по частоте..	1. Перечислите некоторые задачи статистики. 2. Что такое генеральная совокупность и выборка? 3. Что такое вариационный ряд? 4. Что такое полигон и гистограмма? 5. Каковы точечные оценки генеральной средней, генеральной дисперсии, и генерального стандартного отклонения? 6. ?
9.	Понятие о критериях согласия. Понятие о простейших случайных процессах.	1. Какие требования предъявляются к точечным оценкам в статистике? 2. Что такое доверительный интервал? 3. Как находится доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной совокупности при известном и неизвестном среднем квадратичном? 4. Что такое статистический критерий? Влияет ли уровень значимости на надежность оценки

Задания к контрольным работам

Контрольная работа № 1. (Рейтинг №1)

ТЕМА: методы сбора статистических данных (дискретная величина). Измеримый признак, его эмпирическое распределение, построение полигона относительных частот, вычисление выборочного среднего, медианы, моды, выборочной дисперсии и среднего квадратичного.

Постановка задачи: одной из основных задач статистики является нахождение такого описания наблюдаемых данных, при котором исследуемое явление может быть охарактеризовано посредством небольшого числа параметров.

Совокупность всех возможных значений случайной величины называют генеральной совокупностью. Множество значений случайной величины, получаемое в результате наблюдений над ней, называют выборкой. Выборка может быть повторная и бесповторная, но обязательно репрезентативная (представительная).

Способы сбора данных подразделяются на два вида:

- 1.) без деления генеральной совокупности на части: простой случайный бесповторный отбор, простой случайный повторный отбор,
- 2.) с делением генеральной совокупности на части: типический отбор . механический отбор, серийный отбор. См. В.Е.Гмурман "Теория вероятностей и математическая статистика".2006 стр.190-191.

Состав выборки случаен, поэтому выводы о параметрах генеральной совокупности по выборке могут быть ложными. С возрастанием объема выборки вероятность правильных выводов увеличивается.. Поэтому всякому решению, принимаемому по выборке, стараются поставить в соответствие вероятность, характеризующую степень достоверности принимаемого решения.

Случайная величина определяется законом распределения и числовыми характеристиками: математическим ожиданием, медианой, модой, дисперсией, средним квадратичным. Точечными оценками этих параметров являются выборочное среднее, выборочная медиана, выборочная мода, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратичное, обладающие свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности. См. В.Е.Гмурман стр. 198.

Ход работы:

1. Составить вариационный ряд измерений. Данные занести в таблицу

Результаты измерений (вариационный ряд) x_i (1)	Штриховые отметки наблюдений (2)	Абсолютная частота h_i (3)	Относительная частота в процентах (4)	Относительная накопленная частота в % (5)
...	-			
....				

В столбец (1) заносятся в порядке возрастания все результаты измерений, в столбец (2) – штриховые отметки повторяемости данного измерения (каждый пятый штрих – горизонтальный), в (3) – их количество, в (4) их относительные частоты, в (5) – относительные накопленные частоты.

Определить размах вариационного ряда $R = x_{\max} - x_{\min}$.

Для проверки правильности подсчета частот воспользоваться соотношением

$$\sum h_i = n$$

По абсолютным частотам рассчитываются относительные частоты

$$(h_i/n) 100\%$$

Таблица частот дает эмпирическое распределение случайной величины.

2. Построить полигон частот: по оси абсцисс откладываются возможные значения случайной величины, по оси ординат – абсолютные частоты. Соединив полученные точки, получим полигон частот или многоугольник распределения.
3. Найти выборочное среднее.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i h_i, \text{ где } h_i - \text{абсолютная частота } x_i.$$

4. Определить медиану $\tilde{x}$ срединное значение.
Если число измерений нечетно, то медиана – это число, находящееся в середине упорядоченной последовательности ряда измерений. При четном числе измерений выборочная медиана равна среднему арифметическому двух, расположенных в середине значений упорядоченной последовательности.

5. Определить моду D – наиболее часто встречающееся значение в ряде измерений. Она определяется непосредственно по таблице частот, как значение признака, имеющего наибольшую частоту.

6. Определить выборочную дисперсию (несмещенную и состоятельную оценку генеральной дисперсии)

$$\overline{s^2} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 h_i$$

Найти выборочное среднее квадратичное. $s = \sqrt{\overline{s^2}}$.

7. Все полученные данные занести в таблицу

x	$\tilde{x}$	D	$\overline{s^2}$	s

Провести обработку результатов наблюдения на компьютере.

Контрольная работа (Рейтинг № 2)

ТЕМА: обработка статистических данных непрерывной случайной величины. Интервальная группировка данных, построение гистограммы, вычисление выборочного среднего, выборочной дисперсии, выборочного среднего квадратичного.

Ход работы:

1. Составить вариационный ряд измерений. Данные занести в таблицу (см. работу № 1).

Результаты измерений (вариационный ряд) x_i (1)	Штриховые отметки наблюдений (2)	Абсолютная частота h_i (3)	Относительная частота (4)	Относительная накопленная частота (5)

При большом числе измерений непрерывной случайной величины следует прибегнуть к группировке измерений, объединяя их в один класс. (Стараться не допускать совпадения границ интервалов с результатами измерений. Если же совпадение произошло, то результат засчитывается в каждый правый конец интервала (или в каждый левый, или по 0,5 в каждом из соседних интервалов по договоренности)).

При выборе ширины интервала d следует учитывать, что выбор интервала зависит от числа измерений и от размаха вариационного ряда

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Следует выбирать ширину интервала так, чтобы получилось не менее 6 и не более 20 интервалов. Рекомендуется определять количество интервалов k при заданном n из соотношения $k \leq 5 \lg n$. Можно ориентироваться на следующие значения числа интервалов в зависимости от числа измерений

n	50	100	500	1000	10000
k	8	10	13	15	20

$$\text{Ширина интервала } d \approx \frac{R}{k}$$

2. Составить таблицу

границы интерв	штриховые отметки	абсолютная частота	относительная частота	относительная	середина на интерв	середина условного интервала		
----------------	-------------------	--------------------	-----------------------	---------------	--------------------	------------------------------	--	--

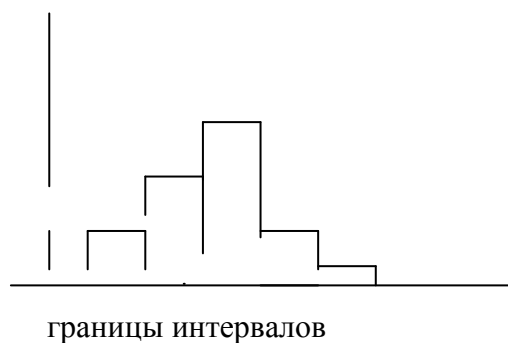
алов	и	а h_m		нако плен ная частота (5)	ала u_m	$e_m = \frac{u_m - x_a}{d}$	$e_m h_m$	$e_m^2 h_m$
(1)	(2)	(3)	(4)		(6)	(7)	(8)	(9)
							P=	Q=

Для проверки правильности подсчета частот воспользоваться соотношением $\sum_m h_m = n$

По абсолютным частотам рассчитывают относительные частоты (h_m/n) и относительные накопленные частоты. Таблица частот дает эмпирическое распределение случайной величины.

3. Построить гистограмму. Для построения гистограммы по оси абсцисс отложить границы интервалов (из таблицы 2), по оси ординат – абсолютные частоты (столбец 3) и построить для каждого интервала прямоугольник. Полученный ступенчатый многоугольник называется гистограммой.

Иногда удобнее строить гистограмму относительных частот, когда по оси ординат откладываются относительные частоты.



4. Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, медиану, моду и выборочное среднее квадратичное.

Для упрощения расчетов выборочного среднего и дисперсии воспользуемся введением вспомогательной величины середины интервала с наибольшей частотой (ложный нуль) x_a .

Тогда $x = x_a + k$,

где k поправка, которая получается из следующих преобразований

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{n} \sum h_m u_m = \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - x_a + x_a) = \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - x_a) + \frac{1}{n} \sum h_m x_a = \\ &= \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - x_a) + x_a \end{aligned}$$

$$k = \frac{1}{n} \sum h_m (u_m - x_a) = \frac{d}{n} \sum h_m (u_m - x_a) = \frac{d}{n} \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d} \right) = \frac{d}{n} P, \text{ где}$$

$$P = \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d} \right) = \sum h_m e_m, \quad \text{где } e_m = \frac{u_m - x_a}{d} \text{ - середины условных интервалов (столбец 7). В столбец 8 внести произведения } e_m h_m$$

Сумму этих произведений обозначим через P.

Следовательно,

$$\bar{x} = x_a + \frac{d}{n} P$$

5. Определим выборочную медиану по таблице частот, для чего суммируем абсолютные частоты вплоть до интервала, для которого сумма будет равна или немного меньше $n/2$. Тогда выборочная медиана располагается в следующем интервале и за $\tilde{x}$ можно принять середину этого интервала.

1. Определите моду как середину интервала с наибольшей частотой.

$$D =$$

7. Вычислите выборочную дисперсию (несмещенную и состоятельную)

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_m - \bar{x})^2 h_m = \frac{d^2}{n-1} \left(Q - \frac{P^2}{n} \right),$$

где

$$P = \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d} \right), \quad Q = \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d} \right)^2 = \sum h_m e_m^2$$

$$s = \sqrt{s^2} \text{ - выборочное среднее квадратичное.}$$

8. Результаты внести в таблицу

x	$\tilde{x}$	D	s^2	s

Повести обработку результатов измерений на компьютере.

Контрольная работа (Рейтинг №3)

ТЕМА: проверка гипотезы о нормальном законе распределения.

Постановка задачи: численным методом оценки того, принадлежит ли данная выборка генеральной совокупности с нормальным распределением или нет, является критерий χ^2 ("хи" –квадрат). Пирсона. По этому методу эмпирическое распределение сравнивается с гипотетическим теоретическим распределением генеральной совокупности и в зависимости от величины отклонения эмпирического распределения от теоретического выдвигается гипотеза принимается или отвергается.

Ход работы. Данные взять из лабораторной работы № 2. и внести их в столбцы 1 и 2 таблицы.

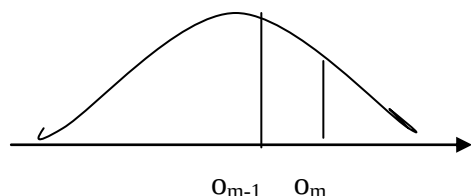
Выдвигается H_0 – нулевая гипотеза данные подчиняются нормальному закону распределения. H_1 – альтернативная гипотеза – данные не подчиняются нормальному закону распределения.

Для проверки нулевой гипотезы сравним наблюдаемые частоты – эмпирические с соответствующими теоретическими частотами того же интервала. Теоретические вероятности показывают долю площади под гауссовой кривой распределения между верхней и нижней границами интервала.

границы интервалов o_m, O_m	h_m	$a_m = \frac{o_m - x}{s}$	$\Phi(a_m)$	$p_m = \Phi(a_m) - \Phi(a_{m-1})$	np_m	$\frac{h_m - np_m}{np_m!}$	$(h_m - np_m)^2$	$\frac{(h_m - np_m)^2}{np_m}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
					$\Sigma =$			$\chi^2 =$

Для расчета теоретических частот np_m следует взять x и s из лабораторной работы № 2.

В столбец (3) внести значения $a_m = \frac{o_m - x}{s}$, где o_m – верхняя граница m -ого интервала. По аргументам a_m найти вероятность нормального распределения (столбец 4) из таблиц $\Phi(x)$. Разность $\Phi(a_m) - \Phi(a_{m-1})$ дает теоретическую вероятность p_m m -ого интервала. (столбец 5). В столбец (6) вносят теоретические частоты np_m . Для проверки правильности вычислений воспользоваться свойством $\sum np_m = n$



Замечание: для первого интервала p_m вычисляют как разность $\Phi(a_2) - \Phi(-\infty)$, а для последнего интервала вероятность вычисляется как разность между $\Phi(\infty)$ и предпоследним значением функции Φ .

С целью проверки гипотезы H_0 рассчитывается величина критерия

$$\chi^2 = \sum \frac{(h_m - np_m)^2}{np_m}$$

Соответствующая данной реализации случайная величина приближенно имеет распределение χ^2 с $k-1$ степенью свободы, где k – число интервалов.

Замечание: для того, чтобы величина критерия приближенно обладала распределением "Хи-квадрат", теоретические частоты должны быть не слишком малы. Для всех интервалов должно быть выполнено соотношение $np_m \geq 5$,

Если в некоторых интервалах это соотношение нарушено, соседние интервалы следует объединить в один. Число интервалов сокращается k^* . Тогда число степеней свободы подсчитывается как $(k^* - 2) - 1$. Вычитается 2, так как два параметра x и s взяты из выборочных данных.

Выбрать уровень значимости α , по таблицам распределения "Хи-квадрат" при полученном числе степеней свободы находят критическую точку $\chi'_{\alpha, (k^*-2)-1}^2$.

Если для рассчитанной величины критерия χ^2 выполняется неравенство

$\chi^2 \geq \chi'^2_{\alpha, (k^*-2)-1}$, то гипотеза H_0 отклоняется. в противном случае отклонения не происходит, так как расхождение между теоретическими и наблюдаемыми частотами не является значимым и ничто не противоречит допущению о том, что выборка взята именно из генеральной совокупности, имеющей нормальное распределение.

Если проверяется гипотеза о распределении Пуассона, при определении числа степеней свободы из числа интервалов вычитается 1, а не 2, т.к. для получения теоретических частот используется один выборочный параметр x .

Провести обработку результатов на компьютере.

ТЕСТОВАЯ контрольная работа

1. Из генеральной совокупности n элементов производится выборка объема g .
Заполнить таблицу формул для выборок

из n по g	упорядоченные выборки	неупорядоченные выборки
с повторениями элементов		
без повторения элементов		

Варианты ответов: C_n^r , A_n^r , n^r , C_{n+g-1}^r

2. Имеются n ячеек и g частиц. Найдите вероятность того, что заняты какие-либо g ячеек в статистиках

а) Максвелла-Больцмана, ответ $p=$

б) Бозе-Эйнштейна, ответ $p=$

в) Ферми-Дирака. ответ $p=$

Варианты ответов: 1) $1/C_n^r$, 2) C_n^r/A_n^r , 3) $r!/A_n^r$, 4) $1/C_{n+g-1}^r$, 5) C_n^r/C_{n+g-1}^r 6) A_n^r/n^r ,

7) $1/n^r$, 8) 1

3.. Пусть события A и B определены в одном и том же пространстве и не являются тождественными. Упорядочить, используя знаки $=, >, <$ следующие величины: 0, $p(A \cup B)$, $p(A/B)$, $p(A)+p(B)$, $p(A \cap B)$

а) если A и B несовместны

б) A и B независимы

4. Может ли при каком-либо значении аргумента

а) функция распределения быть больше 1 ответ.....

б) функция плотности вероятности больше 1 ответ.....

в) функция распределения быть отрицательной ответ.....

г) функция плотности вероятности быть отрицательнойответ

Ответ выбирается из двух вариантов **да, нет**

5. К случайной величине X прибавили постоянную неслучайную величину a . Как изменятся ее характеристики:

а) математическое ожидание ответ:.....

б) дисперсия ответ:.....

в) среднее квадратичное ответ:.....

Выбрать нужный ответ:

1) увеличится на a , 2) не изменится, 3) уменьшится на a

6. Случайную величину X умножили на постоянную величину a . Как от этого изменятся ее характеристики:

а) математическое ожидание ответ

б) дисперсия ответ:.....,

в) среднее квадратичное ответ:.....

Выбрать нужный вариант:

1) не изменится, 2) увеличится на a , 3) увеличится в a раз, 4) увеличится в a^2 раз

7. Установите соответствие между видом случайной величины и ее математическим ожиданием

формула математического ожидания	непрерывная случайная величина	дискретная случайная величина	случайная величина, имеющая распределение Пуассона	случайная величина, имеющая распределение Бернулли
$M(X) = \sum x_i p_i$				
$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$				
$M(X) = np$				
$M(X) = \lambda$				

Вставьте в таблицу соответствующую формулу.

8. Установите соответствие между видом случайной величины и ее дисперсией

формула дисперсии	непрерывная случайная величина	дискретная случайная величина	случайная величина, имеющая распределение Пуассона	случайная величина, имеющая распределение Бернулли
$\sigma^2 = npq$				
$\sigma^2 = \lambda$				
$\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 p_i$				

$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$				
---	--	--	--	--

Вставьте в таблицу соответствующую формулу.

9. Максимальное значение плотности распределения нормально распределенной случайной величины X равно $\frac{1}{4\sqrt{\pi}}$.

Дисперсия этого распределения равна.....

Варианты ответов: 4, 2, 8, 16.

10. Две случайные величины имеют нормальные распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсиями 1 и 4 соответственно. У какой случайной величины больше вероятность принять значение в интервале $(-1, +1)$.
 Ответ:.....

Ответ дать не пользуясь таблицами. Ответ выбрать из двух вариантов: 1) у первой, 2) у второй

11. Установите соответствие между формулой и определенной по ней вероятности

формула	$p_{k,n}$	$p(k_1 < k < k_2)$	$p(k - np < g \sigma)$
$\frac{f(x)}{\sqrt{npq}}$, где $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$			
$\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$			
$C_n^k p^k q^{n-k}$			
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, где $x = \frac{r - np}{\sqrt{npq}}$			

$2\Phi(g)$, где $\Phi(g)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^g e^{-\frac{x^2}{2}} dx$			
$\sum_{k_1}^{k_2} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$			

Заполните соответствующие клетки таблицы.

12. Установите соответствие между видом распределения и его математическим ожиданием

- | | |
|--|------------|
| 1) биномиальное распределение | ответ..... |
| 2) распределение Пуассона | ответ..... |
| 3) геометрическое распределение | ответ..... |
| 4) равномерное распределение на отрезке [a,b] | ответ..... |
| 5) равномерное распределение на [-a, a] | ответ..... |
| 6) распределение Коши | ответ..... |
| 7) показательное распределение с параметром α | ответ..... |
| 8) распределение Лапласа | ответ..... |
| 9) нормальное распределение с параметрами a и σ | ответ..... |

Варианты ответов: пр,0, не существует, a, 0, λ , q /p, $1/\alpha$, (a+b)/2

13. Установите соответствие между видом распределения и его дисперсией

- | | |
|--|------------|
| 1) биномиальное распределение, | ответ..... |
| 2) распределение Пуассона, | ответ..... |
| 3) геометрическое распределение, | ответ..... |
| 4) равномерное распределение на [a,b], | ответ..... |
| 5) равномерное распределение на [-a, a] | ответ..... |
| 6) распределение Коши, | ответ..... |
| 7) показательное распределение с параметром α , | ответ..... |
| 8) распределение Лапласа, | ответ..... |
| 9) нормальное распределение с параметрами a и σ^2 | ответ..... |

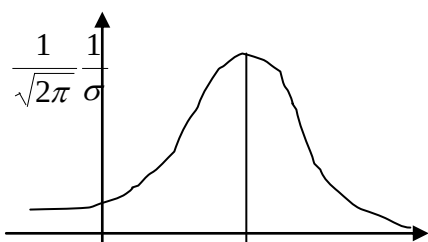
Варианты ответов: пр,q,a²/3, q/p², (b-a)²/12, не существует, λ , σ^2 , $\frac{1}{\alpha^2}$, $\frac{2}{\alpha^2}$

14. Установите соответствие между функцией и ее графиком

функция	A	B	C	D
$F(x)=P(X \leq x)=$				

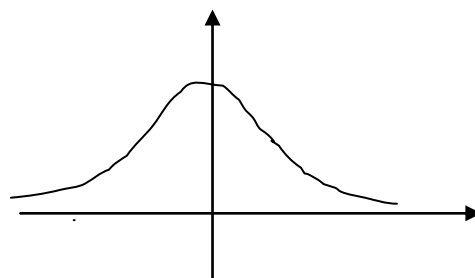
$\sum_{x_i < x} p_i$				
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$				
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$				
$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$				

A)

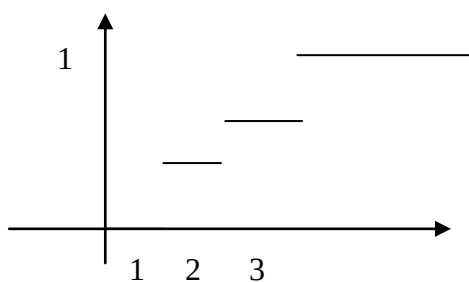


a

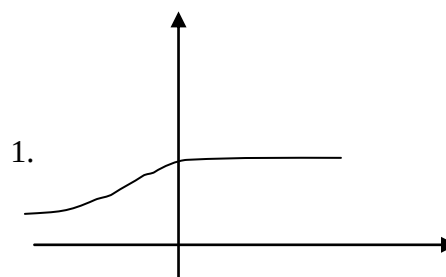
B)



C)



D)



3.2. Критерии оценки сформированности компетенций

Критерии оценивания участия в коллоквиуме (max – 5 баллов)

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
5	Студент продемонстрировал высокий уровень теоретической подготовки (владение терминологическим аппаратом, знание основных формул и законов), умение применять имеющиеся знания

	на практике (пояснить то или иное явление на примере), а также умение высказывать свое мнение, отстаивать свою позицию, слушать и оценивать различные точки зрения, конструктивно полемизировать, находить точки соприкосновения разных позиций.
4	Студент продемонстрировал достаточный уровень теоретической подготовки (владение терминологическим аппаратом, знание основных формул и законов), умение применять имеющиеся знания на практике (пояснить то или иное явление на примере), а также способность отвечать на дополнительные вопросы.
3	Студент в основном продемонстрировал теоретическую подготовку, знание основных формул и законов, однако имел затруднения в применении знаний на практике и ответах на дополнительные вопросы, не смог сформулировать собственную точку зрения и обосновать ее.
1-2	Студент продемонстрировал низкий уровень теоретических знаний, невладение основными терминологическими дефинициями, не смог принять активное участие в дискуссии и допустил значительное количество ошибок при ответе на вопросы преподавателя.

Критерии оценивания контрольной работы (max – 5 баллов)

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
5	Студент самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемых вопросов и заданий; показывает умение формулировать выводы и обобщения по теме заданий; допускает не более 1 ошибки при выполнении всех заданий контрольной работы.
4	Студент самостоятельно излагает материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемых вопросов и заданий; показывает умение формулировать выводы и обобщения по теме заданий; допускает не более 2 ошибок при выполнении всех заданий контрольной работы.
3	Студент самостоятельно излагает материалы учебного курса; затрудняется с формулировками выводов и обобщений по теме заданий; допускает не более 3 ошибок и выполняет не более 50% всех заданий контрольной работы.
1-2	Студент демонстрирует неудовлетворительное знание базовых терминов и понятий курса, отсутствии логики и последовательности в изложении ответов на предложенные вопросы; выполняет менее 50% всех заданий контрольной работы, допустив 5 и более ошибок.

Критерии оценивания результатов тестирования (max – 5 баллов)

Баллы рейтинговой	Критерии оценки
------------------------------	------------------------

оценки	
5	Студент ответил на все вопросы, допустив не более 1 ошибки в тесте
4	Студент ответил на все вопросы, допустив не более 3 ошибок в тесте
3	Студент ответил на все вопросы, допустив не более 5 ошибок в тесте
1-2	Студент ответил не на все вопросы и допустил более 5 ошибок в тесте

4. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках промежуточного контроля

4.1. Вопросы к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. События и соотношения между ними.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
3. Правило суммы и произведения в комбинаторике. Выборки.
4. Формулы подсчета числа упорядоченных и неупорядоченных выборок с возвращением и без возвращения.
5. Полиномиальные коэффициенты. Гипергеометрическая формула. Гипергеометрическое распределение.
6. Оценка максимального правдоподобия для генеральной совокупности по выборке. Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.
7. Аксиоматика конечной системы событий. Следствия из системы аксиом.
8. Аксиоматика счетной системы событий.
9. Теоремы о монотонности вероятности.
10. Теорема о непрерывности вероятности.
11. Теорема о счетной аддитивности вероятности.
12. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
13. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
14. Повторные независимые испытания Бернулли.
15. Наивероятнейшее число успехов в испытаниях Бернулли.
16. Приближенная формула Пуассона к формуле Бернулли.
17. Приближенные формулы Муавра-Лапласа.
18. Неравенство Чебышева.
19. Закон больших чисел в форме Бернулли.
20. Отклонение частоты от вероятности. Правило трех сигма.
21. Случайные величины. Совместное распределение случайных величин. Независимость случайных величин.
22. Дискретные случайные величины. Примеры дискретных случайных величин.

23. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства.
24. Дисперсия и ее свойства.
25. Функция распределения и ее свойства.
26. Непрерывные случайные величины. Функция плотности. Примеры непрерывных случайных величин.
27. Нормальное распределение и его свойства.
28. Выборочный метод в статистике. Полигон и гистограмма. Несмещенность и состоятельность оценок в статистике.
29. Выборочное среднее. Выборочная дисперсия.
30. Гауссова теория ошибок.
31. Закон распределения выборочной дисперсии.
32. Распределение Стьюдента и его применение.
33. Доверительные интервалы. Доверительные вероятности. Уровни значимости.
34. Примеры построения доверительных интервалов.
35. Проверка гипотез. Критерий «хи»-квадрат. Проверка гипотезы о нормальном законе распределения.
36. Понятие о моментах. Простейшие случайные процессы.

а. Критерии оценки сформированности компетенций на экзамене

Общая сумма баллов рейтинговой оценки	Оценка уровня сформированности компетенций на экзамене	Критерии оценки
100-81	<i>«отлично»</i>	Студент глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает его на экзамене, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют высокую степень овладения программным материалом.
80-61	<i>«хорошо»</i>	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

		Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют хорошую степень овладения программным материалом.
60-41	<i>«удовлетворительно»</i>	Студент имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют достаточную (удовлетворительную) степень овладения программным материалом.
40-0	<i>«неудовлетворительно»</i>	Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые регулярно пропускали учебные занятия и не выполняли требования по выполнению самостоятельной работы и текущего контроля. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют низкий уровень овладения программным материалом.