

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**
(ВлГУ)



А.А. Панфилов

2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРЫ И ТЕОРИИ ЧИСЕЛ»

Направление подготовки **44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) **Математическое образование**

Уровень высшего образования - **магистратура**

Форма обучения - **очная**

Семестр	Трудоёмкость, зач. ед. / час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
3	3 / 108	-	36	-	36	Экзамен (36)
4	2 / 72	-	26	-	46	Зачёт с оценкой
Итого	5 / 180	-	62	-	82	Экзамен (36) Зачёт с оценкой

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Основные требования к знаниям и умениям магистрантов по курсу "Избранные вопросы алгебры и теории чисел" раскрываются через требования, заложенные в стандарте. В результате освоения дисциплины студент должен:

знать роль и место математики в системе наук.

осознавать фундаментальный и прикладной характеры математики;

владеть системой основных математических структур и аксиоматическим методом; владеть методологией построения математических моделей;

знать основные этапы истории математики и иметь представление об основных современных тенденциях её развития.

Главная цель курса – изучение основных видов алгебраических структур, воспитание математической культуры для уяснения ими роли алгебры и теории чисел в системе современных математических дисциплин. Теория чисел исследует некоторые специфические свойства целых чисел и определённых на них операций и отношений. При этом изучаемые свойства не ограничиваются только знакомым всем отношением делимости нацело, но касаются весьма абстрактных алгебраических понятий, позволяющих прояснить суть некоторых арифметических законов и применимых для решения конкретных практических задач, связанных с целыми числами.

Вместе с тем, изучение курса алгебры и теории чисел в магистратуре педагогического института преследует и следующие цели:

Знание курса необходимо для других предметов, для которых алгебра и теория чисел являются поставщиками понятий, дают необходимый математический аппарат (геометрия, информатика, математический анализ):

Знакомство с приложениями различных тем курса и их значением в математике, в самых различных областях жизни;

Освещение определенных задач элементарной математики с точки зрения современной науки. Имея высокую эрудицию, из всех подходов к изложению какого-либо вопроса легче выбрать самый целесообразный;

Отдельные разделы курса тесно связаны с элементарной математикой. Это позволяет глубже понимать элементарную математику с точки зрения высшей. Изучение дисциплины направлено на подготовку студентов к выполнению следующих видов профессиональной деятельности: научно-методическую; консультативную; учебно-воспитательную; культурно-просветительскую. В рамках этих видов деятельности студенты должны быть готовы к решению следующих профессиональных задач:

научно-методическая:

– уметь организовать научную и методическую работу;

– участвовать по мере возможности в научно-исследовательских работах; консультативная:

– пропагандировать научную методологию;

– применять полученные научные знания для решения конкретных задач;

учебно-воспитательная:

– быть готовым к преподаванию математики;

– проводить занятия с учётом особенностей учебных программ;

– использовать в процессе преподавания математики современные информационные, компьютерные и педагогические технологии, различные формы и методы обучения;

– обучать приёмам учебной и познавательной деятельности;

– использовать различные формы контроля результатов усвоения знаний, культурно-просветительская:

– владеть основными понятиями математики,

– уметь использовать математический аппарат при изучении и количественном описании реальных процессов и явлений, иметь целостное представление о математике как науке, её месте в современном мире и в системе наук;

– уметь анализировать собственную деятельность с целью её совершенствования и повышения своей квалификации

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к блоку «Дисциплины по выбору». С курса алгебры и теории чисел начинается математическое образование. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как множество, многочлен, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Поэтому для успешного усвоения курса «Избранные вопросы алгебры и теории чисел» необходимо знание основных формул, изучаемых в высшей алгебре, свойств элементарных функций.

Дисциплина базируется на знаниях и навыках работы с многочленами, полученных в рамках курса высшей математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также на вузовском курсе алгебры. В ходе изучения дисциплины «Избранные главы алгебры и теории чисел» магистранты должны усвоить основные понятия и методы работы с многочленами, их использование для решения стандартных прикладных задач. Освоение дисциплины предусматривает приобретение навыков работы с соответствующими учебниками, учебными пособиями и монографиями

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ОК-1, ОПК-2.4, ПК-2.3.

способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень (ОК-1)

готовностью использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач (ОПК-2);

способностью осуществлять профессиональное и личностное самообразование, проектировать дальнейшие образовательные маршруты и профессиональную карьеру (ОПК-4)

способностью формировать образовательную среду и использовать профессиональные знания и умения в реализации задач инновационной образовательной политики (ПК-2);

способностью руководить исследовательской работой обучающихся (ПК-3)

Магистрант, изучивший дисциплину, должен

ЗНАТЬ:

– определение и простейшие свойства линейных отображений, уметь находить матрицу линейного оператора в заданном базисе;

– связи между координатами вектора и его образа а также между матрицами линейного оператора в различных базисах, уметь находить соответствующие матрицы перехода;

– определения группы, подгруппы, критерий подгруппы, уметь определять является ли заданное множество с бинарной алгебраической операцией группой;

– определения смежного класса группы по подгруппе и нормальной подгруппы, уметь находить разбиение группы на смежные классы по подгруппе и определять нормальность подгруппы;

– определения гомоморфизма, изоморфизма и уметь определять, изоморфны ли заданные группы;

– определение кольца, поля, подкольца, подполя и уметь определять является ли заданное множество с двумя бинарными алгебраическими операциями кольцом или полем;

– определения и основные свойства делимости в коммутативном кольце, понимать взаимосвязи между факториальными кольцами, кольцами главных идеалов и евклидовыми кольцами;

– определение функции Эйлера и уметь вычислять её значения. Уметь вычислять остатки арифметических выражений от деления на заданное число, используя свойства сравнений и теоремы Эйлера и Ферма;

– метод применения алгоритма решения полиномиальных сравнений по любому модулю.

- определение и свойства сравнений по заданному модулю при составлении полной и приведённой систем вычетов;
- определение первообразных корней, показателей и индексов;
- определения конечной и бесконечной цепных дробей, их подходящих дробей;
- определение квадратичной иррациональности, уметь проверять, будет ли заданная иррациональность квадратичной иррациональностью;
- теорему Лагранжа о представлении квадратичных иррациональностей периодическими цепными дробями.

УМЕТЬ:

- находить ядро и образ линейного оператора, их базисы и размерности (ранг и дефект);
- находить матрицы суммы и произведения линейных операторов в заданном базисе;
- вычислять собственные числа и собственные векторы данного линейного оператора;
- строить фактор-группу заданной группы по её нормальной подгруппе и находить произведение элементов фактор-группы;
- приводить примеры евклидовых и факториальных колец, понимать значение общих результатов об евклидовых и факториальных кольцах для колец целых чисел и многочленов над полем;
- решать различными способами линейные сравнения первой степени с одним неизвестным;
- решать двучленные сравнения, используя таблицы индексов;
- находить разложение заданного действительного числа в (конечную или бесконечную) цепную дробь, вычислять подходящие дроби и применять свойства подходящих дробей при решении задач.

ВЛАДЕТЬ:

- навыками применения современного математического инструментария для решения задач математики и информатики;
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для прикладных задач математики и информатики.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц. 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) / дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР			
1	Основные алгебраические структуры	3			4				4		4/50	
	Идеалы колец, их виды.	3			4				4		4/50	рейтинг-контроль 1
	Фактор-кольца и их свойства	3			4				4		4/50	
2	Теория делимости на языке идеалов	3			4				4		4/50	рейтинг-контроль 2
	Неприводимый многочлен и его свойства. Минимальный аннулятор и его свойства.	3			4				4		4/50	
	Расширения полей	3			4				4		4/50	
	Алгебраическое и трансцендентное расширение поля	3			4				4		4/50	
	Алгебраически замкнутое поле	3			4				4		4/50	рейтинг-контроль 3
	Поля разложения многочлена	3			4				4		4/50	
	ВСЕГО	3			36				36		36/50	экзамен
	Целые систематические числа. Существование и единственность значения цепной дроби	4			4				10		4/28	Рейтинг – контроль №1)
	Теория сравнений. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю. Кольцо и поле классов вы-	4			4				10		4/28	

четов. Системы вычетов										
Двузначные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к решению сравнений	4			6			10		4/25	Рейтинг-контроль №2
Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра	4			6			10		4/25	
Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю	4			6			6		6/50	Рейтинг-контроль №3
ВСЕГО	4			26			46		26/36	зачет с оценкой
<i>Всего</i>				62			82		62/43	

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Избранные вопросы алгебры и теории чисел» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме. Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса. Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. Самостоятельная работа магистрантов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно- методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1,2,3 в 3,4 семестрах

Промежуточная аттестация - экзамен (3сем), зачет с оценкой (4 сем)

3 семестр

Текущий контроль

Задания к рейтинг-контролю

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Алгебраические структуры

Постановка задачи: Группы, подгруппы, кольца поля

Ход работы:

1. Пусть даны множество G многочленов степени меньше либо равной 5 над R и множество H многочленов степени меньшей либо равной 3.

1) доказать, что а) $G(+)$ - группа;

б) $H(+)$ - подгруппа группы G ;

в) $H(+)$ - нормальный делитель группы G .

2) Построить факторгруппу G/H .

3) Доказать, что G/H тождественно равна аддитивной группе вещественных чисел.

2. Доказать, что множество $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in Z \right\}$.
3. Построить факторкольца Z по идеалу $J = 4Z$.
4. Доказать изоморфизм колец $M_1 = \{x \mid x = a + b\sqrt{7}, a, b \in Z\}$ и $M_2 = \left\{ \alpha \mid \alpha = \begin{pmatrix} a & 7b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in Z \right\}$.
5. Построить поле расширения $R(\sqrt{13})$.

Рейтинг-контроль № 2

ТЕМА: Кольцо классов вычетов Z

Постановка задачи: Операции в алгебраических структурах

Ход работы:

Составить таблицу сложения и умножения в кольце классов вычетов кольца Z по идеалу $I=(n)$. Является ли это кольцо областью целостности, полем?

I вариант $n=6$;

II вариант $n=5$.

№2.

Найти необходимое и достаточное условия делимости многочлена

I вариант $x^3 + px + q$ на $x^2 + 1$;

II вариант $x^3 + px + q$ на $x^2 + ax + 1$;

III в. $x^4 + px^2 + q$ на $x^2 + ax + 1$.

№3. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби:

I вариант

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}};$$

II вариант

$$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{2} + 2 \cdot \sqrt[3]{4}};$$

III вариант

$$\frac{1}{1 - \sqrt[4]{2} + \sqrt{2}}.$$

Рейтинг-контроль № 3

ТЕМА: Комплексные числа

Постановка задачи: Операции над полем комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Ход работы:

1. Вычислите

а).
$$\frac{(2+i)^3 - (1-2i)^3}{(1+2i)^3 - (2+3i)^2}$$

16. Свойства корней неприводимых многочленов.
17. Автоморфизм Фробениуса. группа автоморфизмов конечного поля.
18. Алгоритм Берлекемпа разложения многочлена на неприводимые множители.
19. Порядок многочлена. теорема о порядке многочлена и порядке его корней.
20. Порядок примитивных многочленов. теорема о связи примитивных многочленов и круговых многочленов.
21. Метод нахождения минимального многочлена элемента через сопряженные элементы.
22. Два метода построения примитивных многочленов данной степени над конечным полем

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы магистрантов

Темы для самостоятельной работы

1. Понятие матрицы. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.
2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки и столбца.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы в терминах определителей.
5. Система линейных уравнений (СЛУ) с n переменными (общий вид). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса решения системы m - линейных уравнений с n - переменными. Теорема об определенности СЛУ.
6. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n переменными.
7. Решение СЛУ матричным методом. Матричные уравнения.
8. Понятие векторного пространства. Примеры.
9. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.
10. Базис системы векторов. Теорема о числе векторов базисов одной и той же системы векторов.
11. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.

$$\text{б) } \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right)^{10}$$

$$\text{в) } \frac{(1-i)^{n+2}}{(1+i)^n}$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{\frac{1-i}{i+\sqrt{3}}}$$

2. Решить уравнение

$$\text{а) } z \cdot \bar{z} + 2(z + \bar{z}) = 3i + 1$$

$$\text{б) } x^2 + (1 + 2i)x + 3 + i = 0$$

3. Решить систему для комплексных x и y

$$\begin{cases} ix + (1+i)y = 3+i \\ (1-i)x + (6+i)y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1-i)x + (6+i)y = 4 \end{cases}$$

4. Определить геометрическое место точек (построить и описать)

$$\begin{cases} 1 < |z - 2i| \leq 2 \\ \frac{\pi}{3} < \arg z < \pi \end{cases}$$

Вопросы к экзамену по курсу «Избранные вопросы алгебры и теории чисел»

Семестр 3

1. Вложения областей целостности в поля.
2. Поле частных области целостности.
3. Поля рациональных дробей.
4. Китайская теорема об остатках.
5. Конечные расширения поля.
6. Алгебраические элементы над полем.
7. Трансцендентные элементы над полем.
8. Минимальный многочлен алгебраического элемента.
9. Алгебраические расширения полей.
10. Трансцендентные расширения полей.
11. Простое расширение поля.
12. Поле разложения многочлена и его существование и единственность.
13. Свойства операции взятия производного многочлена, характеристика конечных полей и их подполей.
14. Мультипликативная группа конечного поля.
15. Прimitивные элементы поля, primitивные многочлены над конечным полем

12. Базис и размерность векторного пространства. Свойства размерности векторного пространства.

13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ.

14. Критерий совместности системы линейных уравнений (Теорема Кронекера – Капелли) Условия определенности и неопределенности совместной системы линейных уравнений.

Пример.

15. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.

16. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни многочленов

4 семестр

Текущий контроль

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Теория делимости в кольце целых чисел

Постановка задачи: В ходе изучения теории чисел студент должен знать основные свойства и алгоритмы делимости в кольце \mathbb{Z} : знание НОДа, НОКа целых чисел, владение алгоритмом Евклида, признаки делимости.

Ход работы:

1. Число a кратно числу 6. Докажите, что $a^2 - 12a$ кратно числу 36.
2. Докажите, что разность между трёхзначным числом и числом, записанном теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
3. Докажите, что $(7^n - 6 \cdot 2^n) : 5$, если n - натуральное число.
4. Натуральное число a оканчивается цифрой 4 и на 4 не делится. Докажите, что разность $a - 14$ делится на 20.
5. Число a при делении на 5 даёт остаток 3. Какой остаток получится при делении числа $6a^2 - 3a$ на 15?
6. Найдите остаток от деления $10! - 49$ на 42.
7. Чётные числа a и b , не кратные 6, при делении на 6 имеют разные остатки. Докажите, что сумма $a + b$ делится на 6.
8. Докажите, что квадрат любого числа делится на 9, либо при делении на 3 даёт остаток 1.
9. Найдите НОД чисел $30n + 25$ и $20n + 15$, где $n \in \mathbb{N}$.
10. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД и НОК чисел 456 и 41232.
11. Докажите, что при любом целом a число $a(a^4 - 125a^2 + 4)$ кратно 120.
12. Решите систему уравнений в натуральных числах
$$\begin{cases} x + y = 150, \\ \text{НОД}(x; y) = 30. \end{cases}$$

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Теория сравнений с арифметическими приложениями.

Постановка задачи: Умение решать сравнения и системы сравнений, производить разложения квадратичных иррациональностей в непрерывные дроби, производить иные вычисления из основ теории чисел. Решение сравнений первой степени и их систем; решение сравнений с помощью цепных дробей. Решение в целых числах уравнений первой степени с двумя неизвестными при помощи сравнений

Ход работы:

1. Решить сравнения:

Вариант 1

$$a) 3x \equiv 6 \pmod{9};$$

$$b) 16x \equiv 9 \pmod{23};$$

$$c) 243x \equiv 271 \pmod{317}.$$

$$a) x_1 \equiv 2(9), x_2 \equiv 5(9);$$

$$b) x \equiv 2(23);$$

$$c) x \equiv 112(317).$$

2. Решите систему сравнений:

Вариант 1.

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5}; \\ x \equiv 2 \pmod{7}; \\ x \equiv 4 \pmod{9}. \end{cases}$$

$$x \equiv 58(315).$$

Вариант 2

$$a) 4x \equiv 12(18);$$

$$b) 15x \equiv 16 \pmod{29};$$

$$c) 139x \equiv 118 \pmod{239}.$$

$$a) x_1 \equiv 2(9), x_2 \equiv 5(9);$$

$$b) x \equiv 3(23);$$

$$c) x \equiv 147(239).$$

Вариант 2.

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3}; \\ x \equiv 5 \pmod{7}; \\ x \equiv 9 \pmod{11}. \end{cases}$$

$$x \equiv -2(231).$$

3. Разложить многочлен $f(x)$ на множители по модулю m :

Вариант 1.

$$f(x) = x^4 + 7x^3 + x - 9,$$

$$m = 13.$$

$$f(x) \equiv (x-1)^2(x-2)^2 \pmod{13}$$

Вариант 2.

$$f(x) = x^4 - 3x^3 - x + 3,$$

$$m = 7.$$

$$f(x) \equiv (x-1)(x-2)(x^2-2) \pmod{7}.$$

4. Найдите остаток при делении :

Вариант 1

$$13^{1054} - 23 \cdot 16^{285} + 22^{17} \text{ на } 15$$

Вариант 2.

$$29^{29^{29}} - 34^{34^{34}} + 29 \cdot 41 \cdot 6^{231} \text{ на } 31$$

Рейтинг-контроль 3

ТЕМА: Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра.

Постановка задачи. Решение сравнения второй степени: сведение сравнений второй степени к двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому модулю; квадратичные вычеты и невычеты; число решений сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов. Символ Лежандра и его свойства; закон взаимности квадратичных вычетов.

Ход работы.

1. Вычислить символ Лежандра $\left(\frac{62}{47}\right)$.
2. Найти первообразный корень по модулю 17 и составить таблицу индексов.
3. Решить неопределенное уравнение $13x + 23y = 107$
4. Построить системы квадратичных вычетов по простому модулю 57
5. Найти все первообразные корни по модулю 11 и построить таблицу индексов
6. Найдите показатель, которому принадлежит 5 по модулю 61.
7. Составить таблицу индексов по модулю m , взяв за основание первообразный корень g :
 $m=27, g=2$.
8. С помощью таблиц из задачи 3 решите сравнения :
а) $5x \equiv 13 \pmod{27}$;
б) $x \equiv 10 \pmod{27}$.

Тестовый рейтинг-контроль

1. Остаток от деления числа (-5) на число 3 равен:
а. А) -1;
б. Б) 2;
в. В) -2;
г. Г) 1.
2. Остаток от деления числа (-10) на число 7 равен:
а. А) 4;
б. Б) -3;
в. В) 2;
г. Г) -4.
3. Остаток от деления числа 12 на число (-5) равен:
а. А) -3;
б. Б) 2;
в. В) -2;
г. Г) 3.
4. Остаток от деления числа (-14) на число (-3) равен:
а. А) -2;
б. Б) 2;
в. В) -1;
г. Г) 1.

5. Остаток от деления числа (-12) на число (-7) равен:
- А) 2;
 - Б) -2 ;
 - В) 5;
 - Г) -5 .
6. НОД чисел $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равен:
- А) 2;
 - Б) 3;
 - В) 7;
 - Г) 14.
7. НОК чисел $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равно:
- А) 210;
 - Б) 630;
 - В) 2940;
 - Г) 294.
8. НОД чисел $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$ и $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ равен:
- А) 11;
 - Б) 2;
 - В) 12;
 - Г) 22.
9. НОК чисел $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$ и $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ равно:
- А) 220;
 - Б) 726;
 - В) 330;
 - Г) 770.
10. НОД чисел $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равен:
- А) 4;
 - Б) 2;
 - В) 6;
 - Г) 12.
11. Ровно три простых числа содержится в последовательности:
- А) 1, 3, 5, 7, 9;
 - Б) 1, 3, 4, 5, 6;
 - В) 3, 5, 6, 9, 10;
 - Г) 4, 5, 6, 7, 9.
12. Простых чисел больше, чем составных, в последовательности:
- А) 1, 2, 3, 4, 5;
 - Б) 3, 4, 5, 6, 8;
 - В) 1, 2, 4, 5, 6;
 - Г) 1, 3, 5, 6, 8.
13. Простых чисел меньше, чем составных, в последовательности:
- А) 1, 2, 3, 4, 5;

- В) 6;
Г) 4.
31. Числа 15 и 30 сравнимы по модулю:
А) 11;
Б) 5;
В) 6;
Г) 8.
32. Числа 12 и 18 сравнимы по модулю:
А) 3;
Б) 5;
В) 7;
Г) 9.
33. Числа 22 и 14 сравнимы по модулю:
А) 9;
Б) 8;
В) 7;
Г) 6.
34. Числа 38 и 28 сравнимы по модулю:
А) 6;
Б) 8;
В) 10;
Г) 12.
35. Числа 26 и 12 сравнимы по модулю:
А) 8;
Б) 7;
В) 6;
Г) 5.
36. Полную систему вычетов по модулю 7 образует следующий набор:
А) $\overline{14}, \overline{1}, \overline{9}, \overline{-4}, \overline{4}, \overline{12}, \overline{27}$;
Б) $\overline{0}, \overline{1}, \overline{-2}, \overline{10}, \overline{24}$;
В) $\overline{9}, \overline{8}, \overline{1}, \overline{3}, \overline{-5}, \overline{-4}, \overline{2}, \overline{16}$;
Г) $\overline{21}, \overline{28}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{7}, \overline{-5}, \overline{6}$.
37. Полную систему вычетов по модулю 6 образует следующий набор:
А) $\overline{0}, \overline{-1}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{4}, \overline{-5}$;
Б) $\overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}$;
В) $\overline{18}, \overline{17}, \overline{16}, \overline{15}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{25}$;
Г) $\overline{1}, \overline{7}, \overline{2}, \overline{8}, \overline{3}, \overline{9}$.
38. Полную систему вычетов по модулю 5 образует следующий набор:
А) $\overline{10}, \overline{15}, \overline{-2}, \overline{0}, \overline{3}$;

- Б) $\overline{-1}, \overline{-2}, \overline{-3}, \overline{-4}$;
- В) $\overline{20}, \overline{21}, \overline{2}, \overline{33}, \overline{34}$;
- Г) $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{-4}, \overline{5}, \overline{6}$.
39. Полную систему вычетов по модулю 4 образует следующий набор:
- А) $\overline{8}, \overline{13}, \overline{6}, \overline{15}$;
- Б) $\overline{-4}, \overline{-3}, \overline{-2}, \overline{1}, \overline{2}$;
- В) $\overline{2}, \overline{4}, \overline{6}$;
- Г) $\overline{0}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}$.
40. Полную систему вычетов по модулю 3 образует следующий набор:
- А) $\overline{18}, \overline{10}, \overline{20}$;
- Б) $\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}$;
- В) $\overline{-2}, \overline{0}$;
- Г) $\overline{1}, \overline{19}, \overline{21}$.
41. Число СІХ в десятичной системе счисления равно:
- А) 509;
- Б) 19;
- В) 59;
- Г) 109.
42. Основание системы счисления g в девятеричной системе счисления изображается числом:
- А) 9;
- Б) 10;
- В) 11;
- Г) 01.
43. В семеричной системе счисления верно записано число:
- А) 2360_7 ;
- Б) 35721_7 ;
- В) 608512_7 ;
- Г) 29561_7 .
44. 84. Равенство $26 = 101x$ имеет место в системе счисления с основанием:
- А) 3;
- Б) 5;
- В) -5;
- Г) 4.
45. Верный результат сложения $34807_9 + 8765_9$ равен:
- А) 45731_9 ;
- Б) 44562_9 ;
- В) 54374_9 ;
- Г) 44673_9 .

Вопросы к зачету с оценкой по курсу «Избранные вопросы по алгебре и теории чисел»

Семестр 4

1. Свойства делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
3. Теорема о линейной форме НОД.
4. Наименьшее общее кратное. Формула для нахождения НОК.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
7. Основная теорема арифметики. Каноническое представление числа.
8. Сумма и число натуральных делителей числа.
9. Понятие сравнимости чисел по модулю. Эквивалентные определения.
10. Свойства сравнений.
11. Классы вычетов и системы вычетов.
12. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Функция Эйлера.
15. Теоремы Эйлера и Ферма и их применение.
16. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Условия разрешимости и способы решений.
17. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Формулы для вычисления подходящих дробей.
18. Свойства подходящих дробей. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
19. Алгебраические сравнения произвольной степени с одним неизвестным.
20. Теорема Вильсона. Критерий простоты.
21. Решение алгебраических сравнений по составному модулю и модулю P .
22. Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера.
23. Символ Лежандра, его свойства и применение.
24. Порядок числа по модулю. Свойства порядка числа.
25. Индексы и их применение.
26. Проверка правильности арифметических действий. Вывод признаков делимости.
27. Определение длины периода дроби.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы магистрантов

1. Дайте понятие целого систематического числа.
2. Сформулируйте теорему об однозначности представления систематического числа. Как выполняются действия над целыми систематическими числами?
3. Как осуществляется перевод из одной системы счисления в другую и обратно?
4. Какие два числа называются сравнимыми?
5. Дайте понятие классов вычетов по модулю m .
6. Назовите основные свойства сравнений.
7. Назовите простейшие свойства сравнений.
8. Дайте определение полной системы вычетов по модулю m .
9. Что называется системой наименьших неотрицательных вычетов по модулю m ?
10. Назовите основные операции (и их свойства) над классами вычетов.
11. Дайте определение приведенной системы вычетов.
12. Назовите основные свойства приведенной системы вычетов.
13. Дайте определение обратного числа, взаимно обратных чисел.
14. Основное свойство взаимно обратных чисел по модулю.
15. Что называется функцией Эйлера.
16. Сформулируйте теорему Эйлера.
17. Сформулируйте теорему Ферма.
18. Что называется алгебраическим сравнением, степенью сравнения.
19. Дайте определение числа решений по модулю m .
20. Дайте понятия сравнения первой степени.
21. Сформулируйте теорему о количестве решений сравнения первой степени по простому модулю.
22. Сформулируйте теорему о разрешимости сравнения первой степени по простому модулю.
23. Дайте понятие сравнения высшей степени по простому модулю.
24. Сформулируйте теорему о количестве решений сравнения высшей степени по простому модулю и следствие из нее.
25. Сформулируйте теорему Вильсона.
26. Дайте понятие порядка числа и класса вычетов по модулю m .
27. Назовите основные свойства порядка класса вычетов по модулю m .
28. Дайте понятие первообразного корня по простому модулю.
29. Назовите основные свойства первообразного корня.
30. Дайте понятие индекса числа по простому модулю.

31. Назовите основные свойства индексов по простому модулю.

32. Дайте понятие двучленного сравнения и назовите его основные свойства

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литерату-рой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html	20	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html	20	100%
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html	20	100%
4	Н.Д. Золотарёва [и др.]: под ред. М. В. Федотова Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html	20	100%
Дополнительная литература						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN978594	20	100%

				0574507.html		
3	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с	2013		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html	20	100%
4	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html	20	100%

Интернет-ресурсы:

<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>

http://ncerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%B3

<http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf>

видеокурс -

www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info

Примеры по курсу -

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp> тесты для самоконтроля

- fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm

учебник -

<http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf>

учебное пособие -

<http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

Периодические издания:

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"

<http://kvant.mccme.ru/key.htm>

2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"

http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus

3. Сибирский математический журнал

<http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm>

4. Журнал «Математические заметки»

<http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1>

5. Журнал вычислительной математики и математической физики.

6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, средства мультимедиа

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.04.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) Математическое образование.

Рабочую программу составил к.ф.-м.н., доцент Куранова Н.Ю. Куранова Н.Ю.
Рецензент
(представитель работодателя) МАОУ Гимназия № 3 Мартьянова Г. И. Мартьянова Г. И.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 9 от 16.05 2016 года.
Заведующий кафедрой В. В. Жиков д. ф.-м. н., профессор В. В. Жиков

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.04.01 Педагогическое образование
Протокол № 5 от 29.08 2016 года.
Председатель комиссии М. В. Артамонова к. филол. н., доцент М. В. Артамонова

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Педагогический институт
Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

В. В. Жиков В. В. Жиков

« 16 » 05 20 16

Основание:
решение кафедры
от « 16 » 05 20 16

Протокол № 9

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРЫ И ТЕОРИИ ЧИСЕЛ»

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника Магистр

Содержание

- 1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Избранные вопросы алгебры и теории чисел»**
- 2. Перечень формируемых компетенций и этапы их формирования**
 - 2.1. Формируемые компетенции
 - 2.2. Процесс формирования компетенций
- 3. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках текущего контроля**
 - 3.1. Виды оценочных средств, используемых для текущего контроля:
 - коллоквиум
 - контрольная работа
 - тест
 - 3.2. Критерии оценки сформированности компетенций:
 - участия в коллоквиуме
 - контрольной работы
 - результатов тестирования
- 4. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках промежуточного контроля**
 - 4.1. Вопросы к экзамену по дисциплине «Избранные вопросы алгебры и теории чисел»
 - 4.2. Критерии оценки сформированности компетенций на экзамене (зачете с оценкой).

1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Избранные вопросы алгебры и теории чисел»

Направление подготовки: 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика»

Дисциплина: «Избранные вопросы алгебры и теории чисел»

Форма промежуточной аттестации: экзамен (3 семестр), зачет с оценкой (4 семестр)

2. Перечень формируемых компетенций и этапы их формирования

2.1. Формируемые компетенции

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ОК-1, ОПК-2,4, ПК-2,3.

ОК 1-способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень

ОПК 2-готовность использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач;

ОПК 4-способность осуществлять профессиональное и личностное самообразование, проектировать дальнейшие образовательные маршруты и профессиональную карьеру

ПК 2-способность формировать образовательную среду и использовать профессиональные знания и умения в реализации задач инновационной образовательной политики

ПК 3- способностью руководить исследовательской работой обучающихся

В процессе формирования компетенций обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: Основные понятия и методы решения задач из области алгебры и теории чисел (Z^1), определения и основные свойства делимости в коммутативном кольце, понимать взаимосвязи между факториальными кольцами, кольцами главных идеалов и евклидовыми кольцами (Z^2), основные алгоритмы решения избранных задач алгебры и теории чисел (Z^3);

уметь: применять основные теоремы алгебры и теории чисел к решению различных задач (Y^1), приводить примеры евклидовых и факториальных колец, понимать значение общих результатов об евклидовых и факториальных кольцах для колец целых чисел и многочленов над полем (Y^2); применять определение и свойства теории чисел при решении задач теории сравнения (Y^3)

владеть методами решения рассмотренных при изучении дисциплины задач (H^1), навыками применения современного математического инструментария для решения задач математики и информатики (H^2), методикой построения, анализа и применения математических моделей для прикладных задач математики (H^3).

Студенты, изучающие дисциплину «Избранные вопросы алгебры и теории чисел», также должны овладеть **профессиональной компетенцией (ПКст)**, закрепленной в **Профессиональном стандарте педагога** (утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18 октября 2013г.): Совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся (Y^3).

2.2. Процесс формирования компетенций

№	Контролируемые темы, разделы (в соответствии с рабочей программой дисциплины)	Формируемые компетенции	Последовательность (этапы) формирования компетенций										
			З			У			Н				
			З ¹	З ²	З ³	У ¹	У ²	У ³	Н ¹	Н ²	Н ³		
3 семестр													
1.	Основные алгебраические структуры	ОК1, ОПК2 ПК2,3	+	+	+	+	+				+	+	+
2.	Идеалы колец, их виды.	ОК1, ОПК2	+	+	+	+	+				+	+	+
3.	Фактор-кольца и их свойства	ОК1, ОПК2	+	+	+	+	+				+	+	+
4.	Теория делимости на языке идеалов	ОК1, ОПК2	+	+	+	+	+				+	+	+
5.	Неприводимый многочлен и его свойства. Минимальный аннулятор и его свойства.	ОК1, ОПК2 ОПК4	+	+	+	+	+				+	+	+
6.	Расширения полей	ОК1, ОПК2 ПК2,3	+		+	+	+				+	+	+
7.	Алгебраическое и трансцендентное расширение поля	ОК1, ОПК2	+		+	+	+				+	+	+
8.	Алгебраически замкнутое поле	ОК1, ОПК2	+		+	+	+				+	+	+
9	Поля разложения многочлена	ОК1, ОПК2 ПК2,3			+		+				+	+	+
4 семестр													
1	Целые систематические числа. Существование и единственность значения цепной дроби	ОК1, ОПК2	+		+	+	+				+	+	+
2	Теория сравнений. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю. Кольцо и поле классов вычетов. Системы вычетов	ОК1, ОПК2 ПК2,3	+		+				+		+	+	+
3	Двучленные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к	ОК1, ОПК2	+		+	+	+	+			+	+	+

	решению сравнений										
4	Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра	ОК1, ОПК2	+		+	+	+	+	+	+	+
5	Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю	ОК1, ОПК2, ОПК4, ПК2,3	+		+	+	+	+	+	+	+

3. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках текущего контроля

3.1. Виды оценочных средств, используемых для текущего контроля

№	Контролируемые темы, разделы (в соответствии с рабочей программой дисциплины)	Формируемые компетенции	Виды оценочных средств
3 семестр			
1.	Основные алгебраические структуры	ОК1, ОПК2, ПК2,3	Коллоквиум 1.
2.	Идеалы колец, их виды.	ОК1, ОПК2	Контрольная работа (Рейтинг №1)
3.	Фактор-кольца и их свойства	ОК1, ОПК2	Коллоквиум 2.
4.	Теория делимости на языке идеалов	ОК1, ОПК2	Коллоквиум 3.
5.	Неприводимый многочлен и его свойства. Минимальный аннулятор и его свойства.	ОК1, ОПК2, ОПК4	Контрольная работа (Рейтинг №2).
6.	Расширения полей	ОК1, ОПК2, ПК2,3	Коллоквиум 4
7.	Алгебраическое и трансцендентное расширение поля	ОК1, ОПК2	Контрольная работа (Рейтинг №3).
8.	Алгебраически замкнутое поле	ОК1, ОПК2	Коллоквиум 5
9	Поля разложения многочлена	ОК1, ОПК2, ПК2,3	Коллоквиум 6
4 семестр			
1	Целые систематические числа. Су-	ОК1, ОПК2	Коллоквиум 1

	ществование и единственность значения цепной дроби		
2	Теория сравнений. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю. Кольцо и поле классов вычетов. Системы вычетов	ОК1, ОПК2 ПК2,3	Контрольная работа (Рейтинг №1).
3	Двучленные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к решению сравнений	ОК1, ОПК2	Коллоквиум 2.
4	Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра	ОК1, ОПК2	Контрольная работа (Рейтинг №2).
5	Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю	ОК1, ОПК2 ОПК4, ПК2,3	Коллоквиум 3

Вопросы для коллоквиумов

№	Тема коллоквиума	Вопросы к коллоквиуму
3 семестр		
1	Алгебраические структуры	<ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие множества. Операции над множествами. 2. Отображение множеств. Декартов квадрат множества 3. Кольца. Поля 4. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства 5. Ядро и образ морфизмов
2	Идеалы колец	<ol style="list-style-type: none"> 1. Кольца. Евклидовы кольца 2. Идеалы колец. Виды идеалов 3. Кольцо главных идеалов 4. Области целостности 5. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства
3	Фактор-кольца	<ol style="list-style-type: none"> 1. Отношение эквивалентности и его свойства 2. Отношение сравнимости в кольце по модулю иде-

		ала. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. 3. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца
4	Неприводимые многочлены	1. Неприводимый многочлен над полем и его свойства. 2. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена
5	Расширение полей	1. Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его 2. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля. 3. Простое расширение поля, примеры и его свойства. 4. Простота конечного разложения 5. Простое трансцендентное расширение кольца. Теорема о существовании простого трансцендентного расширения коммутативного кольца.
6	Совершенные поля	1. Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым. 2. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях. 3. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики
4 семестр		
1	Кольцо вычетов	1. Обратимые кольца вычетов 2. Виды систем вычетов.
2	Асимптотический закон распределения простых чисел	1. Л. Эйлер, его вклад в проблему распределения простых чисел. П.Л. 2. Чебышев, его вклад в проблему распределения простых чисел. Риман, его вклад в проблему распределения простых чисел. 3. Теорема Валле-Пуссена, теорема Н.Г. Чудакова.
3	Трансцендентные числа	1. Трансцендентные числа. Теорема Лиувилля. 2. Аппроксимационный подход Гельфонда в проблеме трансцендентных чисел.

Задания к контрольным работам

3 семестр

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Алгебраические структуры

Постановка задачи: Группы, подгруппы, кольца поля

Ход работы:

1. Пусть даны множество G многочленов степени меньше либо равной 5 над R и множество H многочленов степени меньшей либо равной 3.

- 1) доказать, что а) $G(+)$ - группа;
- б) $H(+)$ - подгруппа группы G ;
- в) $H(+)$ - нормальный делитель группы G .
- 2) Построить факторгруппу G/H .
- 3) Доказать, что G/H тождественно равна аддитивной группе вещественных чисел.
2. Доказать, что множество $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$.
3. Построить факторкольца \mathbb{Z} по идеалу $J = 4\mathbb{Z}$.
4. Доказать изоморфизм колец $M_1 = \{x \mid x = a + b\sqrt{7}, a, b \in \mathbb{Z}\}$ и $M_2 = \left\{ \alpha \mid \alpha = \begin{pmatrix} a & 7b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$.
5. Построить поле расширения $R(\sqrt{13})$.

Рейтинг-контроль № 2

1. Исследовать фактор – кольца:

- 1) кольца целых чисел по главному идеалу, порождённому числом а) 2, б) 4;
- 2) кольца целых гауссовых чисел по главному идеалу, порождённому числом а) 2, б) 4.
2. Доказать, что в поле все элементы ассоциированы.
3. Пусть K – целостное кольцо и a – ненулевой элемент. До-казать, что a – делитель нуля, для любых положительных целых чисел a, b .
4. Доказать, что кольца целых чисел \mathbb{Z} понятия простоты и неприводимости совпадают и описывают в точности множество простых чисел.
5. Пусть K – ненулевое коммутативное ассоциативное кольцо с единицей, а P, M – идеалы в K . Показать
 - 1) P – простой идеал $\hat{U} K/P$ – область целостности;
 - 2) M – максимальный идеал $\hat{U} K/M$ – поле.

Рейтинг-контроль № 3

1. В поле $Q(\sqrt{3})$, где $\sqrt{3}$ – корень многочлена $x^2 + 3x + 3$, найти элемент, обратный к $\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$
- 2 Построить множество P самосовмещений ромба. Определить вид алгебраической структуры $(P, 0)$.
- 3 Определить, кольцо или полем является множество $5Z$ всех целых чисел, кратных 5
- 4 Докажите, что поле не имеет идеалов, отличных от тривиальных.
- 5 Докажите, что пересечением левых идеалов кольца есть левый идеал кольца
- 6 Найдите все идеалы кольца Z_{12}

4 семестр

Текущий контроль

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Теория делимости в кольце целых чисел

Постановка задачи: В ходе изучения теории чисел студент должен знать основные свойства и алгоритмы делимости в кольце Z : знание НОДа, НОКа целых чисел, владение алгоритмом Евклида, признаки делимости.

Ход работы:

1. Число a кратно числу 6. Докажите, что $a^2 - 12a$ кратно числу 36.
2. Докажите, что разность между трёхзначным числом и числом, записанном теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
3. Докажите, что $(7^n - 6 \cdot 2^n) : 5$, если n - натуральное число.
4. Натуральное число a оканчивается цифрой 4 и на 4 не делится. Докажите, что разность $a - 14$ делится на 20.
5. Число a при делении на 5 даёт остаток 3. Какой остаток получится при делении числа $6a^2 - 3a$ на 15?
6. Найдите остаток от деления $10! - 49$ на 42.
7. Чётные числа a и b , не кратные 6, при делении на 6 имеют разные остатки. Докажите, что сумма $a + b$ делится на 6.
8. Докажите, что квадрат любого числа делится на 9, либо при делении на 3 даёт остаток 1.
9. Найдите НОД чисел $30n + 25$ и $20n + 15$, где $n \in N$.
10. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД и НОК чисел 456 и 41232.
11. Докажите, что при любом целом a число $a(a^4 - 125a^2 + 4)$ кратно 120.
12. Решите систему уравнений в натуральных числах
$$\begin{cases} x + y = 150, \\ \text{НОД}(x; y) = 30. \end{cases}$$

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Теория сравнений с арифметическими приложениями.

Постановка задачи: Умение решать сравнения и системы сравнений, производить разложения квадратичных иррациональностей в непрерывные дроби, производить иные вычисления из основ теории чисел. Решение сравнений первой степени и их систем; решение сравнений с помощью цепных дробей. Решение в целых числах уравнений первой степени с двумя неизвестными при помощи сравнений

Ход работы:

1. Решить сравнения:

Вариант 1

- a) $3x \equiv 6 \pmod{9}$;
- b) $16x \equiv 9 \pmod{23}$;
- c) $243x \equiv 271 \pmod{317}$.

Ответ:

- a) $x_1 \equiv 2(9), x_2 \equiv 5(9)$;
- b) $x \equiv 2(23)$;
- c) $x \equiv 112(317)$.

Вариант 2

- a) $4x \equiv 12(18)$;
- b) $15x \equiv 16 \pmod{29}$;
- c) $139x \equiv 118 \pmod{239}$.

ОТВЕТ:

- a) $x_1 \equiv 2(9), x_2 \equiv 5(9)$;
- b) $x \equiv 3(23)$;
- c) $x \equiv 147(239)$.

2. Решите систему сравнений:

Вариант 1.

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5}; \\ x \equiv 2 \pmod{7}; \\ x \equiv 4 \pmod{9}. \end{cases}$$

Ответ:

$$x \equiv 58(315).$$

Вариант 2.

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3}; \\ x \equiv 5 \pmod{7}; \\ x \equiv 9 \pmod{11}. \end{cases}$$

Ответ:

$$x \equiv -2(231).$$

3. Разложить многочлен $f(x)$ на множители по модулю m :

Вариант 1.

$$f(x) = x^4 + 7x^3 + x - 9, \\ m = 13.$$

Ответ:

$$f(x) \equiv (x-1)^2(x-2)^2 \pmod{13}$$

Вариант 2.

$$f(x) = x^4 - 3x^3 - x + 3, \\ m = 7.$$

Ответ:

$$f(x) \equiv (x-1)(x-2)(x^2-2) \pmod{7}.$$

4. Найдите остаток при делении :

Вариант 1

$$13^{1054} - 23 \cdot 16^{285} + 22^{17} \text{ на } 15$$

Вариант 2.

$$29^{2929} - 34^{3434} + 29 \cdot 41 \cdot 6^{231} \text{ на } 31$$

Рейтинг-контроль 3

ТЕМА: Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра.

Постановка задачи. Решение сравнения второй степени: сведение сравнений второй степени к двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому модулю; квадратичные вычеты и невычеты; число решений сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов. Символ Лежандра и его свойства; закон взаимности квадратичных вычетов.

Ход работы.

1. Вычислить символ Лежандра $\left(\frac{62}{47}\right)$.
2. Найти первообразный корень по модулю 17 и составить таблицу индексов.
3. Решить неопределенное уравнение $13x + 23y = 107$
4. Построить системы квадратичных вычетов по простому модулю 57
5. Найти все первообразные корни по модулю 11 и построить таблицу индексов
6. Найдите показатель, которому принадлежит 5 по модулю 61.
7. Составить таблицу индексов по модулю m , взяв за основание первообразный корень g :
 $m=27, g=2$.
8. С помощью таблиц из задачи 3 решите сравнения :
а) $5x \equiv 13 \pmod{27}$;
б) $x \equiv 10 \pmod{27}$.

Тестовый рейтинг-контроль

1. Остаток от деления числа (-5) на число 3 равен:

- а. А) -1;
- б. Б) 2;
- в. В) -2;
- г. Г) 1.

2. Остаток от деления числа (-10) на число 7 равен:

- а. А) 4;
- б. Б) -3;
- в. В) 2;
- г. Г) -4.

3. Остаток от деления числа 12 на число (-5) равен:

- а. А) -3;
- б. Б) 2;
- в. В) -2;
- г. Г) 3.

4. Остаток от деления числа (-14) на число (-3) равен:

- а. А) -2;
- б. Б) 2;
- в. В) -1;
- г. Г) 1.

5. Остаток от деления числа (-12) на число (-7) равен:

- а. А) 2;
- б. Б) -2;
- в. В) 5;
- г. Г) -5.

6. НОД чисел $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равен:

- а. А) 2;

- b. Б) 3;
 c. В) 7;
 d. Г) 14.
7. **НОК чисел $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равно:**
 a. А) 210;
 b. Б) 630;
 c. В) 2940;
 d. Г) 294.
8. **НОД чисел $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$ и $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ равен:**
 a. А) 11;
 b. Б) 2;
 c. В) 12;
 d. Г) 22.
9. **НОК чисел $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$ и $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ равно:**
 a. А) 220;
 b. Б) 726;
 c. В) 330;
 d. Г) 770.
10. **НОД чисел $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равен:**
 a. А) 4;
 b. Б) 2;
 c. В) 6;
 d. Г) 12.
11. **Ровно три простых числа содержится в последовательности:**
 a. А) 1, 3, 5, 7, 9;
 b. Б) 1, 3, 4, 5, 6;
 c. В) 3, 5, 6, 9, 10;
 d. Г) 4, 5, 6, 7, 9.
12. **Простых чисел больше, чем составных, в последовательности:**
 a. А) 1, 2, 3, 4, 5;
 b. Б) 3, 4, 5, 6, 8;
 c. В) 1, 2, 4, 5, 6;
 d. Г) 1, 3, 5, 6, 8.
13. **Простых чисел меньше, чем составных, в последовательности:**
 a. А) 1, 2, 3, 4, 5;
 b. Б) 3, 4, 5, 6, 8;
 c. В) 2, 4, 5, 6, 7;
 d. Г) 1, 2, 4, 5, 9.
14. **Ровно два простых числа содержится в последовательности:**
 a. А) 1, 3, 4, 6, 8;
 b. Б) 3, 4, 7, 8, 9;
 c. В) 1, 2, 3, 4, 5;
 d. Г) 1, 3, 7, 9, 11.
15. **Количество простых чисел равно количеству составных в последовательности:**
 a. А) 1, 3, 5, 9, 15;
 b. Б) 1, 2, 3, 4, 5;
 c. В) 2, 4, 7, 8, 9;
 d. Г) 1, 2, 4, 6, 8.
16. **Используя признак делимости, получаем, что на 4 делится число:**
 a. А) 123450;
 b. Б) 654321;

- c. В) 789132;
d. В) 975426.
17. **Используя признак делимости, получаем, что на 6 делится число:**
a. А) 271580;
b. Б) 728404;
c. В) 1309746;
d. Г) 198563.
18. **Используя признак делимости, получаем, что на 18 делится число:**
a. А) 918273;
b. Б) 145638;
c. В) 654321;
d. В) 498532.
19. **Используя признак делимости, получаем, что на 15 делится число:**
a. А) 135790;
b. Б) 864205;
c. В) 654870;
d. Г) 918275.
20. **Используя признак делимости, получаем, что на 30 делится число:**
a. А) 507370;
b. Б) 249260;
c. В) 196480;
d. Г) 728190.
21. **Дробная часть числа (-6,25) равна:**
a. А) -0,25;
b. Б) 0,75;
c. В) 0,25;
d. Г) -0,75.
22. **Дробная часть числа 4,48 равна:**
a. А) 0,48;
b. Б) -0,52;
c. В) -0,48;
d. Г) 0,52.
23. **Дробная часть числа (-10,55) равна:**
a. А) -0,55;
b. Б) 0,45;
c. В) 0,55;
d. Г) -0,45.
24. **Дробная часть числа 2,43 равна:**
a. А) 0,57;
b. Б) -0,57;
c. В) 0,43;
d. Г) -0,43.
25. **Дробная часть числа (-5,17) равна:**
a. А) -0,17;
b. Б) 0,17;
c. В) -0,83;
d. Г) 0,83.
26. **66. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 75 = 3 \cdot 5^2$ равно:**
27. А) 4;
28. Б) 5;
29. В) 6;
30. Г) 3.

31. 67. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 100 = 2^2 \cdot 5^2$ равно:
32. А) 6;
33. Б) 7;
34. В) 8;
35. Г) 9.
36. 68. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 72 = 2^3 \cdot 3^2$ равно:
37. А) 6;
38. Б) 10;
39. В) 8;
40. Г) 12.
41. 69. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 56 = 2^3 \cdot 7$ равно:
42. А) 8;
43. Б) 5;
44. В) 7;
45. Г) 6.
46. 70. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 63 = 3^2 \cdot 7$ равно:
47. А) 12;
48. Б) 9;
49. В) 6;
50. Г) 4.
51. Числа 15 и 30 сравнимы по модулю:
- а. А) 11;
- б. Б) 5;
- с. В) 6;
- д. Г) 8.
52. Числа 12 и 18 сравнимы по модулю:
- а. А) 3;
- б. Б) 5;
- с. В) 7;
- д. Г) 9.
53. Числа 22 и 14 сравнимы по модулю:
- а. А) 9;
- б. Б) 8;
- с. В) 7;
- д. Г) 6.
54. Числа 38 и 28 сравнимы по модулю:
- а. А) 6;
- б. Б) 8;
- с. В) 10;
- д. Г) 12.
55. Числа 26 и 12 сравнимы по модулю:
- а. А) 8;
- б. Б) 7;
- с. В) 6;
- д. Г) 5.
56. Полную систему вычетов по модулю 7 образует следующий набор:
- а. А) $\overline{14}, \overline{1}, \overline{9}, \overline{-4}, \overline{4}, \overline{12}, \overline{27}$;
- б. Б) $\overline{0}, \overline{1}, \overline{-2}, \overline{10}, \overline{24}$;
- с. В) $\overline{9}, \overline{8}, \overline{1}, \overline{3}, \overline{-5}, \overline{-4}, \overline{2}, \overline{16}$;
- д. Г) $\overline{21}, \overline{28}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{7}, \overline{-5}, \overline{6}$.
57. Полную систему вычетов по модулю 6 образует следующий набор:

- a. А) $\bar{0}, \bar{-1}, \bar{2}, \bar{-3}, \bar{4}, \bar{-5}$;
- b. Б) $\bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}$;
- c. В) $\bar{18}, \bar{17}, \bar{16}, \bar{15}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{25}$;
- d. Г) $\bar{1}, \bar{7}, \bar{2}, \bar{8}, \bar{3}, \bar{9}$.

58. Полную систему вычетов по модулю 5 образует следующий набор:

- a. А) $\bar{10}, \bar{15}, \bar{-2}, \bar{0}, \bar{3}$;
- b. Б) $\bar{-1}, \bar{-2}, \bar{-3}, \bar{-4}$;
- c. В) $\bar{20}, \bar{21}, \bar{2}, \bar{33}, \bar{34}$;
- d. Г) $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{-3}, \bar{-4}, \bar{5}, \bar{6}$.

59. Полную систему вычетов по модулю 4 образует следующий набор:

- a. А) $\bar{8}, \bar{13}, \bar{6}, \bar{15}$;
- b. Б) $\bar{-4}, \bar{-3}, \bar{-2}, \bar{1}, \bar{2}$;
- c. В) $\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}$;
- d. Г) $\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$.

60. Полную систему вычетов по модулю 3 образует следующий набор:

- a. А) $\bar{18}, \bar{10}, \bar{20}$;
- b. Б) $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$;
- c. В) $\bar{-2}, \bar{0}$;
- d. Г) $\bar{1}, \bar{19}, \bar{21}$.

61. Число СІХ в десятичной системе счисления равно:

- a. А) 509;
- b. Б) 19;
- c. В) 59;
- d. Г) 109.

62. Основание системы счисления g в девятеричной системе счисления изображается числом:

- a. А) 9;
- b. Б) 10;
- c. В) 11;
- d. Г) 01.

63. В семеричной системе счисления верно записано число:

- a. А) 2360_7 ;
- b. Б) 35721_7 ;
- c. В) 608512_7 ;
- d. Г) 29561_7 .

64. 84. Равенство $26 = 101x$ имеет место в системе счисления с основанием:

- 65. А) 3;
- 66. Б) 5;
- 67. В) -5;
- 68. Г) 4.

69. 85. Верный результат сложения $34807_9 + 8765_9$ равен:

- 70. А) 45731_9 ;
- 71. Б) 44562_9 ;
- 72. В) 54374_9 ;
- 73. Г) 44673_9 .

3.2. Критерии оценки сформированности компетенций

Критерии оценивания участия в коллоквиуме (max – 5 баллов)

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
5	Студент продемонстрировал высокий уровень теоретической подготовки (владение терминологическим аппаратом, знание основных формул и законов), умение применять имеющиеся знания на практике (пояснить то или иное явление на примере), а также умение высказывать свое мнение, отстаивать свою позицию, слушать и оценивать различные точки зрения, конструктивно полемизировать, находить точки соприкосновения разных позиций.
4	Студент продемонстрировал достаточный уровень теоретической подготовки (владение терминологическим аппаратом, знание основных формул и законов), умение применять имеющиеся знания на практике (пояснить то или иное явление на примере), а также способность отвечать на дополнительные вопросы.
3	Студент в основном продемонстрировал теоретическую подготовку, знание основных формул и законов, однако имел затруднения в применении знаний на практике и ответах на дополнительные вопросы, не смог сформулировать собственную точку зрения и обосновать ее.
1-2	Студент продемонстрировал низкий уровень теоретических знаний, невладение основными терминологическими дефинициями, не смог принять активное участие в дискуссии и допустил значительное количество ошибок при ответе на вопросы преподавателя.

Критерии оценивания контрольной работы (max – 5 баллов)

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
5	Студент самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемых вопросов и заданий; показывает умение формулировать выводы и обобщения по теме заданий; допускает не более 1 ошибки при выполнении всех заданий контрольной работы.
4	Студент самостоятельно излагает материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемых вопросов и заданий; показывает умение формулировать выводы и обобщения по теме заданий; допускает не более 2 ошибок при выполнении всех заданий контрольной работы.

3	Студент самостоятельно излагает материалы учебного курса; затрудняется с формулировками выводов и обобщений по теме заданий; допускает не более 3 ошибок и выполняет не более 50% всех заданий контрольной работы.
1-2	Студент демонстрирует неудовлетворительное знание базовых терминов и понятий курса, отсутствии логики и последовательности в изложении ответов на предложенные вопросы; выполняет менее 50% всех заданий контрольной работы, допустив 5 и более ошибок.

Критерии оценивания результатов тестирования (max – 5 баллов)

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
5	Студент ответил на все вопросы, допустив не более 1 ошибки в тесте
4	Студент ответил на все вопросы, допустив не более 3 ошибок в тесте
3	Студент ответил на все вопросы, допустив не более 5 ошибок в тесте
1-2	Студент ответил не на все вопросы и допустил более 5 ошибок в тесте

**4. Критерии оценки сформированности компетенций
в рамках промежуточного контроля**

4.1 Вопросы к экзамену по курсу «Избранные вопросы алгебры и теории чисел»

Семестр 3

1. Вложения областей целостности в поля.
2. Поле частных области целостности.
3. Поля рациональных дробей.
4. Китайская теорема об остатках.
5. Конечные расширения поля.
6. Алгебраические элементы над полем.
7. Трансцендентные элементы над полем.
8. Минимальный многочлен алгебраического элемента.
9. Алгебраические расширения полей.
10. Трансцендентные расширения полей.
11. Простое расширение поля.
12. Поле разложения многочлена и его существование и единственность.
13. Свойства операции взятия производного многочлена, характеристика конечных полей и их подполей.
14. Мультипликативная группа конечного поля.

15. Прimitивные элементы поля, примитивные многочлены над конечным полем
16. Свойства корней неприводимых многочленов.
17. Автоморфизм Фробениуса, группа автоморфизмов конечного поля.
18. Алгоритм Берлекемпа разложения многочлена на неприводимые множители.
19. Порядок многочлена, теорема о порядке многочлена и порядке его корней.
20. Порядок примитивных многочленов, теорема о связи примитивных многочленов и круговых многочленов.
21. Метод нахождения минимального многочлена элемента через сопряженные элементы.
22. Два метода построения примитивных многочленов данной степени над конечным полем

Семестр 4 (зачет с оценкой)

1. Свойства делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
3. Теорема о линейной форме НОД.
4. Наименьшее общее кратное. Формула для нахождения НОК.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
7. Основная теорема арифметики. Каноническое представление числа.
8. Сумма и число натуральных делителей числа.
9. Понятие сравнимости чисел по модулю. Эквивалентные определения.
10. Свойства сравнений.
11. Классы вычетов и системы вычетов.
12. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Функция Эйлера.
15. Теоремы Эйлера и Ферма и их применение.
16. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Условия разрешимости и способы решений.
17. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Формулы для вычисления подходящих дробей.
18. Свойства подходящих дробей. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
19. Алгебраические сравнения произвольной степени с одним неизвестным.

20. Теорема Вильсона. Критерий просторы.
21. Решение алгебраических сравнений по составному модулю и модулю P
22. Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера.
23. Символ Лежандра, его свойства и применение.
24. Порядок числа по модулю. Свойства порядка числа.
25. Индексы и их применение.
26. Проверка правильности арифметических действий. Вывод признаков делимости.
27. Определение длины периода дроби.

4.2 Критерии оценки сформированности компетенций на экзамене (зачете с оценкой)

Общая сумма баллов рейтинговой оценки	Оценка уровня сформированности компетенций на экзамене (зачете с оценкой)	Критерии оценки
100-81	«отлично»	<p>Студент глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает его на экзамене (зачете с оценкой), умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение.</p> <p>Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют высокую степень овладения программным материалом.</p>
80-61	«хорошо»	<p>Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.</p> <p>Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют хорошую степень овладения программным материалом.</p>

<p>60-41</p>	<p><i>«удовлетворительно»</i></p>	<p>Студент имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.</p> <p>Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют достаточную (удовлетворительную) степень овладения программным материалом.</p>
<p>40-0</p>	<p><i>«неудовлетворительно»</i></p>	<p>Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые регулярно пропускали учебные занятия и не выполняли требования по выполнению самостоятельной работы и текущего контроля.</p> <p>Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют низкий уровень овладения программным материалом.</p>