

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Педагогический институт



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

М.В. Артамонова

_____ 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ГЕОМЕТРИЯ

направление подготовки / специальность

44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) подготовки

Математика. Информатика

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины является ознакомление с основными методами, средствами и способами решения классических задач по дисциплине для дальнейшего применения математического аппарата геометрического направления для решения практических задач, связанных с профилем подготовки

Задачи:

- овладение теоретических основ науки, терминологии, этапов становления, многообразия геометрии, связей различных разделов; изучение основных приемов и методов решения геометрических задач;
- формирование навыков работы с учебной и научной литературой; решения расчетных задач; построения моделей, наиболее полно отвечающих требованиям поставленной задачи; овладение умением решения творческих и нестандартных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Геометрия» относится к обязательной части учебного плана 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции <i>(код, содержание индикатора)</i>	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений.	Знает: • приемы и методы предметной области в различных видах и формах учебной деятельности; Умеет: • определять вид математической модели для решения практической задачи; • – использовать основные методы решения геометрических задач; • – подбирать задачи для реализации поставленной учебной цели. Владеет: • содержательной интерпретацией и адаптацией предметного материала для решения образовательных задач в соответствующей профессиональной области	Например, Тестовые вопросы Ситуационные задачи Практико-ориентированное задание Эссе

<p>ОПК7. Способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ</p>	<p>ОПК.7.1. Определяет состав участников образовательных отношений, их права и обязанности в рамках реализации образовательных программ, в том числе в урочной деятельности, внеурочной деятельности, коррекционной работе ОПК.7.2. Проводит отбор и применение форм, методов и технологий взаимодействия и сотрудничества участников образовательных отношений в урочной деятельности, внеурочной деятельности и коррекционной работе в рамках реализации образовательных программ ОПК.7.3. Планирует и организует деятельность основных участников образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ с учетом социальных возрастных и иных особенностей участников образовательного процесса</p>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> как определить состав участников образовательных отношений. <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> проводить отбор методов и технологий взаимодействия с участниками образовательного процесса. <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> способами планирования организации отношений в рамках образовательной программы. 	<p>КП/КР</p>
<p>ПК4 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p>ПК.4.1. Формулирует личностные, предметные и метапредметные результаты обучения по своему учебному предмету ПК.4.2. Применяет современные методы формирования развивающей образовательной среды ПК.4.3. Создает педагогические условия для формирования развивающей образовательной среды</p>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> формулировки личностных, предметных и метапредметных результатов обучения по своему учебному предмету. <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> применять современные методы формирования развивающей образовательной среды. <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> способами создания педагогических условий для формирования развивающей образовательной среды. 	<p>КП/КР Отчет по практической подготовке (приложение 1)</p>
<p>ПК8 Способен проектировать траектории своего профессионального роста и личностного развития</p>	<p>П.8.1. Определяет собственные профессиональные потребности и дефициты, в том числе в предметной области П.8.2. Способен проектировать индивидуальный образовательный маршрут, направленный на обеспечение непрерывного повышения профессионального мастерства и личностного развития П.8.13. Способен к самообразованию в рамках своей предметной области посредством применения современных образовательных технологий</p>	<p>Знает</p> <ul style="list-style-type: none"> термины и понятия дисциплин предметной подготовки; <p>Умеет</p> <ul style="list-style-type: none"> проектировать образовательный процесс (в предметной области по профилю подготовки) в соответствии требованиями образовательных стандартов общего образования (составление сценариев / конспектов уроков, технологических карт) <p>Владеет</p> <ul style="list-style-type: none"> способами самообразования в рамках предметной области. 	<p>КП/КР Отчет по практической подготовке (приложение 1)</p>

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц, 324 часов

Тематический план форма обучения – очная

п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Векторная алгебра	2	1	2	2			2	
2	Метод координат. Прямая и плоскость	2	2-3	4	4		2	4	РК №1
3	Кривые второго порядка на евклидовой плоскости	2	4-6	2	6		2	2	
4	Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве	2	7-9	2	6		2	2	РК №2
5	Теория преобразования плоскости и пространства	2	10-12	2	6		2	2	
6	Элементы общей теории многомерных пространств	2	13-15	2	6		2	2	
7	k-мерные геометрические объекты в n-мерном евклидовом пространстве	2	16-18	4	6		1	4	РК №3
Всего за 2 семестр				18	36			18	Экзамен (36)
8	Проективная геометрия	3	1-12	12	24		4	18	РК №1
9	Методы изображения	3	13-16	4	8		4	18	РК №2
10	Конструктивная геометрия	3	17-18	2	4		3	18	РК №3
Всего за 3 семестр				18	36			54	Зачет с оценкой
11	Топология	4	1-2	2	2				
12	Дифференциальная геометрия кривых	4	3-7	4	10		4	6	РК №1
13	Дифференциальная геометрия поверхностей	4	8-16	6	12		4	6	РК №2
14	Основания геометрии	2	15	2	2		3	6	
15	Неевклидовы геометрии	2	16-18	4	10				РК №3
Всего за 4 семестр				18	36			18	Экзамен (36)
Наличие в дисциплине КП/КР									
Итого по дисциплине				54	108			90	2 экзамена (72) Зачет с оценкой

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Векторная алгебра

Тема 1. Понятие вектора, направленного отрезка, векторное пространство. Действия над векторами.

Содержание темы. Направленные отрезки. Векторы. Сложение векторов, умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора в базисе. Действия над векторами в координатной форме. Векторное пространство. Размерность векторного пространства.

Угол между векторами. Понятие ориентированного угла. Скалярное произведение векторов. Модуль вектора. Евклидово пространство. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Ортогональность векторов. Ортогонализация системы векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии. Аффинная координатная система на плоскости и в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Классификация систем координат. Нахождение в аффинной координатной системе координат направленного отрезка, середины отрезка, деление отрезка в данном отношении, координаты центра тяжести системы двух материальных точек, центра тяжести треугольника. Нахождение в прямоугольной декартовой координатной системе длины отрезка. Формулы преобразования координат. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.

Раздел 2. Метод координат. Прямая и плоскость

Тема 1. Прямая линия на плоскости

Содержание темы. Способы задания прямой. Уравнение прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между прямыми. Приложение теории прямых к решению задач школьного курса геометрии.

Тема 2. Прямая и плоскость в пространстве

Содержание темы. Способы задания плоскости. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя плоскостями. Способы задания прямой. Уравнение прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение теории прямых и плоскостей к решению задач школьного курса геометрии.

Раздел 3. Кривые второго порядка на евклидовой плоскости

Тема 1. Кривые на плоскости. Способы определения. Виды уравнений. Кривые второго порядка. Классификация линий второго порядка на плоскости.

Содержание темы. Кривые на плоскости. Способы определения. Виды уравнений. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Определение. Уравнение. Построение. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Приведение общего уравнения к каноническому виду. Центр линии второго порядка. Прямые линии и кривые линии второго порядка. Взаимное расположение прямой и кривой второго порядка. Асимптоты. Касательные. Диаметры линий второго порядка. Главные направления. Оси. Классификация линий второго порядка на плоскости. Приложение теории кривых второго порядка к решению задач школьного курса геометрии и алгебры.

Раздел 4. Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве

Тема 1. Поверхности в пространстве. Способы определения. Виды уравнений. Прямые и плоскости и поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве.

Содержание темы. Поверхности в пространстве. Способы определения. Виды уравнений. Эллипсоид. Гиперboloиды. Параболоиды. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Определение. Сечения. Уравнение. Частные случаи. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Взаимное расположение прямых (плоскостей) и поверхностей второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве. Приложение теории поверхностей второго порядка к решению задач школьного курса геометрии и алгебры.

Раздел 5. Теория преобразования плоскости и пространства

Тема 1. Отображение и преобразование множеств. Группа преобразований множеств в геометрии. Преобразование плоскости. Преобразование пространства.

Содержание темы. Отображение и преобразование множеств. Группа преобразований множеств в геометрии. Преобразование плоскости. Движения плоскости. Виды движений плоскости. Формулы движений плоскости. Классификация движений плоскости. Преобразование подобия плоскости. Виды подобий плоскости. Формулы преобразования подобия. Классификация подобий плоскости. Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинное преобразование плоскости. Формулы аффинных преобразований плоскости. Группа и подгруппы аффинных

преобразований плоскости. Приложение преобразований плоскости к решению задач школьного курса геометрии. Движения пространства. Вида движений пространства. Классификация движений пространства. Преобразование подобия пространства. Аффинные преобразования пространства. Группа и подгруппы аффинных преобразований пространства. Инварианты преобразования плоскости и пространства. Виды инвариантов. Алгоритм нахождения.

Раздел 6. Элементы общей теории многомерных пространств

Тема 1. Многомерное пространство. Виды многомерных пространств.

Содержание темы. Векторное n -мерное пространство. Евклидово векторное n -мерное пространство. Ортонормированный базис. Координаты вектора в базисе. Действия над векторами в n -мерном евклидовом пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения системы векторов в n -мерном евклидовом пространстве. Аффинное векторное n -мерное пространство. Евклидово n -мерное пространство. Декартова прямоугольная координатная система. Движения n -мерного евклидова пространства. Подобия n -мерного евклидова пространства.

Раздел 7. k -мерные геометрические объекты в n -мерном евклидовом пространстве

Тема 1. k -мерные плоскости в n -мерном пространстве.

Содержание темы. Способы задания k -мерной плоскости. Уравнение k -мерной плоскости. Виды уравнения k -мерной плоскости. Взаимное расположение нескольких k -мерных плоскостей. Понятие многомерного угла. Расстояние от точки k -мерной плоскости. Расстояние между двумя k - и m -мерными плоскостями.

Тема 2. Квадратичные формы. Положительно-определенные квадратичные формы.

Содержание темы. Квадрики в аффинном n -мерном пространстве. Приведение квадрики к нормальному виду. Классификация квадрик. Квадрики в евклидовом пространстве. Виды квадрик ранга два и три.

Раздел 8. Проективная геометрия

Тема 1. Проективное пространство.

Содержание темы. Проективное пространство. Определение. Свойства. Примеры проективных пространств: Проективная прямая, координаты точек на проективной прямой. Проективная плоскость, координаты точек на проективной плоскости. Модель проективного пространства, особые точки. Расширенная прямая как модель проективной прямой. Особые точки расширенной прямой. Расширенная плоскость как модель проективной плоскости. Особые точки расширенной плоскости.

Тема 2. Координатная система проективного пространства.

Содержание темы. Понятие проективного репера и проективных координат. Построение точки по её координатам на модели проективной прямой и плоскости. Восстановление координат точек расширенного пространства. Преобразование проективных координат. Уравнение прямой на проективной плоскости.

Тема 3. Принцип двойственности проективных пространств. Теорема Дезарга.

Содержание темы. Принцип двойственности проективной плоскости и пространства. Теорема Дезарга. Применение теоремы Дезарга при решении задач на построение школьного курса геометрии.

Тема 4. Проективное и перспективное отображение и преобразование.

Содержание темы. Проективные отображения прямых и пучков. Проективные преобразования прямой и пучка. Перспективные отображения.

Тема 5. Простое и сложное отношения

Содержание темы. Сложное отношение точек прямых. Гармоническая четверка. Полный четырехвершинник, гармонические свойства полного четырехвершинника. Сложное отношение прямых пучка.

Тема 6. Кривые второго порядка на проективной плоскости, их виды, классификация, теоремы об овальных кривых.

Содержание темы. Кривые второго порядка на проективной плоскости, их классификация. Овальные линии второго порядка. Теорема Штейнера, следствия теоремы Штейнера. Теорема Паскаля. Теорема Брианшона.

Раздел 9. Методы изображения

Тема 1. Центральное и параллельное проектирование.

Содержание темы. Центральное и параллельное проектирование. Изображение плоских фигур в параллельной проекции. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции. Понятие об аксонометрии. Полные и неполные изображения. Позиционные и метрические задачи.

Тема 2. Понятие о методе Монжа

Содержание темы. Понятие о методе Монжа.

Раздел 10. Конструктивная геометрия

Тема 1. Теория построений на плоскости с помощью различных инструментов. Неразрешимы задачи на построение.

Содержание темы. Инструмент и их свойства. Основные задачи на построение с помощью различных инструментов. Три классические задачи на построение, неразрешимые с помощью циркуля и линейки. Задача на построение с помощью одной линейки.

Раздел 11. Топология

Тема 1. Топологическое пространство. Эйлерова характеристика. Теорема Эйлера о многогранниках.

Содержание темы. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм. Многообразия. Клеточное разложение и Эйлерова характеристика многообразия. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.

Раздел 12. Дифференциальная геометрия кривых

Тема 1. Кривые в дифференциальной геометрии. Классификация Кривых. Уравнения, связанные с поверхностями. Естественная параметризация кривой.

Содержание темы. Понятие линии. Гладкие линии. Касательная. Параметризация кривой. Естественная параметризация кривой. Длина дуги регулярной кривой.

Тема 2. Базис Френе. Репер Френе. Формулы Френе.

Содержание темы. Базис и репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение линии.

Раздел 13. Дифференциальная геометрия поверхностей

Тема 1. Поверхности в дифференциальной геометрии. Классификация поверхностей. Уравнения, связанные с поверхностями

Содержание темы. Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Классификация поверхностей. Уравнения поверхностей. Касательная плоскость и нормаль поверхности.

Тема 2. Первая и вторая квадратичная форма поверхности

Содержание темы. Первая квадратичная форма поверхности и её приложения. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности и её приложения. Применение первой и второй квадратичной форм поверхности.

Тема 3. Внутренняя геометрия поверхностей.

Содержание темы. Деривационные формулы поверхности. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии. Геодезический треугольник. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Раздел 14. Основания геометрии

Тема 1. Основания геометрии. Аксиоматический подход.

Содержание темы. Аксиоматический подход к формированию геометрического знания. Евклидова геометрия. Проблема пятого постулата Евклида

Раздел 15. Неевклидовы геометрии

Тема 1. Геометрия Лобачевского.

Содержание темы. Основные элементы гиперболической геометрии. Модели плоскости и пространства Лобачевского.

Тема 2. Геометрия Римана.

Содержание темы. Основные элементы эллиптической геометрии. Модели плоскости и пространства Римана.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. Векторная алгебра

Тема 1. Понятие вектора, направленного отрезка, векторное пространство. Действия над векторами.

Содержание темы. Направленные отрезки. Векторы. Сложение векторов, умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора в базисе. Действия над векторами в координатной форме. Векторное пространство. Размерность векторного пространства.

Угол между векторами. Понятие ориентированного угла. Скалярное произведение векторов. Модуль вектора. Евклидово пространство. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Ортогональность векторов. Ортогонализация системы векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии. Аффинная координатная система на плоскости и в пространстве. Прямоугольная декартова система координат.

Классификация систем координат. Нахождение в аффинной координатной системе координат направленного отрезка, середины отрезка, деление отрезка в данном отношении, координаты центра тяжести системы двух материальных точек, центра тяжести треугольника. Нахождение в прямоугольной декартовой координатной системе длины отрезка. Формулы преобразования координат. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.

Раздел 2. Метод координат. Прямая и плоскость

Тема 1. Прямая линия на плоскости

Содержание темы. Способы задания прямой. Уравнение прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между прямыми. Приложение теории прямых к решению задач школьного курса геометрии.

Тема 2. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи о прямой и плоскости применительно к решению задач школьного курса.

Содержание темы. Способы задания плоскости. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя плоскостями. Способы задания прямой. Уравнение прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение теории прямых и плоскостей к решению задач школьного курса геометрии.

Раздел 3. Кривые второго порядка на евклидовой плоскости

Тема 1-2. Кривые на плоскости. Способы определения. Виды уравнений. Кривые второго порядка

Содержание темы.

Кривые на плоскости. Способы определения. Виды уравнений. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Определение. Уравнение. Построение. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Приведение общего уравнения к каноническому виду. Центр линии второго порядка. Прямые линии и кривые линии второго порядка. Взаимное расположение прямой и кривой второго порядка. Асимптоты. Касательные. Диаметры линий второго порядка. Главные направления. Оси.

Тема 3. Классификация линий второго порядка на плоскости.

Содержание темы. Классификация линий второго порядка на плоскости. Приложение теории кривых второго порядка к решению задач школьного курса геометрии и алгебры.

Раздел 4. Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве

Тема 1. Поверхности в пространстве. Способы определения. Виды уравнений.

Содержание темы. Поверхности в пространстве. Способы определения. Виды уравнений. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Определение. Сечения. Уравнение. Частные случаи.

Тема 2. Прямые и плоскости и поверхности второго порядка

Содержание темы. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Взаимное расположение прямых (плоскостей) и поверхностей второго порядка.

Тема 3. Классификация поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве.

Классификация поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве. Приложение теории поверхностей второго порядка к решению задач школьного курса геометрии и алгебры.

Раздел 5. Теория преобразования плоскости и пространства

Тема 1-2. Отображение и преобразование множеств. Группа преобразований множеств в геометрии. Преобразование плоскости

Содержание темы. Отображение и преобразование множеств. Группа преобразований множеств в геометрии. Движения плоскости. Виды движений плоскости. Формулы движений плоскости. Классификация движений плоскости. Преобразование подобия плоскости. Виды подобий плоскости. Формулы преобразования подобия. Классификация подобий плоскости. Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинное преобразование плоскости. Формулы аффинных преобразований плоскости. Группа и подгруппы аффинных преобразований плоскости. Приложение преобразований плоскости к решению задач школьного курса геометрии.

Тема 3. Преобразование пространства

Содержание темы. Движения пространства. Вида движений пространства. Классификация движений пространства. Преобразование подобия пространства. Аффинные преобразования пространства. Группа и подгруппы аффинных преобразований пространства. Инварианты преобразования плоскости и пространства. Виды инвариантов. Алгоритм нахождения.

Раздел 6. Элементы общей теории многомерных пространств

Тема 1-3. Многомерное пространство. Виды многомерных пространств.

Содержание темы. Векторное n -мерное пространство. Евклидово векторное n -мерное пространство.

Ортонормированный базис. Координаты вектора в базисе. Действия над векторами в n -мерном евклидовом пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения системы векторов в n -мерном евклидовом пространстве. Аффинное векторное n -мерное пространство. Евклидово n -мерное пространство. Декартова прямоугольная координатная система. Движения n -мерного евклидова пространства. Подобия n -мерного евклидова пространства.

Раздел 7. k -мерные геометрические объекты в n -мерном евклидовом пространстве

Тема 1-2. k -мерные плоскости в n -мерном пространстве

Содержание темы. Способы задания k -мерной плоскости. Уравнение k -мерной плоскости. Виды уравнения k -мерной плоскости. Взаимное расположение нескольких k -мерных плоскостей. Понятие многомерного угла. Расстояние от точки k -мерной плоскости. Расстояние между двумя k - и m -мерными плоскостями.

Тема 3. Квадратичные формы. Положительно-определенные квадратичные формы

Содержание темы.

Квадрики в аффинном n -мерном пространстве. Приведение квадрики к нормальному виду. Классификация квадрик. Квадрики в евклидовом пространстве. Виды квадрик ранга два и три.

Раздел 8. Проективная геометрия

Тема 1. Проективное пространство

Содержание темы. Проективное пространство. Определение. Свойства. Примеры проективных пространств: Проективная прямая, координаты точек на проективной прямой. Проективная плоскость, координаты точек на проективной плоскости. Модель проективного пространства, особые точки. Расширенная прямая как модель проективной прямой. Особые точки расширенной прямой. Расширенная плоскость как модель проективной плоскости. Особые точки расширенной плоскости.

Тема 2. Координатная система проективного пространства

Содержание темы. Понятие проективного репера и проективных координат. Построение точки по её координатам на модели проективной прямой и плоскости. Восстановление координат точек расширенного пространства. Преобразование проективных координат. Уравнение прямой на проективной плоскости.

Тема 3. Принцип двойственности проективных пространств. Теорема Дезарга.

Содержание темы. Принцип двойственности проективной плоскости и пространства. Теорема Дезарга. Применение теоремы Дезарга при решении задач на построение школьного курса геометрии.

Тема 4-5. Проективное и перспективное отображение и преобразование.

Содержание темы.

Проективные отображения прямых и пучков. Проективные преобразования прямой и пучка. Перспективные отображения.

Тема 6-7. Простое и сложные отношения.

Содержание темы. Сложное отношение точек прямых. Гармоническая четверка. Полный четырехвершинник, гармонические свойства полного четырехвершинника. Сложное отношение прямых пучка.

Тема 8-11. Кривые второго порядка на проективной плоскости, их виды, классификация, теоремы об овальных кривых

Содержание темы.

Кривые второго порядка на проективной плоскости, их классификация. Овальные линии второго порядка. Теорема Штейнера, следствия теоремы Штейнера. Теорема Паскаля. Теорема Бриансона.

Тема 12. Задачи на построение, связанные с овальной линией

Содержание темы. Задачи на построение, связанные с овальной линией.

Раздел 9. Методы изображения

Тема 1-2. Центральное и параллельное проектирование.

Содержание темы. Центральное и параллельное проектирование. Изображение плоских фигур в параллельной проекции. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции. Понятие об аксонометрии. Полные и неполные изображения. Позиционные и метрические задачи.

Тема 3. Понятие о методе Монжа

Содержание темы. Понятие о методе Монжа.

Тема 4. Построение на проекционном чертеже.

Содержание темы. Построение геометрических тел, их сечений, различных элементов.

Раздел 10. Конструктивная геометрия

Тема 1. Теория построений на плоскости с помощью различных инструментов. Неразрешимы задачи на построение.

Содержание темы. Инструмент и их свойства. Основные и элементарны задачи на построение с помощью различных инструментов.

Тема 2. Решение задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Содержание темы. Решение различных задач на построение с помощью одной линейки.

Раздел 11. Топология

Тема 1. Топологическое пространство. Эйлерова характеристика. Теорема Эйлера о многогранниках.

Содержание темы. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм. Многообразия. Клеточное разложение и Эйлерова характеристика многообразия. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.

Раздел 12. Дифференциальная геометрия кривых

Тема 1-2. Кривые в дифференциальной геометрии. Классификация Кривых. Уравнения, связанные с поверхностями

Содержание темы. Понятие линии. Гладкие линии. Касательная.

Тема 3-4. Естественная параметризация кривой

Содержание темы. Параметризация кривой. Естественная параметризация кривой. Длина дуги регулярной кривой.

Тема 5. Базис Френе. Репер Френе. Формулы Френе.

Содержание темы. Базис и репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение линии.

Раздел 13. Дифференциальная геометрия поверхностей

Тема 1. Поверхности в дифференциальной геометрии. Классификация поверхностей. Уравнения, связанные с поверхностями.

Содержание темы. Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Классификация поверхностей. Уравнения поверхностей. Касательная плоскость и нормаль поверхности.

Тема 2. Первая квадратичная форма поверхности

Содержание темы. Первая квадратичная форма поверхности и её приложения. Кривизна кривой на поверхности.

Тема 3. Вторая квадратичная форма поверхности

Содержание темы. Вторая квадратичная форма поверхности и её приложения.

Тема 4-5. Применение квадратичных форм поверхности.

Содержание темы. Применение первой и второй квадратичной форм поверхности.

Тема 6. Внутренняя геометрия поверхностей

Содержание темы. Девивационные формулы поверхности. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии. Геодезический треугольник. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Раздел 14. Основания геометрии

Тема 1. Аксиоматики Вейля и Гильберта. Школьная аксиоматика.

Содержание темы.

Система аксиом, различные подходы, использование аксиоматического подхода в различных предметах.

Раздел 15. Неевклидовы геометрии

Тема 1. Геометрия Лобачевского.

Содержание темы.

Основные элементы гиперболической геометрии. Модели плоскости и пространства Лобачевского.

Тема 2-3. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.

Содержание темы.

Основные аксиомы, теоремы и задачи, реализуемые в модели Пуанкаре плоскости Лобачевского.

Тема 4. Геометрия Римана.

Содержание темы. Основные элементы эллиптической геометрии. Модели плоскости и пространства Римана. Основные аксиомы, теоремы и задачи, реализуемые в модели плоскости Римана.

Тема 5. Сферическая геометрия.

Содержание темы. Элементы сферической геометрии. Основные аксиомы, теоремы и задачи, реализуемые в сферической геометрии.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

2 семестр

Рейтинг-контроль 1

1. Даны векторы $\vec{a}\{a_1; a_2; a_3\}$, $\vec{b}\{b_1; b_2; b_3\}$, $\vec{c}\{c_1; c_2; c_3\}$ и $\vec{d}\{d_1; d_2; d_3\}$ в некотором базисе. Покажите, что векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} образуют базис и найдите координаты вектора \vec{d} в базисе $B = \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$.

1.1. $\vec{a}\{1; 2; 3\}$, $\vec{b}\{-1; 3; 2\}$, $\vec{c}\{7; -3; 5\}$, $\vec{d}\{6; 10; 17\}$;

1.2. $\vec{a}\{4; 7; 8\}$, $\vec{b}\{9; 1; 3\}$, $\vec{c}\{2; -4; 1\}$, $\vec{d}\{1; -13; -13\}$;

1.3. $\vec{a}\{8; 2; 3\}$, $\vec{b}\{4; 6; 10\}$, $\vec{c}\{3; -2; 1\}$, $\vec{d}\{7; 4; 11\}$;

1.4. $\vec{a}\{10; 3; 1\}$, $\vec{b}\{1; 4; 2\}$, $\vec{c}\{3; 9; 2\}$, $\vec{d}\{19; 30; 7\}$;

1.5. $\vec{a}\{2; 4; 1\}$, $\vec{b}\{1; 3; 6\}$, $\vec{c}\{5; 3; 1\}$, $\vec{d}\{24; 20; 6\}$;

1.6. $\vec{a}\{1; 7; 3\}$, $\vec{b}\{3; 4; 2\}$, $\vec{c}\{4; 8; 5\}$, $\vec{d}\{7; 32; 14\}$;

1.7. $\vec{a}\{1; -2; 3\}$, $\vec{b}\{4; 7; 2\}$, $\vec{c}\{6; 4; 2\}$, $\vec{d}\{14; 18; 6\}$;

1.8. $\vec{a}\{1; 4; 3\}$, $\vec{b}\{6; 8; 5\}$, $\vec{c}\{3; 1; 4\}$, $\vec{d}\{21; 18; 33\}$;

1.9. $\vec{a}\{2; 7; 3\}$, $\vec{b}\{3; 1; 8\}$, $\vec{c}\{2; -7; 4\}$, $\vec{d}\{16; 14; 27\}$;

1.10. $\vec{a}\{7; 2; 1\}$, $\vec{b}\{4; 3; 5\}$, $\vec{c}\{3; 4; -2\}$, $\vec{d}\{2; -5; -13\}$

1) $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{d}$; $\vec{q} = -4\vec{c} + 2\vec{b} - \vec{a}$; (\vec{a}, \vec{b}) ; (\vec{c}, \vec{c}) ; $[\vec{b}, \vec{d}]$; $[\vec{a}, \vec{b}]$; $(\vec{a} \vec{b} \vec{d})$; $\vec{a} \vee \vec{b}$.

2) $\vec{p} = 2\vec{c} - \vec{b}$; $\vec{q} = -4\vec{c} + 3\vec{b}$; $|\vec{p}|$; $\angle(\vec{q}, \vec{d})$; $[\vec{b}, 2\vec{c}]$; $[\vec{q} - \vec{p}, 2\vec{p} + \vec{q}]$; $(\vec{p} - \vec{q} \ 3\vec{d} \ [\vec{c}, \vec{b}])$; $\vec{a} \vee \vec{b}$.

2. Известны координаты двух вершин $A(a_1; a_2)$, $B(b_1; b_2)$ квадрата $ABCD$. Укажите координаты

3. оставшихся его вершин. $A(3, 1)$, $B(2, 5)$; 5. $A(2, 1)$, $B(-1, 5)$;

1. $A(0, -1)$, $B(-2, 1)$;

6. $A(3, 1)$, $B(4, 1)$;

2. $A(0, 1)$, $B(1, 2)$;

7. $A(5, -1)$, $B(1, -1)$;

3. $A(1, 1)$, $B(4, 5)$;

8. $A(-2, 1)$, $B(2, -2)$;

4. $A(1, -1)$, $B(-2, 3)$;

9. $A(0, 0)$, $B(4, -3)$.

3. Даны координаты вершин треугольника ABC . Составьте уравнение медианы, биссектрисы внутреннего и внешнего* углов, высоты, серединного перпендикуляра, средней линии относительно одной из выбранных вершин.

1) $A(3, 1)$, $B(2, 5)$, $C(0, -3)$;

6) $A(2, 1)$, $B(-1, 5)$, $C(-8, 0)$;

2) $A(0, -1)$, $B(-2, 1)$, $C(4, 0)$;

7) $A(3, 1)$, $B(4, 1)$, $C(0, -5)$;

3) $A(0, 1)$, $B(1, 2)$, $C(5, 0)$;

8) $A(5, -1)$, $B(1, -1)$, $C(4, 1)$;

4) $A(1, 1)$, $B(4, 5)$, $C(0, -7)$;

9) $A(-2, 1)$, $B(2, -2)$, $C(0, 6)$;

5) $A(1, -1)$, $B(-2, 3)$, $C(-5, 0)$;

10) $A(-1, -1)$, $B(3, -4)$, $C(5, -1)$.

4. Точки $P(1, 1)$, $Q(-1, 2)$, $R(2, -1)$ три вершины равнобокой трапеции. Вычислить координаты четвертой вершины T . Найдите площадь трапеции, угол при основании и между диагоналями.

5. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.

1) $A_1(4; 2; 5)$, $A_2(0; 7; 2)$, $A_3(0; 2; 7)$, $A_4(1; 5; 0)$;

2) $A_1(4; 4; 10)$, $A_2(4; 10; 2)$, $A_3(2; 8; 4)$, $A_4(9; 6; 4)$;

3) $A_1(4; 6; 5)$, $A_2(6; 9; 4)$, $A_3(2; 10; 10)$, $A_4(7; 5; 9)$;

4) $A_1(3; 5; 4)$, $A_2(8; 7; 4)$, $A_3(5; 10; 4)$, $A_4(4; 7; 8)$;

5) $A_1(10; 6; 6)$, $A_2(-2; 8; 2)$, $A_3(6; 8; 9)$, $A_4(7; 10; 3)$;

6) $A_1(1; 8; 2)$, $A_2(5; 2; 6)$, $A_3(5; 7; 4)$, $A_4(4; 10; 9)$;

7) $A_1(6; 6; 5)$, $A_2(4; 9; 5)$, $A_3(4; 6; 11)$, $A_4(6; 9; 3)$;

8) $A_1(7; 2; 2)$, $A_2(5; 7; 7)$, $A_3(5; 3; 1)$, $A_4(2; 3; 7)$;

9) $A_1(8; 6; 4)$, $A_2(10; 5; 5)$, $A_3(5; 6; 8)$, $A_4(8; 10; 7)$;

10) $A_1(7; 7; 3)$, $A_2(6; 5; 8)$, $A_3(3; 5; 8)$, $A_4(8; 4; 1)$.

Найдите:

1) длину ребра A_1A_2 ;

2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

4) угол между гранями $A_1A_2A_4$ и $A_1A_3A_4$;

5) площадь грани $A_1A_2A_3$;

6) апофему грани $A_1A_2A_4$;

7) объем пирамиды;

8) радиус окружности, вписанной в основание пирамиды.

Составьте уравнения:

1) прямой A_1A_2 ;

2) плоскости $A_1A_2A_3$;

3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 к грани $A_1A_2A_3$;

4) координаты центра описанной сферы около пирамиды и её радиус.

Рейтинг-контроль 2

Тестовая работа по теме: «Кривые второго порядка»

1. Определите тип кривой γ и схематично изобразите данную кривую:

Уравнение	$8x^2 - 2y^2 = 16$	$8x^2 + 2y^2 = 16$	$x^2 + 4y^2 = 1$	$x^2 + 2y = -1$	$x^2 - y^2 = -4$	$x^2 = 6$
Название						
Чертеж						

2. Укажите координаты фокусов кривой:

Уравнение	$\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$	$6x + \frac{y^2}{2} = 0$
Фокус			

3. Составьте уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом $\frac{x^2}{35} + \frac{y^2}{10} = 1$ и проходящей через точку $M(4; \sqrt{2})$.

4. Укажите кривую, которой соответствует данный эксцентриситет ϵ :

E	$\frac{1}{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$2 - \sqrt{3}$	2	$\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{432}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$
Кривая						

5. Укажите кривые, с которыми связаны следующие прямые:

Секущая	ось симметрии	асимптота	директриса	касательная	мнимая ось

6. Вычислить фокальный радиус точки с абсциссой 8 следующих кривых:

Уравнение	$y^2 = 8x$	$\frac{x^2}{128} + \frac{y^2}{2} = 1$
Фокальный радиус		

7. Составьте уравнение касательной кривой $\gamma: y^2 = 8x$ в точках $M(2; -4)$, $N(2; 2)$, $K(-2; -2)$.

8. Укажите кривую и восстановите числовые характеристики или их взаимосвязи если:

Условие	Кривая	Ответ
фокусное расстояние равно 10		
асимптота отклонена от оси абсцисс на 60°		
директриса параболы определена уравнением $y = 4x$		
мнимая ось имеет длину 8		
расстояние между директрисами равно 12		
фокальное расстояние точки кривой отличается в 2 раза		

9. Сформулируйте различные определения эллипса (не менее трех).

10. Укажите три различные точки, принадлежащие кривой: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Рейтинг-контроль 3

Тестовая работа по теме: «Поверхности второго порядка»

1. Определите тип поверхности Φ :

Уравнение	$x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 16$	$x^2 + 2y^2 - 4z^2 = 0$	$x^2 + 2z = -1$
Название			
Уравнение	$x^2 - 2y^2 + 4z^2 - 16 = 0$	$x^2 - 2y^2 - 4z = 0$	$4x^2 + (2y)^2 + 2(-\sqrt{2}z)^2 = 16$
Название			

2. Укажите три различные точки, принадлежащие поверхности $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} + \frac{z^2}{4} = 0$.

3. Составьте уравнение прямолинейных образующих поверхности $\Phi: \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 2z$.

4. Укажите поверхность, сечением которой является данная кривая второго порядка:

Эллипс	Гипербола	Парабола	Пара совпавших прямых	Пара пересекающихся действительных прямых	Пара параллельных действительных прямых

5. Составьте уравнение касательной плоскости к поверхности $\Phi: \frac{x^2}{25} + \frac{z^2}{5} = 1$ в точке $M(\sqrt{5}; 4; -2)$.

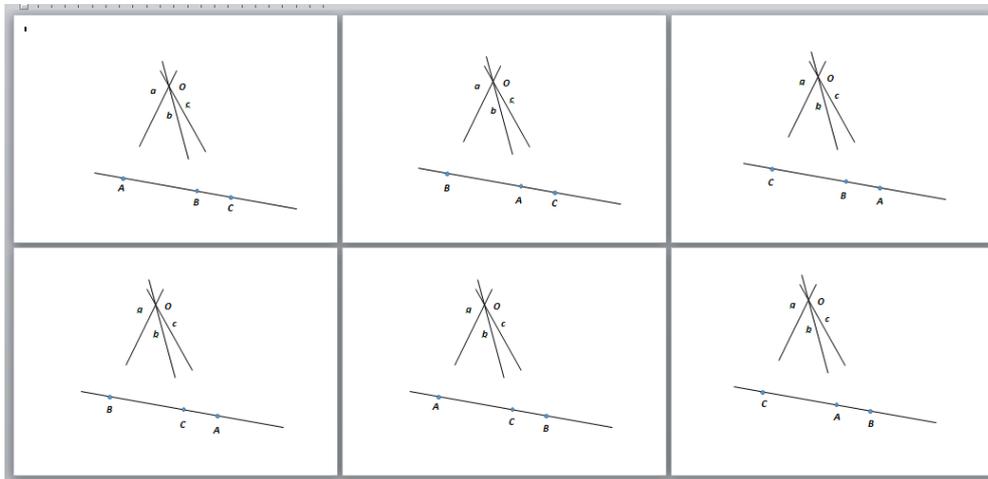
6. Сформулируйте различные определения эллипсоида (не менее трех).

3 семестр

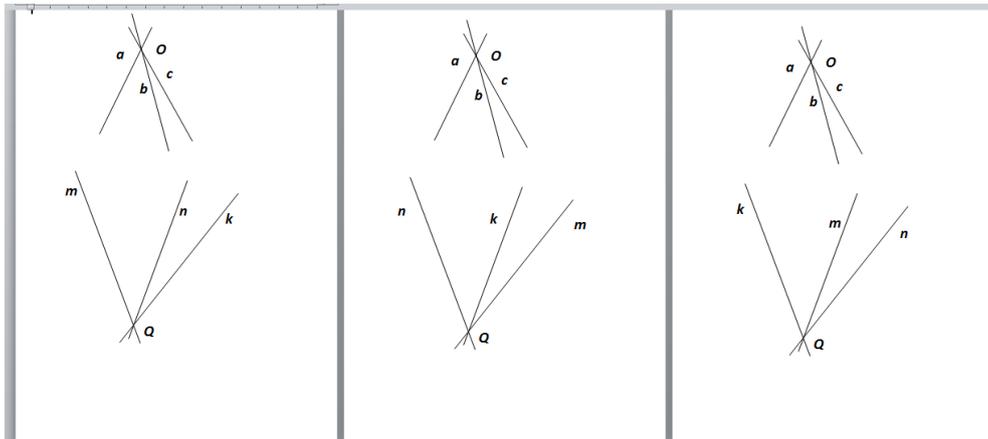
Рейтинг-контроль 1

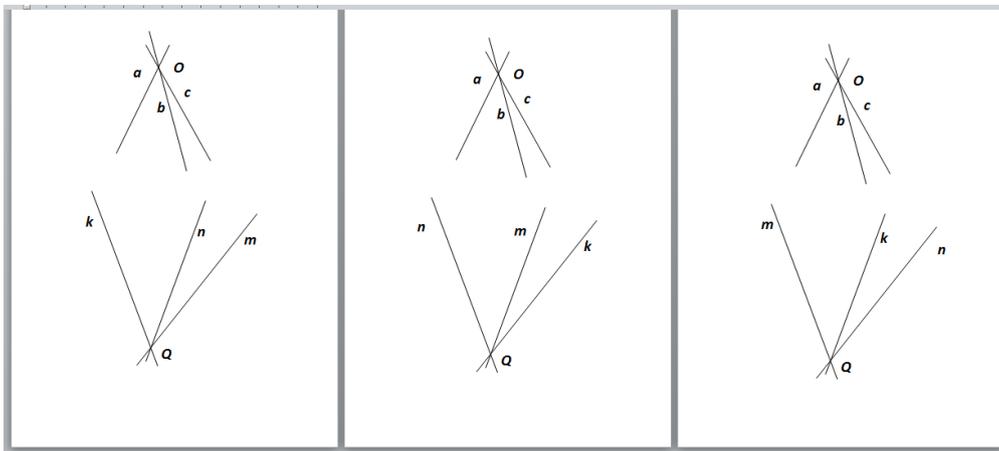
Осуществить построение отображений и преобразований на проективной плоскости:

1.

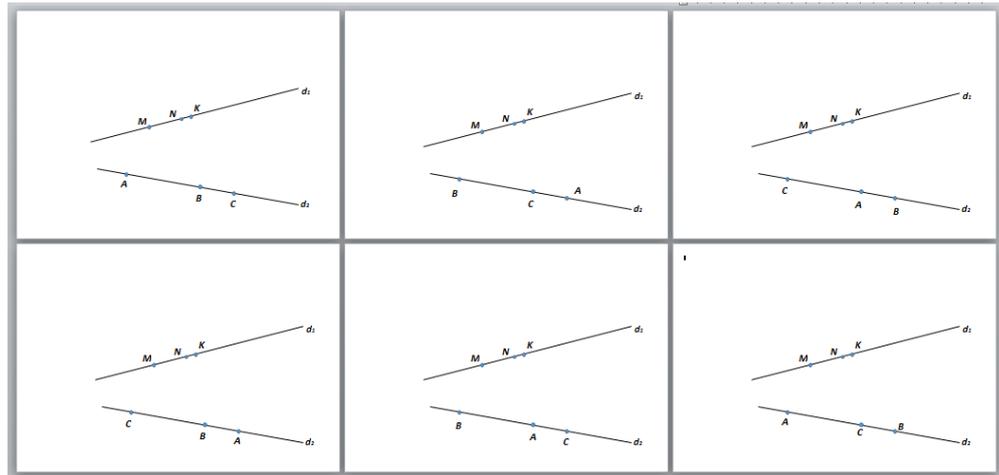


2.

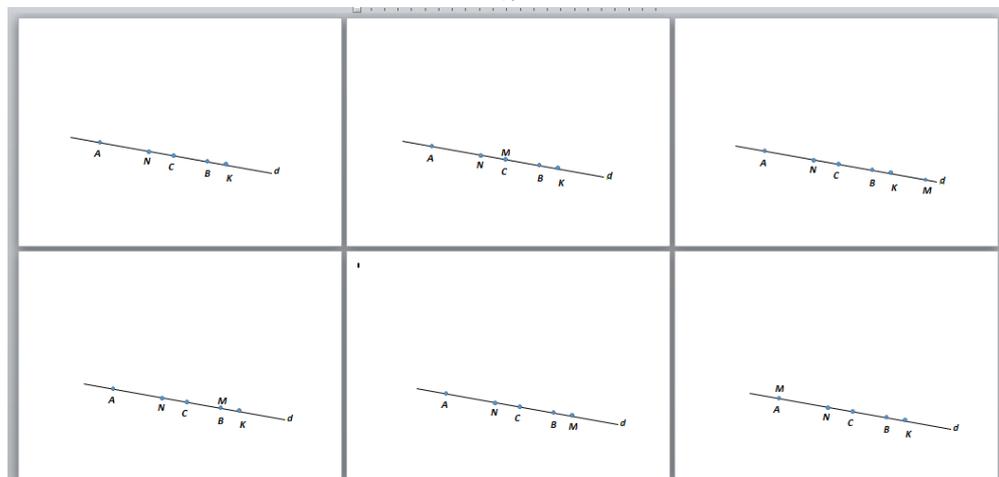




3.



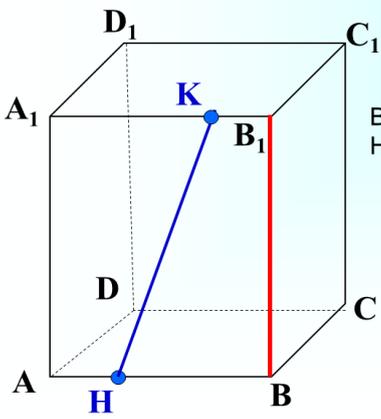
4.



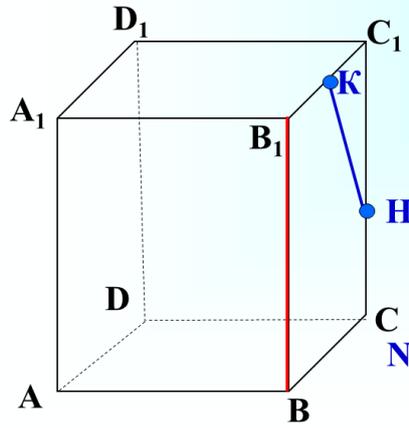
Рейтинг-контроль 2

1. Ответьте на вопросы:

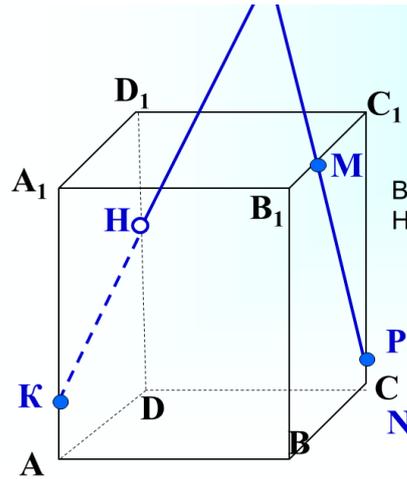
- 1) Какие многоугольники могут получиться в сечении тетраэдра, гексаэдра, пятиугольной пирамиды.
- 2) Верны ли утверждения и почему:



Верите ли вы, что прямые НК и BB_1 пересекаются?

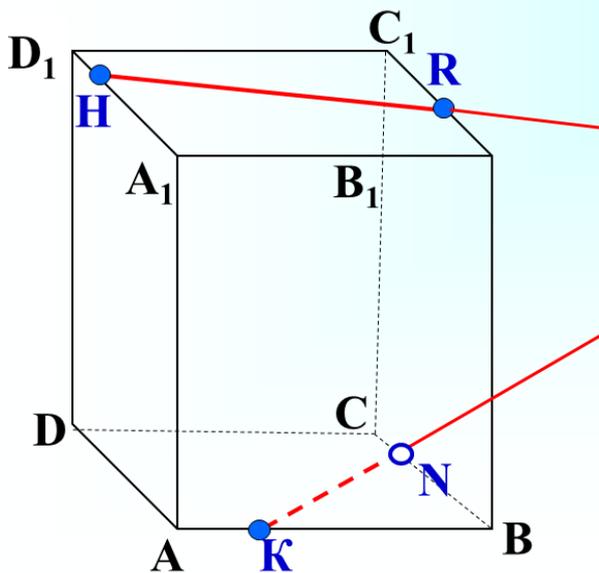


Верите ли вы, что прямые НК и BB_1 пересекаются?

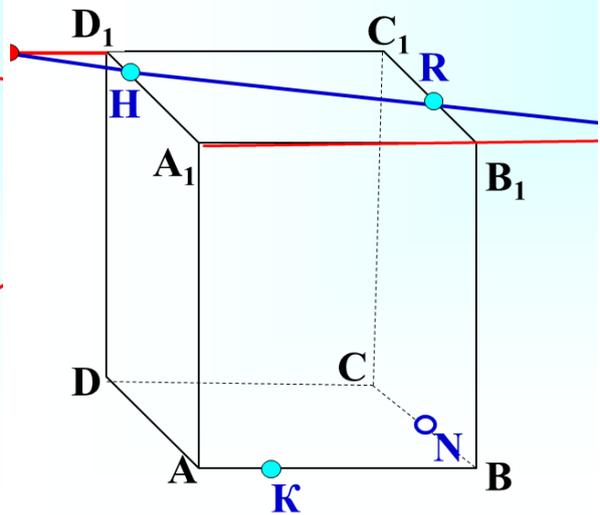


Верите ли вы, что прямые НК и MP пересекаются?

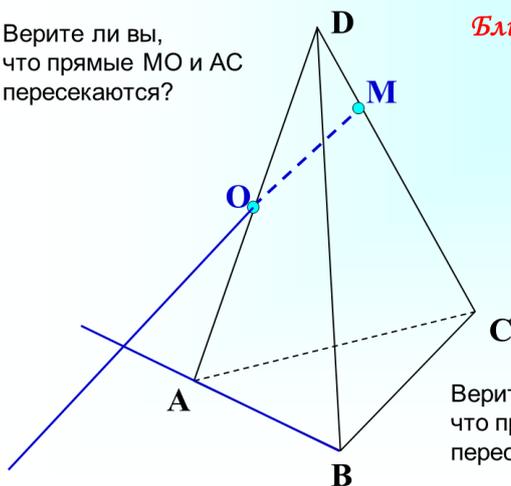
Верите ли вы, что прямые HR и НК пересекаются?



Пересекаются ли прямые HR и A_1B_1 ?
Пересекаются ли прямые HR и C_1D_1 ?



Верите ли вы, что прямые MO и AC пересекаются?

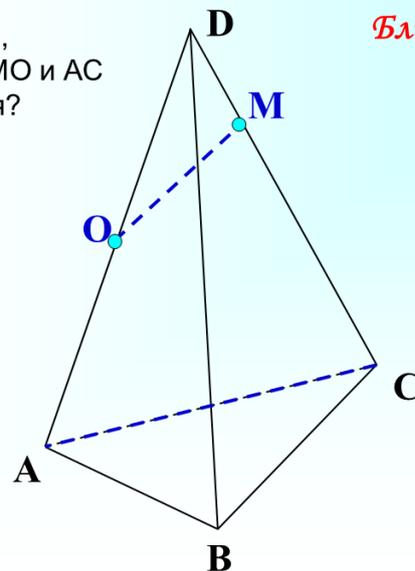


Блиц-опрос.

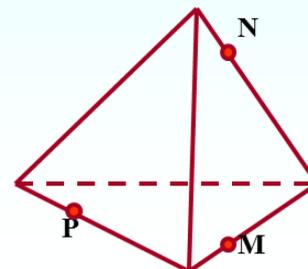
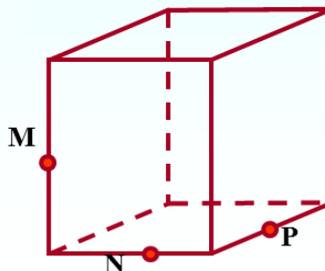
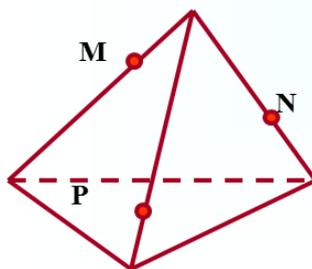
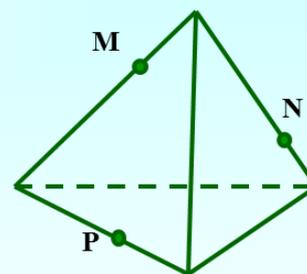
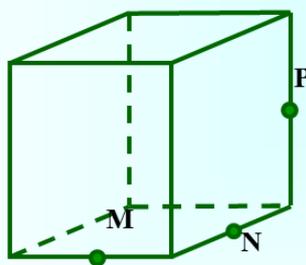
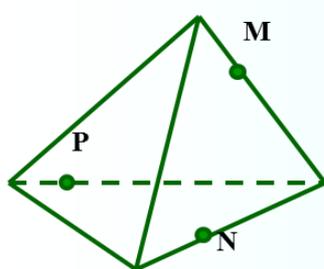
Верите ли вы, что прямые MO и AB пересекаются?

Верите ли вы, что прямые MO и AC пересекаются?

Бли



2. Построить сечение плоскостью MNP:



Рейтинг-контроль 3

1. Начертите: 1) острый угол; 2) тупой угол.
2. Постройте угол, равный начерченному.
3. Начертите острый угол ABC и проведите луч DK. Постройте угол MDK такой, что $\angle MDK = 2\angle ABC$.
4. Разделите данный отрезок на четыре равные части.
5. Начертите произвольный угол. Разделите его на четыре равные части.
6. Постройте угол, равный: 1) 45° ; 2) 60° ; 3) 75° ; 4) 120° .
7. Постройте угол, равный: 1) 30° ; 2) $22^\circ 30'$; 3) 15° .
8. Начертите: 1) остроугольный треугольник; 2) тупоугольный треугольник. Постройте все высоты этого треугольника.
9. Начертите треугольник ABC. Постройте его: 1) высоту AM; 2) медиану BD; 3) биссектрису СК.
10. Через данную точку, не принадлежащую данной прямой, проведите прямую, параллельную данной.
11. Постройте треугольник:
 - а. по двум сторонам и углу между ними;
 - б. по стороне и двум прилежащим углам.
12. Постройте окружность данного радиуса, касающуюся данной прямой в данной точке.

13. Через данную точку, принадлежащую углу, проведите прямую, отсекающую на сторонах угла равные отрезки.
14. Постройте касательную к окружности, проходящую через данную точку окружности.
15. Постройте окружность, касающуюся сторон данного угла.
16. Дан угол, равный 30° . Постройте окружность заданного радиуса с центром, принадлежащим одной из сторон данного угла, касающуюся его другой стороны.
17. Постройте окружность, касающуюся сторон данного угла, причём одной из них — в данной точке.
18. Постройте прямоугольный треугольник:
 - a. по двум катетам;
 - b. по гипотенузе и острому углу;
 - c. по катету и прилежащему острому углу.
19. Постройте прямоугольный треугольник по катету и противолежащему острому углу.
20. Постройте равнобедренный треугольник:
 - a. по боковой стороне и углу при вершине;
 - b. по высоте, опущенной на основание, и углу при вершине;
 - c. по основанию и медиане, проведённой к основанию;
 - d. по основанию и высоте, проведённой к боковой стороне.
21. Постройте равнобедренный треугольник:
 - a. по основанию и углу при основании;
 - b. по боковой стороне и углу при основании;
 - c. по боковой стороне и высоте, проведённой к основанию.
22. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник:
 - a. по катету;
 - b. по гипотенузе.
23. Постройте окружность, центром которой является данная точка на стороне данного острого угла и которая отсекает на другой стороне угла отрезок данной длины.
24. Как разделить пополам отрезок, длина которого в несколько раз больше наибольшего раствора циркуля?
25. Постройте прямоугольный треугольник:
 - a. по острому углу и биссектрисе этого угла;
 - b. по катету и высоте, проведённой к гипотенузе.
26. Постройте прямоугольный треугольник:
 - a. по катету и медиане, проведённой к другому катету;
 - b. по острому углу и высоте, проведённой из вершины прямого угла.
27. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и радиусу вписанной окружности.
28. Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведённой из вершины этого угла.
29. Постройте треугольник по стороне, медиане, проведённой к одной из двух других сторон, и углу между данной стороной и медианой.
30. Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней острому углу и высоте, проведённой к данной стороне.
31. Постройте треугольник по двум сторонам и высоте, проведённой к одной из этих сторон. Сколько решений может иметь задача?
32. Постройте треугольник по стороне и проведённым из одного и того же конца этой стороны медиане и высоте. Сколько решений может иметь задача?
33. Постройте треугольник по высоте и двум углам, которые эта высота образует со сторонами треугольника, имеющими с высотой общую вершину. Сколько решений может иметь задача?
34. Постройте треугольник по двум сторонам и высоте, проведённой к третьей стороне. Сколько решений может иметь задача?
35. Постройте треугольник по двум сторонам и углу, противолежащему одной из этих сторон. Сколько решений может иметь задача?
36. Постройте треугольник по стороне, прилежащему углу и медиане, проведённой к данной стороне. Сколько решений может иметь задача?
37. Постройте треугольник по углу и высотам, проведённым из вершин двух других углов.

38. Постройте треугольник по двум высотам и углу, из вершины которого проведена одна из данных высот. Сколько решений может иметь задача?
39. Постройте прямоугольный треугольник по катету и радиусу вписанной окружности.
40. Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и радиусу вписанной окружности.
41. Постройте треугольник по радиусу вписанной окружности и отрезкам, на которые точка касания вписанной окружности делит одну из сторон.
42. Постройте треугольник по стороне и проведенным к этой стороне высоте и медиане.
43. Постройте треугольник, если даны три точки, в которых вписанная окружность касается его сторон.
44. Как разделить на три равные части угол, равный 54° ?

4 семестр

Рейтинг-контроль 1

Индивидуальное исследование внутренней геометрии кривой.

Примеры кривой: эллипс, гипербола, парабола, кардиоида, циклоида, эпициклоида, четырехлепестковая роза, спирали,

Рейтинг-контроль 2

Индивидуальное исследование внутренней геометрии поверхности.

Примеры поверхности: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндрические поверхности, конические поверхности, хвост ласточки, геликоиды.

Рейтинг-контроль 3

Тестовая работа по разделу «Основания геометрии. Неевклидова геометрия»

1. Первые сведения по геометрии относятся к цивилизации:
 - 1) Древнего Египта;
 - 2) Древней Греции;
 - 3) Древней Индии.
2. Аксиоматический подход к построению геометрической науки является:
 - 1) Индуктивным;
 - 2) Аналитическим;
 - 3) Дедуктивным.
3. Какие из следующих требований не предъявляются к системе аксиом:

1) Непротиворечивость;	4) Независимость;
2) Минимальность;	5) Однозначность;
3) Полнота;	6) Содержательность.
4. Основным труд Евклида «Начала» состоит из:
 - 1) 9 книг;
 - 2) 15 книг;
 - 3) 13 книг.
5. Укажите утверждения не эквивалентные постулату Евклида: «И чтобы всякий раз, когда прямая при пересечении с двумя другими прямыми образует с ними внутренние односторонние углы, сумма которых меньше двух прямых, эти прямые пересекались с той стороны, с которой эта сумма меньше двух прямых.»
 - 1) Существуют подобные треугольники;
 - 2) Сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым;
 - 3) Две параллельные прямые при пересечении их третьей образуют равные соответственные углы.

6. Укажите авторов каждой из следующих геометрий:
- | | |
|--|------------------------|
| 1) <i>Воображаемая геометрия;</i> | a) <i>Минковский;</i> |
| 2) <i>Абсолютная геометрия;</i> | b) <i>Лобачевский;</i> |
| 3) <i>Эллиптическая геометрия;</i> | c) <i>Евклид;</i> |
| 4) <i>Гиперболическая геометрия;</i> | d) <i>Гаусс;</i> |
| 5) <i>Пространственно-временная геометрия.</i> | e) <i>Риман.</i> |
7. В каждом случае выберите геометрию [Е–Евклида; Р–Римана; Л–Лобачевского], в которой справедливо утверждение:
- 1) *Расстояние между параллельными прямыми уменьшается в сторону параллельности;*
 - 2) *Сумма внутренних углов треугольника есть величина постоянная;*
 - 3) *Не существует параллельных прямых;*
 - 4) *Сумма внутренних углов треугольника больше 180° ;*
 - 5) *Сумма внутренних углов треугольника равна 180° ;*
 - 6) *Сумма внутренних углов треугольника меньше 180°*
 - 7) *Если соответствующие внутренние углы двух треугольников равны, то такие треугольники подобны;*
 - 8) *Если соответствующие внутренние углы двух треугольников равны, то такие треугольники равны;*
 - 9) *Если две прямые a и b пересечены третьей прямой c и при этом соответственные углы равны, то прямые a и b :»*
 - (a) *пересекаются;*
 - (b) *параллельны;*
 - (c) *расходящиеся.*
 - 10) *Среди выпуклых многоугольников плоскости можно выделить двупрямоугольник.*
 - 11) *Расстояние между двумя точками есть величина*
 - (a) *положительная;*
 - (b) *неотрицательная;*
 - (c) *отрицательной.*
 - 12) *Расстояние между двумя точками равно нулю и при выборе двух различных точек.*
8. Укажите известные вам модели (не менее двух) плоскости (описать основные элементы: точки, прямые, фигуры, кривые):
- 1) *Лобачевского;*
 - 2) *Римана.*
9. Пространство какой кривизны описывается геометрией Лобачевского:
- 1) *положительной;*
 - 2) *нулевой;*
 - 3) *отрицательной.*
10. Докажите пятый постулат Евклида книги «Начала», используя эквивалентные утверждения (не менее двух доказательств).
11. Построение в модели Пуанкаре плоскости Лобачевского:
- 1) *треугольник, одна из сторон которого – полуокружность большого радиуса;*
 - 2) *четырёхугольник, содержащий два прямых угла;*
 - 3) *равнобедренный треугольник;*
 - 4) *касательную данной окружности;*
 - 5) *опишите около данного треугольника окружность;*
 - 6) *общий перпендикуляр двух расходящихся прямых;*
 - 7) *произвольную эквидистанту;*
 - 8) *четырёхугольник Саккери.*

5.2. Промежуточная аттестация

Примерный перечень вопросов к экзамену во 2 семестре

1. Направленные отрезки. Векторы.
2. Действия над векторами.
3. Линейная зависимость векторов.
4. Координаты вектора. Проекция вектора на ось.
5. Скалярное произведение векторов, его свойства.
6. Псевдоскалярное произведение векторов, его свойства.
7. Векторное произведение векторов, его свойства.
8. Смешанное произведение векторов и его свойства.
9. Векторное пространство. Базис. Ортогонализация базиса двумерного векторного пространства.
10. Действия над векторами в координатной форме.
11. Репер. Система координат на плоскости. Координаты точек плоскости. Ориентация плоскости.
12. Формулы преобразования координат на плоскости.
13. Уравнение прямой на плоскости. Виды уравнения прямой на плоскости. Различные способ задания прямой на плоскости.
14. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
15. Взаимное расположение трех прямых на плоскости.
16. Угол между прямыми на плоскости.
17. Расстояние от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми на плоскости.
18. Система координат трехмерного пространства. Координаты точек трехмерного пространства.
19. Ориентация трехмерного пространства.
20. Формулы преобразования координат трехмерного пространства.
21. Уравнение прямой в трехмерном пространстве. Виды уравнения прямой в трехмерном пространстве. Различные способ задания прямой в трехмерном пространстве.
22. Взаимное расположение двух прямых в трехмерном пространстве.
23. Взаимное расположение трех прямых в трехмерном пространстве.
24. Угол между прямыми в трехмерном пространстве.
25. Расстояние от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми в трехмерном пространстве.
26. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве. Виды уравнения плоскости в трехмерном пространстве. Различные способ задания плоскости в трехмерном пространстве.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в трехмерном пространстве.
28. Взаимное расположение двух плоскостей в трехмерном пространстве.
29. Взаимное расположение трех плоскостей в трехмерном пространстве.
30. Угол между прямыми и плоскостью в трехмерном пространстве.
31. Угол между плоскостями в трехмерном пространстве.
32. Расстояние от точки до плоскости, между прямой и плоскостью, между двумя параллельными плоскостями в трехмерном пространстве.
33. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.
34. Некоторые замечательные кривые (циклоида, эпициклоида, гипоциклоида, кардиоида, астроида, улитка Паскаля, строфоида, циссоида Диоклеса, овал Кассини, четырехлистник, спираль Архимеда, вирзиера и др.)
35. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
36. Классификация кривых второго порядка.
37. Пересечение линии второго порядка с прямой.
38. Касательные к линии второго порядка.

39. Асимптоты, диаметры, и касательные для линий второго порядка.
40. Поверхности второго порядка. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.
41. Общее уравнение поверхности второго порядка в пространстве. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
42. Классификация поверхностей второго порядка.
43. *Пересечение поверхности второго порядка с прямой.*
44. *Пересечение поверхности второго порядка с плоскостью.*
45. Касательные к поверхности второго порядка.
46. Движение плоскости.
47. Вида движений плоскости, их свойства.
48. Формулы движений.
49. Классификация движений плоскости.
50. *Движение пространства.*
51. *Вида движений пространства, их свойства.*
52. *Формулы движений.*
53. *Классификация движений пространства.*
54. Векторное n -мерное пространство. Действия над векторами в n -мерном векторном пространстве. Ортонормированный базис.
55. Скалярное произведение векторов в n -мерном векторном пространстве, его свойства.
56. Векторное произведение векторов в n -мерном евклидовом векторном пространстве, его свойства.
57. Смешанное произведение векторов в n -мерном евклидовом векторном пространстве, его свойства.
58. Прямые в n -мерном евклидовом пространстве (уравнения, углы, расстояния, взаимные расположения).
59. k -мерные плоскости в n -мерном евклидовом пространстве (уравнения, углы, расстояния, взаимные расположения).
60. Теория движений в n -мерном пространстве, виды движений, формулы движений.
61. Теория преобразований в n -мерном пространстве, виды преобразований, формулы преобразований.

Примерный перечень вопросов к зачету с оценкой в 3 семестре

1. Понятие проективного пространства и его свойства.
2. Система проективных координат. Проективный репер. Координаты точки проективного пространства.
3. Модель проективного пространства.
4. Расширенная прямая как модель проективной прямой.
5. Расширенная плоскость как модель проективной плоскости.
6. Преобразование проективных координат.
7. Построение точки проективной прямой по её координатам. (Два способа построения. Четыре вида репера.)
8. Построение точки проективной плоскости по её координатам. (Два способа построения. Шесть видов репера.)
9. Уравнение прямой на проективной плоскости.
10. Уравнение плоскости в проективном пространстве.
11. Взаимное расположение проективных прямых и плоскостей.
12. Принцип двойственности проективного дву- и трехмерного пространства.
13. Теорема Дезарга проективной плоскости.
14. Теорема Дезарга проективного пространства.
15. Перспективные отображения, свойства.
16. Проективные отображения, свойства.

17. Проективное преобразование, группы проективных преобразований. Инварианты преобразований.
18. Проективные преобразования прямой, свойства.
19. Проективные преобразования плоскости, свойства.
20. Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Свойства.
21. Сложное отношение четырех прямых проективной плоскости. Свойства.
22. Гармоническая четверка точек проективной прямой. Полный четырехвершинник.
23. Гармоническая четверка прямых проективной плоскости. Полный четырехсторонник.
24. Кривые второго порядка на проективной плоскости.
25. Классификация кривых второго порядка.
26. Теорема Штейнера, следствия.
27. Теорема Паскаля, следствия.
28. Теорема Брианшона, следствия.
29. Теорема Паппа Александрийского.
30. Приложение проективной геометрии к решению школьных задач на построение одной линейкой.
31. Центральное и параллельное проектирование.
32. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
33. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции.
34. Понятие об аксонометрии. Полные и неполные изображения.
35. Позиционные задачи.
36. Метрические задачи.
37. Понятие о методе Монжа.

Примерный перечень вопросов к экзамену в 4 семестре

1. Понятие линии. Гладкие линии.
2. Касательная и нормаль кривой.
3. Длина дуги кривой.
4. Кривизна и кручение линии.
5. Репер Френе.
6. Понятие поверхности. Гладкие поверхности.
7. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
8. Первая квадратичная форма поверхности.
9. Применение первой квадратичной формы поверхности.
10. Вторая квадратичная форма поверхности.
11. Применение второй квадратичной формы поверхности.
12. Дифференциальные формулы поверхности.
13. Теорема Гаусса.
14. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
15. Геодезические линии. Геодезический треугольник.
16. Поверхности постоянной гауссовской кривизны.
17. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность.
18. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм.
19. Многообразия. Клеточное разложение и эйлерова характеристика многообразия.
20. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий.
21. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.
22. Основания геометрии. Аксиоматический подход к формированию геометрического знания.
23. Геометрия Лобачевского.
24. Модели плоскости Лобачевского.
25. Геометрия Римана.
26. Модели плоскости Римана.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

2 семестр

Вопросы для самостоятельной работы студентов

1. Движение плоскости. Вида движений плоскости, их свойства. Формулы движений.
2. Движение пространства. Вида движений пространства, их свойства. Формулы движений.
3. Действия над векторами в n -мерном векторном пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в n -мерном евклидовом векторном пространстве, свойства, вычисления.
4. k -мерные плоскости в n -мерном евклидовом пространстве, оценка взаимного расположения.
5. Движения в n -мерном пространстве, виды движений, формулы движений. Преобразования в n -мерном пространстве, виды преобразований, формулы преобразований.

3 семестр

1. Модель проективного пространства (расширенная прямая, расширенная плоскость). Построение точки проективной прямой по её координатам. (Два способа построения. Четыре вида репера.) Построение точки проективной плоскости по её координатам. (Два способа построения. Шесть видов репера.)
2. Уравнение прямой на проективной плоскости.
3. Уравнение плоскости в проективном пространстве.
4. Теорема Дезарга проективной плоскости и проективного пространства.
5. Перспективные и проективные отображения.
6. Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Свойства. Вычисления. Построения четвертой точки по двойному отношению.
7. Гармоническая четверка точек проективной прямой. Полный четырехвершинник.
8. Гармоническая четверка прямых проективной плоскости. Полный четырехсторонник.
9. Кривые второго порядка на проективной плоскости.
10. Теоремы и следствия теорем Штейнера, Паскаля, Бриансона, Паппа Александрийского.
11. Приложение проективной геометрии к решению школьных задач на построение одной линейкой.
12. Центральное и параллельное проектирование.
13. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
14. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции.
15. Аксонометрии. Полные и неполные изображения.
16. Метод Монжа.

4 семестр

1. Гладкие линии. Касательная и нормаль кривой.
2. Длина дуги кривой.
3. Кривизна и кручение линии. Репер Френе.
4. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
5. Первая квадратичная форма поверхности. Применение первой квадратичной формы поверхности.
6. Вторая квадратичная форма поверхности. Применение второй квадратичной формы поверхности.
7. Деривационные формулы поверхности.
8. Геодезические линии. Геодезический треугольник.

9. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.
10. Классификация компактных двумерных многообразий.
11. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.
12. Основания геометрии. Аналоги пятого постулата. Исторические справки о становлении геометрической науки (Евклид, Архимед, Паша, Вейль, Гильберт, Пеано, Риман, Лобачевский, др.)
13. Геометрия Лобачевского. Модели плоскости Лобачевского.
14. Геометрия Римана. Модели плоскости Римана.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
Основная литература		
1. Атанасян С.Л. Геометрия 1: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский; под ред. С.Л. Атанасяна. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. - 334с.	2018	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996323715.html
2. Атанасян С.Л. Геометрия 2: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков; под ред. С. Л. Атанасяна. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. - 547с.	2018	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328765.html
3. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты : учебное пособие / Н. В. Никонова, Н. Н. Газизова, Г. А. Никонова; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. -Казань : Изд-во КНИТУ. - 100с.	2015	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217116.html
4. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной в 4 ч.: учеб. пособие / А.П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 7-е изд. – Минск: Выш. шк.. – 304с.	2015	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850622211.html
Дополнительная литература		
1. Александров А.Д. Геометрия: учебник / А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев. — 3-е изд., исправленное. — СПб.: БХВ-Петербург. — 612с.	2016	
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов / Беклемишев Д.В. - 12-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ. - 312с	2016	
3. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ. - 168с.	2016	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html
4. Прасолов В.В. Геометрия. Прасолов В.В., Тихомиров В.М. Геометрия. М.: МЦНМО. 2-е изд., перераб. и доп. 328с	2016	
5. Понарин Я.П. Аффинная и проективная геометрия. - М.: МЦНМО. - 288с.	2016	
6. Сизый С.В. Лекции по дифференциальной геометрии. - Учеб. пособие для студентов вузов. - М.: ФИЗМАТЛИТ. - 376с.	2017	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107426.html

6.2. Периодические издания

- 1 Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" <http://kvant.mccme.ru/key.htm>
- 2 Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus
- 3 Сибирский математический журнал <http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm>
- 4 Журнал «Математические заметки»
<http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1>
- 5 Журнал вычислительной математики и математической физики.
- 6 Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://www.mathnet.ru/> – *Общероссийский математический портал*;
2. <http://e.lanbook.com/> – *электронно-библиотечная система издательства «Лань»*;
3. <http://lib.mexmat.ru/> – *Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета*;
4. <http://www.newlibrary.ru/genre/nauka/matematika/> – *электронная библиотека по математике*;
5. <http://www.edu.ru/> – *Федеральный портал российского профессионального образования*;
6. <http://univertv.ru/video/matematika/> – *открытый образовательный видеопортал, содержащий образовательные фильмы, лекции ведущих российских и зарубежных ВУЗов, научных конференций и научно-популярных лекций*;
7. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm> – *учебно-образовательная физико-математическая библиотека*.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий *лекционного типа, занятий практического/лабораторного типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы (указать необходимое)*. Практические/лекционные работы проводятся в аудитория 129, 230, 236, 237, 227.

Обнащенность аудиторий:

- Компьютерный класс на основе ЭВМ ПК IntelCore с доступом в сеть Интернет, маркерная и интерактивная доски, переносной ноутбук, наушники, колонки.
- Мультимедийный комплекс в составе: Ноутбук с выходом в сеть Интернет, мультимедиа проектор, экран белый матовый, доска маркерная.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- MS Office 2013: лицензии на Microsoft Windows/Office: Microsoft Open License 61248656/62857078/63848368/64196124;
- Visual Studio Code: лицензия MIT;
- Notepad++: лицензия GNU GPL;
- браузер Mozilla Firefox: лицензия Mozilla Public License;

лицензия на антивирусное ПО: Kaspersky Endpoint Security Standart 1356-161220-101943-827-71.

Рабочую программу составил доцент каф. ФМОиИТ М
(ФИО, должность, подпись)

Рецензент
(представитель работодателя) Родионова М.В.
МАОУ «СОШ №25 г. Владимира»
заместитель директора Шавлинская Т.Ю. Шавлинская Т.Ю.
(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФМОиИТ
Протокол № 11 от 30.08.2021 года
Заведующий кафедрой Ю.Ю. Евсеева Ю.Е.
(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 – Педагогическое
образование (с двумя профилями подготовки)
Протокол № 1 от 31.08.2021 года
Председатель комиссии М.В. Родионова
(ФИО, должность, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20___ / 20___ учебный года

Протокол заседания кафедры № ___ от ___ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20___ / 20___ учебный года

Протокол заседания кафедры № ___ от ___ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20___ / 20___ учебный года

Протокол заседания кафедры № ___ от ___ года

Заведующий кафедрой _____