

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

**Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Статистические методы в управлении инновациями»**

для студентов направления
27.04.05 «Инноватика»

Составитель:
доцент кафедры ТМС Иванченко А.Б.

Владимир, 2019

Оглавление

Введение.....	3
Лабораторная работа № 1: <i>«Освоение процедур программного пакета Statistica: элементы интерфейса, структура, режим работы»</i>	4
Лабораторная работа № 2 <i>«Первичная обработка данных, вычисление элементарных статистик в программном пакете Statistica»</i>	6
Лабораторная работа № 3 <i>«Проверка статистических гипотез в программном пакете Statistica</i>	8
Лабораторная работа № 4 <i>«Корреляционный анализ в программе Statistica»</i>	11
Лабораторная работа № 5 <i>«Регрессионный анализ в программе Statistica»</i>	14
Лабораторная работа № 6 <i>«Статистические методы контроля качества»</i>	20
Лабораторная работа № 7 <i>«Кластерный анализ»</i>	29
Список использованной литературы.....	33
Приложения 1-7.....	34

Введение

Современная конкурентная среда продуцирует огромный информационный поток, лишая правильного восприятия действительности. Без современных технологий интеллектуального анализа данных долговременное управление реальными процессами и принятие правильных решений невозможно. Статистическое управление позволяет грамотно собрать данные, описать их структуру, понять и увидеть закономерности в массе вероятностных явлений. Статистические методы – это удивительно мощный инструмент управления. Даже простейшие методы визуального анализа позволяют прояснить сложную ситуацию, тщательно скрытую за нагромождением информации, исследовать её и принять доказательное решение.

Цель выполнения лабораторных работ - дать будущим магистрам направлениям «Инноватика» практические навыки по вопросам применения статистических методов в управлении инновациями, при контроле и управлении качеством.

Цель изучения данного курса – формирование у студентов целостного системного представления об управлении качеством как современной концепции управления, а также умений и навыков в области управления качеством продукции, услуг, работ, деятельности отечественных предприятий и организаций.

Данная дисциплина позволит студентам:

- усвоить теоретические знания, формирующие умения и навыки, обеспечивающие квалифицированную профессиональную деятельность;
- развить творческое мышление студентов, повысить их интеллектуальный уровень.

Теоретические и практические знания, получаемые при изучении данного курса, могут быть использованы в дальнейшем освоении специальных дисциплин, при выполнении дипломной работы и в процессе профессиональной деятельности.

Приобретаемые компетенции.

В процессе освоения дисциплины у студентов развиваются следующие общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции:

- способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);
- способность решать профессиональные задачи на основе математических методов и моделей для управления инновациями, компьютерных технологий в инновационной сфере (ОПК-3);
- способностью найти (выбрать) оптимальные решения при создании новой наукоемкой продукции с учетом требований качества, стоимости, сроков исполнения, конкурентоспособности и экологической безопасности (ПК-4);
- способностью выполнить анализ результатов научного эксперимента с использованием соответствующих методов и инструментов обработки (ПК-8).

Все лабораторные работы реализуются в процедурах пакета Statistica. Подробно с описанием пакета можно ознакомиться по специальной литературе [2–4].

Лабораторная работа № 1: «Освоение процедур программного пакета Statistica: элементы интерфейса, структура, режим работы».

Цель работы: ознакомиться со структурой и возможностями программного пакета Statistica, самостоятельно изучить основные средства описательной статистики в данном программном пакете (диаграмма рассеивания, трехмерный визуальный анализ данных, круговые диаграммы, произвести расчет согласно задания).

Порядок выполнения работы:

1. Осуществить запуск программного пакета Statistica и ознакомиться с предназначением основных пунктов меню программного продукта.
2. Согласно данным Приложения 1 построить гистограммы (команда *Graphs/Histograms*) для двух переменных на одном графике в зависимости от номера вашего варианта N: VarN, VarN+1. Использовать опцию *Multiple* (несколько графиков на одной сетке) во вкладке *Quick*.
3. Для тех же переменных построить столбчатую диаграмму (*Graphs/2DGraphs/ BarColumnsPlots*).
4. Для переменной VarN построить круговую диаграмму (*Pie Chart -Counts*). Обратите внимание, как строится график *Pie Chart* при изменении переменной *Categories*.
5. Для переменных VarN, VarN+1, VarN+2 построить 3D график (*Graphs/3DXYZGraphs/ SurfacePlots*). Обратите внимание, что трёхмерный график можно разворачивать на любой угол в подменю «свойства графика / все свойства». Настроить графики, подписав переменные и оси.
6. Решить с помощью вероятностного калькулятора следующую задачу:
Известно, что в некоторой стране рост мужчин приблизительно имеет нормальное распределение со средним 176 см и стандартным отклонением 7,63 см. Какова вероятность того, что рост случайно встреченного вами мужчины будет не менее 186 см?
7. Подготовить отчет о проделанной работе.

Краткая теория. Универсальная интегрированная система, предназначенная для статистического анализа, визуализации данных и разработки пользовательских приложений Statistica – это современный пакет, в котором реализованы все новейшие компьютерные и математические методы статистического анализа данных. Программа снабжена подсказками, какие методы анализа существуют и какие из них лучше всего подходят для тех или иных задач.

Система избавляет пользователя от рутинных вычислений, наглядно отображает результаты полный набор классических и продвинутых методов анализа данных помогает оптимально спланировать будущие эксперименты и создавать высококачественные отчеты, оставляя специалисту удовольствие интерпретации результатов и формулировки выводов.

Statistica позволяет:

- построить различные графики: гистограммы (*Graphs/Histograms*), графики рассеивания (*Graphs/Scatterplots*), круговые диаграммы (*Graphs/ 2DGraphs/ PieCharts*), построить 3D (*3DXYZGraphs*) и другие графики;
- вычислить вероятность, среднее значение и т. д., построить графики

различных распределений с помощью вероятностного калькулятора (Statistics/Probability Calculator);

—построить диаграмму Парето (Statistics/Industrial Statistics&Six Sigma/ Quality Control Charts/ Pareto chart analysis);

—построить диаграмму причин результатов (Statistics/Industrial Statistics&Six Sigma/ Process Analysis/ Cause-effect diagrams);

—Построить контрольные карты (Statistics/Industrial Statistics&Six Sigma/ Quality Control Charts);

—провести кластерный анализ (Statistics/ Multivariable Exploratory Techniques/ Cluster Analysis);

—провести нелинейное оценивание – регрессионный анализ (Statistics/ Advanced Linear/ Nonlinear Models/ Nonlinear Estimation);

—провести корреляционный анализ (Statistics/Basic Statistics/Correlation Matrices);

—рассчитать статистические характеристики переменных (Statistics/ Basic Statistics/ Descriptive Statistics);

—провести анализ временных рядов (Statistics/ Advanced Linear/ Nonlinear Model / Time Series Analysis/ Forecasting);

—организовать анализ с помощью других статистических методов, используемых в промышленности для обработки данных.

Набор данных в пакете Statistica – это прямоугольная таблица, столбцам которой соответствуют обрабатываемые переменные (Variables), а строкам отвечают наблюдения (Cases) значений переменных. В отличие от электронной таблицы Excel, где строки и столбцы могут быть интерпретированы пользователем по собственному желанию. Для создания нового набора данных нужно, прежде всего, завести файл с трафаретом таблицы нужных размеров. Для этого необходимо использовать модуль File/ New.

Визуальные методы анализа данных чрезвычайно важны для предварительного исследования. Многие скрытые явления становятся отчетливыми, если для них найти подходящее графическое представление. Кроме того, многие сложные задачи решаются чрезвычайно простыми методами описательной статистики.

График – это чертёж, показывающий соотношение статистических величин при помощи разнообразных геометрических и изобразительных средств. В пакете Statistica графический анализ проводится через опцию Graphs.

Контрольные вопросы

1. Для чего необходим сбор данных?
2. Какие типы данных существуют?
3. Что такое «разведочный анализ данных»?
4. Как построить простейшие графики в программе Statistica?
5. Как формируются наборы данных в программе Statistica?
6. Для чего необходимы гистограммы и как их построить в программе Statistica?

Лабораторная работа № 2: «Первичная обработка данных, вычисление элементарных статистик в программном пакете Statistica».

Цель работы: ознакомиться с методикой разведочного анализа данных в программном пакете Statistica, изучить основные средства построения графиков и вычисление простейших статистик.

Порядок выполнения работы:

1. Составить таблицу исходных данных на основании данных ежедневного изменения индекса Московской межбанковской валютной биржи (в течении года) или, либо на основании ежедневного изменения стоимости чистых активов ПИФ ММВБ.

2. Построить гистограмму для выбранной переменной. Сравнить построение гистограммы для разных значений интервалов группировки, которые можно изменить в окне построения гистограммы.

3. Составить новую таблицу, разделив выбранную переменную по месяцам. При этом каждая переменная новой таблицы будет соответствовать одному месяцу. С помощью модуля *Statistics/ Basic Statistics/Tables* исследовать изменение среднего арифметического значения переменной и медианы. Усреднения проводить каждый месяц. Построить графики «ящик с усами» для всех средних значений и медиан (кнопка *Box&Whiskerplotforallvariables* окна *Descriptivestatistics*). На графике соединить средние значения прямыми линиями. Сделать выводы.

Краткая теория. Множество всех обследуемых объектов называется *генеральной совокупностью*. В большинстве случаев в силу того, что генеральная совокупность имеет очень много элементов, либо её элементы труднодоступны, обследуется некоторая часть генеральной совокупности – выборка.

Так как значения переменных не постоянны, нужно описывать их изменчивость. Для этого придуманы описательные или дескриптивные статистики: *минимум, максимум, среднее, дисперсия, стандартное отклонение, медиана, квартили, мода* и так далее. Идея этих статистик очень проста: вместо того чтобы рассматривать все значения переменной, а их может быть очень много, вначале стоит посмотреть описательные статистики.

Расчёт описательных статистик производится при помощи модуля *Statistics/ Basic Statistics/ Tables*. В этом модуле объединены наиболее часто использующиеся на начальном этапе обработки данных процедуры. В стартовой панели модуля приводится перечень статистических процедур этого модуля.

При вызове модуля *Descriptive statistics* (Описательные статистики) появляется диалоговое окно, в котором при помощи кнопки *Variables* следует выбрать переменные для анализа. Для построения гистограмм и таблиц частот используются кнопки *Frequency tables* и *Histograms* соответственно. Чтобы выбрать статистики, подлежащие вычислению, нужно воспользоваться вкладкой *Advanced* этого диалогового окна.

Возможен расчёт следующих описательных статистик:

1. Valid N – объем выборки.

2. Mean – среднее арифметическое.

3. Median – медиана.

3. Sum – сумма.

4. Standard Deviation – стандартное отклонение.

5. Variance – дисперсия.

6. Standard error of mean – стандартная ошибка среднего.

7. 95 % confidence limits of mean – 95%-й доверительный интервал для статистического анализа.

8. Minimum, maximum – минимальное и максимальное значения.

9. Lower, upper quartiles – нижняя и верхняя квартили.

10. Quartile range – интерквартильная ширина.

11. Range – размах.

12. Skewness – асимметрия.

13. Standard error of Skewness – стандартная ошибка асимметрии.

14. Kurtosis – эксцесс.

15. Standard error of Kurtosis – стандартная ошибка эксцесса.

Для визуализации описательных статистик можно построить график «ящики с усами». С помощью этого графика можно быстро оценить данные на предмет структуры распределения, наличия неправдоподобных измерений, однородности наблюдений и так далее. Это легко можно сделать при помощи кнопки *Box & Whisker plot for all variables* окна *Descriptive statistics*. Предварительно необходимо обратиться к вкладке *Options* и установить одно из четырёх положений:

Median/Quart./Range – Медиана / Квартили / Размах;

Mean/SE/SD – Среднее / Ошибка среднего / Стандартное отклонение;

Mean/SD/1.96SD – Среднее / Стандартное отклонение / Интервал $1,96 \cdot$ стандартного отклонения;

Mean/SE/1.96*SE – Среднее / Ошибка среднего / Интервал $1,96 \cdot$ ошибки среднего.

Контрольные вопросы

1. Дать определение основных описательных статистик.
2. Почему при оценке статистических переменных используется выборка из генеральной совокупности?
3. Как рассчитать основные статистики в программе Statistica?
4. Как построить простейшие графики «ящик с усами» в программе Statistica?
5. В чём заключается центральная предельная теорема?
6. Чем характеризуется нормальное распределение данных?
7. Как оценить настройку и наладку технологического процесса в программе Statistica?

Лабораторная работа № 3: «Проверка статистических гипотез в программном пакете Statistica».

Цель работы: ознакомиться с методикой проверки статистических гипотез в программном пакете Statistica на примерах контроля и управления качеством.

Порядок выполнения работы:

1. С помощью пакета Statistica показать утверждение теоремы Хинчина для заданного закона распределения случайных чисел X $[0; 1]$.

Номер варианта	Распределение	Функция в программе
1	Равномерное	Rnd
2	Нормальное	Rndnormal
3	Пуассона	Poisson

2. Сформировать набор данных для последующего анализа в программе Statistica, состоящий из одной переменной и 100 наблюдений (см. Приложение 2).

3. По данной выборке объема $n = 150$ построить статистический ряд и сгруппированную выборку. Найти выборочное среднее, исправленную выборочную дисперсию, исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение.

4. Проверить гипотезу о нормальном распределении случайной величины X с помощью критерия χ^2 критерия в программном пакете Statistica и вручную.

5. Сравнить графически наблюдаемые (Observed Frequency) и ожидаемые частоты (Expected Frequency): записать соответствующие столбцы в отдельную таблицу и построить график рассеяния (команды Graphs/ Scatterplots/ Variables/ OK). Является ли исследуемая переменная нормально распределённой? Почему?

6. Таблицу из восьми переменных (Var1...Var8) и 500 наблюдений заполнить случайными числами из интервала $[0; 1]$. Найти

$$\text{Var9} = \text{Var1} + \text{Var2} + \dots + \text{Var8}.$$

Для этого необходимо дважды щёлкнуть левой кнопкой мыши по Var9 и в появившемся окне «Long name (label or formula)» записать формулу. Построить гистограммы для Var1 и Var9 отдельно. Какие распределения вы получили? Объяснить полученный результат.

7. Для этих же данных проверить гипотезу о нормальном распределении случайных величин Var1 Var9 по критерию χ^2 автоматически, как это делалось в задании 3. Сравнить с результатами Задания 3 и объяснить полученный результат.

Краткая теория. Во многих случаях требуется решить, справедливо ли некоторое суждение. Если мы считаем, что исходные данные для таких суждений в той или иной мере носят случайный характер, то и ответы можно дать лишь с определённой степенью уверенности, и имеется некоторая вероятность ошибиться.

Весь статистический анализ основан на идее случайного выбора. Поскольку имеющиеся данные появились в результате случайного выбора из некоторой генеральной совокупности, то все суждения, основанные на этих данных, будут иметь вероятностный характер.

Рассмотрение вероятностных задач в строгой математической постановке приводит к понятию статистической гипотезы. Термин «гипотеза» означает предположение, которое вызывает сомнения и которое мы собираемся проверить. Проверка гипотез осуществляется с помощью критериев статистической оценки различий.

Статистический критерий – это правило, по которому принимается решение о принятии истинной и отклонении ложной гипотезы с высокой вероятностью. Критерии делятся на параметрические и непараметрические.

Параметрические критерии – это критерии, включающие в формулу расчёта параметры распределения, то есть средние и дисперсии (t -критерий Стьюдента, критерий F и др.). Непараметрические критерии – это критерии, не включающие в формулу расчёта параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами (Q -критерий Розенбаума, критерий Уилкоксона и др.).

При нормальном распределении признака параметрические критерии обладают большей мощностью, чем непараметрические критерии.

Схема проверки гипотез с помощью статистических критериев состоит из следующих трёх шагов.

1. Вычисляется эмпирическое (или фактическое, реальное) значение критерия $F_{\text{эмп}}$. Вычисляется число степеней свободы и уровень значимости.

2. По таблицам критических значений для выбранного критерия находится так называемая критическая точка (или критическое значение) $F_{\text{кр}}$.

3. По соотношению эмпирического и критического значений критерия судят о том, подтверждается или опровергается нулевая гипотеза.

Например, если $F_{\text{эмп}} > F_{\text{кр}}$, гипотеза H_0 отвергается. В системе Statistica это делается автоматически.

В большинстве случаев для того, чтобы различия признавались значимыми, необходимо, чтобы эмпирическое значение критерия превышало критическое, хотя есть критерии (например, Манна – Уитни или критерий знаков), в которых нужно придерживаться противоположного правила.

Число степеней свободы равно числу классов вариационного ряда минус число условий, при которых он был сформирован. К числу таких условий относятся объём выборки, средние и дисперсии.

Уровень значимости – это вероятность отклонения нулевой гипотезы, в то время как она верна. Обычно при проверке статистических гипотез принимают три уровня значимости:

- 5%-й (вероятность ошибочной оценки $\alpha = 0,05$),
- 1%-й ($\alpha = 0,01$),
- 0,1%-й ($\alpha = 0,001$).

В промышленной статистике часто считают достаточным 5%-й уровень значимости. При этом нулевую гипотезу не отвергают, если в результате исследования окажется, что вероятность ошибочности оценки относительно правильности принятой гипотезы превышает 5 %, то есть $\alpha > 0,05$. Если же $\alpha < 0,05$, то принятую гипотезу следует отвергнуть на взятом уровне значимости. Ошибка при этом возможна не более чем в 5 % случаев, т. е. она маловероятна.

В пакете Statistica значение задаваемого уровня значимости не используется. Как правило, в выходных данных содержатся выборочные значения статистики критерия и вероятность того, что случайная величина превышает это выборочное значение при условии, что верна гипотеза H_0 . Эта вероятность называется p -значением (p -level).

Ошибки при принятии гипотез:

1. Ошибка, состоящая в том, что правильная гипотеза отклонена, в то время как она верна, называется ошибкой I рода.
2. Ошибка, состоящая в том, что правильная гипотеза принята, в то время как она неверна, называется ошибкой II рода.

При приёмочном контроле ошибка первого рода приводит к браковке партии с допустимой долей брака (риск производителя). При контроле производства – к вмешательству в налаженный процесс производства (ложная тревога). Ошибка второго рода приводит к принятию партии с недопустимой долей брака (риск потребителя). При

контроле производства – приводит к вмешательству в процесс производства, вышедший за допустимые границы.

Гипотезы о виде распределения. При проверке гипотез о параметрах генеральной совокупности контролируемого показателя предполагается, что закон распределения известен. Однако на практике это не всегда имеет место. И тогда необходимо определить, какому закону распределения подчиняется исследуемая случайная величина. Для решения этой задачи используют статистические критерии, называемые *критериями согласия*.

Теория вероятностей позволяет пользоваться несколькими критериями согласия: критерий Пирсона (критерий χ^2), критерий Колмогорова, Смирнова и др.

Порядок действий при реализации критерия Пирсона в программном пакете Statistica:

1. *Statistics/ DistributionFitting* (подбор распределений) / *Continuous Distributions* (непрерывные распределения) / *OK/Normal* (нормальное распределение) / *Variable/ Summary*. На экран выводится таблица для расчёта статистики критерия.

2. Во вкладке *Parameters* того же окна появятся оценки параметров число интервалов группировки (*Number of categories*) можно при необходимости изменить.

3. Для вычерчивания измеряемого и ожидаемого распределения нажимаем соответствующую кнопку (*Plot of observed and expected distribution*). Появится гистограмма, вверху которой написано рассчитанное значение χ^2 (*Chi-Square test*), число степеней свободы (*df*) и уровень значимости (*p*). Именно *p*-уровень представляет собой вероятность ошибки, связанной с распространением наблюдаемого результата на всю выборку.

Гипотезы об однородности выборки. Пусть имеются выборки, извлечённые из различных совокупностей. Требуется проверить гипотезу о том, что исходные совокупности распределены одинаково. В системе Statistica эта гипотеза проверяется в модуле *Statistics/Advanced Linear/Nonlinear models/ Log-Linear Analysis of Frequency Tables*.

Теорема Хинчина: Среднее арифметическое $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ независимых случайных величин $X_j, j=1, 2, \dots, n$, имеющих одно и то же распределение и конечное математическое ожидание m , сходится по вероятности при $n \rightarrow \infty$ к m . Таким образом, при заданном ε и достаточно большом n событие

$$\left| \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - m \right| < \varepsilon$$

можно считать практически достоверным.

Указание. Постепенно увеличивая n , показать обоснованность теоремы Хинчина методом математической индукции. Равномерно распределённые случайные числа генерируются программно (*Fill/Standardize Block / FillRandomValues*). Среднее значение вычисляется тем же способом командой *Statistics of Block Data / Block Columns / Means*.

Контрольные вопросы

1. Что называется статистической гипотезой?
2. Какие критерии согласия вам известны?
3. Как проверить гипотезу о принадлежности к распределению в программе Statistica?
4. Как проверить гипотезу об однородности выборок в программе Statistica?

Лабораторная работа № 4: «Корреляционный анализ в программе Statistica».

Цель работы: ознакомиться с назначением и ключевыми элементами корреляционного анализа, то есть установлению факта взаимной зависимости случайных величин.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с краткой теорией – основами корреляционного анализа.
- 2.

С помощью модуля *Statistics/BasicStatistics/CorrelationMatrices* рассчитать коэффициент корреляции для переменных, состоящих из строк *VarN*, *VarN+1* и *VarN+2* (см. Приложение 3), где *N* – номер варианта. Выбирать опции *OnevariablelistuSummary: Correlationmatrix* (таблица коэффициентов корреляции); *Scatterplotmatrixforselectedvariables* (графическое отображение зависимостей). Построить корреляционную матрицу. Сделать выводы о взаимной зависимости переменных.

3. Изменить те же данные следующим образом. Первую переменную (пусть это *Var1*) оставить неизменной, а *Var2* сделать равной $2 \cdot \text{Var1}$; *Var3* сделать равной $2 \cdot \text{Var1} + \text{Var1}^2$. Рассчитать коэффициенты корреляции, построить корреляционную матрицу. Сделать выводы о взаимной зависимости переменных.

Краткая теория. Основная задача корреляционного анализа состоит в выявлении связи между случайными переменными. Например, на свободном рынке обычно наблюдается большая степень корреляции между размером урожая и рыночными ценами на соответствующую продукцию сельского хозяйства. Часто корреляция привлекает наше внимание к причинно-следственным связям, существующим между изучаемыми двумя рядами величин. В области естественных и общественных наук установление существенной корреляции часто заставляет нас искать возможные связи между явлениями, которые в противном случае могли остаться незамеченными.

В экономике в большинстве случаев между переменными величинами существуют зависимости, когда каждому значению одной переменной соответствует не какое-то определенное, а множество возможных значений другой переменной. Иначе говоря, каждому значению одной переменной соответствует определенное условное распределение другой переменной. Такая зависимость получила название статистической.

Возникновение понятия статистической связи обуславливается тем, что зависящая переменная подвержена влиянию неконтролируемых или неучтенных факторов, а также тем, что измерение значений переменных неизбежно сопровождается некоторыми случайными ошибками.

Статистическая зависимость между двумя переменными, при которой каждому значению одной переменной соответствует определенное условное математическое ожидание (среднее значение) другой, называется корреляционной.

Функциональная зависимость представляет собой частный случай корреляционной. При функциональной зависимости с изменением значений некоторой переменной *x* однозначно изменяется определенное значение переменной *y*, при корреляционной – определенное среднее значение (математическое ожидание) *y*, а при статистической – определенное распределение переменной *y*. Каждая

корреляционная зависимость является статистической, но не каждая статистическая зависимость является корреляционной.

Статистические связи между переменными можно изучать методами корреляционного и регрессионного анализа. Основной задачей корреляционного анализа является выявление связи между случайными переменными и оценка ее степени.

Корреляция определяет степень, с которой значения двух переменных «пропорциональны» друг другу. Пропорциональность означает просто линейную зависимость. Корреляция высокая, если на графике зависимость «можно представить» прямой линией (с положительными или отрицательным углом наклона).

В производственных условиях обычно информации, полученной из диаграмм рассеяния при условии их корректного построения, бывает достаточно для того, чтобы оценить степень зависимости y от x . Но в ряде случаев требуется дать количественную оценку степени связи между величинами x и y . Такой оценкой является коэффициент корреляции.

Коэффициент корреляции – это показатель, оценивающий тесноту линейной связи между признаками.

Отметим основные характеристики этого показателя:

1. Он может принимать значения от -1 до $+1$. Знак «+» означает, что связь прямая (когда значения одной переменной возрастают, значения другой переменной также возрастают), «-» означает, что связь обратная.

2. Чем ближе коэффициент к 1, величине коэффициента корреляции менее 0,3 связь оценивается как слабая, от 0,31 до 0,5 – умеренная, от 0,51 до 0,7 – значительная, от 0,71 до 0,9 – тесная, 0,91 и выше – очень тесная.

3. Если все значения переменных увеличить (уменьшить) на одной то же число или в одно и то же число раз, то величина коэффициента корреляции не изменится.

4. При $r = \pm 1$ корреляционная связь представляет линейную функциональную зависимость. При этом все наблюдаемые значения располагаются на общей прямой.

5. При $r = 0$ линейная корреляционная связь отсутствует. При этом групповые средние переменных совпадают с их общими средними, а линии регрессии параллельны осям координат.

6. Равенство $r = 0$ говорит лишь об отсутствии линейной корреляционной зависимости (некоррелированности переменных), но не вообще об отсутствии корреляционной, а тем более, статистической зависимости.

Основываясь на коэффициентах корреляции, вы не можете строго доказать причинной зависимости между переменными, однако можете определить ложные корреляции, т. е. корреляции, которые обусловлены влияниями «других», остающихся вне вашего поля зрения переменных. Основная проблема ложной корреляции состоит в том, что вы не знаете, кто является ее носителем. Тем не менее, если вы знаете, где искать, то можно воспользоваться частными корреляциями, чтобы контролировать (частично исключенное) влияние определенных переменных.

Корреляция, совпадение или необычное явление сами по себе ничего не доказывают, но они могут привлечь внимание к отдельным вопросам и привести к дополнительному исследованию. Хотя корреляция прямо не указывает на причинную связь, она может служить ключом к разгадке причин. При благоприятных условиях на ее основе можно сформулировать гипотезы, проверяемые экспериментально, когда возможен контроль других влияний, помимо тех немногочисленных, которые подлежат исследованию.

Очень важно установить логическую связь между двумя рядами явлений или двумя совпадающими во времени явлениями, либо же дать разумное объяснение. Иногда вывод об отсутствии корреляции важнее наличия сильной корреляции. Нулевая корреляция двух переменных может свидетельствовать о том, что никакого влияния одной переменной на другую не существует, при условии, что мы доверяем результатам измерений.

Корреляционный анализ в программе Statistica проводят с помощью модуля *Statistics/ BasicStatistics/ CorrelationMatrices*. В стартовом окне для расчета квадратной матрицы используется кнопка *Onevariablelist*. С помощью кнопки *Twolists (rect. matrix)* можно ограничиться выводом только необходимых переменных, если не требуются все возможные парные корреляции. Из списка выбирают переменные, между которыми будут рассчитаны парные коэффициенты корреляции. После нажатия на кнопку *Summary* или *Correlations* на экране появится корреляционная матрица.

Процедура *Correlation matrices* сразу же дает возможность проверить достоверность рассчитанных коэффициентов корреляции. Значение коэффициента корреляции может быть высоким, но не достоверным, случайным.

На практике часто изучают связи между порядковыми переменными, измеренными в так называемой порядковой шкале. В этой шкале можно установить лишь порядок, в котором объекты выстраиваются по степени проявления признака (например, качество жилищных условий, тестовые баллы, экзаменационные оценки). Если, скажем, по некоторой дисциплине два студента имеют оценки «отлично» и «удовлетворительно», то можно лишь утверждать, что уровень подготовки по этой дисциплине первого студента лучше, чем второго, но нельзя сказать, на сколько.

Оказалось, что в таких случаях проблема оценки тесноты связи разрешима, если упорядочить, или ранжировать объекты анализа по степени выраженности измеряемых признаков. При этом каждому объекту присваивается определенный номер, называемый рангом. Например, объекту с наименьшим проявлением (значением) признака присваивается ранг 1, следующему за ним – 2 и т. д. Объекты можно располагать и в порядке убывания проявления признака.

Ранжируя попарно связанные значения признаков, можно видеть, как они распределяются относительно друг друга. Если возрастающим значениям одного признака соответствуют возрастающие значения другого, то между ними существует положительная связь. Если же при возрастании значений одного признака значения другого последовательно уменьшаются, это указывает на наличие отрицательной связи между ними. При отсутствии корреляции ранжированным значениям одного признака будут соответствовать самые различные значения другого.

Определив ранги значений переменных, по их разностям можно судить о степени зависимости одного признака от изменений другого. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена находится по формуле:

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (r_i - s_i)^2}{n^3 - n},$$

где r_i и s_i – ранги i -го объекта по переменным x и y , n – число пар наблюдений (объем выборки). Если ранги всех объектов равны ($r_i = s_i, i = 1, 2, \dots, n$), то $r = 1$, то есть наблюдается полная прямая связь.

Коэффициент ранговой корреляции Кендалла вычисляется по формуле:

$$\tau = 1 - \frac{4k}{n(n-1)},$$

где k – число инверсий (нарушений порядка) в ряду рангов второй переменной при условии, что ранги первой переменной упорядочены.

В пакете Statistica коэффициенты ранговой корреляции Кендалла и Спирмена вычисляются в процедуре *Statistics/ Nonparametrics*, в появившемся стартовом окне выберите пункт *Correlations (Spearman Kendall tau, gamma)* / кнопка *OK*.

Контрольные вопросы

1. Какие виды зависимостей вам известны? Чем они характеризуются?
2. Что такое коэффициент корреляции, какие значения он может принимать?
3. Как коэффициент корреляции связан со степенью связи между переменными?
4. Как провести корреляционный анализ в программе Statistica?

Лабораторная работа № 5: «Регрессионный анализ в программе Statistica».

Цель работы: ознакомиться с назначением и ключевыми элементами регрессионного анализа, то есть установлению вида взаимной зависимости случайных величин.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с порядком проведения регрессионного анализа в программном пакете Statistica (см. краткая теория).
2. В таблице приведены данные о работе и простое всего парка землеройной техники (в машино-часах).

Месяц	Простой	Работа
ноябрь	1130,01	4137,63
декабрь	734,42	3704
январь	265,4	1328,4
февраль	586,6	1961,6
март	666,7	1939,7
апрель	1232	3116
май	3888,35	8509,35
июнь	5465,39	12588,89
июль	7412,33	14875,5
август	7168,66	15388,08
сентябрь	7416,68	15450,67
октябрь	5001,41	11944,82

Необходимо:

- 2.1. Построить линейную зависимость времени простоя техники от времени работы и месяца.

2.2. Спрогнозировать время простоя на следующий период и оценить недополученную прибыль в результате простоев.

3. Требуется выявить зависимость аварий на дорогах от количества автотранспорта для некоторого региона на основе результатов ежегодных наблюдений:

Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Количество аварий на дорогах	166	153	177	201	216	208	227	238	268	268	274
Количество зарегистрированных транспортных средств	352	373	411	441	462	490	529	577	641	692	743

4. Исходные данные приведены в Приложении 4. Считать первый столбец независимой переменной (Argument), а остальные (Var-N) – зависимой переменной. Номер зависимой переменной соответствует вашему варианту по списку группы. Построить график зависимости второй переменной Var-N от первой: *Graphs / 2D Scatterplot*; во вкладке *Advanced* выбрать *Off*, в опции «свойства графика» соединить точки линиями. Выбирая в настройках *Advanced* аппроксимирующую функцию, определить, какая функция является наилучшей аппроксимацией для предложенных данных. Объяснить, почему.

5. В модуле "Nonlinear Estimation" – «Нелинейное оценивание» собраны процедуры, позволяющие оценить нелинейные зависимости между данными. Вы можете выбрать различные модели зависимостей, задать собственную функцию, выбрать метод оценивания неизвестных параметров.

Провести нелинейный регрессионный анализ данных задания 4. Для этого воспользоваться модулем *Statistics / Advanced Linear/ Nonlinear models / Nonlinear estimation / user-specified regression, least squares*. Кнопкой *Function to be estimated* ввести модельную функцию. Кнопкой *Variables* ввести зависимую переменную.

Найти коэффициенты нелинейной регрессии. Провести анализ остатков и показать, что найдено наилучшее решение.

Краткая теория. Регрессионный анализ является одним из наиболее распространенных методов обработки экспериментальных данных при изучении зависимостей в физике, биологии, экономике, технике и других областях. Он заключается в определении аналитического выражения, в котором изменение одной величины (называемой зависимой или результативным признаком) y обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин (факторов) x_1, x_2, \dots, x_n , а множество всех прочих факторов, также оказывающих влияние на зависимую величину, принимается за постоянные и средние значения.

Регрессия может быть однофакторной (парной) и многофакторной (множественной). Если в качестве объясняющих факторов использовать только три фактора x_1, x_2, x_3 , то регрессионная модель может быть записана в виде:

$$y = f(x_1, x_2, x_3) + \varepsilon,$$

где $f(x_1, x_2, x_3)$ – неслучайная составляющая отклика y , зависящая от x_1, x_2, x_3 , а ε – остаток или случайная составляющая, обусловленная влиянием на отклик y множества

неучтённых и непредсказуемых факторов, а также ошибок измерений зависимой переменной.

Для простой (парной) регрессии в условиях, когда достаточно полно установлены причинно-следственные связи, можно использовать графическое изображение. При множественности причинных связей невозможно чётко разграничить одни причинные явления от других.

В этом случае наиболее приемлемым способом определения зависимости (уравнения регрессии) является метод перебора различных уравнений, реализуемый с помощью компьютера. Существуют различные регрессионные модели, определяемые выбором функции $f(x_1, x_2, x_3)$:

- простая линейная регрессия $y = b_0 + b_1x + \varepsilon$;
- множественная регрессия $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_{m-1}x_{m-1} + \varepsilon$;
- полиномиальная регрессия $y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_{m-1}x^{m-1} + \varepsilon$;
- регрессионная модель общего вида:

$$Y = b_0 + b_1 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + \dots + b_{m-1} f_{m-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon,$$

где $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, \dots, m-1$ – заданные функции факторов. Параметры b_0, b_1, \dots, b_{m-1} называются коэффициентами регрессии.

В приведённые регрессионные модели коэффициенты b_0, b_1, \dots, b_{m-1} входят линейно. Такие модели называют линейными, а математические методы анализа этих моделей – линейным регрессионным анализом. В некоторых случаях нелинейные модели с помощью специальных линейризующих преобразований могут быть преобразованы в линейные.

После выбора вида регрессионной модели, используя результаты наблюдений зависимой переменной и факторов, нужно вычислить оценки (приближённые значения) параметров регрессии, а затем проверить значимость и адекватность модели результатам наблюдений.

Порядок проведения регрессионного анализа следующий:

1. выбор модели регрессии, что включает в себе предположение о зависимости функций регрессии от факторов;
2. оценка параметров регрессии в выбранной модели методом наименьших квадратов;
3. проверка статистических гипотез о регрессии.

В программном пакете *Statistica* линейный регрессионный анализ выполняется в модуле *Statistics/Multiple Regression*. В стартовом диалоговом окне этого модуля при помощи кнопки *Variables* указываются зависимая (*dependent*) и независимые (*independent*) переменные. В поле *Input file* указывается тип файла с данными:

Raw Data – данные в виде строчной таблицы (по умолчанию);

Correlation Matrix – данные в виде корреляционной матрицы.

Для вывода результатов и их анализа нажмите на кнопку ОК. Система произведет вычисления, и на экране появится окно результатов:

Dependent – имя зависимой переменной.

No. of cases – число наблюдений, по которым построена регрессия.

Multiple R – коэффициент множественной корреляции. Эта статистика полезна в множественной регрессии, когда вы хотите описать зависимости между переменными. Она может принимать значения от 0 до 1 и характеризует тесноту линейной связи между зависимой и всеми независимыми переменными.

R² – квадрат коэффициента множественной корреляции (R^2), называемый коэффициентом детерминации:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}.$$

Коэффициент детерминации является одной из основных статистик в данном окне, он показывает долю общего разброса (относительно выборочного среднего зависимой переменной), которая объясняется построенной регрессией. Чем ближе коэффициент детерминации к единице, тем качественнее найдена модель (объясняет поведение большего числа точек).

Коэффициент детерминации обладает одним существенным недостатком. При равенстве числа независимых переменных q числу наблюдений n величина R^2 равна 1. По мере добавления переменных в уравнение значение R^2 неизбежно возрастает.

Это ведет к неоправданному предпочтению моделей с большим числом независимых переменных. Отсюда следует, что необходима поправка R^2 , которая бы учитывала число переменных и наблюдений. В результате получаем скорректированный коэффициент детерминации (*adjusted R²*) \bar{R}^2 :

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-q-1}(1-R^2).$$

Включение новой переменной в регрессионное уравнение увеличивает R^2 не всегда, а только в том случае, когда частный *F-критерий* при проверке гипотезы о значимости включаемой переменной больше или равен 1. В противном случае включение новой переменной уменьшает значение коэффициентов детерминации. Таким образом, скорректированный \bar{R}^2 можно с большим успехом (по сравнению с R^2) применять для выбора наилучшего подмножества независимых переменных в регрессионном уравнении.

F-критерий используется для оценки адекватности регрессионной модели, определяет отношение дисперсии оценки модели к дисперсии остатка и равен:

$$F = \frac{SSR/q}{SSE/(n-q-1)},$$

где SSE – сумма квадратов остатков.

Всякая сумма квадратов связана с числом степеней свободы. Эта разность между числом различных опытов и числом констант, найденных по этим опытам независимо друг от друга. Например, для SSE число степеней свободы равно числу опытов n минус $(q + 1)$ коэффициентов регрессии.

Standard Error of estimate – стандартная ошибка оценки. Эта статистика является мерой рассеяния наблюдаемых значений относительно регрессионной прямой.

Intercept – оценка свободного члена регрессии. Значение коэффициента b_0 в уравнении регрессии.

Std. Error – стандартная ошибка оценки свободного члена. Стандартная ошибка коэффициента b_0 в уравнении регрессии.

F – значения *F-критерия* для проверки гипотезы $b_1 = 0$.

df – число степеней свободы *F-критерия*.

p – уровень значимости.

t – *t-критерий* для проверки гипотезы о равенстве нулю свободного члена уравнения.

Beta – коэффициенты b уравнения.

В информационной части прежде всего нужно смотреть на значение коэффициента детерминации. В нашем примере он равен 0,988...

При помощи кнопок диалогового окна *Multiple Regressions Results* результаты регрессионного анализа можно просмотреть более детально. Щелкните далее на кнопку *Summary:Regression rezults* (краткие результаты регрессии). Вы увидите таблицу с результатами анализа.

Во втором столбце таблицы (Beta) выводятся стандартизованные коэффициенты регрессии, в третьем (Std.Err. of Beta) – их стандартные отклонения. В случае множественной регрессии стандартизованные коэффициенты регрессии используются для сравнения влияния на зависимую переменную факторов, имеющих различную размерность.

Для оценки адекватности модели необходимо исследовать остатки. Остатки – это разность между исходными (наблюдаемыми) значениями зависимой переменной и предсказанными (модельными, Predicted values) значениями. Остатки должны быть нормально распределены, иметь нулевое среднее значение и постоянную дисперсию, независимо от величин зависимых и независимых переменных. Модель должна быть адекватна на всех отрезках интервала изменения зависимой переменной.

Вначале для оценки адекватности модели лучше всего использовать визуальные методы и затем, если потребуется, перейти к статистическим критериям.

Для исследования остатков в окне результатов регрессионного анализа необходимо выбрать вкладку Residuals/ assumptions/ prediction и нажать кнопку Performresidualanalysis. Для оценки адекватности модели построим нормальный вероятностный график остатков. В отобразившемся окне, перейдя к вкладке Quick, необходимо нажать кнопку Normalplotofresiduals.

Для выявления нестабильности дисперсии ошибки уравнения можно построить график зависимости регрессионных остатков от предсказанного значения зависимой переменной. Во вкладке Scatterplots нажмите кнопку Predictedvs. residuals.

Рассмотрим наиболее характерные формы этих графиков.

1. *Выделяющиеся точки графика*: некоторые из остатков могут по абсолютной величине сильно превосходить все остальные остатки. Если максимальное значение остатка больше некоторого заранее выбранного числа, то наблюдение, имеющее такой остаток, является аномальным (выброс). Величина остатка аномального наблюдения зависит от объема выборки n .

Задача исключения аномальных данных не простая. С одной стороны, одно единственное такое наблюдение может обесценить все результаты регрессионного анализа. Тогда эти наблюдения нужно удалить.

С другой стороны, автоматическое удаление резко выделяющихся наблюдений без установления причин их возникновения оправдано только в хорошо обкатанных регрессионных моделях, в которых основной интерес представляют только большинство данных.

2. Если остатки попадают в горизонтальную полосу с центром на оси абсцисс, модель можно рассматривать как адекватную.

3. Если эта полоса непрерывно расширяется, когда y возрастает, это указывает на отсутствие постоянства дисперсии. В этом случае нужно стабилизировать дисперсию путем преобразований или перейти к взвешенному методу наименьших квадратов.

4. Если эта полоса имеет вид линейного тренда (возрастает или убывает), то анализ ошибочен. Отрицательные остатки соответствуют малым значениям предсказанных значений y , положительные остатки – большим значениям. Этот

результат может получиться и при ошибочном пропуске свободного члена b_0 . Другой способ исправить ситуацию – включить в регрессионную модель фактор, зависящий от номера наблюдения (или времени).

5. Если график имеет криволинейный вид, то модель неадекватна. В регрессионной модели не учтены факторы, оказывающие существенное влияние на зависимую переменную y . Необходимо вводить дополнительные члены (например, квадратичные и взаимодействия) или провести преобразование наблюдений, а затем повторить все вычисления и анализ остатков.

Очень удобным визуальным способом оценки адекватности регрессионной модели является анализ графика опытных и полученных по регрессионному уравнению значений зависимой переменной. Он строится при помощи кнопки *Predicted vs. observed* окна анализа остатков.

Важно просмотреть графики зависимости остатков от каждой из независимых переменных. Эти графики полезны для обнаружения нелинейной зависимости от переменных. Их легко просмотреть при помощи кнопки *Residuals vs. independent var.* вкладки *Residuals*.

Остатки должны быть нормально распределены, т. е. на графике они должны представлять приблизительно горизонтальную полосу одинаковой ширины на всем ее протяжении. Коэффициент корреляции (r) между регрессионными остатками и переменными должен равняться нулю.

Присутствие нелинейного тренда в регрессионных остатках вызывает сомнение в адекватности модели и говорит о необходимости пересмотра модели – преобразования или ввода новых переменных, перехода к нелинейной модели.

Кнопка *Redundancy* предназначена для поиска выбросов. Выбросы – это остатки, которые значительно превосходят по абсолютной величине остальные. Выбросы дают данные, которые являются не типичными по отношению к остальным данным и требуют выяснения причин их возникновения. Выбросы должны исключаться из обработки, если они вызваны ошибками измерения. Для выделения выбросов, имеющихся в регрессионных остатках, предложены следующие метрики:

1. Расстояние Р.Д. Кука (*Cook's Distance*) показывает расстояние между коэффициентами уравнения регрессии после исключения из обработки каждой точки данных. Большое значение показателя Кука указывает на сильно влияющее наблюдение.

2. Расстояние Махаланобиса (*Mahalanobis Distance*) показывает, насколько каждое наблюдение отклоняется от центра статистической совокупности.

Просмотр величин остатков и специальных критериев для их оценки осуществляется при помощи кнопки *Summary* окна исследования остатков.

Поиск наилучшей регрессионной модели – это громоздкий процесс. При помощи опции *Method* пользователь может отказаться от стандартного регрессионного анализа (*Standard*) и воспользоваться методами пошагового включения переменных в регрессионную модель (*Forward stepwise*) или пошагового исключения переменных (*Backward step wise*) из регрессионной модели. Эти методы можно использовать в сложных системах с большим числом переменных. Опция *Displaying results* вкладки *Stepwise* позволяет просматривать итоговые результаты регрессионного анализа (*Summary only*) или после каждого шага включения или исключения переменных (*At each step*).

Гребневая регрессия отличается устойчивостью для случаев сильной коррелированности зависимых переменных друг с другом. В отличие от метода наименьших квадратов, дающего несмещенные оценки коэффициентов уравнения, в методе гребневой регрессии оценки смещенные, но при этом они имеют меньшую

дисперсию. Поэтому такие оценки могут давать более точные и приемлемые для практического использования модели.

Для расчета коэффициентов уравнения гребневой регрессии следует отметить чекбокс в опции Ridge regression диалогового окна ModelDefinition. При практическом использовании метода гребневой регрессии одним из основных вопросов является выбор параметра λ (lambda). Существуют численные методы расчета этого параметра, но чаще используют простой опытный подход: начинают расчет при $\lambda = 0$, увеличивают параметр с малым шагом, например, 0,001 и следят за ошибкой регрессии и коэффициентами уравнения. Ошибка не должна увеличиваться, а коэффициенты должны стабилизироваться и при дальнейшем увеличении параметра мало изменяться. Значение принятого параметра является мерой смещения оценок от истинного значения, поэтому стараются не придавать слишком больших значений. Обычно выбирают меньше 0,5. При $\lambda = 0$ уравнение имеет коэффициенты классического метода наименьших квадратов.

Контрольные вопросы

1. Как провести линейный регрессионный анализ в программе Statistica?
2. Что такое фиксированная регрессия в программе Statistica?
3. Как интерпретировать результаты регрессионного анализа в программе Statistica?
4. Что такое остатки и как по ним оценить адекватность регрессионного анализа?
5. Что такое коэффициент детерминации? Как он связан с точностью регрессионной модели?
6. Пояснить отличительные особенности гребневой регрессии.

Лабораторная работа № 6: «Статистические методы контроля качества».

Цель работы: ознакомиться с основными статистическими методами контроля качества предприятия продукции, с анализом процессов методами построения карт контроля качества.

Порядок выполнения работы:

1. В системе Statistica построить диаграмму причин и результатов с помощью модуля *Statistics / Industrial Statistics & Six Sigma / Process Analysis / Cause–Effect [Ishikawa, Fishbone] diagrams*.

2. С помощью модуля *Statistics / Industrial Statistics & Six Sigma / Quality Control Charts / Pareto chart analysis* построить диаграмму Парето. Причины и их число выбрать самостоятельно, можно любые, не относящиеся к какому-либо процессу. Диаграммы построить:

2.1. только для переменной 1 «причина», без учета значимости причины для общего вклада в качество анализируемого процесса. Для этого на вкладке *Quick* выбрать *Codes (require tabulation of data by codes)* – установлен по умолчанию, а в окне выбора переменных указать одну переменную с перечнем причин;

2.2. для переменных 1 «причина» и 2 «число», с учетом значимости причины для общего вклада в качество анализируемого процесса. Для этого на вкладке *Quick* выбрать *Codes and counts (one variable with defect type, one variable with counts)*.

В чем состоит разница между этими картами Парето?

3. С целью выяснения причин брака составлен контрольный листок в предположении, что причинами могут быть рабочий, станок или смена.

Распределение дефектов по рабочим, станкам и сменам

Рабочий	Станок	1 смена	2 смена	3 смена	Число дефектов на станках	Сумма дефектов рабочего
А	А 1			•	1	24
	А 2	• •	•		3	
	А 3	•	• • • • • • •	• • • • • • • • • • • •	20	
Б	Б 1	• •	• • • • • • •	• • • • • •	15	45
	Б 2	•	•	• • •	5	
	Б 3	• •	• • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • •	25	
В	В 1	•	•	• •	4	52
	В 2	• •	• •	• • • •	8	
	В 3	• • •	• • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • •	40	

Определить, кто виноват, если это возможно.

4. С помощью модуля *Statistics / Industrial Statistics & Six Sigma/Quality Control Charts/ Individuals & moving range* построить контрольную X-R карту индивидуальных значений для одной переменной своего варианта (VarN) согласно Приложения 5 и провести анализ качества производственного процесса. Проверить машинное построение карты расчетом средней линии.

5. С помощью модуля *Statistics / Industrial Statistics & Six Sigma/Quality Control Charts/ X bar & R chart for variables* построить контрольную X-R карту производственного процесса для одной переменной своего варианта с группировкой по времени (VarN, Time) согласно Приложения 5 и провести анализ качества процесса. Сравнить построение карты с результатами предыдущего задания. Чем отличается построение карты индивидуальных значений от карты процесса?

6. С помощью модуля *Statistics / Industrial Statistics & Six Sigma/ Quality Control Charts/ X-bar & R Chart for variables* построить контрольную X-R карту процесса для одной переменной своего варианта (VarN) и временных интервалов (Time, Day)

согласно Приложения 5 и провести анализ качества производственного процесса.

7. Построить контрольную С-карту индивидуальных значений для одной переменной своего варианта (VarN) и провести анализ качества процесса.

Краткая теория. Качество относится к числу важнейших критериев функционирования предприятия в условиях относительно насыщенного рынка и преобладающей неценовой конкуренции. Эффективно управлять процессами производства – значит активно использовать экономические и организационные рычаги воздействия на разработку, производство и эксплуатацию изделий. Качество продукции обеспечивается в первую очередь самим изготовителем на всех этапах жизненного цикла, начиная с проектирования и разработки, а также непрерывно в процессе производства. Для того чтобы выпускать продукцию высокого технического уровня и качества, необходимо эффективно управлять процессами формирования этих комплексных и обобщающих характеристик изделий.

При осуществлении контроля качества производится обязательный сбор данных, а затем их обработка. Но данные, касающиеся даже одного и того же параметра изделия, не могут быть многократно получены при идентичных условиях, так как в ходе процесса меняются отдельные процессы и обстоятельства. Поэтому при операциях, относящихся к контролю качества, приходится иметь дело с большим числом данных, характеризующих те или иные параметры изделия, условия процесса и т. д. Эти данные при повторных измерениях всегда оказываются несколько отличающимися от полученных в другое время и при других условиях, то есть всегда наблюдается разброс данных. Анализируя разброс данных, можно найти решение возникшей в процессе производства проблемы.

При повторяющихся рабочих процессах, прежде всего при серийном и массовом производстве, определенные факторы снижения качества становятся типичными. Использование математико-статистических методов дает возможность исследовать протекание технологического процесса.

В таком случае говорят, что процесс изготовления является статистически управляемым. Статистические методы позволяют обнаружить: где, когда, кем и при каких обстоятельствах вызваны те или иные помехи в производственном процессе. Это повышает чувство ответственности всех участников производственного процесса, способствует тесному сотрудничеству и рождает новое отношение к понятию «качество».

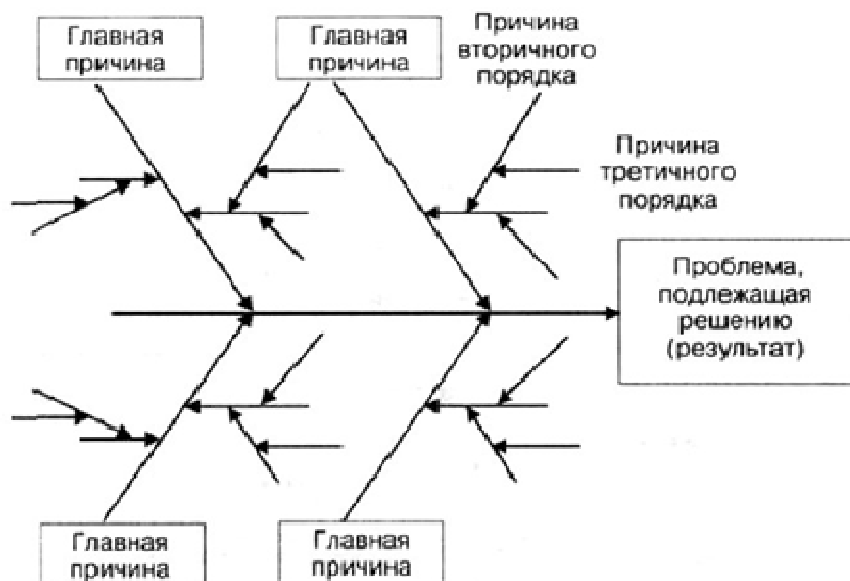
Диаграмма причин и результатов. Когда решается задача анализа возможных причин, ответственных за тот или иной дефект или проблему, целесообразно эти причины определенным образом упорядочить, провести их классификацию, выявить максимально возможное их количество без риска упустить какую-нибудь из них. При этом очень важно обеспечить наглядность, т. е. ситуацию, при которой все причины и их отношение к результату постоянно находились бы в поле зрения.

Объектами исследования с помощью причинно-следственных диаграмм могут быть: появление дефектности изделий, увеличение расходов на устранение брака, падение спроса на продукцию на рынке, управление персоналом и т. д.

Диаграмму причин и результатов впервые внедрил в производственную практику профессор Токийского университета Каору Исикава (1953 г.).

Определение: Диаграмма причин и результатов — это диаграмма, которая показывает отношение между показателями качества и воздействующими на него факторами.

Безусловно, это один из наиболее элегантных и широко используемых методов среди так называемых семи простых инструментов контроля качества. Иначе диаграмму Исикавы называют причинно-следственной диаграммой или «рыбий скелет».



Для построения причинно-следственной диаграммы данные заносятся в таблицу рабочего окна:

Варка супа					
	1	2	3	4	5
	Продукты	Технология варки	Условия варки	Повар	Оборудов. кухни
1	Вода	Закрытая крышка кастрюли	Время	Опыт работы	Исправная плита
2	Соль	Сначала варить бульон	Температура плиты	Квалификация	Большая кастрюля
3	Мясо	Снимать пену при варке бульона		Знание рецепта	Острый нож
4	Картофель	Нарезать продукты ножом			Доска для нарезки
5	Морковь	Не допускать разваривания			
6	Лук				
7	Лапша				
8	Приправы				

Затем в основном рабочем окне системы в выпадающем меню выберите команду *Statistics/ IndustrialStatistica&SixSigma/ ProcessAnalysis*. В появившемся окне выберите команду *Cause-effect (Ishikawa,Fishbone) diagrams* и нажмите ОК. Появится окно, в котором с помощью кнопки *Variables* необходимо отметить, какие факторы будут находиться сверху «хребта рыбы», а какие внизу.

С помощью вкладок *Arrows* и *Font sizes* можно выбрать размер шрифтов для надписей, толщину и угол наклона линий «костей». Все линии и надписи на диаграмме можно изменить и передвинуть.

Построенную диаграмму Исикавы необходимо постоянно совершенствовать. Это позволяет получить действительно ценный документ, который поможет в решении и других проблем, которые могут возникнуть в дальнейшем не только в связи с рассматриваемым показателем качества, но и при возникновении других дефектов или несоответствий.

Дальнейшая работа будет состоять в том, чтобы на основе наблюдений за реальным процессом, в результате которого потеря качества, установить действительную связь между исследуемым показателем качества и выбранными факторами (причинами), которые оказывают на него наибольшее негативное воздействие.

Закон 80/20. Смысл закона, восходящего к работам социолога Вильфредо Парето, состоит в том, что за 80 % результата отвечает 20 % причин.

Поскольку подавляющую долю эффекта определяет лишь небольшая доля элементов, дающих максимальный вклад, их влияние оказывается непропорционально велико, поэтому этот закон также называют принципом дисбаланса.

Под «результатом» процесса может пониматься, например, суммарный объем продаж многономенклатурного товара, благосостояние населения страны, объем товара на складе, количество жителей городов и т. п.

Важным является то, чтобы число составляющих (количество ассортиментных позиций, население страны, количество городов и т. д.), было бы велико.

Популярность закона Парето определяется с одной стороны его чрезвычайной простотой и наглядностью, а с другой стороны – возможностью применения в анализе очень широкого круга процессов. Например:

- 80 % пыли подметается с 20 % пола, по которому чаще всего ходят;
- 80 % стирки уходит на 20 % одежды, которую чаще всего носят;
- 80 % покупок делают 20 % покупателей;
- 80 % телефонных звонков делают 20 % абонентов;
- 80 % продукции выпускают 20 % предприятий;
- 80 % работы делают 20 % людей;
- 80 % людей считают, что они входят в эти 20 %;
- 80 % пользования файлами осуществляется в пределах 20 % файлов;
- 80 % времени, отдаваемого чтению, тратится на 20 % газетных страниц;
- 80 % прибыли дают только 20 % клиентов;
- 80 % потерь на производстве дают только 20 % видов дефектов, а оставшиеся 80 % видов дефектов обуславливают остальные 20 % потерь.

Конечно, соотношение 80/20 не является абсолютным и универсальным, хотя, как правило, отклонения от этого соотношения не очень велики.

Анализ Парето. В большинстве случаев подавляющее число дефектов и связанных с ними материальных потерь возникает из-за относительно небольшого числа причин. Таким образом, выяснив причины появления основных дефектов, можно устранить почти все потери, сосредоточив усилия на ликвидации именно этих причин.

Диаграмма Парето – это инструмент, позволяющий распределить усилия для разрешения возникающих проблем и выявить основные причины, которые нужно проанализировать в первую очередь.

С помощью анализа Парето можно выявить, какой из видов дефектов приносит наибольшие потери во времени или в материалах, какие дефекты встречаются наиболее часто. Можно анализировать экономические проблемы предприятия, социальные процессы в больших коллективах, психологические проблемы в группах и много других проблем, возникающих в производственной, экономической, социальной и других сферах деятельности. Диаграммы Парето применять целесообразно только в том случае, когда анализируется большое число видов дефектов или причин их появления и когда выявление группы существенных причин затруднено.

Диаграмма Парето по результатам деятельности предназначена для выявления главной проблемы. Она отражает нежелательные результаты деятельности: дефекты, поломки, отказы, ремонты, возвраты продукции, объем потерь, затраты, нехватку

запасов, ошибки в составлении счетов, срыв сроков поставок и прочее.

Диаграмма Парето по причинам отражает причины проблем, возникающих в ходе производства. Она используется для выявления главной из них: исполнитель работы, оборудование, сырье, метод работы, измерения.

Построение диаграммы Парето начинают с классификации возникающих проблем по отдельным факторам (например, проблемы, относящиеся к браку, к работе оборудования или исполнителей и т. д.). Затем производят сбор и анализ по каждому фактору, чтобы выяснить, какие из этих факторов являются преобладающими при решении проблем.

В системе Statistica диаграмму Парето можно построить с помощью модуля *Statistics/ Industrial Statistic & Six Sigma/ Quality Control Charts/ Pareto chart analysis*. В появившемся диалоговом окне необходимо выбрать формат для ввода данных и нажать *OK*. Если диаграмма строится только по причинам, используются настройки по умолчанию

– *Codes (require tabulation of data codes)*. Если диаграмма строится по причинам стоимости, выбираем опцию *Codes and counts (one variable with defect type, one variable with counts)*. Диаграмму можно отредактировать с помощью панели рисования и с помощью настроек панели «свойства графиков».

Карты контроля качества. Изготовление продукции всегда связано с непостоянством условий производства. Это приводит к изменениям качества изготавливаемых изделий. При хорошо спланированном и правильно осуществляемом процессе эти изменения незначительны. В таком случае говорят, что процесс является *статистически подконтрольным*. Как правило, производственные процессы протекают в статистически регулируемом состоянии, однако случаются ситуации, когда под воздействием неслучайных причин процесс выходит из состояния статистического контроля. В таких случаях необходимо как можно быстрее обнаружить причину этих вариаций, что без применения специальных методов сделать порой весьма трудно.

Для решения этой задачи используется механизм, разработанный в 1924 году американским инженером Вальтером Шухартом, базирующийся на использовании контрольных карт, часто называемых картами Шухарта. Карты контроля качества, или контрольные карты служат для постоянного контроля за тем, чтобы производственный процесс оставался статистически подконтрольным. Основная цель применения контрольных карт – быстрое обнаружение характера изменений в производственных процессах *по результатам наблюдения за параметрами продукции* с целью поиска их причин и корректировки процесса еще до того, как начнет появляться бракованная продукция.

Все описанные ранее статистические методы дают возможность зафиксировать состояние процесса в определенный момент времени. В отличие от них метод контрольных карт позволяет отслеживать состояние процесса во времени и более того – воздействовать на процесс до того, как он выйдет из-под контроля.

Контрольные карты – это линейные графики для оценки управляемости процесса по результатам сравнения отдельных измерений с заданными контрольными границами.

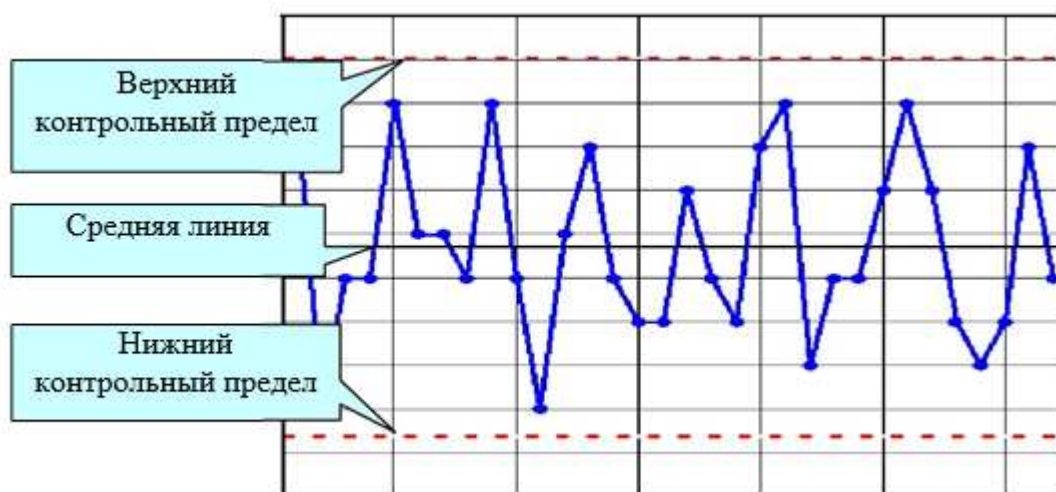


рис. Пример контрольной карты

Всякая контрольная карта состоит обычно из трех линий. Центральная (средняя) линия представляет собой требуемое среднее значение характеристики контролируемого параметра качества. Две другие линии, одна из которых находится над центральной – верхний контрольный предел (UCL – Upper Control Level), а другая под ней – нижний контрольный предел (LCL – Lower Control Level), представляют собой максимально допустимые пределы изменения значений контролируемой характеристики (показателя качества), чтобы считать процесс удовлетворяющим предъявляемым к нему требованиям.

Контрольные карты применяются как для анализа количественных данных, когда результаты измерений показателя качества непрерывны и выражаются в числовой форме, так и в случае, когда информация об объектах дискретна и ограничена выводом типа «годен»–«не годен». В первом случае применяются контрольные карты по количественному признаку, во втором – по альтернативному. Подробнее о видах карт можно прочитать в работе [6].

Контрольная карта индивидуальных значений. Эта карта применяется, когда наблюдение производится над сравнительно небольшим числом объектов, и все они подвергаются контролю. Чаще всего это бывает при наладке и настройке процесса, когда преследуется цель его предварительного исследования. Карта удобна тогда, когда процесс протекает в реальном времени и есть возможность оперативного вмешательства в него в случае выхода параметра качества за допустимые пределы.

Порядок построения карты следующий.

1. Запустить модуль *Statistics/ Industrial Statistics & Six Sigma/ Quality Control Charts*. На стартовой панели выбрать *Individuals & moving range (отдельные наблюдения и скользящий размах)* и нажать кнопку *OK*.

2. В появившемся диалоговом окне выбрать переменную с измерениями – *Measurements (observations)* и нажать *OK*. В результате будет построена контрольная карта. Имеется возможность группировки данных, если наблюдений слишком много. При этом у каждой выборки будет вычислено среднее значение, которое наносится на карту. Для группировки необходимо указать переменную *Part identifiers (code*

numbers), где должны быть номера выборок. Если объем каждой выборки постоянный, это можно указать прямо, отметив чекбокс *Constant number of samples per part* и введя нужный объем выборки

Контрольная карта средних значений и размахов. Эта карта применяется при массовом производстве. Достоинство ее состоит, во-первых, в том, что она позволяет отслеживать во времени как настройку процесса, так и его наладку, а во-вторых, выводы относительно характеристик делаются на основе малых выборок из большого числа рассматриваемых единиц продукции, что существенно удешевляет контроль текущих характеристик процесса [6].

Построение карты в системе Statistica:

1. Запустить модуль *Statistics/ Industrial Statistics & Six Sigma/ Quality Control Charts*. На стартовой панели выбрать *X-bar & R chart for variables* и нажать кнопку *OK*.

2. В появившемся диалоговом окне выбрать переменную с измерениями – *Measurements* и переменную – номера выборок *Sample Idents (opt.)* и нажать *OK*.

На *x-карте* скользящих средних все точки попадают внутрь контрольных границ. На контрольной карте скользящих размахов все точки также находятся внутри контрольных границ. Размахи служат оценкой изменчивости характеристик, поэтому можно сказать, что концентрация вещества подчиняется требованиям статистического контроля по уровню средних и изменчивости.

При построении *x-R* карты могут возникнуть следующие ситуации:

1. За границами регулирования находятся точки на *R-карте* и соответствующие им точки на *x-карте*. Это означает, что за счет обычных (внутренних) причин увеличилось технологическое рассеяние, т. е. возросла величина. В этом случае следует заняться поиском и устранением причин разладки процесса.

2. За границами регулирования находятся точки на *x-карте*, но при этом соответствующие им точки на *R-карте* лежат в границах регулирования. Поскольку по *R-карте* выхода за границы регулирования нет, полное технологическое рассеяние остается прежним, т. е. наладка процесса не изменяется. Значит, есть все основания предполагать, что выход за границы регулирования по *x-карте* произошел потому, что распределение по *x* сместилось в сторону больших или меньших значений контролируемого признака. Это, как правило, является результатом воздействия на процесс какой-то особой внешней причины, изменяющей его настройку. Дальнейшие действия должны быть связаны с поиском и устранением этой причины.

3. За границами регулирования наблюдаются точки на *R-карте*, а также соответствующие им и не соответствующие точки на *x-карте*. Это говорит о наличии как обычных, так и особых причин, ухудшающих процесс.

Часто встречается ситуация, когда влияние первой обнаруженной особой причины настолько велико, что из-за нее не видно влияния других причин. В этом случае соответствующую точку исключают из набора данных и строят карту заново. Влияние других причин становится видимым. Таким образом, последовательно, шаг за шагом обнаруживая особое поведение точек на контрольной карте и устанавливая их причины, делают процесс прозрачным, доступным нашему пониманию.

Наблюдается серия точек

Серия – это такое состояние процесса, при котором последовательные точки лежат по одну сторону от средней линии. Число таких точек называется длиной серии. Процесс нестабилен, если:

— серия состоит из 7 точек и более;

- 10 точек из 11 лежат по одну сторону от средней линии;
- не менее 12 точек из 14 лежат по одну сторону от средней линии;
- не менее 16 точек из 20 лежат по одну сторону от средней линии.

Причиной серии является внешнее воздействие на процесс, которое сдвигает центр рассеяния в ту или иную сторону от средней линии, изменяя настройку процесса.

Наблюдается дрейф

Дрейф – это не менее 7 поднимающихся или ниспадающих точек. Причинами появления дрейфа могут быть, например, такие факторы, как постепенный рост (падение) температуры окружающей среды, износ технологического оборудования, появление в средствах измерения прогрессирующих погрешностей, изменение физических и химических параметров процесса и другие неслучайные причины.

Две и более близлежащих точки приближаются к границам регулирования (лежат за пределами 2-сигмовых границ). Точки считаются приблизившимися к границам регулирования, если они находятся за пределами плюс-минус 2 относительно средней линии, т. е. на расстоянии большем, чем $2/3$ расстояния от средней линии до границы регулирования в так называемой *зоне внимания*.

Если выход точки за границы регулирования незначителен и в дальнейшем больше не повторяется, то вполне возможно, что этот факт говорит о дестабилизации процесса. Но если выход за границы какой-либо одной точки составляет заметную величину, то вмешательств процесс с целью его совершенствования в любом случае необходимо.

Наблюдается периодичность

Наличие подъемов и спадов с примерно одинаковыми интервалами также говорит о нестабильности процесса, причиной которой может быть воздействие на процесс внешнего периодически изменяющегося фактора.

Точки приближаются к средней линии

Точки считаются приблизившимися к средней линии, если они лежат внутри полуторасигмовой зоны, то есть внутри линий, делящих пополам расстояние от средней линии до границ регулирования. В этом случае следует изменить способ разбиения на выборки или группы, поскольку может оказаться, что смешаны данные из разных распределений.

Отмеченные в каждом рассмотренном случае выходы процессов из состояния статистического регулирования несут в себе потенциальную угрозу получения брака в недалеком будущем, ибо однажды возникшие нестабильности в процессе всегда имеют тенденцию со временем нарастать.

Таким образом, контрольные карты и их грамотный анализ позволяют прогнозировать характер протекания производственных процессов в будущем и вовремя их останавливать для корректировки с целью предупреждения возможного появления бракованной продукции.

Контрольные карты накопленных сумм. Карты Шухарта нечувствительны к малым возмущениям процессов. При достаточно долгом контроле информация о начальном этапе процесса теряется. В отличие от рассмотренных, контрольные карты накопленных сумм – это карты с памятью. Они могут быть более чувствительными к возмущениям, т. е. уже в самом начале сдвига уровня настройки процесса или изменения технологического рассеяния они указывают на необходимость вмешательства в процесс.

Таким образом, контрольные карты накопленных сумм следует применять в тех случаях, когда даже незначительные смещения уровня настройки процесса недопустимы и подлежат скорейшему устранению.

Для построения контрольной карты накопленных сумм на стартовой панели необходимо выбрать вкладку Variables, а в ней – *CuSumchartforindividuals* и нажать ОК. Дальнейшие действия аналогичны рассмотренному алгоритму для построения карт индивидуальных средних значений.

Контрольные вопросы

1. Почему необходимо статистическое управление качеством?
2. Что такое диаграмма причин и результатов и как она строится в программе Statistica?
3. В чём состоит смысл закона 80/20?
4. Как строится в программе Statistica диаграмма Парето?
5. Как построить карты контроля качества в программе Statistica?
6. Почему важен совместный анализ карт средних значений и размахов?

Лабораторная работа № 7: «Кластерный анализ».

Цель работы: ознакомиться с основами кластерный анализ, методы которого применяют как для разведочного анализа, так и при исследованиях разнородных множеств.

Порядок выполнения работы:

1. Исходные данные – Приложение 6 - представляют собой результаты анкетного опроса работников предприятия по вопросам качества трудовой жизни. Для анализа выбрано 15 вопросов (переменные) и 41 наблюдение – ответы на вопросы по 10-бальной шкале (1 – не удовлетворяет, 4 – скорее не удовлетворяет, 7 – скорее удовлетворяет, 10 – удовлетворяет). Ответило 15 руководителей (первые 15 наблюдений) и 26 рабочих.

Провести кластерный анализ с целью:

- выявить наиболее проблемные вопросы, волнующие всех работников;
- выявить вопросы, на которые руководители и рабочие отвечают диаметрально противоположно.
- По результатам анализа дать рекомендации для принятия управленческих решений: что необходимо сделать в первую очередь для улучшения качества трудовой жизни предприятия?

2. Исходные данные – Приложение 7 - представляют собой статистику отдела сбыта предприятия по производству стройматериалов. Для каждого вида продукции указан объем продаж по месяцам и выручка.

Провести кластерный анализ с целью:

- сегментировать продукцию по месяцам года;
- повышения выручки путем рационализации выпуска нужной продукции по месяцам.

Предположить существование трех кластеров, на которые сегментируются выручка и объем продукции. По результатам анализа дать рекомендации для принятия управленческих решений: что необходимо сделать для улучшения качества производственного процесса.

Краткая теория. Кластерный анализ включает в себя набор различных алгоритмов классификации. Общий вопрос, задаваемый исследователями во многих областях, состоит в том, как организовать наблюдаемые данные в наглядные структуры. Например, биологи ставят цель разбить животных на различные виды, чтобы содержательно описать различия между ними. Задача кластерного анализа состоит в разбиении исходной совокупности объектов на группы схожих, близких между собой объектов. Эти группы называют кластерами. Другими словами, кластерный анализ – это один из способов классификации объектов по их признакам [5]. Желательно, чтобы результаты классификации имели содержательную интерпретацию.

Результаты, полученные методами кластерного анализа, применяют в самых различных областях. В маркетинге – это сегментация конкурентов и потребителей. В психиатрии для успешной терапии является решающей правильной диагностика симптомов, таких как паранойя, шизофрения и т. д. В менеджменте важна классификация поставщиков, выявление схожих производственных ситуаций, при которых возникает брак. В социологии – разбиение респондентов на однородные группы [16, 17]. В инвестировании важно сгруппировать ценные бумаги по сходству в тенденции доходности, чтобы составить оптимальный инвестиционный портфель. В общем, всякий раз, когда необходимо классифицировать большое количество информации такого рода и представлять ее в виде, пригодном для дальнейшей обработки, кластерный анализ оказывается весьма полезным и эффективным.

Достоинство кластерного анализа состоит в том, что он работает даже тогда, когда данных мало и не выполняются требования нормальности распределений случайных величин и другие требования классических методов статистического анализа. Кластерный анализ позволяет провести объективную классификацию любых объектов, которые охарактеризованы рядом признаков. Из этого можно извлечь ряд преимуществ:

1. Полученные кластеры можно интерпретировать, то есть описывать, какие же собственно группы существуют.

2. Отдельные кластеры можно выбраковывать. Это полезно в тех случаях, когда при наборе данных допущены определенные ошибки, в результате которых значения показателей у отдельных объектов резко отклоняются. При применении кластерного анализа такие объекты попадают в отдельный кластер.

3. Для дальнейшего анализа могут быть выбраны только те кластеры, которые обладают интересующими характеристиками.

Методы кластеризации. В пакете Statistica реализуются следующие методы кластеризации.

1. Иерархические алгоритмы – древовидная кластеризация. В основе иерархических алгоритмов лежит идея последовательной кластеризации. На начальном шаге каждый объект рассматривается как отдельный кластер. На следующем шаге некоторые из ближайших друг к другу кластеров будут объединяться в отдельный кластер.

2. Метод К-средних. Этот метод используется наиболее часто. Он относится к группе так называемых эталонных методов кластерного анализа. Число кластеров К задается пользователем.

3. Двухходовое объединение. При использовании этого метода кластеризация проводится одновременно как по переменным (столбцам), так и по результатам наблюдений (строкам). Результатами процедуры являются описательные статистики по переменным и наблюдениям, а также двумерная цветная

диаграмма, на которой цветом отмечаются значения данных. По распределению цвета можно составить представление об однородных группах.

Нормирование переменных для кластеризации. Разбиение исходной совокупности объектов на кластеры связано свычислением расстояний между объектами и выбора объектов, расстояние между которыми наименьшее из всех возможных.

Наиболее часто используется привычное всем нам евклидово (геометрическое) расстояние. Эта метрика отвечает интуитивным представлениям о близости объектов в пространстве (как будто расстояния между объектами измерены рулеткой). Но для данной метрики на расстояние между объектами могут сильно влиять изменения масштабов (единиц измерения). Например, если один из признаков измерен в миллиметрах, а затем его значение переведены в сантиметры, евклидово расстояние между объектами сильно изменится. Это приведет к тому, что результаты кластерного анализа могут значительно отличаться от предыдущих.

Если переменные измерены в разных единицах измерения, то требуется их предварительная нормировка, то есть преобразование исходных данных, которое переводит их в безразмерные величины.

В пакете Statistica нормировка любой переменной x выполняется по формуле:

$$x_{\text{норм}} = \frac{x - \mu}{\sigma}.$$

Для этого нужно щелкнуть правой кнопкой мыши по имени переменной и в открывшемся меню выбрать последовательность команд: Fill/ StandardizeBlock/ StandardizeColumns.

Значения нормированной переменной станут равными нулю, а дисперсии – единице.

Метод К-средних в программе Statistica. Метод К-средних (K-means) разбивает множество объектов на заданное число К различных кластеров, расположенных на возможно больших расстояниях друг от друга. Обычно, когда результаты кластерного анализа методом К-средних получены, можно рассчитать средние для каждого кластера по каждому измерению, чтобы оценить, насколько кластеры различаются друг от друга. В идеале вы должны получить сильно различающиеся средние для большинства измерений, используемых в анализе. Значения F-статистики, полученные для каждого измерения, являются другим индикатором того, насколько хорошо соответствующее измерение дискриминирует кластеры.

В программе Statistica кластерный анализ выполняется следующим образом.

1. Создать файл данных исходных данных.
2. Выбрать модуль Statistics/ Multivariable Exploratory Techniques/Cluster Analysis. Нажать ОК, в появившемся окне выбрать метод кластеризации *K-means clustering* и нажать ОК.
3. В появившемся диалоговом окне необходимо установить следующие настройки.

Выбрать переменные кнопкой Variables.

Выбрать объекты кластеризации: это могут быть переменные – столбцы (Variables (columns)), либо наблюдения – строки (Cases(Rows)).

Выбрать число кластеров. Этот выбор делает пользователь, исходя из собственных предположений о числе групп схожих объектов. При выборе количества кластеров руководствуйтесь следующим: количество кластеров, по возможности, не должно быть слишком большим. Расстояние, на котором объединялись объекты

данного кластера, должно быть, по возможности, гораздо меньше расстояния, на котором к этому кластеру присоединяется еще что-либо.

Далее необходимо выбрать начальное разбиение объектов по кластерам (Initial cluster centers). Пакет *Statistica* предлагает 1) выбрать наблюдения с максимальным расстоянием между центрами кластеров; 2) рассортировать расстояния и выбрать наблюдения с постоянными интервалами (установка по умолчанию); 3) взять первые наблюдения за центры и присоединять остальные объекты к ним.

Древовидная кластеризация – это пример иерархического алгоритма, принцип работы которого состоит в последовательном объединении в кластер сначала самых близких, а затем и все более отдаленных друг от друга элементов. Большинство из этих алгоритмов исходит из матрицы сходства (расстояний), и каждый отдельный элемент рассматривается вначале как отдельный кластер.

После загрузки модуля кластерного анализа и выбора *Joining (tree clustering)*, в окне ввода параметров кластеризации можно изменить следующие параметры:

Исходные данные (Input). Они могут быть в виде матрицы исследуемых данных (Raw data) и в виде матрицы расстояний (Distance matrix).

Кластеризацию (Cluster) наблюдений (Cases (raw)) или переменных (Variable (columns)), описывающих состояние объекта.

Меры расстояния (Distance measure). Здесь возможен выбор следующих мер: евклидово расстояние (Euclidean distances), квадрат евклидова расстояния (Squared Euclidean distances), расстояние городских кварталов (манхэттенское расстояние, City-block (Manhattan) distance), расстояние Чебышева (Chebychev distance metric), степенное расстояние (Power...), процент несогласия (Percent disagreement).

Метод кластеризации (Amalgamation (linkage rule)). Здесь возможны следующие варианты: одиночная связь (метод ближайшего соседа) (Single Linkage), полная связь (метод наиболее удаленных соседей) (Complete Linkage), невзвешенное попарное среднее (Unweighted pair-group average), взвешенное попарное среднее (Weighted pair-group average), невзвешенный центроидный метод (Unweighted pair-group centroid), взвешенный центроидный метод (медиана) (Weighted pair-group centroid (median)), метод Уорда (Ward's method).

В результате кластеризации строится горизонтальная или вертикальная дендрограмма – график, на котором определены расстояния между объектами и кластерами при их последовательном объединении. Древовидная структура графика позволяет определить кластеры в зависимости от выбранного порога – заданного расстояния между кластерами. Кроме того, выводится матрица расстояний между исходными объектами (Distance matrix); средние и среднеквадратичные отклонения для каждого исходного объекта (Distinctive statistics).

Контрольные вопросы

1. В чём состоит сущность кластерного анализа?
2. Как провести кластерный анализ в программе Statistica методом *к-средних*?
3. Какие иерархические методы кластерного анализа реализованы в программе Statistica и как провести анализ?
4. Почему необходимо нормировать данные при проведении кластерного анализа?

Список использованной литературы.

1. Боровиков В.П. Программа Statistica для студентов и инженеров /В.П. Боровиков. – М.: Компьютер пресс, 2000. – 301 с.
2. Боровиков В.П. Statistica: искусство анализа данных на компьютере / В.П. Боровиков. – СПб.: Питер, 2001. – 656 с.
3. Боровиков В.П. Популярное введение в программу STATISTICA / В.П. Боровиков. – М.: Компьютер пресс, 1998. – 267 с.
4. Вуколов Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов STATISTICA и EXCEL: учебное пособие / Э.А. Вуколов. – М.: ФОРУМ:ИНФРА-М, 2004. – 464 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 5-8199-0141-X (ФОРУМ). – ISBN 5-16-002003-9 (ИНФРА-М).
5. Электронный учебник по статистике [Электронный ресурс]. – М.: StatSoft, Inc. – 2001. – Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>.
6. Казанцева Н.Н. Статистический контроль и статистические методы управления качеством: учебное пособие / Н.Н. Казанцева. – Томск:Изд-во ТПУ, 2004. – 116 с.
8. Использование пакета Statistica 5.0 для статистической обработки опытных данных: методические указания / Сост.: С.В. Кабанов. – Саратов: Изд-во Саратов. гос. агр. ун-та, 2000. – 90 с.
9. Берестнева О.Г. Компьютерный анализ данных: учебное пособие / О.Г. Берестнева, Е.А. Муратова, А.М. Уразаев. – Томск: Изд-во ТПУ, 2003. – 204 с. : ил. – Библиогр.: С. 200–201. – ISBN 5-98298-004-8.
10. Горицкий Ю.А. Практикум по статистике с пакетом STATISTICA. Учебное пособие по курсу «Математическая статистика» /Ю.А. Горицкий. – М.: Изд-во МЭИ, 2000. – 44 с. – ISBN 5-7046-0573-7.
11. Каримов Р.Н. Обработка экспериментальной информации. Ч. 1. Разведочный анализ. Анализ качественных данных / Р.Н. Каримов. –Саратов: Саратовский госуд. техн. ун-т, 2002. – 112 с.
12. Каширина И.Б. Экономико-математическая модель прогнозирования спроса на образовательные услуги / И.Б. Каширина, В.Г. Мыслик // Моделирование систем. – 2002. – № 2 (4). – С. 46–53.
13. Eickelmann N. Statistical Process Control: What You Don't Measure Can Hurt You! / N. Eickelmann, A. Anant // IEEE Software. – 2003. – № 3. – Р. 49–51.
14. Волкова Н.А. Кластерный анализ результатов социологического опроса работников предприятия / Н.А. Волкова, О.В. Стукач // Вестник Ульяновского государственного технического университета. – 2005. – № 2. – С. 68–72.
16. Мартюшева П.В. Кластерный анализ как инструмент менеджмента качества для обработки социологических опросов на промышленном предприятии / П.В. Мартюшева, О.В. Стукач // Доклады томского государственного университета системы управления радиоэлектроники. – 2007. – Вып. 1 (15). – С. 71–76. – ISSN 1818-0442.
17. Рыбалко В.В. Параметрическое диагностирование энергетических объектов на основе факторного анализа в среде Statistica / В.В. Рыбалко // Exponenta Pro. – 2004. – № 2 (6). – С. 78–83.
18. Статистические методы повышения качества / Под ред. Х. Кумэ. – Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
19. Ефимов В.В. Статистические методы в управлении качеством продукции: учебное пособие / В.В. Ефимов, Т.В. Барт. – М.: КНОРУС, 2006. – 240 с. – ISBN 5-85971-262-6.

Приложение 1.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10	10	10	10	13	12	10	10	10	10
2	12	12	12	12	12	10	12	12	12	12
3	15	13	13	11	11	11	11	14	11	14
4	14	12	12	10	10	12	10	15	12	15
5	10	10	10	12	10	13	12	12	11	13
6	11	12	10	14	12	13	15	14	10	12
7	10	14	12	13	12	12	14	12	12	10
8	12	15	11	13	11	16	15	10	13	11
9	15	12	10	14	10	14	12	12	12	11
10	14	13	12	12	12	15	13	13	10	10
11	12	12	13	15	15	15	16	12	15	12
12	18	10	15	14	14	14	15	11	12	15
13	17	12	12	12	12	12	12	12	12	14
14	14	15	10	13	11	13	14	12	13	13
15	12	14	14	12	13	12	13	11	12	12
16	10	12	12	12	14	15	12	10	15	10
17	11	13	15	15	15	14	12	12	16	12
18	11	22	12	14	12	12	13	15	13	10
19	12	14	10	12	13	12	10	12	12	9
20	13	10	13	16	12	15	11	13	12	10
21	12	12	12	12	15	13	10	12	15	13
22	13	10	10	15	15	15	9	10	14	12
23	12	12	15	14	14	12	10	12	14	15
24	15	13	18	13	12	12	12	10	11	14

25	14	10	22	12	13	11	10	14	12	10
26	15	12	10	12	12	12	12	12	12	12
27	16	15	12	14	14	15	11	13	15	15
28	18	14	15	15	13	14	12	12	14	14
29	17	12	14	18	12	12	10	10	12	12
30	14	16	12	12	18	10	13	11	12	13
31	12	18	13	14	15	10	12	11	12	10
32	15	14	12	12	15	12	14	10	11	11
33	10	15	10	15	14	11	15	12	12	17
34	14	12	14	12	12	12	13	13	10	18
35	12	13	12	13	12	13	12	12	11	14
36	15	10	15	12	15	12	10	12	10	10
37	11	12	10	16	12	14	12	12	12	10
38	14	14	12	15	13	12	13	15	10	12
39	12	11	11	12	15	10	12	10	9	15
40	10	12	15	14	18	11	11	12	11	14
41	11	15	14	12	12	12	14	13	10	16
42	11	14	12	15	15	10	15	11	11	12
43	10	18	13	12	16	9	17	12	12	14
44	12	12	12	10	14	12	12	13	11	12
45	15	10	10	10	15	14	10	14	10	15
46	14	12	12	12	16	12	10	12	10	10
47	17	11	11	15	17	12	11	12	12	12
48	15	10	10	12	15	12	12	12	14	14
49	12	10	12	13	12	14	11	11	12	12
50	11	12	15	12	15	12	10	12	10	15

13,39 13,33 13,56 13,38 13,43 13,37 13,53 13,40 13,25 13,37
13,28 13,34 13,50 13,38 13,38 13,45 13,47 13,62 13,45 13,39
13,53 13,58 13,32 13,27 13,42 13,40 13,57 13,46 13,33 13,40
13,57 13,36 13,43 13,38 13,26 13,52 13,35 13,29 13,48 13,43
13,40 13,39 13,50 13,52 13,39 13,39 13,46 13,29 13,55 13,31
13,29 13,33 13,38 13,61 13,55 13,40 13,20 13,31 13,46 13,13
13,43 13,51 13,50 13,38 13,44 13,62 13,42 13,54 13,31 13,58
13,41 13,49 13,42 13,45 13,34 13,47 13,48 13,59 13,20 14,56
13,55 13,44 13,50 13,40 13,48 13,29 13,31 13,42 13,32 13,48
13,43 13,26 13,58 13,38 13,48 13,45 13,29 13,32 13,24 13,38
13,34 13,14 13,31 13,51 13,59 13,32 13,52 13,57 13,62 13,29
13,23 13,37 13,64 13,30 13,40 13,58 13,24 13,32 13,52 13,50
13,43 13,58 13,63 13,48 13,34 13,37 13,18 13,50 13,45 13,60
13,38 13,33 13,57 13,28 13,32 13,40 13,40 13,33 13,20 13,44
13,34 13,54 13,40 13,47 13,28 13,41 13,39 13,48 13,42 13,46
13,28 13,46 13,37 13,53 13,43 13,30 13,45 13,40 13,45 13,40
13,33 13,39 13,56 13,46 13,26 13,35 13,42 13,36 13,44 13,41
13,43 13,51 13,51 13,24 13,34 13,28 13,37 13,54 13,43 13,35
13,52 13,23 13,48 13,48 13,54 13,41 13,51 13,44 13,36 13,36
13,53 13,44 13,69 13,66 13,32 13,26 13,51 13,38 13,46 13,34

Приложение 3.

Вариант											
1	48	30	43	44	30	34	32	43	40	46	
2	25	21	34	49	39	37	45	49	31	49	
3	43	46	34	35	42	30	41	34	42	22	
4	38	40	26	47	34	42	38	20	38	36	
5	30	13	41	40	40	15	35	11	38	45	
6	37	12	38	36	14	39	32	54	43	39	
7	23	30	32	36	32	34	49	18	49	50	
8	37	20	44	28	44	35	45	34	33	41	
9	43	45	50	14	33	39	41	39	46	31	
10	40	52	44	39	35	54	33	42	42	36	
11	44	51	45	19	34	44	40	37	43	32	
12	33	42	40	35	37	13	48	48	50	32	
13	40	48	45	23	36	36	42	40	37	30	
14	44	50	46	39	31	48	44	42	36	51	
15	44	50	54	37	33	34	42	43	43	47	
16	33	48	18	42	15	32	34	14	39	45	
17	48	26	31	34	38	36	46	49	40	48	
18	42	47	35	34	41	33	41	35	43	42	
19	39	37	47	27	33	22	37	19	19	37	
20	43	41	30	39	38	36	36	34	42	46	
21	39	44	37	35	43	38	33	47	45	38	
22	37	48	38	52	40	45	44	42	38	40	
23	44	46	37	34	41	37	41	39	30	38	
24	32	41	48	36	51	36	33	39	45	40	
25	34	41	38	34	33	27	51	45	27	38	
26	42	37	46	41	47	36	30	45	41	40	
27	37	37	39	42	48	41	36	39	33	47	
28	43	49	27	31	41	46	40	36	36	42	
29	41	46	33	37	47	35	31	29	30	36	
30	48	38	37	34	40	34	36	50	48	39	
31	30	38	43	41	44	45	38	37	46	50	

Приложение 4.

1 Argument	2 Var-1	3 Var-2	4 Var-3	5 Var-4	6 Var-3	7 Var-6	8 Var-7	9 Var-8	10 Var-9	11 Var-10	12 Var-11	13 Var-12
0,5	0,0964	-0,2756	-0,4202	1,3092	1,1256	2,2374	2,0417	0,9551	0,0906	0,1987	-0,4134	1,2553
1	-0,6562	-1,1101	-1,2482	1,0551	0,1209	1,3682	1,0008	0,0966	-0,6298	-0,3378	-1,199	0,9388
1,5	-1,185	-1,4185	-1,6357	1,4138	-0,8598	0,4669	0,1831	-0,7179	-1,0409	-0,4488	-1,4956	1,2258
2	-1,4474	-1,2462	-1,635	2,1097	-1,5876	-0,2668	-0,0234	-1,415	-1,1012	-0,1356	-1,3778	1,8393
2,5	-1,4406	-0,7769	-1,3254	2,6144	-1,8792	-0,6553	0,4401	-1,868	-0,8583	0,4432	-0,9773	2,2498
3	-1,2017	-0,2728	-0,8379	2,5207	-1,6865	-0,6441	1,2067	-1,9831	-0,4332	1,0401	-0,4877	2,0485
3,5	-0,8018	0,0241	-0,3327	1,836	-1,1244	-0,3347	1,7111	-1,7427	0,0166	1,4219	-0,1132	1,2413
4	-0,3314	-0,0136	0,0425	0,994	-0,4285	0,0548	1,5666	-1,2164	0,3435	1,466	-0,0032	0,2603
4,5	0,1159	-0,3512	0,1939	0,5763	0,1366	0,2806	0,8244	-0,5426	0,4531	1,21	-0,201	-0,315
5	0,4611	-0,8095	0,1071	0,9298	0,3822	0,176	-0,0616	0,1102	0,3302	0,8351	-0,6299	-0,1398
5,5	0,6542	-1,1416	-0,1506	1,942	0,268	-0,2768	-0,5436	0,5913	0,0415	0,5893	-1,12	0,6711
6	0,6814	-1,1383	-0,4527	3,1232	-0,0858	-0,9359	-0,3519	0,8091	-0,2874	0,6825	-1,4691	1,6252
6,5	0,5667	-0,7186	-0,6541	3,9419	-0,4524	-1,5554	0,3219	0,7555	-0,5118	1,1962	-1,514	2,1881
7	0,3642	0,0321	-0,6374	4,1831	-0,5965	-1,8842	0,956	0,5042	-0,5149	2,0454	-1,1896	2,1416
7,5	0,145	0,8913	-0,351	4,0883	-0,3758	-1,7681	1,0539	0,1858	-0,2456	3,0081	-0,5532	1,7236
8	-0,0185	1,5848	0,1719	4,1814	0,196	-1,2146	0,4825	-0,0543	0,2626	3,8102	0,2327	1,4539
8,5	-0,07	1,8936	0,8203	4,9005	0,9495	-0,3917	-0,4366	-0,1022	0,8984	4,2332	0,9554	1,7662
9	0,0187	1,7396	1,4351	6,2876	1,6252	0,4368	-1,1451	0,0883	1,5023	4,1991	1,4235	2,6976
9,5	0,2405	1,214	1,8541	7,9484	1,976	1,0143	-1,2272	0,4804	1,912	3,7997	1,5312	3,8482
10	0,5535	0,5388	1,9589	9,3106	1,8664	1,1911	-0,6913	0,9633	2,0087	3,257	1,2934	4,6398

Time	Day	Var 1	Var 2	Var 3	Var 4	Var 5	Var 6	Var 7	Var 8	Var 9	Var 10
1	1	10	10	10	10	13	12	10	10	10	10
2	1	12	12	12	12	12	10	12	12	12	12
3	1	15	13	13	11	11	11	11	14	11	14
4	1	14	12	12	10	10	12	10	15	12	15
5	1	10	10	10	12	10	13	12	12	11	13
1	1	11	12	10	14	12	13	15	14	10	12
2	1	10	14	12	13	12	12	14	12	12	10
3	1	12	15	11	13	11	16	15	10	13	11
4	1	15	12	10	14	10	14	12	12	12	11
5	1	14	13	12	12	12	15	13	13	10	10
1	2	12	12	13	15	15	15	16	12	15	12
2	2	18	10	15	14	14	14	15	11	12	15
3	2	17	12	12	12	12	12	12	12	12	14
4	2	14	15	10	13	11	13	14	12	13	13
5	2	12	14	14	12	13	12	13	11	12	12
1	2	10	12	12	12	14	15	12	10	15	10
2	2	11	13	15	15	15	14	12	12	16	12
3	2	11	22	12	14	12	12	13	15	13	10
4	2	12	14	10	12	13	12	10	12	12	9
5	2	13	10	13	16	12	15	11	13	12	10
1	3	12	12	12	12	15	13	10	12	15	13
2	3	13	10	10	15	15	15	9	10	14	12
3	3	12	12	15	14	14	12	10	12	14	15
4	3	15	13	18	13	12	12	12	10	11	14
5	3	14	10	22	12	13	11	10	14	12	10
1	3	15	12	10	12	12	12	12	12	12	12
2	3	16	15	12	14	14	15	11	13	15	15
3	3	18	14	15	15	13	14	12	12	14	14
4	3	17	12	14	18	12	12	10	10	12	12
5	3	14	16	12	12	18	10	13	11	12	13
1	4	12	18	13	14	15	10	12	11	12	10
2	4	15	14	12	12	15	12	14	10	11	11
3	4	10	15	10	15	14	11	15	12	12	17
4	4	14	12	14	12	12	12	13	13	10	18
5	4	12	13	12	13	12	13	12	12	11	14
1	4	15	10	15	12	15	12	10	12	10	10
2	4	11	12	10	16	12	14	12	12	12	10
3	4	14	14	12	15	13	12	13	15	10	12
4	4	12	11	11	12	15	10	12	10	9	15
5	4	10	12	15	14	18	11	11	12	11	14
1	5	11	15	14	12	12	12	14	13	10	16
2	5	11	14	12	15	15	10	15	11	11	12
3	5	10	18	13	12	16	9	17	12	12	14
4	5	12	12	12	10	14	12	12	13	11	12
5	5	15	10	10	10	15	14	10	14	10	15
1	5	14	12	12	12	16	12	10	12	10	10
2	5	17	11	11	15	17	12	11	12	12	12
3	5	15	10	10	12	15	12	12	12	14	14
4	5	12	10	12	13	12	14	11	11	12	12
5	5	11	12	15	12	15	12	10	12	10	15

1 Режим работы	2 Мотивация к труду	3 Размер зарплаты	4 Отношение к существующей системе обучения лаборантов	5 Поощрения за хорошо выполненную работу	6 Перспективы проф. и служебного роста	7 Условия труда	8 Взаимоотношения с товарищами по работе	9 Перспективы повышения квалификации	10 Удовлетворенность работой	11 Наличие "доски почета"	12 Наличие доски "они позорят наше предприятие"	13 Социальная защищенность	14 Ощущение экономического благосостояния	15 Желание сменить работу
1	4	1	7	1	1	7	10	7	7	4	1	1	1	1
1	4	1	10	1	1	7	10	7	7	1	1	1	1	1
10	4	1	7	1	4	10	10	7	7	10	1	1	4	4
10	4	1	7	1	4	10	10	7	4	10	1	7	1	4
4	7	4	7	7	7	7	7	4	4	1	1	4	1	4
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	4	10	10	10
10	10	10	10	4	10	10	10	10	10	10	7	10	7	4
10	1	1	4	4	4	7	10	1	4	10	10	7	1	7
7	7	1	4	4	7	10	10	7	7	10	1	4	4	7
10	7	1	10	1	10	4	10	7	10	10	4	1	4	7
10	1	1	10	1	1	10	7	1	10	10	10	1	1	7
10	1	1	1	1	10	10	10	10	4	10	10	1	1	4
10	1	1	10	1	10	10	10	1	10	10	7	4	10	10
10	4	1	7	7	4	10	10	7	7	10	7	10	1	4
7	7	7	4	10	10	10	10	4	7	10	4	7	7	4
10	1	1	10	1	1	1	10	1	7	10	10	1	1	4
10	10	4	10	10	1	10	10	1	10	10	1	10	4	4
10	1	1	1	1	1	10	10	1	7	10	1	1	1	10
10	7	7	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	7	10
7	4	4	10	4	4	7	10	4	1	10	1	7	4	10
10	4	4	7	1	10	7	10	10	7	4	4	4	1	7
10	7	1	10	1	10	10	10	10	7	7	1	1	7	7
10	10	4	4	4	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
4	10	4	10	4	7	4	7	10	10	4	4	4	10	1
10	7	1	10	4	4	7	10	10	4	10	10	4	4	7

10	10	4	10	10	7	7	10	10	7	10	10	10	10	10
10	4	1	7	7	10	1	10	10	7	10	10	10	4	10
10	7	1	10	1	1	4	10	1	10	10	1	1	4	7
10	10	1	1	10	1	1	10	1	10	1	1	1	1	4
7	7	4	10	1	1	10	10	4	7	10	1	4	4	7
7	4	1	4	1	4	7	10	4	10	7	4	7	4	7
10	4	4	1	4	1	7	10	4	10	7	7	1	4	10
10	10	7	7	1	7	10	10	4	10	10	10	4	4	10
10	4	1	4	4	1	1	10	1	10	7	4	7	4	4
1	7	7	4	10	7	7	4	7	7	7	4	7	7	7
4	1	1	1	4	4	1	10	4	4	1	1	1	1	10
7	7	7	10	7	10	7	10	4	7	10	7	10	10	10
10	7	1	7	7	10	7	7	10	7	7	7	7	4	7
10	7	7	4	7	4	7	7	1	7	7	1	4	7	1
10	7	7	4	7	7	1	10	7	7	4	1	4	7	1
10	10	7	7	10	10	7	10	1	7	10	10	7	7	10

месяц	окна, м ²	окна, тыс.руб.	двери, м ²	двери, тыс.руб.	подоконники, м ²	подоконники, тыс.руб.	погонаж, м ²	погонаж, тыс.руб.	прочие, м ²	монтаж, тыс.руб.	итог, тыс.руб.
январь-2013	136,0	585,2	60,8	133,5	2,2	2,7	882,6	38,4	0,0	6,6	766,4
февраль-2013	128,8	509,0	49,6	104,4	8,8	10,6	1 651,2	39,1	24,4	10,5	698,0
март-2013	104,5	362,6	90,4	308,9	71,7	101,5	3 706,4	48,8	9,5	41,9	873,2
апрель-2013	89,9	274,1	113,9	383,7	62,5	65,6	3 250,2	56,5	38,2	51,5	869,5
май-2013	297,8	608,1	34,7	70,0	18,2	22,7	2 745,8	65,6	0,0	75,2	841,5
июнь-2013	195,1	454,4	21,4	40,8	37,9	46,1	1 237,4	33,8	131,8	76,1	783,0
июль-2013	171,1	628,8	30,2	59,0	18,3	21,9	3 961,6	67,3	85,1	66,1	928,1
август-2013	132,3	480,0	57,0	116,5	21,4	25,7	3 228,8	71,7	1,3	20,9	716,1
сентябрь-2013	175,5	642,7	40,5	92,5	42,3	50,7	1 107,0	61,8	6,8	40,9	895,4
октябрь-2013	147,2	560,0	51,3	112,1	83,6	100,7	3 654,1	59,9	27,3	25,9	885,9
ноябрь-2013	181,1	629,2	44,5	107,2	31,8	34,6	5 057,2	173,7	0,0	52,0	996,7
декабрь-2013	184,5	559,0	83,5	188,2	64,2	86,1	4 309,0	139,2	8,4	18,4	999,3
январь-2014	123,8	477,4	102,5	216,3	3,2	4,2	654,3	52,5	0,0	16,8	767,2
февраль-2014	172,6	708,6	52,4	161,6	1,1	1,5	1 443,2	54,0	4,0	260,1	1 189,7
март-2014	153,9	818,6	64,5	191,1	10,7	15,9	813,6	43,0	30,1	50,2	1 148,9
апрель-2014	163,2	834,5	90,6	276,3	8,6	16,6	1 414,0	61,5	2,9	99,3	1 291,2
май-2014	217,4	1 138,2	73,9	136,5	56,5	109,9	509,5	23,8	13,0	121,8	1 543,2
июнь-2014	199,1	669,5	111,9	368,2	43,5	89,2	813,6	105,0	72,9	109,7	1 414,5
июль-2014	226,2	781,6	87,9	264,0	25,0	49,0	1 569,6	151,4	2,5	83,5	1 332,0
август-2014	91,2	626,7	83,7	280,1	13,7	32,9	941,9	69,5	9,3	117,9	1 136,4
сентябрь-2014	95,7	578,9	89,3	266,3	18,0	35,2	468,8	80,8	0,0	109,4	1 070,6
октябрь-2014	115,9	610,8	79,9	279,7	26,4	51,6	682,2	78,7	9,9	99,7	1 130,4
ноябрь-2014	34,5	169,3	77,6	393,9	70,9	56,2	1 776,4	67,0	32,3	71,0	789,7
декабрь-2014	56,4	300,3	38,3	139,7	29,4	67,4	2 876,0	117,2	65,5	97,2	787,2
январь-2015	25,8	192,0	48,7	258,9	32,0	64,7	2 767,2	90,0	86,6	30,3	722,5
февраль-2015	53,4	444,1	82,9	286,9	10,8	21,1	1 020,4	77,8	50,3	62,6	942,8
март-2015	32,0	293,9	80,3	291,3	0,0	0,0	1 608,7	225,4	21,9	64,9	897,4
апрель-2015	12,1	111,5	94,5	395,5	14,7	28,9	1 890,1	96,7	182,7	118,2	933,5
май-2015	84,2	408,6	60,7	326,0	11,4	25,1	1 564,2	161,4	18,8	113,8	1 053,7
июнь-2015	196,7	1 020,6	57,3	332,9	7,1	13,8	1 901,1	89,0	44,0	67,8	1 568,1