

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**  
**Институт информационных технологий и радиоэлектроники**

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

*(подпись)*  
А.А. Галкин

2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»**

Направление подготовки / специальность

***27.04.04 Управление в технических системах***

Направленность (профиль) подготовки

***Управление в технических системах***

Владимир  
2021

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Оптимальное управление» являются ознакомление с концепцией оптимального проектирования САУ, типовыми задачами и методами теории оптимального управления. Задачи – научить студентов современным методам разработки информационного и алгоритмического обеспечения систем управления.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Оптимальное управление» относится к дисциплинам части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции   |  | Наименование оценочного средства                        |
|---|--|--|---|
|   | Индикатор достижения компетенции<br><i>(код, содержание индикатора)</i>  | Результаты обучения по дисциплине  |   |
| ПК-2 Способен применять современные теоретические и экспериментальные методы разработки математических моделей исследуемых объектов и процессов, относящихся к профессиональной деятельности. | ПК-2.1. Знает современные программные средства и методы математического моделирования процессов и объектов автоматизации и управления.<br>ПК-2.2. Умеет анализировать современные программные средства и методы математического моделирования процессов и объектов автоматизации и управления.<br>ПК-2.3. Владеет навыками выполнять вычислительные эксперименты в соответствии с выбранными средствами.   | Знать: основные положения современной теории оптимального управления.<br>Уметь: формализовать содержательную задачу в концепции оптимального управления, определить ее тип, выбрать и реализовать метод, позволяющий синтезировать алгоритм оптимального управления.<br>Владеть: методами статической и динамической, детерминированной и стохастической оптимизации процессов управления. | Задания рейтинг контроля.                               |
| ПК-3 – Способен применять современные методы разработки технического, информационного и алгоритмического обеспечения систем автоматизации и управления  | ПК-3.1. Знает современные методы разработки технического, информационного и алгоритмического обеспечения систем автоматизации и управления.<br>ПК-3.2. Умеет анализировать современные методы разработки технического, информационного и алгоритмического обеспечения систем автоматизации и управления.<br>ПК-3.3. Владеет навыками применения на практике выбранных методов разработки технического, информационного и алгоритмического обеспечения систем автоматизации и управления. | Знает методы разработки технологического оборудования<br>Умеет разработать алгоритм управления технологическими процессами<br>Владеть оценкой качества с использованием интегрального показателя, учитывающего квадратичную ошибку и затраты энергии на управление.  | Задания рейтинг контроля.<br>Решение практических задач |



|                            |  |   |       |           |           |  |   |           |                     |
|----------------------------|--|---|-------|-----------|-----------|--|---|-----------|---------------------|
| 1                          | Обобщенное понятие об управлении и его значение, концепция оптимизации и ее применение к управлению            | 3 | 1     | 1         | 1         |  |   | 5         |                     |
| 2                          | Классификация задач оптимального управления  | 3 | 2-3   | 2         | 2         |  |   | 5         |                     |
| 3                          | Задачи и алгоритмы оптимизации статических режимов систем управления   | 3 | 4     | 1         | 1         |  |   | 5         |                     |
| 4                          | Общая задача оптимального динамического управления и характеристика основных направлений                       | 3 | 5-6   | 2         | 2         |  |   | 5         | рейтинг-контроль 1  |
| 5                          | Основные положения классического вариационного исчисления и их применение к задачам оптимального динамического | 3 | 7     | 1         | 1         |  |   | 10        |                     |
| 6                          | Формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина   | 3 | 8-9   | 2         | 2         |  |   | 10        |                     |
| 7                          | Синтез алгоритмов управления оптимизации по быстродействию   | 3 | 10-11 | 2         | 2         |  | 1 | 10        | рейтинг-контроль 2  |
| 8                          | Синтез алгоритмов управления оптимизации по обобщенному квадратичному интегральному критерию качества          | 3 | 12    | 1         | 1         |  | 1 | 10        |                     |
| 9                          | Проблемы реализации оптимальных алгоритмов управления  | 3 | 13-14 | 2         | 2         |  |   | 10        | рейтинг-контроль 3  |
| 10                         | Оптимальное управление дискретными динамическими системами   | 3 | 15    | 1         | 1         |  | 1 | 10        |                     |
| 11                         | Оптимальное управление стохастическими системами   | 3 | 16-17 | 2         | 2         |  | 1 | 10        | рейтинг-контроль 1  |
| 12                         | Проблемы векторного оптимального управления и основные подходы к их решению                                    | 3 | 18    | 1         | 1         |  | 1 | 9         |                     |
| <b>Всего за 3 семестр:</b> |  |   |       | <b>18</b> | <b>18</b> |  |   | <b>99</b> | <b>экзамен (45)</b> |
| Наличие в дисциплине КП/КР |  |   |       |           |           |  |   |           |                     |
| <b>Итого по дисциплине</b> |  |   |       | <b>18</b> | <b>18</b> |  |   | <b>99</b> | <b>экзамен (45)</b> |

### Содержание лекционных занятий по дисциплине

**Тема 1.** «Обобщенное понятие об управлении и его значение, концепция оптимизации и ее применение к управлению».

Формулировка понятия об управлении в технике, социально-экономической сфере и в области живых систем. Сущность и значение оптимизации, понятие об оптимальном управлении заданным объектом.

**Тема 2.** «Классификация задач оптимального управления».

Сущность однокритериальных и многокритериальных задач оптимизации, статических и динамических, детерминированных и стохастических задач оптимального управления.

**Тема 3.** «Задачи и алгоритмы оптимизации статических режимов систем управления».

Понятие об установившихся режимах и статических характеристиках одномерных и многомерных объектов. Формулировка задач экстремального регулирования, ее прикладное значение. Алгоритмы поиска экстремума критерия качества (целевой функции), использующие и не

использующие производные от целевой функции. Методы учета ограничений на управляющие воздействия.

**Тема 4.** «Общая задача оптимального динамического управления и характеристика основных направлений в математической теории оптимального управления».

Формулировка классической задачи об оптимизации процессов управления. Задачи Лагранжа, Больца и Майера. Общая характеристика основных направлений в теории оптимального управления: вариационного исчисления, принципа максимума, динамического программирования.

**Тема 5.** «Основные положения классического вариационного исчисления и их применение к задачам оптимального динамического управления».

Уравнение Эйлера-Лагранжа, скалярный и векторный (многомерный) случай. Учет ограничений.

**Тема 6** «Формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина».

Формулировка классической задачи об оптимальном управлении и теорема Л.С.Понтрягина. Технология ее использования при синтезе оптимальных алгоритмов управления.

**Тема 7** «Синтез алгоритмов управления оптимальных по быстродействию».

Формулировка задачи об оптимизации быстродействия, ее практическое значение. Использование принципа максимума для ее решения. Теорема Фельдбаума об  $n$ -интервалах. Численные алгоритмы синтеза управления оптимального по быстродействию.

**Тема 8** «Синтез алгоритмов управления оптимальных по обобщенному квадратичному интегральному критерию качества».

Формулировка задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), ее разновидности, их практическое значение. Решение с помощью принципа максимума.

**Тема 9** «Проблемы реализации оптимальных алгоритмов управления».

Проблемы синтеза алгоритмов для объектов произвольного порядка. Проблемы оценки переменных состояния.

**Тема 10** «Оптимальное управление дискретными динамическими системами».

Особенности динамических систем с квантованием по времени. Разностные уравнения – основная форма модели дискретных систем. Формулировка задачи о системе алгоритмов оптимального управления дискретными процессами. Использование принципа максимума. Динамическое программирование Р.Белламана.

**Тема 11** «Оптимальное управление стохастическими системами».

Объекты с неопределенностями и вероятностно-статическая концепция их описания. Оптимизационный подход к управлению стохастическими объектами и синтезу соответствующих алгоритмов управления.

**Тема 12** «Проблемы векторного оптимального управления и основные подходы к их решению».

Концепция многокритериальной оценки процессов управления, прикладные примеры. Методология «сворачивания» локальных критериев в обобщенный критерий. Концепция трансформации векторной задачи управления в однокритериальную задачу с ограничениями неравенствами.

### Содержание практических занятий по дисциплине

Тема № 1. Классификация задач оптимального управления, их прикладное значение.

Анализ инженерных задач оптимального автоматического управления, их формализация и определение соответствующего класса задачи.

Тема № 2. Задачи и алгоритмы оптимизации статических режимов систем управления.

Анализ прикладных задач, предполагающих оптимизацию установившихся режимов. Сопоставительный анализ алгоритмов экстремального регулирования, которые могут быть использованы.

Тема № 3. Основные положения классического вариационного исчисления и их применение к задачам оптимального динамического управления.

Использование уравнения Эйлера-Лагранжа для синтеза алгоритмов управления объектами с различной передаточной функцией и различными критериями оптимальности.

Тема № 4. Формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина.

Использования принципа максимума для решения задач оптимального управления объектами с различными передаточными функциями и различными критериями эффективности.

Тема № 5. Синтез алгоритмов управления оптимальных по быстродействию.

Решение задач по отысканию законов управления, минимизирующих время переходного процесса при различных передаточных функциях области управления.

Тема № 6. Синтез алгоритмов управления оптимальных по обобщенному квадратичному интегральному критерию качества.

Вывод законов оптимального управления при заданной передаточной функции объекта и оценка качества с использованием интегрального показателя, учитывающего квадратичную ошибку и затраты энергии на управление.

Тема № 7. Проблемы реализации оптимальных алгоритмов управления.

Решение задач по синтезу структуры и определению параметров наблюдателей Люенбергера при заданной передаточной функции объекта управления.

Тема № 8. Оптимальное управление дискретными динамическими системами.

Вывод дискретной модели объекта управления в виде системы разностных уравнений в нормальной форме, применение к ней дискретного принципа максимума. Анализ прикладных задач, соответствующих концепции классического динамического программирования.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

**5.1. Текущий контроль успеваемости (рейтинг-контроль 1, рейтинг-контроль 2, рейтинг-контроль 3).**

### **ВОПРОСЫ**

#### **к рейтинг-контролю знаний студентов**

##### **Рейтинг-контроль 1**

1. Понятие об управлении и типовые задачи управления.
2. Понятие об оптимальном управлении и оптимизации.
3. Постановка задачи об оптимальном управлении статическим режимом, формулировка задачи об экстремальном регулировании, ее связь с задачами математического программирования.
4. Сущность основных алгоритмов статической оптимизации:
  - а) покоординатной оптимизации;
  - б) симплекс-метод и алгоритм Нелдера-Мида;
  - в) алгоритм Ньютона-Рафсона;
  - г) градиентный алгоритм;
  - д) метод наискорейшего спуска;
  - е) метод случайного поиска;
  - ж) алгоритм оценки градиента.
5. Статические характеристики овражного типа и особенности поиска экстремума для таких характеристик.
6. Проблема оптимизации примногоэкстремальных статических характеристик.

7. Методы оптимизации при наличии ограничений на переменные, метод штрафных функций.
8. Задачи и алгоритмы линейного программирования.

### Рейтинг-контроль 2

1. Формулировка общей задачи оптимизации управления динамическим режимом и ее математическая интерпретация. Понятие о критерии качества управления динамическим объектом, сущность и примеры функционала.
2. Методы классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремальности функционала – уравнение Эйлера-Лагранжа .
3. Примеры применения уравнения Эйлера-Лагранжа для решения задач оптимального управления.
4. Формулировка задач Лагранжа, Майера и Больца. Пути их решения, условия трансверсальности.
5. Приближенные методы решения задач динамической оптимизации средствами вариационного исчисления (метод Рунге и метод Эйлера).
6. Классическая формулировка задачи об оптимальном управлении и формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина.
7. Применение ПМ для решения классической задачи Эйлера.
8. Применение ПМ для решения задачи об оптимальном управлении двухинтеграторном объектом:
  - а) с минимизацией затрат энергии на управление;
  - б) с минимизацией времени переходного процесса.
9. Применение ПМ для решения задачи о синтезе управления линейной динамической системой с минимизацией обобщенного квадратичного интегрального показателя качества.

### Рейтинг-контроль 3

1. Задача об оптимальном управлении по быстродействию. Теорема Фельдбаума об  $\eta$ -интегралах.
2. Два подхода к реализации оптимального управления – управление в программном режиме и управление на основе обратной связи.
3. Проблема оценки переменного состояния и сути его решения:
  - а) алгоритмы дифференцирования сигналов;
  - б) наблюдатели Люенберга.
4. Приближенные методы отыскания решения задач оптимального управления.
5. Особенности задач об оптимальном управлении в дискретных системах.
6. Задачи и методы динамического программирования. Принцип оптимальности Р.Беллмана. Функциональное уравнение ДП и его применение для задач об оптимальном управлении на примерах:
  - а) задачи об оптимальном распределении выделенных средств между предприятиями;
  - б) задачи о поэтапном распределении средств на развитие;
  - в) задачи об оптимальном графике замены оборудования;
  - г) задачи о календарном планировании трудовых ресурсов.
7. Использование принципа максимума для отыскания оптимального уравнения в дискретных системах.
8. Стохастические оптимальные системы и методы их синтеза. Понятие о наблюдателях (фильтрах) Калмана-Бьюси.

#### 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен).

## 5.2. Промежуточная аттестация (экзамен)

### Вопросы к экзамену

1. Понятие об управлении и типовые задачи управления.
2. Понятие об оптимальном управлении и оптимизации.
3. Постановка задачи об оптимальном управлении статическим режимом, формулировка задачи об экстремальном регулировании, ее связь с задачами математического программирования.
4. Сущность основных алгоритмов статической оптимизации:
  - а) покоординатной оптимизации;
  - б) симплекс-метод и алгоритм Нелдера-Мида;
  - в) алгоритм Ньютона-Рафсона;
  - г) градиентный алгоритм;
  - д) метод наискорейшего спуска;
  - е) метод случайного поиска;
  - ж) алгоритм оценки градиента.
5. Статические характеристики овражного типа и особенности поиска экстремума для таких характеристик.
6. Проблема оптимизации примногоэкстремальных статических характеристик.
7. Методы оптимизации при наличии ограничений на переменные, метод штрафных функций.
8. Задачи и алгоритмы линейного программирования.
9. Формулировка общей задачи оптимизации управления динамическим режимом и ее математическая интерпретация. Понятие о критерии качества управления динамическим объектом, сущность и примеры функционала.
10. Методы классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремальности функционала – уравнение Эйлера-Лагранжа.
11. Примеры применения уравнения Эйлера-Лагранжа для решения задач оптимального управления.
12. Формулировка задач Лагранжа, Майера и Больца. Пути их решения, условия трансверсальности.
13. Приближенные методы решения задач динамической оптимизации средствами вариационного исчисления (метод Рунге и метод Эйлера).
14. Классическая формулировка задачи об оптимальном управлении и формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина.
15. Применение ПМ для решения классической задачи Эйлера.
16. Применение ПМ для решения задачи об оптимальном управлении двухинтеграторном объектом:
  - а) с минимизацией затрат энергии на управление;
  - б) с минимизацией времени переходного процесса.
17. Применение ПМ для решения задачи о синтезе управления линейной динамической системой с минимизацией обобщенного квадратичного интегрального показателя качества.
18. Задача об оптимальном управлении по быстродействию. Теорема Фельдбаума об  $\eta$ -интегралах.
19. Два подхода к реализации оптимального управления – управление в программном режиме и управление на основе обратной связи.
20. Проблема оценки переменного состояния и сути его решения:
  - а) алгоритмы дифференцирования сигналов;
  - б) наблюдатели Люенберга.
21. Приближенные методы отыскания решения задач оптимального управления.



22. Особенности задач об оптимальном управлении в дискретных системах.
23. Задачи и методы динамического программирования. Принцип оптимальности Р.Беллмана. Функциональное уравнение ДП и его применение для задач об оптимальном управлении на примерах:
- задачи об оптимальном распределении выделенных средств между предприятиями;
  - задачи о поэтапном распределении средств на развитие;
  - задачи об оптимальном графике замены оборудования;
  - задачи о календарном планировании трудовых ресурсов.
24. Использование принципа максимума для отыскания оптимального уравнения в дискретных системах.
25. Стохастические оптимальные системы и методы их синтеза. Понятие о наблюдателях (фильтрах) Калмана-Бьюси.

### 5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

В плане самостоятельной работы студентами выполняются приведенные задания для самостоятельной работы.

#### Задания для самостоятельной работы студентов

Проблема оптимизации примногоэкстремальных статических характеристик.

Использование принципа максимума для отыскания оптимального уравнения в дискретных системах.

Постановка задачи об оптимальном управлении статическим режимом, формулировка задачи об экстремальном регулировании, ее связь с задачами математического программирования.

Методы оптимизации при наличии ограничений на переменные, метод штрафных функций.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

| Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство   | Год издания | КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ                                    |
|---|-------------|--|
|   |             | Наличие в электронной библиотеке ВлГУ (дата обращения) |
| 1   | 2           | 3  |
| Основная литература   |             |  |
| 1. Имитационное моделирование: Учебное пособие / Н.Б. Кобелев, В.А. Половников, В.В. Девятков; Под общ. ред. д-ра экон. наук Н.Б. Кобелева. - М.: КУРС: НИЦ Инфра-М, 2013. - ISBN 978-5-905554-17-9 | 2013        | <a href="http://znnium.com/">http://znnium.com/</a> 97 |

|   |      |   |
|---|------|---|
| 2. Моделирование систем и процессов: Учебное пособие / Н.Г. Чикуров. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 398 с.: ISBN 978-5-369-01167-6   | 2013 | <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a>                       |
| 3. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. / Дьяконов В.П.— М.: ДМК Пресс, 2014.— 768 с.—   | 2014 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/7911">http://www.iprbookshop.ru/7911</a> |
| <b>Дополнительная литература</b>  |      |   |
| 1. Электрические машины, электропривод и системы интеллектуального управления элетротех.комплексами /А.Е.Поляков, А.В.Чесноков, Е.М.Филимонова - М.: Форум,ИНФРА-М, 2015. - 224 с.: ISBN 978-5-00091-071-9, | 2015 | <a href="http://znnium.com/">http://znnium.com/</a>                         |
| 2. Моделирование электротехнических систем /ГуроваЕ.Г. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 52 с.: ISBN 978-5-7782-2569-5  | 2014 | <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a>                       |
| 3.Лиходеев С. И. Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Математическое моделирование объектов и систем управления» (ВлГУ), 2012 .— 55с   | 2012 | <a href="http://index.lib.vlsu.ru/">http://index.lib.vlsu.ru/</a>           |

### **6.2. Периодические издания**

1. Журнал «Информационные технологии». ISBN: 978-5-482-01401-1.
2. Журнал «Силовая электроника» – режим доступа: <http://power-e.ru>.

### **6.3. Интернет-ресурсы**

1. <http://www.exponenta.ru/>
2. <http://matlab.exponenta.ru/index.php>
3. <http://elibrary.ru>, Научная электронная библиотека.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий лабораторного типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Лабораторные занятия проводятся в аудиториях кафедры ВТиСУ 117-3, 118-3.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: MATLAB; MATHCAD, VISIO; Word.

Рабочую программу составил к.т.н., профессор

  
А.А.Галкин

Рецензент (представитель работодателя):

начальник лаборатории ЗАО «Автоматика»

  
В.М. Дерябин

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ВТ и СУ

Протокол № 1 от 31.08.2021 года

Заведующий кафедрой

  
В.Н. Ланцов

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
Направления «Управление в технических системах»

Протокол № 1 от 31.08.21 года

Председатель комиссии

  
А.Б.Градусов