

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по  
учебно-методической работе  
А.А.Панфилов  
«06» \_\_\_\_\_ 2015 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### «ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»

Направление подготовки 27.04.04 Управление в технических системах

Программа подготовки Управление и информатика в технических системах

Уровень высшего образования магистратура

Форма обучения очная

Семестр	Трудоем- кость зач, ед.час.	Лек- ций, час.	Практик. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	4/144	18	18	18	45	экзамен (45 час.)
Итого	4/144	18	18	18	45	экзамен (45 час.)

Владимир, 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Оптимальное управление» являются ознакомление с концепцией оптимального проектирования САУ, типовыми задачами и методами теории оптимального управления.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Данная дисциплина относится к дисциплинам базовой части учебного плана. Она основывается на знаниях, полученных студентами при изучении дисциплины «Теория автоматического управления» по программе бакалавриата, а также дисциплины «Математика». Она тесно связана с материалом дисциплины «Современные проблемы теории управления», которая изучается по программе магистратуры позднее. Знания, полученные в результате изучения дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы и в профессиональной деятельности.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность применять современные методики разработки технического информационного и алгоритмического обеспечения систем автоматизации и управления (ПК-3);
- способность выбирать методы и разрабатывать алгоритмы решения задач управления в технических системах (ПК-8).

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные положения современной теории оптимального управления.

**Уметь:** формализовать содержательную задачу в концепции оптимального управления, определить ее тип, выбрать и реализовать метод, позволяющий синтезировать алгоритм оптимального управления.

**Владеть:** методами статической и динамической, детерминированной и стохастической оптимизации процессов управления.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по сем.)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Обобщенное понятие об управлении и его значение, концепция оптимизации и ее применение к управлению	1	1-2	1				1			
2	Классификация задач оптимального управления	1	1-2	1				4			
3	Задачи и алгоритмы оптимизации статических режимов систем управления	1	3-4	2	4	4		4	5/50		
4	Общая задача оптимального динамического управления и характеристика основных направлений в математической теории оптимального управления	1	5-6	2	2			4	2/50	1 рейтинг-контроль	
5	Основные положения классического вариационного исчисления и их применение к задачам оптимального динам. управления	1	7-8	2	2			4	2/50		
6	Формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина	1	9-10	2	2			4	2/50		
7	Синтез алгоритмов управления оптимизации по быстродействию	1	11-12	2	2	4		4	4/50	2 рейтинг-контроль	
8	Синтез алгоритмов управления оптимизации по обобщенному квадратичному интегральному критерию качества	1	13-14	2	2	4		4	4/50		
9	Проблемы реализации оптимальных алгоритмов управления	1	15-16	1		4		4			
10	Оптимальное управление дискретными динамическими системами	1	15-16	1	2	2		4			
11	Оптимальное управление стохастическими системами	1	17-18	1	2			4			
12	Проблемы векторного оптимального управления и основные подходы к их решению	1	17-18	1				4		3 рейтинг-контроль	
<b>Всего</b>				<b>18</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>45</b>	<b>19/53%</b>	<b>экзамен</b>	



## Содержание дисциплины

### Лекции

**Тема 1.** «Обобщенное понятие об управлении и его значение, концепция оптимизации и ее применение к управлению».

Формулировка понятия об управлении в технике, социально-экономической сфере и в области живых систем. Сущность и значение оптимизации, понятие об оптимальном управлении заданным объектом.

**Тема 2.** «Классификация задач оптимального управления».

Сущность однокритериальных и многокритериальных задач оптимизации, статических и динамических, детерминированных и стохастических задач оптимального управления.

**Тема 3.** «Задачи и алгоритмы оптимизации статических режимов систем управления».

Понятие об установившихся режимах и статических характеристиках одномерных и многомерных объектов. Формулировка задач экстремального регулирования, ее прикладное значение. Алгоритмы поиска экстремума критерия качества (целевой функции), использующие и не использующие производные от целевой функции. Методы учета ограничений на управляющие воздействия.

**Тема 4.** «Общая задача оптимального динамического управления и характеристика основных направлений в математической теории оптимального управления».

Формулировка классической задачи об оптимизации процессов управления. Задачи Лагранжа, Больца и Майера. Общая характеристика основных направлений в теории оптимального управления: вариационного исчисления, принципа максимума, динамического программирования.

**Тема 5.** «Основные положения классического вариационного исчисления и их применение к задачам оптимального динамического управления».

Уравнение Эйлера-Лагранжа, скалярный и векторный (многомерный) случай. Учет ограничений.

**Тема 6** «Формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина».

Формулировка классической задачи об оптимальном управлении и теорема Л.С.Понтрягина. Технология ее использования при синтезе оптимальных алгоритмов управления.

**Тема 7** «Синтез алгоритмов управления оптимальных по быстродействию».

Формулировка задачи об оптимизации быстродействия, ее практическое значение. Использование принципа максимума для ее решения. Теорема Фельдбаума об  $n$ -интервалах. Численные алгоритмы синтеза управления оптимального по быстродействию.

**Тема 8** «Синтез алгоритмов управления оптимальных по обобщенному квадратичному интегральному критерию качества».

Формулировка задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), ее разновидности, их практическое значение. Решение с помощью принципа максимума.

**Тема 9** «Проблемы реализации оптимальных алгоритмов управления».

Проблемы синтеза алгоритмов для объектов произвольного порядка. Проблемы оценки переменных состояния.

**Тема 10** «Оптимальное управление дискретными динамическими системами».

Особенности динамических систем с квантованием по времени. Разностные уравнения – основная форма модели дискретных систем. Формулировка задачи о системе алгоритмов оптимального управления дискретными процессами. Использование принципа максимума. Динамическое программирование Р.Беллмана.

**Тема 11** «Оптимальное управление стохастическими системами».

Объекты с неопределенностями и вероятностно-статистическая концепция их описания. Оптимизационный подход к управлению стохастическими объектами и синтезу соответствующих алгоритмов управления.

**Тема 12** «Проблемы векторного оптимального управления и основные подходы к их решению».

Концепция многокритериальной оценки процессов управления, прикладные примеры.

Методология «сворачивания» локальных критериев в обобщенный критерий. Концепция трансформации векторной задачи управления в однокритериальную задачу с ограничениями неравенствами.

### **Темы практических занятий**

Тема № 1. Классификация задач оптимального управления, их прикладное значение.

Анализ инженерных задач оптимального автоматического управления, их формализация и определение соответствующего класса задачи.

Тема № 2. Задачи и алгоритмы оптимизации статических режимов систем управления.

Анализ прикладных задач, предполагающих оптимизацию установившихся режимов. Сопоставительный анализ алгоритмов экстремального регулирования, которые могут быть использованы.

Тема № 3. Основные положения классического вариационного исчисления и их применение к задачам оптимального динамического управления.

Использование уравнения Эйлера-Лагранжа для синтеза алгоритмов управления объектами с различной передаточной функцией и различными критериями оптимальности.

Тема № 4. Формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина.

Использование принципа максимума для решения задач оптимального управления объектами с различными передаточными функциями и различными критериями эффективности.

Тема № 5. Синтез алгоритмов управления оптимальных по быстродействию.

Решение задач по отысканию законов управления, минимизирующих время переходного процесса при различных передаточных функциях области управления.

Тема № 6. Синтез алгоритмов управления оптимальных по обобщенному квадратичному интегральному критерию качества.

Вывод законов оптимального управления при заданной передаточной функции объекта и оценка качества с использованием интегрального показателя, учитывающего квадратичную ошибку и затраты энергии на управление.

Тема № 7. Проблемы реализации оптимальных алгоритмов управления.

Решение задач по синтезу структуры и определению параметров наблюдателей Люенбергера при заданной передаточной функции объекта управления.

Тема № 8. Оптимальное управление дискретными динамическими системами.

Вывод дискретной модели объекта управления в виде системы разностных уравнений в нормальной форме, применение к ней дискретного принципа максимума. Анализ прикладных задач, соответствующих концепции классического динамического программирования.

### **Темы лабораторных работ**

Лабораторная работа № 1. Моделирование процессов в системе экстремального регулирования.

Лабораторная работа № 2. Моделирование процессов в системе оптимальной по быстродействию.

Лабораторная работа № 3. Моделирование процессов в системе оптимизации по обобщенному интегральному квадратичному критерию качества.

Лабораторная работа № 4. Моделирование процессов в наблюдателе Люенбергера.

Лабораторная работа № 5. Моделирование процессов в оптимальной САУ дискретным объектом.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Изучение дисциплины «**Оптимальное управление**» предполагает не только запоминание и понимание, но и анализ, синтез, рефлексия, формирует универсальные умения и навыки, являющиеся основой становления специалиста-профессионала.

Для реализации компетентностного подхода предлагается интегрировать в учебный

процесс интерактивные образовательные технологии, включая информационные и коммуникационные технологии (ИКТ), при осуществлении различных видов учебной работы:

- учебную дискуссию;
- электронные средства обучения (слайд-лекции, компьютерные тесты);
- дистанционные (сетевые) технологии.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Для текущего контроля успеваемости студентов предусмотрено три рейтинг-контроля, проводимых согласно принятому в университете графику.

### **ТЕМЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПРОРАБОТКУ**

1. Примеры прикладных задач управления, анализ возможностей применения оптимизационной концепции в этих задачах.
2. Примеры типовых задач оптимального управления.
3. Анализ алгоритмов, реализуемых в системах экстремального регулирования.
4. Анализ основных научных направлений в области математической теории оптимального управления.
5. Основные положения вариационного исчисления.
6. Основы теории оптимального управления на основе принципа максимума.
7. Задача об оптимальном быстром действии и синтез алгоритмов для ее решения.
8. Основы теории аналитического конструирования регуляторов.
9. Методы оценки переменных состояния.
10. Особенности синтеза оптимального управления в классе дискретных систем.
11. Особенности синтеза оптимального управления в классе стохастических систем.
12. Многокритериальная задача оптимизации и методы их решения.

### **ВОПРОСЫ**

#### **к рейтинг-контролю знаний студентов**

##### **Рейтинг-контроль №1**

1. Понятие об управлении и типовые задачи управления.
2. Понятие об оптимальном управлении и оптимизации.
3. Постановка задачи об оптимальном управлении статическим режимом, формулировка задачи об экстремальном регулировании, ее связь с задачами математического программирования.
4. Сущность основных алгоритмов статической оптимизации:
  - а) покоординатной оптимизации;
  - б) симплекс-метод и алгоритм Нелдера-Мида;
  - в) алгоритм Ньютона-Рафсона;
  - г) градиентный алгоритм;
  - д) метод наискорейшего спуска;
  - е) метод случайного поиска;
  - ж) алгоритм оценки градиента.
5. Статические характеристики овражного типа и особенности поиска экстремума для таких характеристик.

6. Проблема оптимизации при многоэкстремальных статических характеристик.
7. Методы оптимизации при наличии ограничений на переменные, метод штрафных функций.
8. Задачи и алгоритмы линейного программирования.

### **Рейтинг-контроль №2**

1. Формулировка общей задачи оптимизации управления динамическим режимом и ее математическая интерпретация. Понятие о критерии качества управления динамическим объектом, сущность и примеры функционала.
2. Методы классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремальности функционала – уравнение Эйлера-Лагранжа .
3. Примеры применения уравнения Эйлера-Лагранжа для решения задач оптимального управления.
4. Формулировка задач Лагранжа, Майера и Больца. Пути их решения, условия трансверсальности.
5. Приближенные методы решения задач динамической оптимизации средствами вариационного исчисления (метод Рунге и метод Эйлера).
6. Классическая формулировка задачи об оптимальном управлении и формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина.
7. Применение ПМ для решения классической задачи Эйлера.
8. Применение ПМ для решения задачи об оптимальном управлении двухинтеграторном объектом:
  - а) с минимизацией затрат энергии на управление;
  - б) с минимизацией времени переходного процесса.
9. Применение ПМ для решения задачи о синтезе управления линейной динамической системой с минимизацией обобщенного квадратичного интегрального показателя качества.

### **Рейтинг-контроль №3**

1. Задача об оптимальном управлении по быстродействию. Теорема Фельдбаума об  $p$ -интегралах.
2. Два подхода к реализации оптимального управления – управление в программном режиме и управление на основе обратной связи.
3. Проблема оценки переменного состояния и пути его решения:
  - а) алгоритмы дифференцирования сигналов;
  - б) наблюдатели Люенбергера.
4. Приближенные методы отыскания решения задач оптимального управления.
5. Особенности задач об оптимальном управлении в дискретных системах.
6. Задачи и методы динамического программирования. Принцип оптимальности Р.Беллмана. Функциональное уравнение ДП и его применение для задач об оптимальном управлении на примерах:
  - а) задачи об оптимальном распределении выделенных средств между предприятиями;
  - б) задачи о поэтапном распределении средств на развитие;
  - в) задачи об оптимальном графике замены оборудования;
  - г) задачи о календарном планировании трудовых ресурсов.
7. Использование принципа максимума для отыскания оптимального управления в дискретных системах.
8. Стохастические оптимальные системы и методы их синтеза. Понятие о наблюдателях (фильтрах) Калмана-Бьюси.

### **Вопросы к экзамену по курсу «Оптимальное управление»**

1. Понятие об управлении и типовые задачи управления.



2. Понятие об оптимальном управлении и оптимизации.
3. Постановка задачи об оптимальном управлении статическим режимом, формулировка задачи об экстремальном регулировании, ее связь с задачами математического программирования.
4. Сущность основных алгоритмов статической оптимизации:
  - а) покоординатной оптимизации;
  - б) симплекс-метод и алгоритм Нелдера-Мида;
  - в) алгоритм Ньютона-Рафсона;
  - г) градиентный алгоритм;
  - д) метод наискорейшего спуска;
  - е) метод случайного поиска;
  - ж) алгоритм оценки градиента.
5. Статические характеристики овражного типа и особенности поиска экстремума для таких характеристик.
6. Проблема оптимизации при многоэкстремальных статических характеристиках.
7. Методы оптимизации при наличии ограничений на переменные, метод штрафных функций.
8. Задачи и алгоритмы линейного программирования.
9. Формулировка общей задачи оптимизации управления динамическим режимом и ее математическая интерпретация. Понятие о критерии качества управления динамическим объектом, сущность и примеры функционала.
10. Методы классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремальности функционала – уравнение Эйлера-Лагранжа.
11. Примеры применения уравнения Эйлера-Лагранжа для решения задач оптимального управления.
12. Формулировка задач Лагранжа, Майера и Больца. Пути их решения, условия трансверсальности.
13. Приближенные методы решения задач динамической оптимизации средствами вариационного исчисления (метод Рунге и метод Эйлера).
14. Классическая формулировка задачи об оптимальном управлении и формулировка принципа максимума Л.С.Понтрягина.
15. Применение ПМ для решения классической задачи Эйлера.
16. Применение ПМ для решения задачи об оптимальном управлении двухинтеграторном объектом:
  - а) с минимизацией затрат энергии на управление;
  - б) с минимизацией времени переходного процесса.
17. Применение ПМ для решения задачи о синтезе управления линейной динамической системой с минимизацией обобщенного квадратичного интегрального показателя качества.
18. Задача об оптимальном управлении по быстродействию. Теорема Фельдбаума об  $n$ -интегралах.
19. Два подхода к реализации оптимального управления – управление в программном режиме и управление на основе обратной связи.
20. Проблема оценки переменного состояния и сути его решения:
  - а) алгоритмы дифференцирования сигналов;
  - б) наблюдатели Люенберкера.
21. Приближенные методы отыскания решения задач оптимального управления.
22. Особенности задач об оптимальном управлении в дискретных системах.
23. Задачи и методы динамического программирования. Принцип оптимальности Р.Беллмана. Функциональное уравнение ДП и его применение для задач об оптимальном управлении на примерах:
  - а) задачи об оптимальном распределении выделенных средств между предприятиями;
  - б) задачи о поэтапном распределении средств на развитие;



- в) задачи об оптимальном графике замены оборудования;
- г) задачи о календарном планировании трудовых ресурсов.
- 24. Использование принципа максимума для отыскания оптимального уравнения в дискретных системах.
- 25. Стохастические оптимальные системы и методы их синтеза. Понятие о наблюдателях (фильтрах) Калмана-Бьюси.

## **7.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ дисциплины**

### *а) основная литература:*

- 1.Теория управления [Электронный ресурс] : Учебник для бакалавров / С.А. Ким - М. : Дашков и К, 2016. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394023736.html>
- 2.Теория дискретных систем автоматического управления. Ч.3 [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / В.А. Иванов, М.А. Голованов. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703836699.html>
- 3.Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход) [Электронный ресурс] / Гайдук А.Р. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114240.html>

### *б) дополнительная литература:*

- 1.Теория управления регулярными системами [Электронный ресурс] / Яковенко Г.Н. - М. : БИНОМ, 2012. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307890.html>
- 2.Теория дискретных систем автоматического управления. В 2. ч. Ч.2 [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / В.А. Иванов, М.А. Голованов. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. - [http://www.studentlibrary.ru/book/bauman\\_0523.html](http://www.studentlibrary.ru/book/bauman_0523.html)
- 3.Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы [Электронный ресурс] / К и м Д. П. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108584.html>

### *в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:*

пакеты: MATLAB  
<http://elibrary.ru>. Научная электронная библиотека;  
<http://exponenta.ru>

### *г) периодические издания:*

1. Журнал «Проблемы теории и практики управления». ISBN 0234-4505

## **8.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»**

Набор слайдов:

1. Для чтения лекций используется мультимедийное оборудование.
2. Программные пакеты: MATLAB.

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ

РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на 2016/17 учебный год

Протокол заседания кафедры № 22 от 31.08.16 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Б.Градусов

Рабочая программа одобрена на 2017/18 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 6.9.17 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Б.Градусов

Рабочая программа одобрена на 2018/19 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 14.09.18 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Б.Градусов



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на 19/20 учебный год

Протокол заседания кафедры № 6 от 26.06.19 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20/21 учебный год

Протокол заседания кафедры № 4 от 26.06.20 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_