

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности

А.А.Панфилов
« 2 2019 г. »

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ»
(наименование дисциплины)

Направление подготовки **27.04.02 "Управление качеством"**

Профиль/программа подготовки **Управление качеством**

Уровень высшего образования **магистратура**

Форма обучения **очная**

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
1	3/108		18	18	72	зачет
Итого	3/108		18	18	72	зачет

Владимир 2019

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: подготовить магистров к производственно-технологической профессиональной деятельности.

Задачи:

- развитие знаний в области математического моделирования объектов, явлений, систем, технологических и бизнес-процессов для целей управления качеством;
- формирование умения применять на практике методов математического моделирования применительно к решению задач управления качеством продукции, услуг и процессов;
- развитие навыков самостоятельного использования программных систем и комплексов применяемых для решения задач математического моделирования объектов, явлений и систем в управлении качеством.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Современные методы математического моделирования» относится к базовой части.

Пререквизиты дисциплины: дисциплина опирается на знания предметов основной профессиональной образовательной программы высшего образования по направлению 27.03.02 «Статистические методы контроля и управления качеством», «Основы теории эксперимента».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
ОПК-1	частичное освоение	<i>Способность формулировать цели и задачи исследования, выявлять приоритеты решения задач, выбирать и создавать критерии оценки в части «способностью формулировать цели и задачи исследования, выявлять приоритеты решения задач, выбирать и создавать критерии оценки при математическом моделировании процессов и систем управления качеством</i> <i>Знать:</i> цели и решаемые задачи, критерии качества математических моделей объектов, явлений, систем, технологических и бизнес-процессов для целей управления качеством. <i>Уметь:</i> разрабатывать математические модели основных видов применительно к решению задач управления качеством продукции, услуг и процессов. <i>Владеть:</i> навыками самостоятельной постановки цели и задачи математического моделирования объектов, явлений и систем в управлении качеством, выявлять приоритеты решения задач и использовать критерии оценки качества модели.
ОПК-6	частичное освоение	<i>Способность применять современные методы исследования, оценивать и представлять результаты выполненной работы в части «способностью применять современные методы исследования, оценивать и представлять результаты выполненной работы при разработке и анализе математической</i>

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
		<p><i>модели процессов и систем управления качеством</i></p> <p><i>Знать:</i> современные методы математического моделирования объектов, явлений, систем, технологических и бизнес-процессов для целей управления качеством, последовательность разработки математической модели, ее верификации и проверки адекватности.</p> <p><i>Уметь:</i> применять на практике методы математического моделирования применительно к решению задач управления качеством продукции, услуг и процессов для выбранных целей и задач исследования.</p> <p><i>Владеть:</i> навыками использования современных методов исследования и представления результаты выполненной работ с применением программных систем и комплексов применяемых для решения задач математического моделирования.</p>

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Моделирование систем выборочного приемочного контроля.	1	1-2	2	2	8	2/50		
2	Моделирование систем управления качеством технологических процессов на основе контрольных карт.	1	3-4	2	2	8	2/50		
3	Оптимальные математические модели систем управления качеством.	1	5-6	2	2	8	2/50	рейтинг-контроль №1	
4	Точечные и интервальные оценки параметров законов распределения вероятностей. Проверка параметрических гипотез.	1	7-8	2	2	8	2/50		
5	Проверка непараметрических гипотез. Идентификация закона распределения вероятностей случайной величины.	1	9-10	2	2	8	2/50		
6	Дисперсионный анализ.	1	11-12	2	2	8	2/50	рейтинг-контроль №2	
7	Линейные регрессионные модели.	1	13-14	2	2	8	2/50		
8	Нелинейные регрессионные модели.	1	15-16	2	2	8	2/50		
9	Оптимальные математические модели на основе регрессионных моделей.	1	17-18	2	2	8	2/50	рейтинг-контроль	

								№3
Всего за 1 семестр:				18	18	72	18/50	зачет
Наличие в дисциплине КП/КР	-	-	-	--	-	-	-	-
Итого по дисциплине				18	18	72	18/50	зачет

Содержание практических/лабораторных занятий по дисциплине

Раздел 1. Основные положения математического моделирования. Вероятностные модели объектов и процессов в управлении качеством.

Тема 1. Моделирование систем выборочного приемочного контроля.

Содержание практических/лабораторных занятий. Виды систем выборочного приемочного контроля. Методика выборочного приемочного контроля по количественному и альтернативному признакам. Нормативные документы Российской Федерации регламентирующие требования к выборочному приемочному контролю. Разработка математических моделей для оценки достоверности и оперативной характеристики систем выборочного приемочного контроля. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Тема 2. Моделирование систем управления качеством технологических процессов на основе контрольных карт.

Содержание практических/лабораторных занятий. Виды систем управления качеством технологических процессов на основе контрольных карт. Методика управления качеством технологических процессов на основе контрольных карт по количественному и альтернативному признакам. Нормативные документы Российской Федерации регламентирующие требования к управлению качеством технологических процессов на основе контрольных карт. Разработка математических моделей для оценки достоверности и оперативной характеристики систем управления качеством технологических процессов на основе контрольных карт. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Тема 3. Оптимальные математические модели систем управления качеством.

Содержание практических/лабораторных занятий. Цели и задачи оптимального математического моделирования систем управления качеством. Разработка оптимальных математических моделей систем контроля качества на примерах моделирования систем выборочного контроля и управления качеством по контрольным картам. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Раздел 2. Статистические одномерные модели объектов в управлении качеством.

Тема 4. Точечные и интервальные оценки параметров законов распределения вероятностей. Проверка параметрических гипотез.

Содержание практических/лабораторных занятий. Постановка задачи расчета точечных и интервальных оценок параметров законов распределения вероятностей, проверки параметрических гипотез. Виды и критерии проверки гипотез. Разработка математических моделей для оценки достоверности или доверительного интервала точечных и интервальных оценок параметров законов распределения вероятностей, проверки параметрических гипотез. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Тема 5. Проверка непараметрических гипотез. Идентификация закона распределения вероятностей случайной величины.

Содержание практических/лабораторных занятий. Постановка задачи проверки непараметрических гипотез и идентификации закона распределения вероятностей случайной величины. Критерии проверки гипотез. Разработка математических моделей для проверки непараметрических гипотез. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Тема 6. Дисперсионный анализ.

Содержание практических/лабораторных занятий. Постановка задачи проведения дисперсионного анализа в управлении качеством. Критерии качества дисперсионной модели. Разработка математических моделей для оценки качества дисперсионной модели на примере анализа качества измерительных систем и процессов. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Раздел 3. Регрессионные модели объектов и процессов в управлении качеством.

Тема 7. Линейные регрессионные модели.

Содержание практических/лабораторных занятий. Постановка задачи линейного регрессионного анализа и моделирования. Виды линейных регрессионных моделей. Разработка линейных регрессионных моделей. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Тема 8. Нелинейные регрессионные модели.

Содержание практических/лабораторных занятий. Содержание темы. Постановка задачи нелинейного регрессионного анализа и моделирования. Виды нелинейных регрессионных моделей. Разработка нелинейных регрессионных моделей. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

Тема 9. Оптимальные математические модели на основе регрессионных моделей.

Содержание практических/лабораторных занятий. Цели и задачи оптимального математического моделирования систем управления качеством на основе регрессионных моделей. Разработка оптимальных математических моделей для задач оптимизации параметров технологических процессов по регрессионным моделям. Верификация и проверка адекватности модели. Проведение исследований объекта моделирования по разработанной модели и представление результатов моделирования.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Современные методы математического моделирования» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- Групповая дискуссия (темы №1, 7);
- Применение имитационных моделей (темы № 2,3,6,7);
- Разбор конкретных ситуаций (тема №2,3,4,5);

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Для текущего контроля успеваемости применяется рейтинг-контроль, проводимый на 6-ой, 12-ой и 18-ой неделе. Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Тесты рейтинг контроля.

Рейтинг контроль 1.

1. Математическое моделирование – это

а) формальное представление объекта, при котором описание объекта осуществляется на языке математики.

б) идеальное научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.

в) описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием математических методов и приемов программирования.

2. Математическая модель – это

а) Математическая модель, позволяющая по всем возможным значениям исходных данных найти значения интересующих исследователя параметров моделируемого объекта или явления.

б) Любая математическая модель, где описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием математических методов и приемов программирования.

в) Любая математическая модель, предназначенная для научных исследований, позволяет по заданным исходным данным найти значения интересующих исследователя параметров моделируемого объекта или явления, т. е. суть модели заключается в отображении некоторого заданного множества ΩX допустимых входных параметров X на множество значений ΩY допустимых выходных параметров Y , тогда математическая модель есть некоторый математический оператор A , т.е. $A: X \rightarrow Y, X \in \Omega X, Y \in \Omega Y$.

3. Классификация математических моделей по сложности объекта моделирования включает -

а) простые модели, сложные модели,

б) простые модели, модели систем (состоящие из структурных и имитационных моделей систем),

в) статические структурные, статические системные, динамические модели.

4. Классификация математических моделей по оператору модели включает -

а) линейные и нелинейные модели.

б) статические и динамические модели.

в) простые модели, сложные модели.

5. Классификация математических моделей по параметрам модели включает -

а) детерминированные и стохастические модели,

б) простые модели, сложные модели,

в) статические и динамические модели.

6. В зависимости от целей моделирования классификация математических моделей по параметрам модели включает -

а) детерминированные и стохастические модели,

б) дескриптивные, оптимизационные и управленческие модели.

в) дескриптивные, оптимизационные и стохастические модели.

7. В зависимости от методов реализации математических моделей выделяют -

а) аналитические и статистические модели,

б) аналитические и алгоритмические модели,

в) простые модели, сложные модели,

8. Укажите основные этапы построения математической модели:

а) обследование объекта моделирования и формулировка технического задания, концептуальная и математическая постановка задачи, качественный анализ и проверка корректности модели, выбор и обоснование метода решения задачи, проверка адекватности модели, практическое использование модели;

б) обследование объекта моделирования, математическая постановка задачи, качественный анализ и проверка корректности модели, выбор и обоснование метода решения задачи, проверка адекватности модели, практическое использование модели;

в) обследование объекта моделирования и формулировка технического задания, концептуальная и математическая постановка задачи, качественный анализ и проверка корректности модели, практическое использование модели;

9. Укажите выражение для математической модели (целевая функция - оперативная характеристика) контрольной карты Шухарта среднего арифметического при нормальном законе распределения контролируемого параметра.

а) $\beta = F_X\left(a_B, \mu_1, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) - F_X\left(a_H, \mu_1, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, где a_B, a_H - верхняя и нижняя границы регулирования на контрольной карте соответственно, F_X — функция нормального распределения контролируемого параметра, математическое ожидание μ_1 и стандартное отклонение σ технологического процесса.

б) $q_0 = 1 - (F_X(T_B, \mu_0, \sigma) - F_X(T_H, \mu_0, \sigma))$, где T_B, T_H — верхняя и нижняя границы технологического допуска, соответственно, F_X — функция нормального распределения контролируемого параметра, математическое ожидание μ_1 и стандартное отклонение σ технологического процесса.

в) $\beta = F_{\chi^2}\left(\frac{z_{cp}^2 \cdot \sigma_0^2}{\sigma_1^2}, n\right)$, где F_{χ^2} - функция распределения вероятностей хи-квадрат; z_{cp}^2 - квантиль распределения хи-квадрат, соответствующая границе регулирования для заданной вероятности

ошибке первого рода, $z_{cp}^2 = \frac{\sqrt{ns_{cp}}}{\sigma_0}$, s_{cp} - граница регулирования для контрольной карты.

Рейтинг контроль 2.

1. Особенностью статистической модели является:

- а) использование теоретических законов распределения вероятностей случайных величин для расчета требуемых статистик или статистических критериев.
- б) использование выборочных данных для расчета требуемых статистик или статистических критериев.
- в) применение законов распределения вероятностей случайных процессов для расчета требуемых статистик или статистических критериев.

2. В чем состоит проверка непараметрической гипотезы?

- а) Суть непараметрической гипотезы состоит в проверке предположения о равенстве параметра закона распределения заданному значению, например равенства математического ожидания нормального закона представленного выборкой какому либо значению.
- б) Суть непараметрической гипотезы состоит в проверке предположения относительно общего вида функции распределения случайной величины, т.е. не противоречия (или согласия) распределения выборки некоторому теоретическому закону или соответствия распределения значений двух выборок.
- в) Суть непараметрической гипотезы состоит в проверке предположения о равенстве двух однотипных параметров рассчитанных по двум выборкам.

3. В чем состоит проверка параметрической гипотезы?

- а) статистическая гипотеза называется параметрической, если в ней сформулированы предположения относительно значений параметров функции распределения вероятностей известного вида, например, предположение о равенстве заданному значению математического ожидания выборки в предположении нормального распределения вероятностей генеральной совокупности из которой получена выборка.
- б) Суть параметрической гипотезы состоит в проверке предположения относительно общего вида функции распределения случайной величины, т.е. не противоречия (или согласия) распределения выборки некоторому теоретическому закону или соответствия распределения значений двух выборок.
- в) Суть параметрической гипотезы состоит в проверке предположения относительно общего вида функции распределения случайной величины и ее параметров заданным значениям.

4. Укажите вид критерия хи-квадрат.

- а) $z = (\bar{x} - \bar{y}) \left(\frac{\sigma_x^2}{m} + \frac{\sigma_y^2}{n} \right)^{-1/2}$, где $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ — выборочные средние, значения дисперсий σ_x^2, σ_y^2 известны априори.

б) $t = \frac{(\bar{x} - \mu) \sqrt{mn}}{s}$, где $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$ — выборочное среднее, $s^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2$ — выборочная дисперсия, m — число наблюдений.

в) $\chi^2 - \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} \sim \chi_{k-1}^2$, где n_j — количество наблюдений в j -м интервале $n_j = \sum_{i=1}^n [a_j < x_i \leq b_j]$, $p_j = F(b_j) - F(a_j)$ — вероятность попадания наблюдения в j -й интервал при выполнении гипотезы H_0^* ; $E_j = n p_j$ — ожидаемое число попаданий в j -й интервал;

г) $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$, где s_1^2 и s_2^2 — выборочные оценки дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 , $s_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, $s_2^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i$ — выборочные средние выборок x^n и y^m .

5. Укажите вид критерия Стьюдента.

а) $t = \frac{(\bar{x} - \mu) \sqrt{mn}}{s}$, где $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$ — выборочное среднее, $s^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2$ — выборочная дисперсия, m — число наблюдений.

б) $\chi^2 - \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} \sim \chi_{k-1}^2$, где n_j — количество наблюдений в j -м интервале $n_j = \sum_{i=1}^n [a_j < x_i \leq b_j]$, $p_j = F(b_j) - F(a_j)$ — вероятность попадания наблюдения в j -й интервал при выполнении гипотезы H_0^* ; $E_j = n p_j$ — ожидаемое число попаданий в j -й интервал;

в) $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$, где s_1^2 и s_2^2 — выборочные оценки дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 , $s_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, $s_2^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i$ — выборочные средние выборок x^n и y^m .

6. Укажите вид критерия Фишера.

а) $z = (\bar{x} - \bar{y}) \left(\frac{\sigma_x^2}{m} + \frac{\sigma_y^2}{n} \right)^{-1/2}$, где $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ — выборочные средние, значения дисперсий σ_x^2 , σ_y^2 известны априори.

б) $t = \frac{(\bar{x} - \mu) \sqrt{mn}}{s}$, где $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$ — выборочное среднее, $s^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2$ — выборочная дисперсия, m — число наблюдений.

в) $\chi^2 - \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} \sim \chi_{k-1}^2$, где n_j — количество наблюдений в j -м интервале $n_j = \sum_{i=1}^n [a_j < x_i \leq b_j]$, $p_j = F(b_j) - F(a_j)$ — вероятность попадания наблюдения в j -й интервал при выполнении гипотезы H_0^* ; $E_j = n p_j$ — ожидаемое число попаданий в j -й интервал;

г) $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$, где s_1^2 и s_2^2 — выборочные оценки дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 , $s_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, $s_2^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i$ — выборочные средние выборок x^n и y^m .

7. Какие гипотезы проверяются в тесте хи-квадрат?

а) основная гипотеза — среднее арифметическое выборки статистически значимо не отличается от заданного значения, альтернативная гипотеза — среднее арифметическое выборки статистически значимо отличается от заданного значения,

б) основная гипотеза — выборка не противоречит заданному закону распределения вероятностей, альтернативная гипотеза — выборка противоречит заданному закону распределения вероятностей,

в) основная гипотеза — среднее квадратическое отклонение выборки статистически значимо не отличается от заданного значения, альтернативная гипотеза — среднее квадратическое отклонение выборки статистически значимо отличается от заданного значения,

г) основная гипотеза — дисперсия выборки статистически значимо не отличается от заданного значения, альтернативная гипотеза — дисперсия выборки статистически значимо отличается от заданного значения,

д) основная гипотеза – средние арифметические двух выборок статистически значимо не отличаются, альтернативная гипотеза - средние арифметические двух выборок статистически значимо различаются,

е) основная гипотеза – дисперсии двух выборок статистически значимо не отличаются, альтернативная гипотеза - дисперсии двух выборок статистически значимо различаются.

Рейтинг контроль 3.

1. В чем цель регрессионного анализа?

а) Задача состоит в том, чтобы, зная множество значений на входах и выходах, построить модель, то есть определить функцию ящика, по которой вход преобразуется в выход. Такая задача называется задачей регрессионного анализа.

б) Задача состоит в том, чтобы определить соответствует ли выборки заданному теоретическому закону распределения вероятностей.

в) Задача состоит в том, чтобы определить соответствует ли выборки многомерному нормальному закону распределения вероятностей и определить его параметры, такие как ковариационная матрица.

2. В чем цель метода наименьших квадратов?

а) Цель метода — определение суммарной ошибки F при заданных коэффициентах уравнения регрессии, например коэффициентов парного линейного уравнения регрессии A_0, A_1 , т.е. выполняется расчет:

$$F(A_0, A_1) = \sum_{i=1}^n E_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - A_0 - A_1 X_i)^2$$

б) Цель метода — минимизация суммарной ошибки F за счет подбора коэффициентов уравнения регрессии, например, коэффициентов парного линейного уравнения регрессии A_0, A_1 . Другими словами, это означает, что необходимо найти такие коэффициенты A_0, A_1 линейной функции $Y = A_1 X + A_0$, чтобы ее график проходил как можно ближе одновременно ко всем экспериментальным точкам. Поэтому данный метод называется методом наименьших квадратов, т.е. выполнялось условие:

$$F(A_0, A_1) = \sum_{i=1}^n E_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - A_0 - A_1 X_i)^2 \Rightarrow \min_{A_0, A_1}$$

в) Цель метода — минимизация суммарной ошибки F за счет подбора некоторых, наиболее значимых, коэффициентов уравнения регрессии, например для коэффициентов парного линейного уравнения регрессии одного из A_0 , или A_1 . Другими словами, это означает, что необходимо найти такой коэффициент A_0 или A_1 линейной функции $Y = A_1 X + A_0$, чтобы ее график проходил как можно ближе одновременно ко всем экспериментальным точкам. Поэтому данный метод называется методом наименьших квадратов, т.е. выполнялось условие:

$$F(A_0, A_1) = \sum_{i=1}^n E_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - A_0 - A_1 X_i)^2 \Rightarrow \min_{A_0, A_1}$$

3. В чем цель множественной линейной регрессии?

а) Задачей множественной линейной регрессии является построение линейной модели связи между набором непрерывных предикторов и непрерывной зависимой переменной. Часто используется

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i x_i + b_0 + \varepsilon$$

следующее регрессионное уравнение: , где a_i - регрессионные коэффициенты, b_0 - свободный член (если он используется), ε - член, содержащий ошибку - по поводу него делаются различные предположения, которые, однако, чаще сводятся к нормальности распределения с нулевым вектором мат. ожидания и корреляционной матрицей.

б) Задачей множественной линейной регрессии является построение линейной модели связи между набором непрерывных предикторов и непрерывной зависимой переменной. Часто используется

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i x_i + b_0$$

следующее регрессионное уравнение: , где a_i - регрессионные коэффициенты, b_0 - свободный член (если он используется).

в) Задачей множественной линейной регрессии является построение линейной модели связи между набором непрерывных предикторов и зависимой переменной, которая может быть как количественной, так и качественной случайной величиной. Часто используется следующее

$$Y = \sum_{i=1}^k a_i x_i + b_0$$

регрессионное уравнение: где a_i - регрессионные коэффициенты, b_0 - свободный член (если он используется).

4. Укажите вид полной квадратической модели:

а) $Y = A_0 + A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_1 \cdot X_2 + A_4 \cdot X_1 \cdot X_1 + A_5 \cdot X_2 \cdot X_2$

б) $Y = A_0 \cdot X_1 A_1 \cdot X_2 A_2 \cdot \dots \cdot X_m A_m$

в) $Y = k / (A_0 + A_1 X_1 + \dots + A_m X_m)$

г) $Y = e(B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_m X_m)$

5. Как проверяется статистическая значимость влияния эффектов в линейном уравнении регрессии на зависимую переменную?

а) Влияние выбранных эффектов в линейном уравнении регрессии на зависимую переменную будут статистически значимы, если вектор оценок $\tilde{Y} = X\tilde{\beta}$ зависимой переменной минимально (в смысле квадрата нормы разности) отличался от вектора Y заданных значений рассчитывается как:

$$\|Y - \tilde{Y}\|^2 = \|Y - X\tilde{\beta}\|^2 \rightarrow \min \text{ по } \tilde{\beta}$$

Решением является (если ранг матрицы X равен $k+1$) оценка

$$\tilde{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

б) Для проверки гипотезы H_0 об отсутствии какой бы то ни было линейной связи между Y и совокупностью факторов, $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, т.е. об одновременном равенстве нулю всех коэффициентов, кроме коэффициентов β_0 , при константе используется

$$F = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)} = \frac{R_{yy}}{E_{yy}} \cdot \frac{(n-k-1)}{k} = \frac{\sum_i (\tilde{y}_i - \bar{y})^2 / k}{\sum_i e_i^2 / (n-k-1)}$$

статистика по закону Фишера с k и $(n-k-1)$ степенями свободы. H_0 отклоняется, если $F > F_{\alpha}(k, n-k-1)$, где F_{α} - квантиль уровня $1-\alpha$.

в) Для проверки гипотезы H_0 об отсутствии какой бы то ни было линейной связи между Y и совокупностью факторов, $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, т.е. об одновременном равенстве нулю всех коэффициентов, кроме коэффициентов β_0 , при константе используются доверительные интервалы для коэффициентов регрессии. Стандартной ошибкой оценки $\tilde{\beta}_j$ является величина $\sigma \sqrt{z_{jj}}$, оценка для которой $s_j = s \sqrt{z_{jj}} \quad j = 0, 1, \dots, k$ где z_{jj} - диагональный элемент матрицы Z . Если

ошибки ϵ_i распределены нормально, то, в силу свойств 1) и 2), приведенных выше, статистика

$$t = \frac{(\tilde{\beta}_j - \beta_j) / \sigma \sqrt{z_{jj}}}{s_j} = \frac{\tilde{\beta}_j - \beta_j}{s_j} \sim t(n-k-1)$$

, распределена по закону Стьюдента с $(n-k-1)$ степенями свободы, и поэтому неравенство $|\tilde{\beta}_j - \beta_j| \leq t_{\gamma} s_j$, где t_{γ} - квантиль уровня $(1 + F_{\gamma})/2$ этого распределения, задает доверительный интервал $\tilde{\beta}_j$ для β_j с уровнем доверия F_{γ} .

6. Как проверяется статистическая значимость влияния интересующего эффекта в линейном уравнении регрессии на зависимую переменную?

а) Влияние выбранных эффектов в линейном уравнении регрессии на зависимую переменную будут статистически значимы, если вектор оценок $\tilde{Y} = X\tilde{\beta}$ зависимой переменной минимально (в смысле квадрата нормы разности) отличался от вектора Y заданных значений рассчитывается как:

$\|Y - \hat{Y}\|^2 = \|Y - X\hat{\beta}\|^2 \rightarrow \min \text{ по } \hat{\beta}$. Решением является (если ранг матрицы X равен $k+1$) оценка $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$.

б) Для проверки гипотезы H_0 об отсутствии какой бы то ни было линейной связи между y и совокупностью факторов, $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, т.е. об одновременном равенстве нулю всех коэффициентов, кроме коэффициентов β_0 , при константе используется

$$F = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)} = \frac{R_{yy}}{E_{yy}} \cdot \frac{(n-k-1)}{k} = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / k}{\sum_i e_i^2 / (n-k-1)}$$

статистика, распределенная, если H_0 верна, по закону Фишера с k и $(n-k-1)$ степенями свободы. H_0 отклоняется, если $F > F_{\alpha}(k, n-k-1)$, где F_{α} - квантиль уровня $1-\alpha$.

в) Используются доверительные интервалы для коэффициентов регрессии. Стандартной ошибкой оценки $\hat{\beta}_j$ является величина $\sigma \sqrt{z_{jj}}$, оценка для которой $s_j = s \sqrt{z_{jj}}$ $j = 0, 1, \dots, k$ где z_{jj} -

диагональный элемент матрицы Z . Если ошибки ε_i распределены нормально, то, в силу свойств 1) и

$$t = \frac{(\hat{\beta}_j - \beta_j) / \sigma \sqrt{z_{jj}}}{s/\sigma} = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{s_j} \sim t(n-k-1)$$

2), приведенных выше, статистика, распределена по закону

Стьюдента с $(n-k-1)$ степенями свободы, и поэтому неравенство $|\hat{\beta}_j - \beta_j| \leq t_p s_j$, где t_p - квантиль уровня $(1 + P_{\pi})/2$ этого распределения, задает доверительный интервал $\hat{\beta}_j$ для с уровнем доверия P_{π} .

7. Укажите математическую модель нелинейной регрессии по включаемым в нее объясняющим переменным.

а) $y = ax^b \varepsilon$

б) $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \varepsilon$

в) $y = ab^x \varepsilon$

г) $y = e^{a-bx} \varepsilon$

Перечень вопросов к зачету.

1. Основные понятия о математическом моделировании. Классификация задач и видов математических моделей.
2. Регрессионные линейные модели. Оценка значимости параметров регрессионной модели.
3. Вероятностные математические модели объектов, явлений и систем в управлении качеством. Постановка задачи моделирования.
4. Математические модели систем выборочного контроля по альтернативному признаку.
5. Математические модели систем выборочного контроля по количественному признаку.
6. Моделирование одномерных случайных величин.
7. Математическое моделирование статических стохастических объектов, явлений и систем. Статистические модели. Постановка задачи моделирования.
8. Проверка параметрических гипотез.
9. Идентификация закона распределения одномерной модели.
10. Дисперсионный анализ.
11. Оптимальные математические модели систем управления качеством.
12. Основные положения математического моделирования. Вероятностные модели объектов и процессов в управлении качеством.
13. Статистические одномерные модели объектов в управлении качеством.

14. Проверка адекватности модели.
15. Регрессионные модели объектов и процессов в управлении качеством.
16. Оптимальные математические модели на основе регрессионных моделей.
17. Моделирование систем управления качеством технологических процессов на основе контрольных карт.
18. Проверка непараметрических гипотез.
19. Линейные регрессионные модели. Разработка и проверка адекватности.
20. Нелинейные регрессионные модели. Разработка и проверка адекватности.

Самостоятельная работа студента

В рамках самостоятельной работы в течении 1 семестра студент решает задачи по разработке математической модели для типовой ситуации в области управления качеством. Варианта заданий для самостоятельной работы приведены ниже.

1. Для приведенных ниже в табл. 1 данных разработать регрессионную модель, проверить ее адекватность.

Таблица 1.

Исходные данные для статистического анализа

№ набл.	1 вариант		2 вариант		3 вариант	
	X1	Y1	X1	Y1	X1	Y1
1	12,56	131,50	50,53	102,36	9,25	8,69
2	18,29	188,71	62,42	127,73	10,10	12,55
3	18,27	187,90	71,80	147,18	6,09	8,90
4	12,24	126,86	74,75	151,27	11,13	9,83
5	7,32	76,71	68,50	139,98	10,16	9,30
6	17,21	177,09	75,42	154,67	10,16	11,99
7	9,41	100,88	43,65	88,42	11,59	10,86
8	18,18	187,51	62,34	129,36	12,09	7,99
9	1,63	21,59	20,45	46,09	11,60	8,73
10	11,12	117,21	15,19	34,02	9,06	7,91
11	14,61	152,07	98,18	199,39	9,91	11,01
12	4,41	46,48	35,63	71,94	10,71	10,66
13	7,39	78,97	63,55	131,09	7,49	6,73
14	4,57	49,98	96,59	193,76	7,93	6,19
15	7,12	72,91	26,72	59,62	9,15	9,92
16	8,67	89,61	27,37	58,80	10,16	11,39
17	11,42	118,72	40,75	85,03	13,58	10,34
18	1,93	25,58	93,96	190,13	11,59	6,91
19	11,50	119,65	45,16	88,97	9,11	6,90
20	6,22	67,63	34,59	69,79	8,74	11,73

2. Для приведенных ниже в табл. 2, данных провести проверку непараметрической гипотезы на не противоречие выборок X_1, \dots, X_5 нормальному закону распределения вероятностей.

Таблица 2.

Исходные данные для проверки непараметрической гипотезы

№ набл.	X1	X2	X3	X4	X5
1	9,20	0,35	2,17	20,65	0,19
2	10,62	1,75	13,69	21,65	1,58
3	8,68	0,96	14,25	18,09	1,32
4	8,83	2,70	8,13	18,84	0,33
5	10,49	0,76	8,10	23,16	1,17
6	12,80	2,00	6,06	22,75	0,10
7	9,35	0,64	13,65	19,66	0,10

8	11,06	0,56	6,48	19,95	0,16
9	10,16	0,44	3,00	25,77	0,95
10	12,18	1,20	12,03	14,47	0,21
11	8,87	3,72	6,76	24,11	0,33
12	10,55	2,21	4,76	24,41	0,01
13	11,33	0,14	6,95	22,66	0,22
14	12,15	2,82	2,80	19,01	0,11
15	12,82	0,29	3,28	16,81	0,40
16	10,63	0,93	14,22	18,13	0,42
17	8,26	0,01	14,41	21,23	0,10
18	9,39	3,82	9,27	15,10	1,24
19	8,91	1,22	2,31	22,42	1,01
20	14,03	3,36	4,67	16,16	0,88

3. Разработать математическую модель и провести ее исследование для расчета оперативной характеристики одноступенчатого выборочного контроля по альтернативному признаку если испытания можно считать независимыми и неповторными для объемов выборки 4, 8, 12, 16 единиц и приемочного числа 3 шт. Расчет распределения вероятностей оформить как функцию MATLAB. Провести исследование влияния изменения приемочного числа на оперативную характеристику. Результаты расчета представить в виде таблицы и графика.

4. Разработать математическую модель и провести ее исследование для расчета вероятностей ошибок первого и второго рода одноступенчатого выборочного контроля по альтернативному признаку если испытания можно считать независимыми и неповторными для объемов выборки 4, 8, 12, 16 единиц и приемочного числа 3 шт. Расчет распределения вероятностей оформить как функцию MATLAB. Провести исследование влияния изменения приемочного числа на вероятности ошибок первого и второго рода. Приемлемым уровнем качества считать $AQL=0,01$, неприемлемым значением уровня качества $NQL=0,2$. Результаты расчета представить в виде таблицы и графика.

Цели самостоятельной работы.

Формирование способности к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература*			
Имитационное моделирование: Учебное пособие / Н.Б. Кобелев, В.А. Половников, В.В. Девятков; Под общ. ред. д-ра экон. наук Н.Б. Кобелева. - М.: КУРС: НИЦ Инфра-М, 2013. - 368 с.: 70x100 1/16. (переплет) ISBN 978-5-905554-17-9.	2013		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=361397
Моделирование информационных систем [Электронный ресурс] : Учебное пособие для вузов / Шелухин О.И. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Горячая линия - Телеком, 2012. - 516 с.: ил. - ISBN 978-5-9912-0193-3.	2012		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991201933.html
Математическая обработка результатов измерений/Шпаков П.С., Юнаков Ю.Л. - Краснояр.: СФУ, 2014. - 410 с.: ISBN 978-5-7638-	2014		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=550266

3077-4.			
Дополнительная литература			
Моделирование систем и процессов: Учебное пособие / Н.Г. Чикуров. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 398 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-369-01167-6.	2013		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=392652
Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 140 с.: 60x88 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9558-0107-0.	2013		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=397611
Имитационное моделирование экономических процессов: Учебное пособие / Н.Н. Лычкина. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 254 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-004675-4.	2014		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=429005

7.2. Периодические издания

1. Журнал «Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика». Издательство: Общество с ограниченной ответственностью Издательство Научтехлитиздат. ISSN: 2073-0004.
2. Журнал «Стандарты и качество». Издательство: Общество с ограниченной ответственностью Рекламно-информационное агентство. Стандарты и качество. ISSN 0038-9692.
3. Журнал «Качество. Инновации. Образование». Издатель: Фонд «Европейский центр по качеству». ISSN: 1999-513X.

7.3. Интернет-ресурсы

1. <https://e.lanbook.com/> - электронно-библиотечная система.
2. <https://elibrary.ru/> - научная электронная библиотека.
3. <http://znanium.com/> - электронно-библиотечная система.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Практические занятия и лабораторные работы проводятся в аудитории 332-2. Аудитория 332-2 – компьютерный класс, подключенный к сети университета и Интернет. Оборудование включает: ПЭВМ – 7 шт.; сканер – 1 шт.; мультимедийный проектор.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: программный комплекс MATLAB 2010b, Ms. Windows 8-10, Microsoft Office 2010-2016. AutoCAD, Inventor.

Рабочую программу составил к.т.н., доцент кафедры УКТР Мищенко З.В.

(ФИО, подпись)

Рецензент

(представитель работодателя) Зам. директора АНО «УНИТ» Нуждин В.Ф.

(место работы, должность, ФИО, подпись)



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры УКТР

Протокол № 1 от 27.08.2019 года

Заведующий кафедрой Орлов Ю.А.

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 27.04.02 «Управление качеством»

Протокол № 1 от 27.08.2019 года

Председатель комиссии Орлов Ю.А.

(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2020/21 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 10.09.20 года

Заведующий кафедрой Зорин / Орлов Ю.А.

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

