Конспект лекций

Системный анализ в эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов

Составитель Колов Д.А.

1. Принципы системного подхода

1.1. Обзор развития системной методологии

Системный анализ в современном понимании — это синтез идей и принципов общей теории систем, кибернетики с возможностями современной вычислительной техники, и имеет своим предметом изучение и моделирование объектов сложной природы (систем). Истоки системного анализа восходят к трудам греческих философов Пифагора и Платона. Само слово "анализ" греческого происхождения и состоит из двух слов: ανα ("ана") – вверх, и λυω ("лио") – разделяю, что означает выявление первоосновы, сущности явлений окружающего мира. В настоящее время в литературе для обозначения этой дисциплины используется несколько терминов: системный анализ, общая теория систем, системный подход, системология. Между ними часто ставится знак тождества, что не вполне оправдано. Термин *"системный анализ"* является не совсем корректным переводом появившегося в 60-х годах в США термина "system analysis" для обозначения техники анализа сложных систем. Наряду с этим термином большое распространение получил термин *"общая теория систем"* (ОТС), возникновение которого связано с именем известного биолога Л. Берталанфи. Этот ученый в 50-х гг. в Канаде

организовал центр общесистемных исследований и опубликовал большое число работ, в которых пытался найти то общее, что присуще любым достаточно сложным структурам произвольной природы (техническим, биологическим, социальным) Общество было организовано в 1954 г. со следующими целями:

- изучение эквивалентности законов, концепций, моделей в различных областях и оказание помощи в перенесении их из одной области в другую;
- поощрение разработки адекватных теоретических моделей в областях, их не имеющих;
- минимизация дублирования теоретических усилий в разных областях;
- содействие единству науки за счет совершенствования общения между специалистами.

Одними из первых сторонников этих исследований были А.Раппопорт и К.Боулдинг. К.Боулдинг рассматривал ОТС как уровень теоретического построения моделей, лежащий где-то между конструкциями математики и конкретными теориями специальных дисциплин.

В России проблемами теории систем (теорией организации) занимались А.А. Богданов, И.И. Шмальгаузен, В.Н. Беклемишев и др. Значительный вклад в развитие теории систем внесли работы В.И. Вернадского о биосфере и месте в ней человека, о переходе биосферы в ноосферу.

Аналогичные подходы, рассматривающие *информационные процессы в системах*, такие, как связь и управление, были сформулированы в 40-50-х гг. и получили название "кибернетика". Наибольшее влияние в этом направлении оказали классические работы Н.Винера ("Кибернетика") и У.Росс Эшби ("Введение в кибернетику"). Кибернетика, которую Н.Винер определил как исследование "связи и управления в животном и машине", основывается на понимании того, что связанные с информацией проблемы можно изучать независимо от конкретной интерпретации. Этот подход был поддержан работами К. Шеннона по математическому исследованию понятия информации, в результате появилась математическая теория информации. Позднее, примерно в 60-х гг., были сформулированы *математические основы теории систем* М.Месаровичем, исходя из предположения, что любую систему можно представить в виде отношения, определенного на семействе множеств. Обзор этой теории можно найти в книге Месаровича и Такахары. Другие математические теории систем явились результатом объединения теорий систем, описываемых дифференциальными уравнениями и конечными автоматами в единую математическую теорию. Наиболее плодотворными в этом направлении оказались работы А.Уаймора и М.Арбиба. Таким образом, три области науки – общесистемные исследования, кибернетика и математические теории систем – это важнейшие компоненты науки о системах.

Из других терминов, имеющих сходное содержание, получили распространение: *"системный подход"* и *"системология"*. Первый из них отражает наметившуюся в современном мире тенденцию изучения явлений во

всей полноте и взаимосвязи с другими явлениями, т.е. на основе наиболее общих принципов теории систем. Второй применяется для обозначения системной методологии при анализе и синтезе систем, а также для обозначения науки о системах.

Чтобы лучше уяснить методологию системного анализа рассмотрим основные идеи, которые он использует.

Идея 1. При изучении сложного объекта главное внимание уделяется внешним связям объекта с другими системами, а не его детальной внутренней структуре, хотя последнее не исключается

Поясним это примером. Пусть на фирме возникла какая-то проблема, например уменьшился объем продаж, снизилась прибыль и т.п. Обычный путь решения проблемы состоит в поиске ее причин внутри фирмы: выполнение технологических предписаний, нарушение дисциплины, неправильное руководство и т.п. Но может оказаться, что причины неудачи лежат вне фирмы. Системный подход предусматривает расширение исходной системы (фирмы). В данном случае оно очевидно – рассмотреть рынок, т.е. включить в рассмотрение потребителей, фирмы – конкуренты, и т. п. Возможно, что этого окажется не достаточно и потребуется новое расширение системы, например рассмотрение всей экономической системы, так как причинами неудачи могут быть нестабильность финансовой ситуации, неправильная налоговая политика государства и т.п. В этих условиях поиск причин неудачи внутри фирмы либо вообще не даст удовлетворительного решения, либо приведет к частному (паллиативному) решению, которое придется постоянно пересматривать и корректировать до бесконечности.

Идея 2. При изучении сложного объекта приоритет отдается его целям и функциям, из которых выводится структура (но не наоборот), т.е. системный анализ – это подход функциональный.

Прокомментируем эту идею. В жизни часто приходится сталкиваться с обратной ситуацией: есть структура, она наделяется какой-то функцией, при этом ожидаемые результаты трудно прогнозировать. Когда речь идет о технических системах, назначение которых заранее известно, такой подход не приводит к серьезным просчетам. Но когда мы имеем дело со сложными системами такими, как человек или организация людей, то традиционный подход может привести к значительным ошибкам. Дело в том, что назначение таких систем нам изначально точно не известно, и эта неопределенность создает дополнительные трудности в управлении ими. Системный анализ предлагает другой подход: есть цель (функция), какая нужна структура, чтобы достичь ее наилучшим образом. Такой подход позволяет вырабатывать оптимальные решения, исключая параллелизм и дублирование функций (мы не затрагиваем здесь социальные аспекты, проблему занятости, и т.п.; системный подход позволяет учесть также и эти ограничения).

Идея 3. При решении проблем, связанных с системами, следует сопоставлять необходимое и возможное, желаемое и достижимое, эффект и имеющиеся для этого ресурсы. Иными словами следует всегда учитывать, какую "цену" придется заплатить за получение требуемого результата.

Прокомментируем эту идею. Мы все ставим различные цели и многого хотим, однако, если мы не оцениваем предварительно имеющиеся в наличии ресурсы: физические, интеллектуальные, материальные, энергетические, информационные финансовые, временные и т.п., то мы не сможем реализовать наши желания и цели. Забвение этого приводит (что часто наблюдается в жизни) к неосуществимым проектам, многочисленным долгосрочным программам, которые не дают реальных результатов, не говоря уже о моральных последствиях такого прожектерства.

Идея 4. При принятии решения в системах следует учитывать последствия решения для всех систем, которые оно затрагивает.

Обсудим эту идею. На практике часто наблюдается иная картина; кажется, что нет ничего легче, как принять решение на любом уровне, при этом рассуждают так: а зачем считаться с интересами других, если мне этого не хочется? Однако при реализации такого решения системы, интересы которых не учтены, начинают сопротивляться этому решению, и последнее не выполняется, причем последствия оказываются плачевными для того, кто принял решение. Системный подход предусматривает учет различных интересов и привлечение других систем к выработке решения, что позволяет получить наилучшее решение для большой системы и одновременно наилучшие возможные решения для составляющих систем. Плодотворность такого подхода можно подтвердить следующим фактом. В Японии, где системный подход получил широкое распространение, как и в других развитых странах, при принятии решения 90% времени тратится на его согласование со всеми, кого оно затрагивает, и 10% на его реализацию.

Обсудим задачи, решаемые системным анализом. Среди задач, возникающих в связи с проектированием систем, важное место занимает проблема сочетания структурных и функциональных аспектов. Один из трудных вопросов относится к проблемам проектирования иерархической организации. Любые более или менее сложные системы организованы по иерархическому принципу. Это связано с тем, что централизованные обработка информации и принятие решений часто невозможны из-за большого объема информации, задержек и искажений. Чтобы показать преимущества иерархической организации сложных систем, можно привести следующий пример: "Два мастера собирают конструкцию из 1000 деталей, каждый своим методом. Первый – последовательно, при этом если он не собрал конструкцию полностью и сделал перерыв, то она распадается и он должен начинать сначала. Второй делит конструкцию на 10 частей, а каждую из них еще на 10, поэтому он теряет при сборке только ту часть, над которой работает. Пусть вероятность прерывания работы для них p. Тогда вероятность успешно завершить работу для первого мастера равна $(1- p)^{1000}$, а для второго $(1 - p)^{10}$. При $p = 0{,}01$ в среднем первый должен затратить в 20 000 раз больше времени, чем второй».

Этот пример иллюстрирует основное свойство иерархической системы, несмотря на ошибки в локальных пунктах принятия решений, такая система в целом может функционировать нормально.

Если речь идет о проектировании технических систем, то задача системного исследования состоит в разработке функциональной схемы, которая может быть реализована заведомо не единственным способом, и в определении частных целей.

В системах, в состав которых входят люди (например, производственные системы, социальные системы, народное хозяйство и т.п.), функционирование зависит от управления, осуществляемого людьми. Возникают дополнительные трудности, связанные с учетом собственных целей и интересов людей, для чего необходимо спроектировать специальный механизм. Поэтому теория иерархических многоуровневых систем является одной из важнейших частей системного анализа. Таким образом, системный анализ – это дисциплина, развивающая методы проектирования сложных систем.

1.2. Причины распространения системного подхода

Основная причина широкого распространения системного подхода – это наличие систем в окружающем мире. В какой бы сфере мы ни были заняты, нам приходится иметь дело с системами. Мы используем в обиходе, подчас не замечая, такие названия, как информационные системы, вычислительные системы, технические, транспортные, промышленные, экономические, социальные системы и т.п. Жизнь можно рассматривать как функционирование сложных систем, в которые человек пытается внести некоторый порядок посредством сознательной деятельности. Одни системы были созданы человеком, другие возникли независимо от него. Некоторые системы (например, семья) легко поддаются управлению, другие же, такие, как политика или промышленность, охватывают всю страну и со временем все более усложняются, создавая большие трудности при управлении. Одни системы являются частной собственностью, другие принадлежат всему обществу. Даже при поверхностном рассмотрении можно установить общую характеристику систем – сложность. Последняя во многом обусловлена многообразной и многогранной деятельностью человека в этих системах. Сам человек является сложным системным объектом, а как член общества он взаимодействует с им же созданными сложными организациями. Он сталкивается с нарушениями упорядоченности при управлении различными сферами жизни и деятельности. Например, сокращение ресурсов, стихийные бедствия, нарушения экологии происходят в национальном и мировом масштабах. Ясно, что решение глобальных проблем нужно искать на путях широкого, целостного подхода, вместо того, чтобы вязнуть в трясине мелких решений, охватывающих лишь часть проблемы без учета взаимосвязи с другими системами. Системный подход – это методология управления системами, обеспечивающая такой широкий охват. При системном подходе решения должны быть приемлемы для всех систем, для всех, заинтересованных в проблеме, благодаря тому, что общесистемное решение учитывает все особенности. Системные проблемы требуют системных решений, т.е. мы стремимся найти такие решения проблем

более крупных систем, которые не только удовлетворяют целям подсистем, но и обеспечивают сохранение глобальной системы. Старые методы уже не пригодны для решения таких проблем. Системный подход дает такую возможность, так как он представляет собой и образ мышления, и методологию изменения. В прикладном аспекте системный подход – это сочетание системного анализа, системного моделирования и системного управления.

Любые системы взаимодействуют с окружающей средой, т.е. с другими системами. Технические системы – с людьми, живые существа – с природной средой (средой обитания) и другими живыми существами. Социальные системы (человек и его организации) – с другими социальными системами. Как видим, центральной фигурой является человек (и его организации), активно взаимодействующий со всеми другими системами. Осознание человеком своей объединяющей роли в этом мире и составляет основу системного подхода. Поэтому проблема человека является в настоящее время центральной проблемой современного общества. Каждая система стремится поддержать равновесие со средой и действует так, чтобы уменьшить неопределенность в системе, сохранить себя как целое. Такое сохранение и происходит за счет взаимодействия с окружающей средой. Система «объект-среда» является замкнутой. Если связь прерывается система превращается из односвязной в двух- и более связную, ее целостность нарушается, и она сильнее подвержена разрушению. Системы «человек-среда» изучаются экологией. Трудность их изучения обусловлена неполнотой (неточностью) наших знаний о законах функционирования таких систем и невозможностью их детального исследования. Мы не можем изолировать или расчленить такую систему, как мы это делаем в научном исследовании. Поэтому единственным способом (инструментом) исследования является системный подход, применение его принципов. С другой стороны, мы вынуждены упрощать, чтобы достичь понимания, уменьшить затраты и т.п., т.е. моделировать ситуацию с целью ее формализованного описания для решения некоторой проблемы.

Наиболее частое заблуждение при решении системных проблем кроется в магической силе моделей. Существует уверенность, что достаточно формализовать задачу, и тогда решение будет получено. Однако это не так. Приведем пример. Возьмем такую извечную российскую «малую» проблему как низкое качество дорог. Если мы попытаемся выяснить причины этой проблемы, то получим разные ответы от разных участников. Так дорожные строители назовут нехватку техники, материалов, недостаточное финансирование, неблагоприятные условия эксплуатации; потребители (пешеходы и автомобилисты) – низкое качество работ, невнимание чиновников к этой проблеме, нецелевое использование выделяемых средств; чиновники – отсутствие финансирования, недостаток производственных мощностей и т.п. Действительные же причины состоят в отсутствии четкой цели, зашоренности мышления и неумении (или нежелании) учитывать интересы других участников. Понимание проблемы возможно только на пути совместной выработки решения и достижения приемлемых договоренностей (честность

участников под сомнение не ставится). Здесь скрыто присутствует и еще один фактор – мышление человека, интересы различных групп, привычки, как говорят, сложившиеся стереотипы поведения. Они могут быть учтены и сглажены только при использовании системного подхода.

Более сложные (глобальные) проблемы, перечисленные выше, также имеют в своей основе неправильное (несистемное) мышление, привычку действовать, игнорируя интересы других участников проблемы. А это создает преграду на пути их решения.

Системный подход важен и еще в одном отношении, которое ускользает при невнимательном поверхностном взгляде. Он дает критерии для оценки решений и действий. Такие критерии появляются из условий и ограничений со стороны других («внешних») систем. Если мы замкнуты на себя, на ту узкую систему, интересы которой представляем, то такие критерии отсутствуют или их выбор весьма ограничен (субъективен), наше решение оказывается «хромающим» на одну, две и т.д. ног (в зависимости от числа систем-участников, интересы которых не приняты во внимание).

Рассмотрим в качестве примера проблему проектирования и строительства дорог. Ее участниками являются: органы государственной и исполнительной власти (заказчики), исполнители (строительные фирмы-подрядчики), экономическая система (поставщики, субподрядчики, фирмы-конкуренты, банки и кредитные организации), технологическая система (методы строительства, оборудование), потребители (автомобилисты, пешеходы), социальная система (население поселков, городов, регионов, где пролегает дорога), природная среда, система обеспечения и обслуживания (службы эксплуатации). Каждая из перечисленных систем определяет условия и ограничения, необходимые для правильного решения проблемы. Заказчики определяют ограничения по предельным затратам, срокам строительства, статусу дороги, пропускной способности, территории прокладки, географический район и т.п. Исполнители определяют ограничения по финансовым и трудовым затратам, условиям строительства (проживание, питание, удобства), оборудованию и методам строительства. Экономическая система определяет ограничения по рентабельности, эффективности, затратам, ценообразованию, прибыли. Технологическая система определяет ограничения на уровень техники строительства, технологическое оборудование, методы защиты территории. Социальная система определяет ограничения по защите территории населенных пунктов, вблизи которых пройдет дорога (пешеходные дорожки, переходы, восстановление земельных угодий, защита от загрязнения, удобство проезда), следует также учитывать улучшение снабжения, поставок продукции, оживление торговли, повышение занятости населения. Природная среда определяет ограничения по физическим и экологическим факторам, маршруту пролегания дорог. Система обеспечения и обслуживания определяет ограничения на условия эксплуатации дороги, ее поддержание в нормальном состоянии. Наконец, потребители определяют ограничения по функциональным характеристикам дороги (пропускная способность, рядность,

интенсивность движения, наличие развязок, указателей, удобство маршрута, средняя скорость движения и т.п.), инфраструктуре (зоны отдыха, станции технического обслуживания, автозаправочные станции и т.п.), стоимости проезда.

Условия и ограничения, определяемые внешними системами в приведенном примере, должны быть учтены для получения разумного решения, что возможно только на пути системного подхода. Несистемный подход не только не решает исходную проблему, но и создает новые. Возвращаясь к нашему примеру, мы часто наблюдаем, что положен асфальт, но «забыли» про коммуникации; есть проезжая часть, но нет пешеходных дорожек; материалы, пригодные в средней полосе, используются в северных районах; есть основная дорога, но нет рокады и удобных развязок; дорога построена так, что загрязняет сельскохозяйственные угодья, отсутствует удобная инфраструктура дорог и т.д.

Следует отметить и еще одно преимущество системного подхода. Он позволяет определить правильную процедуру обсуждения и выработки решения. Часто мы наблюдаем при решении проблемы бесконечные споры по любому поводу, тогда как в действительности предмета спора нет. Мнения разных участников проблемы не противоречат, а дополняют друг друга, раскрывая проблему с разных сторон. Системный подход, как философия мышления, приучает уважать мнение собеседника, понимать мотивы (причины) его точки зрения, рассматривать свое мнение лишь как возможный элемент в общей системе мировоззрений. Ведь наше собственное мнение нередко основано на заблуждении, укоренившемся стереотипе, случайно услышанном или прочитанном и плохо понятом мнении других, и его подача как «истины в последней инстанции» выглядит довольно смешно. «Включение» рассуждения на основе системного подхода помогает преодолеть эти трудности.

В заключение отметим, что системный подход – это не догма, не слепое подражание шаблону, а умение делать обобщения, рассуждать и действовать в конкретных обстоятельствах. Системный подход подразумевает всегда несколько возможностей: принятие данного проекта, принятие альтернативного проекта, отказ от проекта данного типа и переключение на другие проблемы. Системный подход в настоящее время является «безальтернативным» методом решения «сложных» проблем современного общества. Эпитет «сложных» взят нами в кавычки, так как зачастую усложнение является искусственным и обусловлено недостаточным пониманием проблемы. «Мешающими» факторами для применения системного подхода являются незнание и лень, привычка принимать односторонние решения без подготовительной работы, обдумывания и обсуждения.

1.3. Системная парадигма

При решении проблем, связанных с системами, различают два подхода: улучшение систем и проектирование систем. Улучшение означает преобразование или изменение, которое приближает систему к стандартным, или нормальным, условиям работы. При этом предполагается, что система уже создана и порядок работы ее установлен. Процесс системного проектирования также включает преобразование и изменение, но отличается от улучшения в целях, масштабах, методологии и результатах. Системное проектирование – это творческий процесс, который ставит под сомнение предпосылки, лежащие в основе старых форм; оно требует нового подхода, чтобы получить новые решения. Методы, используемые для улучшения систем, базируются на аналитическом методе, и их называют аналитической парадигмой. Методы, применяемые для проектирования систем, имеют основой теорию систем, и их называют системной парадигмой. Сравнение двух методологий дано в табл. 1.

Улучшение системы – процесс, обеспечивающий работу системы согласно ожиданиям (проект системы определен и установлен). В процессе улучшения решаются следующие проблемы:

- система не соответствует поставленным целям;
- система не обеспечивает прогнозирование результатов;
- система не работает так, как первоначально предполагалось.

Процесс улучшения систем характеризуется следующими шагами:

1) определяется задача и устанавливаются система и составляющие ее подсистемы;

2) путем наблюдения определяются реальные состояния, условия работы или поведение систем;

3) реальные и ожидаемые условия работы систем сравниваются, чтобы определить степень отклонения (это предполагает наличие стандарта или спецификации);

4) в рамках подсистем строятся гипотезы относительно причин этого отклонения;

5) из известных фактов методом дедукции делаются выводы, большая проблема разбивается на подпроблемы путем редукции.

Эти шаги являются результатом применения аналитического метода (подхода). Улучшение системы осуществляется путем интроспекции, т.е. мы идем внутрь от системы к ее элементам и исходим из того, что решение проблемы лежит в границах самой системы, т.е. все отклонения вызваны дефектами в элементах системы, и их можно объяснить специфическими причинами. Функции, назначение, структура и взаимодействие с другими системами при этом под сомнение не ставятся. Метод улучшения систем

предоставляет ограниченные возможности. При таком подходе предпочтительными решениями проблем в сложных системах являются решения, "лежащие на поверхности".

Метод улучшения систем основан на поиске решения проблемы внутри системы без учета ее взаимосвязей с другими. Улучшение работы не является длительным, особенно, если система сложная, так как основано на постоянных стандартах. Часто метод базируется на ошибочных предпосылках и целях, не учитывает побочные эффекты, "внешние" (косвенные) издержки.

Проектирование систем отличается от улучшения систем исходными посылками и используемыми методами. Методологией системного проектирования является системный подход, основанный на следующих положениях:

1) проблема определяется с учетом взаимосвязи с большими (супер) системами, в которые входит рассматриваемая система и с которыми она связана общностью целей;

2) цели системы обычно определяются не в рамках подсистем, а их следует рассматривать в связи с более крупными системами или системой в целом;

3) существующие проекты следует оценивать величиной вмененных издержек или степенью отклонения системы от оптимального проекта;

4) оптимальный проект обычно нельзя получить путем внесения небольших изменений в существующие принятые формы. Он основан на планировании, оценке и принятии таких решений, которые предполагают новые и положительные изменения для системы в целом;

5) системный подход и системная парадигма основаны на таких методах рассуждений, как индукция и синтез, которые отличаются от методов дедукции, анализа и редукции, используемых при улучшении систем;

6) планирование представляет собой процесс, в котором планировщик берет на себя роль лидера, а не ведомого. Планировщик должен предлагать решения, которые смягчают или даже устраняют, а не усиливают нежелательные воздействия и тенденции предыдущих проектов систем.

Таблица 1

Сравнение двух методологий:

улучшение систем и проектирование систем

Параметры сравнения	Улучшение систем	Проектирование систем
Условия работы системы	Проект принят (выбран)	Проект под вопросом

Окончание табл. 1

Объекты исследования	Субстанция, содержание, структура и причины	Структура и процесс, метод
Парадигма[1]	Анализ системы и подсистем (аналитический метод или аналитическая парадигма)	Цель и функция (системная парадигма)
Метод рассуждений	Дедукция[2] и редукция[3]	Индукция[4] и синтез[5]
Результат	Улучшение существующей системы	Оптимизация системы
Методика	Определение причин отклонений реальной работы системы от запланированной	Определение различий между реальным и оптимальным проектами
Основной акцент	Объяснение прежних отклонений	Прогнозирование будущих результатов
Подход	Интроспективный от системы внутрь	Экстроспективный от системы наружу
Роль планировщика	Ведомый: следует существующим тенденциям	Лидер: оказывает влияние на тенденции

Таким образом, основное отличие двух методологий состоит в том, что метод улучшения приводит к частным, ограниченным, краткосрочным решениям, так как не учитывает возмущающее воздействие внешних систем (окружения), в результате конфликт системы с окружением возрастает.

Метод системного проектирования, наоборот, позволяет получить оптимальные, долгосрочные решения, так как учитывает влияние внешних систем, в результате достигается гармония системы с окружением.

---

[1] Парадигма (греч. paradeigma) – пример, образец, главный принцип – совокупность методологических предпосылок, определяющих выбор проблем и являющихся моделью, образцом для решения задач.

[2] Дедукция (лат. deductio - выведение) – способ рассуждения (вывод) от общего к частному.

[3] Редукция (лат. reductio – отодвигание назад, возвращение) – метод приведения сложного к более простому, целого к части, восстановление начального состояния объекта по конечному.

[4] Индукция (лат. inductio - наведение) - метод рассуждения (вывод) от частного к общему, от частей к целому.

[5] Синтез (греч. synthesis - соединение) – метод (процесс) объединения частей в единое целое.

Вопросы для самопроверки

1. Что является предметом системного анализа?
2. Каковы основные идеи системного подхода?
3. Какие задачи решает системный анализ?
4. Что означает термин «системный анализ»?
5. Из каких научных направлений сложился системный анализ?
6. Чем отличаются термины «системный подход», «системный анализ», «системология»?
7. Каковы основные причины распространения системного подхода?
8. Объясните, почему сложные системы организованы иерархически?
9. Какие ученые внесли наибольший вклад в развитие системного анализа?
10. В чем основное преимущество методологии системного проектирования по сравнению с методом улучшения систем?
11. Что такое системная парадигма?
12. На чем основан метод улучшения систем?
13. Чем отличается метод улучшения систем от системного проектирования?
14. Какие принципы обеспечивают плодотворность применения системного подхода в различных областях?

2. Системы и их свойства

2.1. Определение системы

Система – совокупность (множество) элементов, между которыми имеются связи (отношения, взаимодействие). Таким образом, под системой понимается не любая совокупность, а упорядоченная. Если собрать вместе (объединить) одно- или разнородные элементы (понятия, предметы, людей), то это не будет системой, а лишь более или менее случайным смешением. Считать ту или иную совокупность элементов системой или нет, зависит также во многом от целей исследования и точности анализа, определяемой возможностью наблюдать (описывать) систему. Например, для проектировщика или испытателя автомобиль – система, а для пассажира – средство передвижения (вид транспорта). Имеется много определений понятия "система". Основная трудность состоит в том, что для полного определения этого понятия необходимо указать формальные признаки, позволяющие отличить систему от "не-системы". В качестве таких признаков наиболее часто используют число взаимосвязанных элементов, способ описания поведения системы, отсутствие формальной математической модели функционирования и т. п. Эти признаки порождают множественность классификации систем. Так, по числу элементов различают малые системы ($10 – 10^3$), сложные ($10^4 – 10^7$), ультрасложные ($10^7 – 10^{20}$) и суперсистемы ($10^{20} – 10^{200}$). По способу описания можно выделить детерминированные системы (поведение которых описывается однозначной функцией), статистические (поведение которых описывается в терминах распределения вероятностей) и нечеткие (поведение которых описывается

нечеткими словесными высказываниями типа "достаточно высокий", "большой", "значительный" и т.п.).

Говоря о системе, будем выделять три основных признака:

1) признак иерархичности (вложения): система – это совокупность элементов, которые сами могут рассматриваться как системы, а исходная система – часть более общей системы, т.е. система рассматривается как часть иерархии систем. Например, автомобиль может рассматриваться как часть автомобильного предприятия или часть транспортных средств города и т.д.

2) признак функциональной целостности: для системы характерно наличие интегративных свойств, которые присущи системе, но не свойственны ни одному из ее элементов в отдельности или их сумме («целое больше суммы частей»). Например, перевозить может автомобиль, измерять прибор, но не их отдельные части или сумма частей.

3) признак существенности: для системы характерно наличие существенных связей между элементами (скопление разрозненных частей не является системой).

Все три признака тесно связаны друг с другом, и наличие одного из них влечет за собой наличие двух остальных. Систему можно уподобить слаженному оркестру, в котором каждый участник (часть системы) действует в согласии с остальными для достижения общей цели.

Таким образом, понятие системы является многогранным и зависит от цели, которая ставится исследователем, и от тех отношений, которые при этом возникают у изучаемого объекта с другими системами. Приведем несколько примеров. Автомобиль может рассматриваться как часть системы диагностирования, если целью является определение неисправностей и причин отказов. Он же является частью автотранспортного предприятия, если целью является составление плана перевозок грузов (пассажиров) или частью транспортной системы города (региона), если целью является изучение транспортных потоков, оптимизация маршрутов движения, строительство новых дорог, загрязнение среды и т.п.

Сложные системы обладают большим числом связей с другими системами. Например, вуз может рассматриваться на разных срезах. Как часть системы образования, если речь идет о путях повышения уровня знаний и культуры людей, определении форм обучения, наиболее приемлемых для общества, разработке программ обучения. Как часть экономической системы при рассмотрении проблемы подготовки квалифицированных кадров для промышленности и оплаты их труда, финансирования целевой подготовки кадров. Как часть социальной системы, если рассматриваются проблемы развития общества в целом. Как часть политической системы, если рассматриваются проблемы обеспечения национальной безопасности, выделения ассигнований на развитие образования и перспектив развития системы образования.

Любая система может использоваться для достижения различных целей, при этом ее роль меняется. Возвращаясь к примеру с автомобилем, в первом случае автомобиль – это входной элемент системы диагностирования, во втором – составная часть транспортного потока, в третьем – часть экосистемы. Точно так же вуз в первом случае – составная часть системы образования, во втором – ресурс экономической системы, в третьем – необходимый элемент общества, обладающий преобразовательными возможностями. Существует еще одна тонкость, на которую часто не обращают внимания. Определение конкретной системы должно быть таким, чтобы оно позволяло оценить (измерить) ее результаты (выходы), т.е. должно быть конструктивным. Это зависит от отношений определяемой системы с другими внешними системами.

Изучение взаимосвязей (отношений) системы с другими системами позволяет установить критерии, по которым следует оценивать результаты работы (выходы) системы. Так, изучение взаимосвязей автомобиля с потребителями определяет функциональные и эргономические критерии (вместимость, скорость, мощность двигателя, удобство управления, комфорт, дизайн, безопасность и т.п.); с технологической системой – «моральный износ», ресурс; с системой обеспечения и обслуживания – ремонтопригодность, взаимозаменяемость элементов; с природной средой – проходимость, «экологическую чистоту»; с социальной – влияние на здоровье людей, степень «дискомфорта», уровень шума и выхлопов и т.п.

Еще более сложной оказывается задача установления критериев оценки результатов для вуза. В больших системах наблюдается тенденция подмены всего множества критериев количественными критериями, зачастую характеризующими только затраты. Например, работу вуза оценивают по количеству изданной учебной и методической литературы, числу дипломников и аспирантов и т.д. При этом игнорируются (часто по незнанию и лени) такие критерии, как навык самостоятельного мышления выпускника, связность (системность) полученных знаний, степень интеллектуального развития, широта кругозора и эрудиция и т.п. Изучение связей вуза с другими системами позволяет сформировать достаточно полный список критериев, позволяющий объективно оценить результаты. Например, отношение вуза со студентами (потребителями) оценивается такими критериями, как стоимость обучения, необходимые для этого усилия, рейтинг вуза, престижность, время обучения, сложность обучения, возможность получить работу по специальности и т.п. Экономическая система дает критерии: уровень затрат, требования к перечню специальностей и качеству подготовки, дотации, субсидии на целевую подготовку специалистов. Система образования: оплата труда преподавателей, формальные требования соответствия (статус) вуза, поддержка бесплатного образования. Социальная система дает широкий спектр критериев качества подготовки выпускников как членов общества.

Для полной идентификации системы необходимо, кроме целей, определить ее структуру и поведение. Характерной особенностью любой достаточно сложной системы является структурная избыточность. Для технических систем,

например автомобиля, она реализуется в виде резервирования отдельных элементов системы. Для больших систем, например вуза, характерна определенная «критическая» размерность. Если размерность снижается до критического уровня, то это может сказаться на способности системы выполнять свои функции и даже создать угрозу существованию системы. Для вуза, например, структурная избыточность проявляется в наличии спектра кафедр, лабораторий, учебных классов, которые хотя и используются «время от времени», тем не менее способствуют устойчивости работы системы, что и смягчает последствия снижения размерности. Если число этих элементов вуза резко сократить, то система не сможет функционировать нормально. То же самое наблюдается и для системы образования: если резко сократить число вузов, снизить государственную поддержку бесплатного образования, то система образования не сможет выполнять свою основную функцию.

Говоря о поведении системы, следует иметь в виду, что для любой системы характерна функциональная стабильность (адаптивность). Она обеспечивается наличием циклов обратной связи между элементами системы, а также между самой системой и внешними системами. Для технических систем (например, автомобиля) внутренние циклы предусмотрены в функциональной схеме. Внешние циклы, например, с водителем, с окружающей средой позволяют сохранять назначение (главную функцию) автомобиля при изменении внешних условий. В полной мере это относится к большим системам, например вузу. Внутренние циклы обратной связи существуют между преподавателями и студентами, между кафедрами, между преподавателями и руководством вуза. Внешние циклы с экономической системой, системой образования, социальной системой и т.п. позволяют сохранять назначение вуза. Если циклы обратной связи нарушаются, то система превращается из односвязной в многосвязную, теряет целостность и способность выполнять свою функцию в полном объеме, хотя «по инерции» еще может продолжать функционировать.

Второй механизм, обеспечивающий функциональную стабильность, состоит в возможности диверсификации, расширения функций, поля деятельности. Например, для автомобиля он проявляется в виде возможности сохранять главную функцию (назначение) при различных условиях эксплуатации, в различной физической среде. Эту возможность обеспечивает структурная избыточность системы. Для вуза механизм диверсификации проявляется в возможности выполнения дополнительных образовательных программ, подготовки специалистов различного уровня и назначения при изменяющихся требованиях внешних систем. И здесь также необходима структурная избыточность системы («запас по размерности»).

2.1.1. Классификация систем

Системы можно классифицировать по разным признакам. В соответствии с типом используемых в них величин системы делятся на *физические* и

абстрактные (концептуальные). К физическим относятся системы, у которых величины измеримы, т.е. все реально существующие системы. Элементами абстрактных систем могут быть понятия, уравнения, переменные, числа и т п. Примером понятийной (концептуальной) системы является язык как средство общения. К абстрактным системам относятся также язык программирования, система чисел, система уравнений и т.п. Элементами системы могут быть объекты: так, в автомобиле или стиральной машине объектами служат отдельные части. Такие системы называются *техническими:* станок, компьютер, магнитофон и т.п. Элементами системы могут быть субъекты, например игроки в хоккейной команде, сотрудники в лаборатории. Такие системы называются *социальными:* учебная группа, партия, профсоюз, институт и т.п. Наконец, система может состоять из понятий, объектов и субъектов, как в системе "человек-машина", включающей все три вида элементов. Эти системы представляют наибольший интерес с точки зрения практической деятельности и называются *организационно-техническими*, человеко-машинными или *большими техническими системами*, например фирма, транспортная система, энергетическая система и т.п. Их особенностью является наличие в их составе сложной управляющей подсистемы. Таким образом, система может состоять из других систем, которые называются ее подсистемами. В большинстве случаев приходится иметь дело с большими, высокоорганизованными системами, которые включают в себя другие системы. Такие системы будем называть общими системами или системами в целом. Оперировать такими системами нелегко, так как мы не знаем, до какого предела осуществлять декомпозицию системы, т.е. разбивать ее на подсистемы, или до какого предела продолжать "построение" большой системы. В зависимости от типа элементов системы можно разделить на *естественные* и *искусственные* (созданные людьми), *живые* и *неживые*. Примерами естественных живых систем являются дерево, животное, человек. К естественным неживым системам относятся, например, планетарные (звездные) системы (Солнечная система, Галактика), горная система, система минералов, водная система и т.п. Примерами искусственных живых систем являются системы, полученные селекцией (искусственные сорта растений), методом генной инженерии (новые виды живых организмов), а также социальные системы. К искусственным неживым относятся технические системы. Системы, свойства которых не меняются со временем, называются *статическими*, в противном случае – *динамическими.* Динамическими являются системы с изменяющейся организацией, развивающиеся системы. К статическим относится большинство технических систем, так как их назначение (функция) не меняется со временем. К динамическим относятся социальные и организационно-технические системы. С точки зрения наблюдаемых величин, используемых для описания системы, и их распределения во времени различают *дискретные, непрерывные* и *импульсные* системы. К дискретным системам относятся системы, величины в которых имеют конечное число различных дискретных значений и могут быть определены лишь в дискретные моменты времени. В этом случае отношения между величинами можно задать с

помощью выражений (уравнений) алгебры логики, вообще говоря, многозначной. Дискретными являются, например, технические системы. К непрерывным системам относятся системы, в которых величины и время рассматриваются как непрерывные переменные. При этом отношения между величинами выражаются дифференциальными уравнениями. Примерами непрерывных систем являются процессы, происходящие в живой и неживой природе: круговорот воды, фотосинтез у растений, ассимиляция и диссимиляция у животных и человека, сама жизнь и т.п. В импульсных системах величины рассматриваются как непрерывные переменные, но их значения известны лишь в дискретные моменты времени. Импульсные системы получаются при моделировании непрерывных систем. В этом случае из-за ограниченной точности измерений мы фактически имеем дело с первым случаем. Допущение о непрерывности вводится, чтобы проще выразить отношения между переменными (эти проблемы рассматриваются в теории интерполяции). При замене непрерывных переменных дискретными значениями важную роль играет теорема Уиттекера (1915г.), известная в отечественной литературе как теорема Котельникова: любая непрерывная функция времени, имеющая частотный спектр с верхним пределом $f_{\max}$ допускает точную замену конечным числом ее значений, записанных в интервалах времени $\Delta t = 1/(2 f_{\max})$.

Системы с конечным числом величин, элементов и связей между ними называются *ограниченными*. Если одно из этих множеств бесконечно, то – *неограниченными*. Физические системы ограничены, абстрактные могут быть неограниченными. С точки зрения взаимодействия между системой и окружающей средой различают *закрытые* и *открытые* системы (см. ниже).

При изучении поведения систем часто пользуются понятиями алгоритм, алгоритмичность. Под алгоритмом при этом понимается конечная последовательность общепринятых предписаний, формальное исполнение которых (т. е. не требующее изобретательности) позволяет за конечное время получить решение некоторой задачи или класса задач. Поэтому с точки зрения моделирования поведения систем, важную роль играет класс систем, называемых *автоматами*[1]. К ним относятся системы, в которых входные и выходные величины заданы заранее и поведение которых выступает как зависимость выходных величин от входных. Множество значений входных величин в данный момент времени называется стимулом, а выходных – реакцией. Основным признаком автомата является действие по заданному алгоритму, так что результат может быть определен заранее по известным входным воздействиям. К классу автоматов можно отнести все технические системы (станок, автомобиль и т.п.). К живым системам это понятие

[1] Слово «автомат» происходит от греческого «αυτοματος» - сам собою движущийся, сам собой случающийся, сам собой.

применимо с оговорками, так как эти системы характеризуются способностью варьировать поведение при воздействии окружающей среды, способностью накопления полезных признаков и изменчивостью, а также способностью к обучению. Интеллектуальные системы, прежде всего человек и его организации, не относятся к классу автоматов. Хотя человек и может вести себя как автомат в некоторых ситуациях, но, в целом, ему присуща способность к рассуждению, и его поведение определяется не только (или не столько) входными воздействиями, а главным образом, системой ценностей и целями, к которым он стремится. Различают несколько типов поведения автоматов:

1. *Детерминированное поведение:* реакция в данный момент однозначно определяется стимулом в данный момент, а в некоторых случаях и прошлыми стимулами и реакциями. Детерминированное поведение называется комбинаторным, если реакция в данный момент зависит лишь от стимула в данный момент, и последовательным, если существуют реакции, зависящие от прошлых значений некоторых величин.

2.*Случайное поведение:* реакция статистически зависит от действующего в данный момент стимула и от прошлых стимулов и реакций. Случайное поведение является простым, если реакция в данный момент зависит от стимула в данный момент, и сложным, если существуют реакции, зависящие от прошлых значений величин.

3.*Нечеткое поведение:* зависимость реакции от стимула выражается в форме нечетких высказываний. Например, "если изменение стимула существенное, то реакция значительная". По аналогии со случайным поведением различают простое и сложное нечеткое поведение.

Таким образом, общая классификация систем должна учитывать многие аспекты и малонаглядна. Поэтому понятно стремление построить классификацию, которая позволяла бы описать все системы (или большую их часть), на основе нескольких общих признаков. Наиболее известные классификационные схемы принадлежат С.Биру и К.Боулдингу. Первая классификация (по С.Биру) учитывает два основных аспекта системы: сложность и способ описания. Вторая классификация (по К.Боулдингу) построена с учетом сложности организации систем.

Еще одна классификация, претендующая на определенную степень общности, принадлежит Дж. Миллеру. Автор выделяет семь уровней иерархически связанных живых систем, различающихся сложностью структуры и поведения: клетка, орган, организм, группа, организация, общество, межнациональная система. Миллер сделал попытку определить общие подсистемы (элементы), важные для протекания жизненных процессов в системах. Он выделяет три класса подсистем:

1. Подсистемы, перерабатывающие как материально-энергетическую субстанцию, так и информацию.

1.1. Повторитель; 1.2. Ограничитель.

2. Подсистемы, перерабатывающие лишь материально-энергетическую субстанцию:

2.1. Поглотитель; 2.2. Распределитель; 2.3. Преобразователь; 2.4. Генератор; 2.5. Накопитель вещества и энергии; 2.6. Эжектор;
2.7. Двигатель; 2.8. Вспомогательные и резервирующие подсистемы.

3. Подсистемы, перерабатывающие только информацию:

3.1. Входной преобразователь; 3.2. Внутренний преобразователь; 3.3. Канал и сеть; 3.4. Дешифратор; 3.5. Распознаватель; 3.6. Память; 3.7. Блок принятия решений; 3.8. Кодирующее устройство; 3.9. Выходной преобразователь.

Как видно, приведенная классификация задает элементы конструктора, используя которые можно синтезировать системы разной сложности.

2.2. Понятия, характеризующие системы

Элементы являются составными частями каждой системы. Они могут быть в свою очередь, системами, тогда они называются подсистемами. Элементы систем могут быть естественными и искусственными, живыми и неживыми. Большинство систем включают и те, и другие элементы. Элементы, поступающие в систему, называются входными, а выходящие из нее – выходными.

Процесс преобразования. В организованных системах идет процесс преобразования, в ходе которого элементы изменяют свое состояние. В процессе преобразования входные элементы трансформируются в выходные. В организованной системе полезность (ценность) входных элементов при этом увеличивается. Если же в процессе преобразования полезность элементов уменьшается, то затраты в системе увеличиваются, а ее эффективность уменьшается.

Входные элементы (входы), ресурсы и затраты. Входными называются элементы, поступающие в систему, для которых система предназначена, например, для измерительного прибора – измеряемая величина; для компьютера – исходная информация о задаче; для автомобиля – объект перевозки (груз, пассажир) и т.п. Различия между входами и ресурсами незначительны и зависят лишь от точки зрения и условий. В системном анализе они определяются с позиций назначения системы. Входные элементы, как правило, преобразуются в системе, а ресурсы расходуются (используются). В общем случае ресурсы подразделяются на материальные (например, топливо в автомобиле), энергетические, информационные, финансовые (деньги), временные, физические (усилия). Например, студенты, входящие в систему образования, являются входными элементами, а преподаватели - один из ресурсов, используемых в процессе преобразования. В рамках большой системы (общество) студенты, получившие образование, преобразуются в ресурсы, когда становятся активными членами общества. Вообще, личный состав (преподаватели, обслуживающий и административный персонал),

капитал (который включает землю, оборудование, помещения, снабжение), талант, квалификация, информация могут рассматриваться как входные элементы или как ресурсы, используемые в системе образования. Определяя входные элементы и ресурсы систем, важно указать, контролируются ли они проектировщиком системы, т.е. следует ли их рассматривать как часть системы или как часть окружающей среды. При оценке эффективности системы входные элементы и ресурсы обычно относят к затратам. Затраты – это количественная оценка расхода ресурсов в принятых единицах, например для автомобиля – это оценка расхода топлива, денег, времени, усилий на перевозку.

Выходные элементы (выходы), результаты и прибыль. Выходными называются элементы, выходящие из системы и представляющие собой, как правило, результат процесса преобразования в системе. Например, для измерительного прибора выход – результат измерения, для компьютера – результат решения задачи (информация о решении), для автомобиля – объект перевозки (груз, пассажир), доставленный в пункт назначения. Под результатами понимаются положительные последствия (политические, социальные, экономические и т.п.) функционирования системы. В частности, для технических систем они могут оцениваться как экономия денег, времени, усилий, положительные эмоции и т.п. Например, для автомобиля – это сам факт перевозки, а также экономия на перевозку и за счет перевозки для систем верхнего уровня. Отрицательные последствия принято относить к затратам. Например, автомобиль загрязняет среду – это тоже последствие, но отрицательное, которое относят к затратам, как дополнительный расход денег, времени, усилий на предотвращение загрязнения либо на восстановление среды. При оценке эффективности системы выходы и результаты обычно относят к прибыли. Прибыль – это количественная оценка результатов в принятых единицах (аналогично затратам), например, для автомобиля – это оценка экономии денег, времени и усилий за счет перевозки для систем верхнего уровня.

Окружающая среда. Установление границ совершенно необходимо, когда мы изучаем системы. Установление границ определяет, какие системы можно считать находящимися под контролем лица, принимающего решения (ЛПР), а какие остаются вне его влияния. Однако, как бы ни устанавливались границы системы, нельзя игнорировать ее взаимодействие со средой, так как принятые решения в этом случае могут оказаться бессмысленными. Окружающая среда — совокупность систем, изменение свойств которых влияет на рассматриваемую систему, а также систем, свойства которых меняются под воздействием рассматриваемой системы. Системы, у которых взаимодействие с окружающей средой полностью отсутствует, называются *абсолютно закрытыми*. Примерами таких систем являются абстрактные (модельные) системы, используемые в математике и физике. Системы, у которых это взаимодействие мало (т.е. рассматривается как малый параметр) – *относительно закрытыми*. Примером таких систем является большинство технических систем. Системы, у которых взаимодействие с окружающей

средой существенно, называются *открытыми*. К ним относятся социальные и организационно-технические системы. Открытые системы (или их части), которые подвергаются изучению, называются объектами, при этом система рассматривается как объект, погруженный в окружающую среду.

Назначение и функция. Назначение – это функция, для выполнения которой система пригодна в наибольшей степени. Неживые системы не имеют явного назначения. Они получают специфическое назначение или наделяются функцией, когда вступают во взаимоотношения с другими подсистемами в рамках большой системы. Таким образом, связи подсистем между собой и с системой в целом очень важны при изучении систем. Для технических систем назначение очевидно, так как они создаются для выполнения определенной функции, например, измерительный прибор – для измерения, компьютер – для обработки информации, автомобиль – для перевозки и т.п. Однако, когда мы переходим к более сложным системам – социальным, организационно-техническим, ясность утрачивается. Даже назначение одного человека нам не известно, тем более это относится к объединениям людей, что создает неопределенность при проектировании таких систем.

Признаки. Системы, подсистемы и их элементы обладают признаками (атрибутами, свойствами, характеристиками). Признаки могут быть "количественными" или "качественными". В зависимости от такого деления определяется и подход к их измерению. "Качественные" признаки труднее измерить чем "количественные". Термин "признак " иногда используют как синоним "мера эффективности", хотя признак и его меру следует различать. Чем сложнее система, тем труднее измерить ее свойства точными числами. Для социальных и организационно-технических систем используются интервальные, балльные или словесные (нечеткие) оценки.

Задачи и цели. При проектировании систем первостепенное значение имеет определение их задач и целей. По мере того, как мы отходим от абстрактных рассуждений, установление назначения системы становится более четким и рабочим. Формулирование конкретной цели является очень важным при решении задачи. Цель – это назначение системы с учетом условий и ограничений задачи. Большинство систем являются многоцелевыми, так как для любой системы можно составить несколько наборов ограничений. Определение цели позволяет сформировать исходное множество допустимых систем (решений) для достижения этой цели, при этом функция выбора уточняется.

Поясним сказанное примером. Пусть требуется перевести груз, выбрав для этого наиболее пригодный автомобиль. Пока мы находимся на уровне назначения – что-то куда-то перевезти, функция выбора имеет вид прямоугольника, т.е. подходят все автомобили (полная неопределенность выбора). Сформулируем набор ограничений:

а) тип груза: твердые строительные материалы;

б) масса груза: 1 ÷ 1,5 тн;

в) расстояние: 60 ÷ 80 км;

г) время перевозки: 1 ÷ 1,5 час;

д) местность: город и ближайшие окрестности;

е) сохранность груза: потери не более 0,1% и т.д.

Предполагается также выполнение условий: наличие парка автомобилей, наличие инфраструктуры (дорог, терминалов и т.п.). Набор ограничений задает конкретную цель и сужает множество решений, т.е. систем, пригодных для ее достижения. Функция выбора теперь становится одномодальной с выраженным максимумом, вблизи которого и следует выбирать допустимые решения, т.е. в нашем примере – марки автомобилей.

Меры эффективности (критерии) показывают, в какой степени достигаются цели системы, и дают представление о количественной величине проявления признаков системы. Для этого строится так называемое дерево оценок, состоящее из трех уровней. К критериям первого уровня относятся критерии полноты, качества и эффективности достижения цели. Например, для транспортной системы города – это полнота, качество и эффективность выполнения перевозок. К критериям второго уровня относятся показатели (факторы), к критериям третьего уровня – непосредственно измеряемые величины и параметры. Для больших систем используются все три уровня критериев, для технических систем, как правило, 2-й, и 3-й. Для больших систем критерии 2-го уровня включают политические, социальные, экономические, технологические факторы и т.п. Для технических систем, как правило, используются функциональные, технико-экономические, эргономические показатели. Иногда используются также специальные показатели, определяемые спецификой задачи. Например, для автомобиля к функциональным критериям относятся вместимость (грузоподъемность), мощность двигателя, максимальная скорость и т.п. К технико-экономическим критериям – надежность, экономичность, долговечность, стоимость и т.п. К эргономическим: безопасность, удобство, комфорт, простота ухода и обслуживания и т.п. К специальным можно отнести массу, габариты и т.п.

Компоненты, программы, задания (работы). В целенаправленных системах процесс преобразования организуется с привлечением компонентов, программ и заданий (работ), которые состоят из совместимых элементов, объединенных для достижения определенной цели. В большинстве случаев границы компонентов не совпадают с границами организационной структуры, и это очень важно при системном подходе. Программа – это множество состояний переменных и характерных переходов между ними для достижения конкретной цели. Для больших систем используются три уровня: программы, подпрограммы, задания (работы); для технических систем – только уровень работ, связанных с различными режимами функционирования системы.

Например, для автомобиля: движение по расписанию; доставка грузов за наименьшее время; перевозка грузов на дальнее расстояние и т.п.

Принятие решений. Действия и решения в системе являются прерогативой лица, принимающего решения (ЛПР). Каждое решение должно направлять систему на достижение поставленных целей (результатов), которые можно измерить.

Структура. Понятие структуры связано с упорядоченностью отношений, связывающих элементы системы. Структура может быть простой или сложной в зависимости от числа и типа взаимосвязей между частями системы. В сложных системах должна существовать иерархия, т е. упорядоченность уровней подсистемы, частей и элементов. От типа и упорядоченности взаимоотношений между компонентами системы в значительной степени зависят функции системы и эффективность их выполнения. Различают линейную структуру, циклическую, иерархическую (древовидную), матричную и сетевую. Линейную структуру имеют, например, простые измерительные устройства, измерительные каналы, производственные линии. Циклическую структуру имеют измерительные приборы и системы с обратной связью, биологические системы, технологические циклы, многие процессы в живой и неживой природе. Иерархическая структура характерна для высокоорганизованных систем: социальных и организационно-технических (политическая система, экономика, отрасль, фирма). Матричной структурой обладают кристаллические решетки, интегральные схемы, некоторые технологические системы (в металлургии, полиграфии и т.п.). Сетевую структуру имеют информационно-вычислительные системы (сети), телекоммуникационные системы и системы связи.

Состояния и потоки. Состояние характеризуется значениями признаков системы в данный момент времени. Переходы части элементов системы из одного состояния в другое вызывают потоки, определяемые как скорость изменения значений признаков системы. Поведением системы называется изменение состояний системы во времени. При теоретико-множественном подходе поведение определяется как некоторое множество инвариантных во времени отношений между величинами системы (в частности, между входами и выходами).

Уровень анализа: перечисление значений всех наблюдаемых или заданных величин вместе с перечислением интервалов времени, в течение которых они нас интересуют, либо точность, с которой мы хотим измерять эти величины и время (если величины изменяются непрерывно). Совокупность изменений всех рассматриваемых величин на данном уровне анализа называется деятельностью системы. Свойства системы (при определенном поведении) называют организацией системы. Организация меняется с поведением. Постоянная часть организации называется структурой, переменная - программой.

Системный подход с точки зрения управления. При использовании системного подхода особого внимания заслуживают четыре важные проблемы:

1) определение границ системы в целом, границ окружающей среды, или окружения;

2) установление целей системы;

3) определение структуры программы и построение матрицы "программы – элементы";

4) описание управления системой.

Определение границ системы в целом и окружающей среды. Окружающая среда – системы, не учитывает и не контролирует ЛПР. Границы, отделяющие систему от ее окружения, не совпадают с установленными организационными границами. Рассматриваемая система не завершается совокупностью всех элементов организации. Чтобы лучше уяснить это, напомним, что системный анализ применяется, когда нужно решить какую-то проблему. Система в целом включает все системы, которые, как полагают, будут влиять на рассматриваемую проблему или будут подвергаться ее влиянию, независимо от того, к какой организации они относятся. Методом исключения мы относим к окружающей среде все системы из системы в целом, не входящие в нее при решении данной проблемы. Если в систему в целом включить мало систем, то это приведет к упрощению и неверным решениям; если же много, то усложнится описание, не хватит ресурсов, и мы не сможем найти решение.

Таким образом, установление границ системы – вопрос целей анализа, требуемой точности результата и имеющихся в наличии ресурсов. Например, при рассмотрении движения тела вблизи поверхности Земли в первом приближении можно считать систему "тело – Земля" закрытой (так как все тела падают с ускорением свободного падения). Если мы хотим уточнить результат (например, при рассмотрении движения парашюта), то необходимо учесть сопротивление воздуха, т.е. включить в систему физическую среду. Наконец, при рассмотрении траектории движения космического корабля нужно учесть влияние Луны, других планет, т.е. включить их в систему.

В качестве примера, как определение границ влияет на принятие решений, рассмотрим деятельность фирмы. Например, как определить систему, когда рассматриваются затруднения со сбытом продукции? Система может включать или одну данную фирму, или все аналогичные фирмы, или даже всю экономику, т.е. нужно учесть состояние дел на других фирмах, в экономике (возможно причина проблемы – в неправильной стратегии или в нестабильности финансовой ситуации).

Обсуждая вопрос об увеличении дивидендов, администрация должна учесть не только уровень доходов фирмы и ее финансовое положение, но и изучить, какое влияние окажут эти факторы на стоимость акций компании, возможность продажи ценных бумаг, получения займов и т.д. Увеличение дивидендов обеспечит выгоду держателям акций за счет компонентов системы (фирмы), таких, как служащие, поставщики или потребители. Выгода для одной группы лиц может означать ущерб для другой. Каждый участник системы оценивает

работу фирмы по разным критериям. Для держателей акций таким критерием является стоимость ценных бумаг, для служащих – уровень зарплаты и гарантия рабочего места. Поставщик считает критерием своевременность оплаты поставок, а потребитель – качество продукции фирмы. Одно и то же решение не может быть выгодно для всех. Улучшение качества удовлетворит потребителя, но повысит себестоимость, что повлияет на прибыль (если не удается изменить цену). Уменьшение прибыли влияет на стоимость акций и может повредить интересам их держателей. Согласование всех требований к системе – обязанность администрации. Она должна удовлетворить противоречивые требования участников: держателей акций, кредиторов, служащих, потребителей, поставщиков, правительства, профсоюзов, конкурентов, местного населения, общества в целом. Из-за этого работа руководителя особенно сложна. Он обязан следить, чтобы подсистемы, работая относительно независимо, не отклонялись от того, что считается оптимальным на уровне всей системы.

Приведенный пример показывает, как установление целей связано с установлением границ системы и выбором критериев эффективности системы. Если принимаются во внимание новые системы и их интересы, то цели меняются. Каждое решение влияет на другие системы.

Определение структуры программы и построение матрицы "программы-элементы". После того, как установлены границы, сформулированы цели данной системы, выполнение связанных с ними функций можно организовать в программы. Структура программы – это представление отношений всех элементов системы в соответствии с теми функциями, которые они выполняют независимо от их территориальных, юридических и формально-организационных границ. Можно представить структуру программы как блок-схему, указывающую зависимости между различными формами деятельности организации в соответствии с их функциями и целями, или как возможные пути достижения некоторого множества целей. Матрица "программы-элементы соотносит элементы с различными программами. Сгруппированные в соответствии с данной программой (функцией), они образуют то, что называется компонентом системы. Компоненты характеризуются двумя свойствами: а) направлены на достижение одной и той же цели; б) для них не обязательно удовлетворять традиционным границам.

Описание управления системой Управление включает все действия и всех ЛПР, которые входят в процессы планирования, оценки, реализации проекта и контроля. Весьма трудно разделять роли планировщика системы и того, кто ею управляет. Принимая решения, планировщик влияет на работу системы, а ЛПР выполняет функции планировщика, когда определяет цели, ресурсы и принимает решения, изменяющие структуру системы и результаты ее работы. Поэтому при системном подходе различия их ролей стремятся свести к минимуму, чтобы совместить оптимизацию системы и оперативные решения.

Суммируя сказанное, отметим основные особенности системы:

1. Система рассматривается как своеобразный преобразователь, взаимодействующий с окружающей средой, который преобразует входы, ресурсы и затраты в выходы, результаты и прибыль.

2. Система имеет собственные нетривиальные структуру и поведение и действует по программе (программам), направленной на достижение определенной цели (целей), задаваемой ЛПР.

3. При выполнении программы в системе протекают процессы, изменяющие состояния подсистем (элементов). В каждом состоянии происходит дифференциация (разделение) внешних систем, влияющих на достижение цели. При этом системы, которые учитываются при достижении цели, образуют систему в целом; системы, которые не учитываются, относятся к окружающей среде. Тем самым устанавливаются границы, в рамках которых действует система.

4. Степень достижения цели (целей) оценивается по критериям (мерам эффективности), число и состав которых зависят от границ системы.

Схема системного анализа представляет собой пошаговое описание систем определенного типа (класса) с целью формирования множества допустимых решений некоторой задачи, проектирования системы или ее изучения. При выполнении схемы исследуются все характеристики и понятия, введенные в этом параграфе, применительно к изучаемой системе.

В качестве примера рассмотрим применение схемы системного анализа при решении задачи проектирования автомобиля. Обычный подход, основанный на методе улучшения, состоит в том, что выбирается некоторый базовый образец, вносятся определенные изменения и создается новая модификация. Системный подход рассматривает решение частной задачи через призму достижения общих целей системы верхнего уровня (например, фирмы). Он применяется, когда нужно кардинально изменить имидж фирмы, расширить сегмент рынка, сделать продукцию привлекательной для новых групп потенциальных покупателей и т.д. Схема системного анализа начинается с выделения трех уровней системы: внешнего – система в целом, собственно объектного – полная система (проект автомобиля) и внутреннего – подсистемы автомобиля. Критерии оценки проекта определяются условиями и ограничениями со стороны внешних систем. Необходимо учитывать следующие системы, внешние по отношению к фирме-проектировщику: водители, объекты перевозки (грузы, пассажиры), потребители, экономическая система (поставщики комплектующих, фирмы-конкуренты, торгующие организации и т.п.), технологическая система, природная среда, система обеспечения и обслуживания и т.д. Каждая из этих систем накладывает ограничения на выбор проекта. В частности, водители предъявляют эргономические ограничения (удобство управления, безопасность, условия в кабине), объекты перевозки определяют эргономические и специальные ограничения (удобство размещения, погрузочно-разгрузочные работы, габариты, меры обеспечения сохранности и безопасности). Экономическая система определяет технико-экономические ограничения

(стоимость, затраты, эксплуатационные расходы), Потребители определяют функциональные и технико-экономические ограничения (мощность двигателя, вместимость, максимальную скорость, надежность, экономичность, долговечность и т.п.). Технологическая система определяет функциональные, эргономические и технико-экономические ограничения (предельно достижимые мощность двигателя, вместимость, скорость, надежность, безопасность и т.п.). Система обеспечения и обслуживания определяет ограничения по типу топлива, возможности ремонта и профилактики, взаимозаменяемости частей и т.п. Природная среда определяет ограничения по качеству дорог, условиям эксплуатации, загрязнению почвы, воды, воздуха и т.п. Учет совокупности ограничений позволяет выбрать функциональную схему, а затем сформулировать и решить задачу параметрической оптимизации, т.е. выбора оптимальных параметров подсистем и всей системы.

На втором уровне проект автомобиля рассматривается как полная система (совокупность функциональных подсистем), предназначенная для достижения определенных целей системами верхнего уровня (фирма, потребители). При этом критериями оценки являются полнота, качество и эффективность достижения целей за счет использования проектируемого автомобиля.

На третьем уровне определяются подсистемы автомобиля, их цели и параметры, удовлетворяющие ограничениям со стороны внешних систем и способствующие достижению целей систем верхнего уровня. Студентам предлагается продолжить рассмотрение этого примера самостоятельно в качестве упражнения.

2.3. Свойства систем

Свойства систем можно условно разделить на общие свойства, характеризующие тип системы; структурные, характеризующие особенности организации системы; динамические, характеризующие поведение системы и особенности взаимодействия с окружающей средой; отдельную группу составляют свойства, характеризующие описание и управление в системе. Перечисленные группы свойств для организационно-технических (больших) систем представлены в табл. 2. Общие свойства были рассмотрены в 3.2.2.2. К основным структурным свойствам относятся: иерархическая упорядоченность, централизация, а также вертикальная целостность и горизонтальная обособленность. К основным динамическим свойствам относятся систематизация, изоляция, стабильность, адаптивность, инерционность и ряд других. *Иерархическая упорядоченность* заключается в возможности разделения системы на подсистемы и отражает тот факт, что поведение подсистемы не может быть полностью аналогичным поведению системы. Большинство систем иерархически упорядочены. Для технических систем, в частности, это проявляется в модульном принципе построения. *Целостность* системы проявляется в том, что изменение в некоторой ее части вызывает

изменения в других частях и в системе в целом. В этом случае говорят о связном образовании. *Обособленность* проявляется в том, что система, может быть представлена в виде совокупности несвязных частей. Изменение в каждой части зависит только от самой этой части. Изменение в системе в целом есть физическая сумма изменений в ее отдельных частях. В этом случае говорят об обособлении или физически суммативном поведении. Следует отметить, что целостность и обособленность могут проявляться в одной и той же системе в разной степени.

Свойство *прогрессирующей изоляции.* Большинство неабстрактных систем изменяется во времени. Если эти изменения приводят к постепенному переходу от целостности к суммативности, то говорят, что такая система подвержена прогрессирующей изоляции. Изоляция может проявляться в виде распада, имеющего место при разрушении системы, и роста, заключающегося в возрастании деления на подсистемы; при этом возрастает дифференциация функций (процесс творчества, эволюция, развитие).

Свойство *прогрессирующей систематизации* является обратным к предыдущему и заключается в усилении прежних отношений между частями и развитии отношений между частями, не связанными между собой (унификация системы в целом). Изоляция и систематизация могут происходить в одной системе одновременно и в течение длительного времени (говорят, что система находится в равновесном состоянии) или последовательно.

Таблица 2

Основные свойства организационно-технических (больших) систем

Общие свойства системы	Структура	Динамика	Описание и управление
Искусственная	Иерархическая упорядоченность	Систематизация и рост	Неполнота (нечеткость) информации
Сложная	Вертикальная целостность	Стабильность	Многоцелевой характер описания
Открытая	Горизонтальная обособленность	Адаптивность	Неоднозначность оценок оптимальности
Дискретная (импульсная)	Централизация	Инерционность	Многовариантность управления
Динамическая		Совместимость	
		Оптимизация	

Централизация. Централизованная система – это такая, в которой один элемент или подсистема играет главную (доминирующую) роль в

функционировании всей системы. Эта часть системы называется ведущей или центром системы. При этом малые изменения в ведущей части вызывают значительные изменения в системе. Существуют как централизованные, так и децентрализованные (распределенные) системы. При этом речь идет о функциональном влиянии центра, определяющем назначение системы. Например, в измерительном приборе центр – датчик, в автомобиле – двигатель, в компьютере центр отсутствует (одинаково важны и процессор, и память). Высокоорганизованные системы также могут не быть централизованными. Например, человек имеет осевую симметрию (одинаково важны сердце и мозг). Отметим, что центр не следует отождествлять с системой управления. Например, в вузе центром является преподавательский состав, в институте – специалисты, в интегрированных производствах – техника и т.п. Целостность и систематизация могут сопровождаться прогрессирующей централизацией.

Адаптивность системы заключается в способности системы сохранять свои функции при воздействии окружающей среды, т.е. реагировать на среду так, чтобы получить благоприятные последствия для деятельности системы (обучение, эволюция в больших системах). Подчеркнем, что речь идет о функциональной адаптивности. Все системы в той или иной степени адаптивны: наименее адаптивны неживые системы; более адаптивны – биологические (живые системы) и технические системы; наиболее адаптивны социальные и организационно-технические системы. Свойство адаптивности тесно связано с *живучестью* систем, которая состоит в способности сохранять равновесие со средой.

О *стабильности* системы можно говорить относительно некоторых ее свойств (величин, переменных), если они стремятся сохраниться в определенных пределах. Система может быть стабильной в одном отношении и нестабильной в другом.

Так как наибольший практический интерес представляют организационно-технические системы, то остановимся на их особенностях. Организационно-технические системы являются динамическими и обладают свойствами адаптивности, стабильности, совместимости, а также в известной мере свойством оптимизации, заключающейся в приспособлении к среде. В силу существующих ограничений на развитие таких систем имеется тенденция к усилению оптимизации, что проявляется в необходимости оптимизации структуры, функций, минимизации затрат на развитие, в возрастании эффективности систем и т.д.

Важным свойством больших, сложных систем, типа организационно-технических, является инерционность, связанная со скоростью изменения функций. Она определяется временем отклика системы в ответ на внешнее возмущение, т.е. промежутком времени от начала возмущающего воздействия до изменения деятельности системы в нужном направлении, и зависит от возмущающего воздействия ($\tau = \tau_1 + \tau_2$, где τ_1 – время отклика управляющей подсистемы; τ_2 – время прохождения возмущения через все уровни системы). В

связи с этим системы такого типа следует рассматривать как обладающие относительными свойствами, т.е. как относительно открытые, относительно адаптивные и т.д.

Динамические свойства проявляются в полной мере, если промежуток времени, в течение которого изучается система, превышает время отклика, и если возмущающее воздействие превышает некоторый порог.

Свойство инерционности тесно связано с такими свойствами систем и их элементов, как быстродействие, жесткость, адаптируемость, стабильность и другие. Изменение свойств организационно-технических систем обусловлено объективными изменениями, происходящими в процессе развития (эволюция), и субъективными, т.е. планируемыми людьми (директивными). В силу этого существенное значение имеет полнота информации о системах. Неполнота (нечеткость) информации о системе может привести к существенному изменению ее динамических свойств (например, увеличить инерционность, замедлить рост, снизить адаптивность и т. д.). Решающим обстоятельством, оказывающим влияние на развитие таких систем, является установление оптимальных пропорций, в том числе временных, между эволюционными и директивными изменениями.

2.4. Сложность систем

Сложность является определяющим свойством систем и поэтому заслуживает отдельного рассмотрения. Сложность в применении к системам имеет разный смысл – структурная сложность, динамическая сложность, вычислительная. Обычно степень сложности оценивается количеством информации, необходимой для описания реальной системы. При таком подходе сложность ставится в зависимость от наблюдателя. Например, для нейрофизиолога мозг сложен и его адекватное описание требует много информации, для мясника мозг прост, так как ему нужно только отличить его от других сортов мяса, для чего он использует сравнительно мало информации ($\log_2 30 \approx 5$ бит). Мы будем различать сложность как свойство систем и сложность самих задач, соответственно будем говорить о сложности систем и сложности задач, последнюю называют также вычислительной сложностью. Вне зависимости от типа сложности можно выделить два принципа оценки сложности систем.

Первый принцип связан с понятием количества информации и состоит в том, что сложность системы должна быть пропорциональна объему информации, необходимой для описания этой системы (так называемая дескриптивная сложность). Одним из способов оценки дескриптивной (описательной) сложности является оценка числа элементов, входящих в систему (переменных, состояний, компонентов), и разнообразия взаимозависимостей между ними.

Второй принцип связан с понятием энтропии (мера неопределенности или неясности) и состоит в том, что сложность системы должна быть

пропорциональна объему информации, необходимому для разрешения (уменьшения) неопределенности (неясности) в системе (так называемая сложность познания). Оба принципа дополняют друг друга в том смысле, что для изучаемой системы при увеличении одной сложности уменьшается другая и наоборот (именно так соотносятся между собой количество информации и энтропия). Отметим, что при переходе от более простой системы к более сложной обе сложности – описательная и сложность познания – возрастают.

Структурная сложность включает такие составляющие, как схема связности, многообразие компонентов, число связей, сила взаимодействия. Динамическая сложность – это сложность предсказания поведения системы. Система со сложной структурой имеет сложное поведение, но обратное, вообще говоря, неверно. Вычислительная сложность определяется сложностью алгоритма, используемого для решения системных задач.

Предел Бреммерманна. Американский ученый Ханс Бреммерманн в 1962 г. получил следующий результат: "Не существует системы обработки данных, искусственной или естественной, которая могла бы обрабатывать более чем $2 \cdot 10^{47}$ бит в секунду на грамм своей массы". Этот результат может быть выведен из соотношения неопределенностей Гейзенберга.

Полученное соотношение является очень большим и не может быть достигнуто имеющимися средствами. Так при энергии лазера E = 10 Дж, воздействующей на атомную систему с частотой перехода $\Delta E \cong 10^9$ Гц (сверхтонкая структура ядерных переходов щелочно-земельных элементов) для N имеем $N \cong 10^{26}$. Соотношение реализуется для атомных пучков со скоростью, близкой к скорости света.

Используя полученный предел для обработки информации граммом массы за 1 с процессорного времени, Бреммерманн вычислил число бит, которые могла бы обработать гипотетическая компьютерная система, имеющая массу, равную массе Земли, за период, равный примерному возрасту Земли (Это вся информация, которой располагает человечество). Так как $m_3 \approx 6 \cdot 10^{27}$ г, а возраст $\approx 10^{10}$ лет, т.е. $3{,}14 \cdot 10^{17}$ с, то такой компьютер мог бы обработать $\approx 2{,}56 \cdot 10^{92}$ бит или 10^{93} бит. Это число называют пределом Бреммерманна, а задачи, требующие обработки более чем 10^{93} бит информации, называют трансвычислительными задачами.

Предел Бреммерманна является весьма строгим ограничением. Решение многих задач для систем даже небольшого размера требует большего объема информации. Например, если имеется система из n переменных с k состояниями каждая, то задача классификации системы на множестве подмножеств систем может быть трансвычислительной. Действительно, для этого необходимо обработать k^n бит информации, т е. задача становится трансвычислительной при $k^n > 10^{93}$, что выполняется при $k = 2$ и $n = 308$; $k = 3$ и $n = 194$ т.д.

Аналогичной является задача распознавания образов, решаемая на массиве $q \times q$ типа шахматной доски, причем каждая клетка может быть одного из k цветов. Всего может быть k^n шаблонов раскраски, где $n = q^2$. Тогда задача поиска наилучшей классификации шаблонов является трансвычислительной при $q = 18$, $k = 2$ или $q = 10$, $k = 9$.

Сетчатка состоит примерно из миллиона светочувствительных колбочек. Если даже считать, что каждая имеет только два состояния, то исследование сетчатки потребует $2^{10} = 10^{300000}$ бит. Та же проблема возникает при решении задачи тестирования СБИС (сверхбольших интегральных схем), например, для схемы с 308 входами и 1 выходом (тестирующий сигнал имеет два состояния).

Если задача является трансвычислительной, то чтобы ее можно было решить, она должна быть переформулирована. Наиболее распространенный способ состоит в использовании эвристик, ослаблении условий. Например, поиск приближенного (а не точного) решения, агрегирование вариантов. Одно из наиболее важных следствий из существования предела Бреммерманна состоит в том, что прежде чем решать задачу (изучать систему), надо оценить информационные запросы. Если нужно $2 \cdot 10^3$ бит, то все в порядке, если же оценка дает 10^{300} бит, то следует применять эвристические методы либо отказаться от решения такой задачи, если эффективный алгоритм отсутствует.

Вычислительная сложность. Конкретные вычислительные средства накладывают, конечно, более строгие ограничения на сложность задач, чем предел Бреммерманна – 10^{93} бит. Вычислительная сложность связана с поиском алгоритма, т. е. набора команд, описывающих план действий по решению задачи определенного типа за конечное число шагов. При рассмотрении алгоритмов используется понятие машины Тьюринга, которая представляет собой устройство, состоящее из автомата (блока управления) с конечным числом состояний и ленты. Автомат обладает памятью, что позволяет ему находиться в одном из состояний, принадлежащих конечному множеству состояний, например $Z = \{z_1, z_2, \ldots, z_n\}$. Потенциально бесконечная в обоих направлениях лента разбита на отрезки одинаковой длины – ячейки. В каждой ячейке записана буква из конечного набора букв алфавита. Одна из букв, например x_0, интерпретируется как пробел (пустая ячейка). Связь между автоматом и лентой осуществляется с помощью читающей-пишущей головки, которая может считать букву с ленты или записать ее на ленту. Одновременно головке доступна только одна ячейка. Машина Тьюринга реализует некоторый алгоритм, принимаемый за исходный при сравнении. Автомат на каждом шаге изменяет свое состояние и выполняет одно из следующих действий: а) записывает на ленту вместо текущей буквы новую; б) сдвигается по ленте на одну ячейку влево или вправо; в) прекращает вычисление (операция остановки). Машина называется детерминированной, если запрещается, чтобы любые две четверки из этого множества начинались с одной и той же пары z_c, x_r, в противном случае машина Тьюринга называется недетерминированной. Общепринятая гипотеза, известная как тезис Черча, утверждает, что если функцию можно вычислить на детерминированной машине Тьюринга, то она

считается вычислимой. Таким образом, машины Тьюринга дают аппарат, позволяющий формально определить существование алгоритмов решения различных задач. Задача считается неразрешимой, если не существует алгоритма ее решения. Для доказательства неразрешимости задачи достаточно доказать, что ее нельзя решить на машине Тьюринга. Неразрешимые задачи образуют один из трех классов задач. Во второй класс входят задачи, про которые не доказано, что они неразрешимы, но для которых не найдены решающие алгоритмы. Остальные задачи образуют класс разрешимых, т. е. они в принципе разрешимы. Однако их решение может потребовать больших затрат времени, поэтому вычислительная сложность изучается с позиций этого ресурса. На практике разрешимость задачи зависит от применяемого алгоритма, конкретной системы, имеющихся вычислительных мощностей. При заданном алгоритме время ее решения удобно представлять как переменную, зависящую от размера рассматриваемых систем. Эта переменная, называемая размерностью варианта задачи, определяет объем входной информации, необходимый для описания этих систем. Так как любой метод (алгоритм) позволяет решать несколько однотипных задач с различными исходными данными, то критерием качества метода в целом является решение наихудшего возможного случая из всех, допускающих применение данного алгоритма. При этом определяющим является общее число элементарных операций (время) как функция размерности входных данных. Таким образом, сложностью алгоритма называется выраженная в виде функции от размерности входных данных верхняя граница числа операций (времени), необходимого для выполнения алгоритма, решающего вариант задачи. Функция называется временной функцией сложности (f). Выделяют три класса задач, отличающихся скоростью роста их функций сложности.

К первому классу (классу P) относятся *полиномиальные алгоритмы* Задача называется "хорошей", или принадлежащей классу P, если для нее известен алгоритм, сложность которого составляет полином заданной постоянной степени, не зависящей от размерности входной величины n. К задачам этого класса относятся деление, извлечение корня, решение квадратного уравнения и т.п.

Ко второму классу (классу E) относятся *экспоненциальные алгоритмы*. Экспоненциальной считается задача, сложность которой порядка не менее f^n (где f – константа или полином от n), например, в случае, когда число ожидаемых ответов уже само по себе экспоненциально. Сложность соответствующих алгоритмов превосходит сложность $o(n^k)$ при любом k. Например, к этому классу относятся задачи, в которых требуется построить все подмножества некоторого множества, все клики (полные подграфы) некоторого графа; задача распознавания правильных выражений на языках с несложными алфавитами и правилами построения единиц (ее сложность превышает 2^{2^n}, где n – размерность входных данных).

При небольших n экспоненциальный алгоритм может быть более быстрым, чем полиномиальный, однако различие между этими классами задач всегда велико и проявляется при больших n. Поэтому полиномиальные алгоритмы считаются эффективными, экспоненциальные – неэффективными, а соответствующие задачи – поддающимися и неподдающимися решению.

Задачи, не попадающие ни в класс P, ни в класс E. К ним относятся:

– решение систем уравнений с целочисленными переменными;
– существование среди заданных подмножеств покрытия;
– составление расписаний (раскрасок), учитывающих определенные условия (бинарные отношения);
– существование множества значений логических переменных, которые позволяют сделать значение произвольного заданного логического выражения истинным;
– оптимизация пути коммивояжера через сеть городов;
– отбор файлов при запросе в информационный банк данных для получения информации с наименьшей стоимостью;
– размещение обслуживающих центров (телефон и т.п.) для максимального числа клиентов при минимальном числе центров;
– оптимальная загрузка емкости (рюкзак, поезд, корабль, самолет) при наименьшей стоимости;
– оптимальный раскрой (бумага, картон, стальной прокат);
– оптимизация маршрутов в воздушном пространстве, инвестиций, станочного парка;
– диагностика (болезни, поломки, дефекты печатных схем).

Все эти задачи эквивалентны по сложности. Класс хороших задач мал, остальные задачи являются трудными и решаются методами искусственного интеллекта.

Класс NP: недетерминированные полиномиальные задачи. Для большинства практических задач неизвестно, существует ли полиномиальный алгоритм их решения, но и не доказано, что они не поддаются решению. Общим для них является то, что они могут быть решены за полиномиальное время на недетерминированных машинах Тьюринга (НДМТ). Такие задачи и называют *NP*-задачами. Под решением здесь понимается, что машина может проверить правильность предложенного решения за полиномиальное время. К *NP*-задачам относятся:

– разрешимость логического выражения;

– трехцветная раскраска графа;

– построение покрытия или разбиения множества;

– построение клики (полного подграфа) из k вершин на неориентированном графе;

– задача о рюкзаке;

– разбиение числового множества на две непересекающиеся части такие, что сумма чисел в одной равна сумме чисел в другой;

– существование на ориентированном графе такого циклического маршрута коммивояжера, общая стоимость которого меньше заданного числа k.

Кроме времени важно бывает оценить также и необходимый объем памяти компьютера. Это можно сделать с помощью пространственной функции сложности. Любая задача, решаемая за полиномиальное время, решается в полиномиальном пространстве, так как за конечное время автомат использует конечное пространство (число ячеек), не большее числа шагов вычисления. Обратное неверно.

Вопросы, изложенные в этом разделе, рассмотрены в [1, 2, 3, 7, 11, 12, 13].

Вопросы для самопроверки

1. Что называется системой?
2. От чего зависит, считать объект системой или нет?
3. Какие признаки наиболее часто используют для определения системы?
4. Как различаются системы по числу элементов?
5. По каким признакам классифицируют системы?
6. В чем отличие абстрактных и физических систем?
7. Какие системы называются техническими?
8. Какие системы называются социальными?
9. Каковы особенности больших технических систем?
10. Чем различаются дискретные, непрерывные и импульсные системы?
11. В чем сходство и различие классификаций систем по С.Биру и К.Боулдингу?
12. Каковы особенности классификации систем по Дж.Миллеру?
13. Что такое элемент системы?
14. Что называется подсистемой?
15. В чем состоит процесс преобразования, происходящий в системе?
16. Что называется входным и выходным элементом системы?
17. Что является входным и выходным элементом банка, магазина, производственного предприятия, страховой компании, автотранспортного предприятия, холодильника, стиральной машины, учебного института?
18. Входами какой другой системы могут быть выходы автомобиля, банка, магазина, холодильника, производственного предприятия, учебного института? Выходы каких систем оказывают влияние на данные системы?
19. В чем состоит основное отличие входных элементов от ресурсов?

20. Что относится к ресурсам банка, учебного института, стиральной машины, магазина, автотранспортного предприятия, страховой компании, производственного предприятия, холодильника?
21. Как определяются результаты функционирования системы?
22. Что является результатом функционирования учебного института, банка, автомобиля, производственного предприятия, страховой компании, холодильника, стиральной машины, автотранспортного предприятия?
23. Как оцениваются затраты, результаты и прибыль системы?
24. Какие системы относятся к окружающей среде?
25. Объясните, что такое назначение и функция системы?
26. Какими признаками обладают системы и их элементы?
27. Как устанавливаются цели системы?
28. Объясните, для чего нужно формулировать конкретную цель при проектировании системы?
29. Какие критерии (меры эффективности) используются для оценки степени достижения цели системы?
30. Для чего в системе используются работы, задания, программы и компоненты?
31. Как определяются структура, организация, деятельность и поведение системы?
32. В чем отличие структуры системы от программы?
33. Какие системы относятся к классу автоматов?
34. Какие типы поведения характерны для автоматов?
35. Относятся ли к классу автоматов автомобиль, станок, стиральная машина, предприятие, банк, человек, институт?
36. Что такое система в целом?
37. Как и для чего определяются границы системы и окружающей среды?
38. Какие проблемы являются наиболее важными при использовании системного подхода для управления системой?
39. Как влияет установление целей на определение границ системы?
40. Как строится матрица «программы-элементы»?
41. Объясните на примере, как осуществляется управление системой?
42. В чем состоят роли планировщика и лица, принимающего решения?
43. Какие свойства систем относятся к структурным, а какие к динамическим?
44. Какие факторы влияют на свойства системы?
45. Какие свойства характерны для организационно-технических систем?
46. Как можно оценить свойства системы?
47. Для чего используется схема системного анализа, из каких шагов она состоит?
48. Как определяется сложность системы?
49. Какие типы сложности имеет система?
50. Что такое предел Бреммерманна?
51. Как классифицируются системные задачи по сложности?
52. Как работает машина Тьюринга?
53. Как определяется временная функция сложности?
54. Какие классы задач можно выделить по их функции сложности?

3. Системное моделирование

Термин системное моделирование используется в связи с построением моделей систем, а также в связи с решением проблем и задач, относящихся к сложным объектам, на основе принципов теории систем.

3.1. Основные проблемы теории систем

В зависимости от того, что является неизвестным, проблемы делятся на четыре класса: проблема анализа, проблема синтеза, проблема оценки внешней (окружающей) среды и проблема «черного ящика».

Проблема анализа. Заданы системы. Требуется определить, какие характеристики (неизвестные) они имеют в условиях заданной внешней среды. Эта задача допускает эквивалентную формулировку: какое поведение соответствует данной структуре. Как правило, задача разрешима, если ее можно решить однозначно.

Алгоритм решения проблемы анализа включает следующие шаги:

– составление модели объекта, наиболее подходящей с позиций получения требуемых функций (характеристик);

– написание программы оценки характеристик модели;

– определение характеристик объекта из его модельного представления с помощью программы оценки.

Таким образом, процесс анализа состоит из двух стадий: составление и исполнение программы. Трудность анализа состоит в том, что не существует формального метода, который позволил бы строить наиболее подходящую для заданной проблемы модель. Отыскание подходящего метода оценки включает эвристические (интуитивные) элементы и относится к проблеме синтеза. Например, проблема анализа возникает при исследовании характеристик двигателя (автомобиля, самолета) в различных режимах эксплуатации.

Проблема синтеза. Заданы требуемые характеристики, надо определить системы, которые в условиях заданной среды обеспечивают получение этих характеристик. Или в эквивалентной формулировке: дано поведение системы (иногда только ее деятельность) и множество типов ее элементов (тип – это совокупность элементов, у которых постоянное поведение одинаково). Надо найти такую структуру, которая реализует данное поведение (или поведение, вытекающее из данной деятельности) и включает лишь допустимые типы элементов.

Если данное множество типов недостаточно, то синтез системы неосуществим (на данном множестве). Множество решений может быть пустым и в случае, если число характеристик велико и они противоречат друг другу. Поэтому характеристики рекомендуется задавать в мягкой форме (в виде

интервалов, словесных высказываний и т.п.) Во всех других случаях решение не однозначно, так как обычно в реальном мире существует большое количество объектов с одинаковыми функциями (характеристиками), и среди них надо выбрать такой, который бы обладал всей совокупностью заданных для него характеристик. Поэтому выдвигаются другие, дополнительные требования к допустимым решениям, например минимальные затраты, максимальная надежность системы и т. д. Проанализировав структуру, можно выяснить, правильно ли проведен синтез. Практически задача синтеза не может быть сформулирована без заданного разделения величин на входные и выходные, т. е. мы имеем дело с синтезом автоматов. Синтез более сложен, чем анализ. Последний может быть выполнен интуитивно, а синтез требует применения эффективных методических средств, т. е. совершенно другого подхода.

Алгоритм синтеза состоит из следующих шагов:

– создание исследовательской модели;

– анализ этой модели как решение проблемы анализа и определение ее

функций;

– сравнение полученных результатов с заданными требованиями и

прекращение поиска решения, если результаты и требования совпадают, или же возврат к первому шагу, если совпадение не получено.

Этот процесс имеет итерационный характер и является более сложным, чем анализ, так как включает в себя саму проблему анализа. Особенностью процесса синтеза является необходимость поиска для достижения цели, причем результаты вычислений на стадии анализа влияют на весь последующий процесс: модель проблемы синтеза корректируется, и вновь изменяется получаемое при анализе решение. В один и тот же цикл решения проблемы синтеза включается как стадия определения алгоритма, так и стадия его выполнения. Например, проблема синтеза возникает при проектировании двигателя (автомобиля, самолета), пригодного для заданных условий эксплуатации.

Проблема оценки внешней среды. Заданы системы и их характеристики, надо получить такую среду (неизвестную), в условиях которой системы проявляют заданные характеристики. Алгоритм решения проблемы такой же, как и в случае проблемы синтеза, где в качестве объекта исследования выступает окружающая (внешняя) среда.

Проблема «черного ящика». Исследуется система с неизвестной организацией и неизвестным поведением («черный ящик»), с которой можно проводить эксперименты и регистрировать ее деятельность. Таким образом, «черный ящик» определяется множеством величин и соответствующим уровнем анализа. Сложность проблемы в том, что пока не известна организация, мы можем определить только относительно постоянное

поведение, соответствующее деятельности системы, а затем гипотетическую структуру. Эксперимент с «черным ящиком» включает следующие шаги:

– изоляцию его от других воздействий;

– контролируемое воздействие на «черный ящик» в ходе эксперимента;

– запись всех пар «вход (стимул) – выход (реакция)».

Затем проводится моделирование зависимости реакции от входного воздействия (стимула) и определяются модели поведения и программы. Совпадение с экспериментом проверяется по критериям согласия. По известному поведению решением задачи синтеза определяется структура системы. Процесс детализации структуры ограничен точностью измерения (оценки) параметров модели поведения.

3.2. Задачи распределения ресурсов в системах

Наряду с рассмотренными типами проблем имеется класс задач, связанных с оптимальным распределением ресурсов в системах, которые изучаются в теории исследования операций. Приведенные ниже традиционные формулировки задач соответствуют полной информационной определенности. Реальные задачи приходится решать в условиях риска, неопределенности и неясности, что изменяет их информационное содержание и результаты (см. главу 5). Системный подход играет важную роль при постановке задач и их неформальном анализе.

Задача планирования производства. Некоторое предприятие производит n типов продукции, затрачивая при этом m типов ресурсов. Известны следующие параметры: a_{ij} – количество i-го ресурса, необходимого для производства единичного количества j-й продукции; $a_{ij}\geq 0$ (i=1,…,m; j=1,…,n); b_i – запас i-го ресурса на предприятии, $b_i>0$; c_j – цена единичного количества j-й продукции, $c_j>0$. Предполагается, что затраты ресурсов растут пропорционально объему производства. Пусть x_j – планируемый объем производства j-й продукции. Тогда допустимым является только такой набор производимой продукции $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, при котором суммарные затраты каждого вида i-го ресурса не превосходят его запаса:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i\,; i=1,\ldots,m\,. \qquad (3.2.1)$$

Кроме того, имеем следующее естественное ограничение:

$$x_j \geq 0\,; j=1,\ldots,n\,. \qquad (3.2.2)$$

Стоимость набора продукции x выражается величиной $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$. Задача планирования состоит в том, чтобы среди всех векторов x, удовлетворяющих

ограничениям (3.2.1), (3.2.2), найти такой, при котором стоимость набора продукции принимает наибольшее значение

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max . \qquad (3.2.3)$$

Реальные задачи планирования редко представимы в столь идеальном виде, обычно приходится действовать в условиях риска или неопределенности. Для формализации задачи требуется затратить немало усилий, точнее, как говорил известный персонаж Эркюль Пуаро, понадобится «включить серые мозговые клеточки». В частности, определение параметров a_{ij}, b_i, c_j связано с используемой технологией, а последняя, в свою очередь, зависит от стратегии фирмы. На установление цены влияют цель и стратегия фирмы, ее положение на рынке и другие факторы. Появляются вмененные издержки (так называемые теневые цены), связанные с ослаблением или ужесточением ресурсных ограничений задачи. Эти издержки могут быть определены решением двойственной задачи линейного программирования. В реальных условиях невозможно получить точное оптимальное решение и определить истинное значение вмененных издержек.

Транспортная задача. Некоторая продукция хранится на m складах и потребляется в n пунктах. Известны следующие величины: a_i – запас продукции на i-м складе, $a_i>0$ (i=1,…,m); b_j – потребность в продукте на j-м пункте, $b_j>0$ (j=1,…, n); c_{ij} – стоимость перевозки единичного количества продукции с i-го склада в j-й пункт, $c_{ij}>0$. При этом предполагается, что суммарные запасы равны суммарным потребностям:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j . \qquad (.3.2.4)$$

Транспортная задача сводится к задаче линейного программирования следующего вида:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min , \qquad (3.2.5)$$

при условиях $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i , \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j , \; x_{ij} > 0 ,$

где x_{ij} – количество продукции, перевозимой с i-го склада в j-й пункт.

Таким образом, надо организовать перевозки продукции со складов в пункты потребления, чтобы при полном удовлетворении потребностей минимизировать суммарные транспортные потери. При этом условие (3.2.4) является необходимым и достаточным для существования, по крайней мере, одной матрицы перевозок $\{x_{ij}\}$, удовлетворяющей ограничениям задачи (3.2.5). Сказанное выше о задаче планирования в равной мере относится к транспортной задаче. Здесь неформальными параметрами являются c_{ij}. Определение стоимости перевозки c_{ij} зависит от ряда факторов, в частности от парка автомобилей, положения автотранспортного предприятия на рынке услуг,

стратегии предприятия, государственных субсидий и т.п. На нее влияет также наличие приоритетов потребностей на разных пунктах, выбор маршрутов и т.д. Кроме того, условие (3.2.4) является скорее гипотетическим, чем реально выполняемым на практике, так как запасы и потребности определяются разными системами (разными ЛПР). Здесь также имеют место вмененные издержки, связанные с работой в условиях риска.

Задача планирования и транспортная задача решаются методами линейного программирования, например симплекс-методом. К этому же классу относится так называемая задача о рационе. Мы рассмотрим ее в более общей постановке.

Задача обеспечения потребностей. Для функционирования системы необходимы m ресурсов, получаемых из n типов сырья. Известны следующие величины: a_{ij} – количество i-го ресурса, которое может быть получено из единичного количества j-го типа сырья, $a_{ij} > 0$ (i=1,…,m; j=1,…, n); b_i – минимальное количество i-го ресурса, необходимое для работы системы в течение определенного времени, $b_i > 0$; c_j – цена единичного количества j-го типа сырья, $c_j > 0$. Задача состоит в том, чтобы минимизировать затраты на сырье, требуемое для нормальной работы системы:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min, \qquad (3.2.6)$$

при условиях $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i;\ i = 1,...,m,\ x_j \geq 0;\ j = 1,...,n,$

где x_j – искомое количество j-го типа сырья, необходимое для обеспечения нормальной работы системы в течение определенного времени при минимальных затратах на сырье.

Сказанное выше о задаче планирования относится и к этой задаче, так как величины a_{ij}, b_i, c_j зависят от технологий, стратегии обеспечения, приоритетов потребностей и т.п. Могут появляться также вмененные издержки, связанные с отклонением спроса от предложения и неопределенностью информационной среды задачи.

Задача составления расписаний. Такая задача возникает при планировании работ, составлении проектов сложных технических или экономических систем. Задача заключается в следующем: найти такое распределение ресурсов и такое назначение очередности работ, при которых совокупность работ, составляющих проект, будет выполнена за минимальное время. При этом предполагаются известными: а) перечень работ p_1, p_2,…, p_n; б) ресурс (люди, оборудование, сырье, деньги и т. п.), необходимый для выполнения работы p_i (i=1,…, n).

Неформальный характер задачи составления расписаний обусловлен установлением приоритетов в выполнении работ и расходовании ресурсов на реализацию проекта, что, в свою очередь, зависит от значимости проекта, согласованности целей заказчиков и проектировщиков, эффективности используемых технологий, работы смежных (субподрядных) организаций,

объема имеющихся ресурсов по сравнению с требуемыми и т.п. Здесь также имеют место вмененные издержки.

В заключение отметим, что более сложные постановки приведенных задач должны учитывать характер взаимосвязей систем в рамках общей системы. В литературе наиболее продвинутым является случай систем с жесткой централизацией [7].

В качестве примера рассмотрим задачу сетевого планирования и распределения ресурсов. В некотором проекте заданы работы, их взаимозависимость (рис.1) и продолжительность (табл. 3). Нужно найти такую последовательность работ в сети, которая потребует наибольшего времени для своего выполнения, и определить возможность сокращения сроков выполнения проекта.

Таблица 3

Продолжительность работ и затраты на разработку проекта

Работа	Наибольшая продолжительность, наименьшие затраты		Нормальные продолжительность и затраты		Наименьшая продолжительность, наибольшие затраты	
	Количество недель	Затраты, млн руб	Количество недель	Затраты, млн руб	Количество недель	Затраты, млн руб
S_1	4	9	4	9	4	9
S_2	10	30	9	36	8	42
S_3	3	6	3	6	3	6
S_5	8	18	7	21	6	24
S_6	6	15	5	18	4	19
S_7	5	11	5	11	5	11
S_8	4	8	4	8	4	8
S_{10}	6	14	5	16	4	18
Суммарные затраты		106		124		140

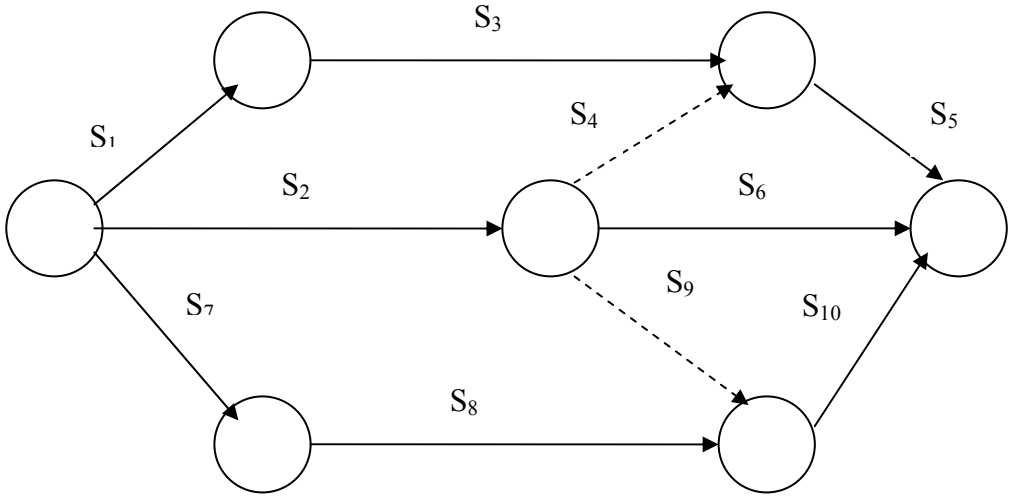

Рис. 1. Сетевой график проекта. Работы S_4 и S_9 называются фиктивными, время их выполнения равно 0. Они показывают, что работы S_5 и S_{10} могут начаться только после завершения работ S_1, S_3 и S_7, S_8 соответственно.

При решении задачи используется метод критического пути PERT (Program Evaluation Review Technique). При этом рассчитываются:

1. t_0 – самое раннее время, когда работа может быть начата;

2. t_1 – самое раннее время, когда работа может быть завершена; $t_1 = t_0 + \Delta t$, где Δt – продолжительность выполнения работы;

3. t_3 – самое позднее время, к которому работа может быть завершена без угрозы срыва плана. Это время может совпадать с плановой датой завершения всего проекта;

4. t_2 – самое позднее время, когда работа может быть начата без угрозы нарушения графика завершения проекта: $t_2 = t_3 - \Delta t$, где Δt – продолжительность выполнения работы;

5. t_4 – суммарное время задержек (запаздывания или отклонения от графика) без угрозы невыполнения проекта в срок: $t_4 = t_2 - t_0 = t_3 - t_1$.

Суммарные запаздывания в ходе работ можно рассматривать как меру эффективности сетевого графика проекта. Определим те работы, для которых t_4 минимально или равно нулю, т.е. находящиеся на критическом пути. Будем считать, что продолжительность работ может быть сокращена за счет увеличения прямых расходов. Критический путь рассчитывается вначале для работ с наибольшей продолжительностью и наименьшими затратами.

Начиная слева направо, подсчитаем для каждой работы в сети ее самое раннее время начала (t_0) и самое раннее время окончания (t_1). Эти значения приведены в табл. 4.

Таблица 4

Расчет критического пути для наименьших затрат на работы в сетевом представлении проекта

Работа	Продолжительность, недель	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4
S_1	4	0	4	3	7	3
S_2	10	0	10	0	10	0*
S_3	3	4	7	7	10	3
S_5	8	10	18	10	18	0*
S_6	6	10	16	12	18	2
S_7	5	0	5	3	8	3
S_8	4	5	9	8	12	3
S_{10}	6	10	16	12	18	2

Примечание: * – критические значения.

Самое раннее время окончания работы S_5 равно 18 недель. Если принять его в качестве плановой даты завершения всего проекта, то самым поздним временем завершения t_3 для работ S_5, S_6 и S_{10} также будет 18 недель. Двигаясь теперь в обратном направлении по сетевому графику, т.е. справа налево, найдем соответствующие значения t_2 для каждой работы. Затем определяем полное время задержек t_4. Значения t_2, t_3 и t_4 также приведены в табл. 4.

Время суммарной задержки для работ S_2 и S_5 равно нулю, и критический путь определяется так $S_2 \rightarrow S_4 \rightarrow S_5$. Длина критического пути составляет 18 недель. Прямые затраты на самом продолжительном пути составляют 106 млн. руб. Для того, чтобы минимизировать полные затраты за счет снижения косвенных затрат, нужно сократить указанные отрезки времени, т.е. длительность выполнения работ S_2 и S_5. В соответствии с данными табл. 3 продолжительность некоторых работ может быть сокращена за счет увеличения затрат на них. В рассматриваемом примере можно уменьшить продолжительность работ S_2, S_5, S_6, S_{10} путем увеличения затрат на их выполнение.

Работа	Дополнительные затраты на одну неделю, млн руб.
S_2*	6
S_5*	3
S_6	2
S_{10}	2

Продолжительность работы S_2 можно сократить на два дня вложением дополнительно 12 млн руб.; продолжительность работы S_5 можно также сократить на два дня путем вложения 6 млн. руб. После этого работы S_6 и S_{10} становятся критическими.

В табл. 5 приведены данные о продолжительности выполнения проекта и изменении его стоимости в связи с сокращением продолжительности выполнения. Оптимальная общая стоимость проекта составляет 224 млн. руб. при продолжительности 16 недель.

Данные таблицы показывают, как достигается компромисс при учете прямых и косвенных издержек. С одной стороны, с уменьшением времени выполнения проекта растут прямые расходы. С другой стороны, косвенные расходы уменьшаются.

Таблица 5

Изменение расходов из-за сокращения времени выполнения проекта

Продолжительность выполнения проекта, недель	Увеличение прямых расходов, млн. руб.	Прямые расходы, млн. руб.	Косвенные расходы, млн. руб.	Общая стоимость проекта, млн. руб.
18	-	106	124	230
17	3	109	118	227
16	3	112	112	224 (минимум)
15	6	118	107	225
14	6	124	102	226

3.2.1. Методы ранжирования систем

В этом подразделе будут рассмотрены методы анализа структуры систем. Любой объект (элемент, подсистема, компонент), как уже неоднократно отмечалось, является частью более общей системы, в рамках которой он связан отношениями с другими объектами. При анализе и моделировании структуры системы мы должны определить тип отношения (отношений), которое важно для достижения цели или выполнения функции системой. Например, если мы рассматриваем технологический процесс с точки зрения его организации, то нас, прежде всего, интересует последовательность его элементов (операций). Если мы рассматриваем тот же процесс с точки зрения трудоемкости или качества продукции, то нас интересуют уже другие отношения, например, какая операция лучше или менее трудоемкая и т.д. Точно так же, если мы рассматриваем проблему диагностики, то нас интересует отношение между причинами неисправностей. Расположение объектов по степени выполнения

некоторого отношения (отношений) называется ранжированием объектов или расположением по уровням порядка.

Рассмотрим процедуру ранжирования более подробно на языке отношений. В соответствии с определением система представима в виде множества элементов с отношениями (мы ограничимся бинарными отношениями)

$$S = \{X, R_1, ..., R_n\}, \qquad (3.2.7)$$

где X – множество элементов, а R_1, … , R_n – отношения (бинарные), заданные на элементах множества и определяющие связи между ними. Чем больше известно отношений между элементами, тем сложнее структура системы. В простейшем случае, когда известно (задано) одно отношение, система принимает вид

$$S = \{X, R\}. \qquad (3.2.8)$$

Отношение R сопоставляет некоторому элементу x_i множества X другой элемент x_j из этого же множества, так что образуется упорядоченная пара. Записывают $(x_i, x_j) \in R$ или $x_i R x_j$. Многие отношения не являются симметричными, т.е. если $x_i R x_j$, то необязательно, что $x_j R x_i$. Более подробно свойства отношений обсуждаются в § 5.3., так как для нашего рассмотрения это не имеет значения. Наиболее часто используются на практике следующие типы отношений:

а) порядок (например, один элемент больше либо меньше другого, лучше или хуже другого и т.д.);

б) предпочтение (один элемент не больше либо не меньше другого, не лучше или не хуже другого и т.п.);

в) эквивалентность (один элемент подобен другому по какому-либо свойству, например, по назначению);

г) причина–следствие (один элемент является причиной или следствием другого, например, как причина и признак неисправности).

Существуют и другие типы отношений, например, сходство, различие, тождество и т.п. Отметим, что не любое множество элементов образует систему, а лишь такое, на элементах которого задано некоторое отношение. Мы хотим определить порядковую структуру системы, соответствующую данному отношению. Эта процедура, как отмечалось выше, называется ранжированием элементов или расположением элементов в порядке очередности по заданному отношению. Рассмотрим сначала систему, не содержащую циклов. Пусть X – конечное множество, на элементах которого задано отношение порядка R «Существует путь из элемента x_i в элемент x_j, или x_i предшествует x_j». Пусть для определенности элементы x_i – это этапы выполнения некоторого инвестиционного проекта. Отношение R принято задавать матрицей инциденций, которая получается на основе изучения реального объекта, в нашем случае инвестиционного проекта. Эта матрица представляет собой булеву матрицу, состоящую из нулей и единиц, в которой единица означает,

что между соответствующими элементами выполняется отношение R, а нуль – что не выполняется. Для нашего случая определим матрицу инциденций в виде:

R	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
x_1				1			1		1			(1)		
x_2			1		1									1
x_3						1		1						
x_4													1	
x_5										1				
x_6													1	
x_7											1			
x_8									1					
x_9										1	1	1	1	
x_{10}														1
x_{11}														1
x_{12}														1
x_{13}														1
x_{14}														

Примечание. Единица в скобках может быть опущена, так как ее наличие определяется свойством транзитивности.

В этой матрице пустые места означают нули. Единица, например, в ячейке (x_1, x_4) означает, что x_1 предшествует x_4 и т.д. Таким образом, мы получили систему. Назовем ее условно «инвестиционной системой», так как каждому этапу проекта соответствует определенная доля инвестиций. Требуется разбить множество этапов на группы по степени проявления отношения R, т.е. по порядку следования. Для выделения уровней порядка применяется *алгоритм ранжирования.*

Шаг 1. Определим вектор-строку A_0, равную сумме строк исходной матрицы. Напомним, что матрица является объединением своих строк-векторов, поэтому сложение строк осуществляется покомпонентно. Имеем

$$A_0 = (0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 1\ 3\ 5).$$

Нули в строке A_0 соответствуют элементам, которым не предшествуют никакие другие элементы. В нашем случае это элементы x_1, x_2. Они образуют первый порядковый уровень: $\{x_1, x_2\} – N_0$ (1-й порядковый уровень).

Шаг 2. Преобразуем строку A_0 следующим образом:

а) нули заменим знаком «крест» ×;

б) исключим из строки значения, соответствующие «нулевым» операциям, выделенным на шаге 1, т.е. в нашем случае операциям x_1 и x_2.

В итоге преобразования получим строку A_1:

$$A_1 = (\times \times 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 4)$$

Новые нули в строке A_1 соответствуют элементам x_3, x_4, x_5, x_7, которые образуют 2-й порядковый уровень: $\{x_3, x_4, x_5, x_7\} - N_1$ (2-й порядковый уровень).

Шаг 3. Действуя аналогично шагу 2, преобразуем строку A_1 и получаем строку A_2:

$$A_2 = (\times \times \times \times \times 0 \times 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 4).$$

Аналогично запишем $\{x_6, x_8\} - N_2$ (3-й порядковый уровень).

Шаг 4. Повторяя шаг 2, получаем

$$A_3 = (\times \times \times \times \times \times \times \times 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 4).$$

$\{x_9\} - N_3$ (4-й порядковый уровень).

Шаг 5. $A_4 = (\times \times \times \times \times \times \times \times \times 0\ 0\ 0\ 0\ 4)$.

$\{x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}\} - N_4$ (5-й порядковый уровень).

Шаг 6. $A_5 = (\times \times \times \times \times \times \times \times \times \times \times \times \times 0)$.

$\{x_{14}\} - N_5$ (6-й порядковый уровень).

Таким образом, структура системы состоит из отдельных элементов и шести порядковых уровней, объединяющих группы элементов по степени проявления отношения R, т.е. по порядку следования.

Рассмотрим теперь систему с циклами, имеющую более сложную структуру. Отметим, что для использования алгоритма ранжирования, изложенного выше, необходимо появление новых нулей на каждом шаге. Если нули отсутствуют в первой или какой-то из последующих строк, то это является свидетельством, что система содержит циклы, т.е. циклические связи некоторых элементов между собой. Говорят, что два элемента x_i и x_j связаны циклом, если существует путь из x_i в x_j и обратно. Путь понимается здесь как связь элементов через отношение R между ними. Цикл может быть простым $x_i \to x_j \to x_i$, составным $x_i \to x_k \to x_m \to \ldots \to x_n \to x_i$ или автоциклом $x_i \to x_i \to x_i$. Простой цикл будем обозначать $x_i \leftrightarrow x_j$, составной $x_i \leftarrow - \to x_j$, автоцикл $x_i \leftrightarrow x_i$.

Определим систему. Пусть для определенности элементами множества X являются дефекты продукции $X = \{x_1, x_2, ..., x_8\}$. Зададим отношение R «Дефект x_i не менее значим, чем дефект x_j». Назовем полученную систему условно «диагностической системой». Задача состоит в разбиении множества X на группы по степени проявления отношения R, т.е. по степени значимости. На основе информации о дефектах, полученной по результатам контроля продукции, составлена матрица инциденций:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	1			1			1	1
x_2		1				1		
x_3			1		1			1
x_4				1		1	1	1
x_5					1			
x_6		1				1		1
x_7	1			1			1	
x_8			1					1

Так как отношение R является отношением предпочтения, то на главной диагонали стоят единицы. Легко видеть, что вектор-строка A_0, равная сумме строк исходной матрицы, не содержит нулей, следовательно, алгоритм предыдущего примера не применим. Рассматриваемая система содержит циклы, и, чтобы свести задачу к более простой, их нужно исключить. Применим алгоритм ранжирования.

Шаг 1. Проведем анализ исходной матрицы с целью выявления циклов в системе. Анализ проводится построчно сверху вниз, начиная с первой строки. В первой строке исходным является элемент x_1. Нам нужно выявить все пути, ведущие из x_1, в том числе и через другие элементы, обратно в x_1. Анализ показывает, что элементы x_1, x_4, x_7 образуют класс эквивалентности C_1, содержащий составной цикл и простой цикл, а также три автоцикла. Исходным во второй строке является элемент x_2. Получаем аналогично, что элементы x_2, x_6 образуют класс эквивалентности C_2, содержащий простой цикл и два автоцикла. В третьей строке с исходным элементом x_3 элементы x_3, x_8 образуют класс C_3, состоящий из простого цикла и двух автоциклов. Четвертая строка не анализируется, так как элемент x_4 уже входит в класс C_1. В пятой строке исходный элемент x_5 изолированный и образует класс C_4, состоящий из автоцикла. Шестая строка не анализируется, так как элемент x_6 входит в класс C_2. По той же причине не анализируются элементы x_7 и x_8, входящие в классы C_1 и C_3 соответственно. Таким образом, исходная система содержит четыре класса эквивалентности, объединяющих элементы, связанные циклами.

Шаг 2. Используем результат предыдущего шага для исключения циклов в матрице. С этой целью заменим в матрице единицы, соответствующие связям элементов, попавших в один и тот же класс эквивалентности, нулями. Получаем преобразованную матрицу, в которой нули показаны только в ячейках с замененными единицами. Преобразованная матрица циклов уже не содержит, и к ней применим алгоритм предыдущего примера.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	0			0			0	1
x_2		0				0		
x_3			0		1			0
x_4				0		1		1
x_5					0			
x_6		0				0		1

x_7							0	
x_8			0					0

Шаг 3. Образуем вектор-строку A_0, равную сумме строк преобразованной матрицы: A_0 = (0 0 0 0 1 1 0 3). Выпишем нулевые элементы (x_1, x_2, x_3, x_4, x_7). Отдельные элементы нивелированы (устранены), и мы должны оперировать классами эквивалентности. Элементы x_1, x_4 и x_7 образуют класс C_1, который и показывается на первом порядковом уровне $\{\{C_1\}\}$ – N_0 (1-й порядковый уровень). Элементы x_2, x_3 самостоятельно класс не образуют, так как им не хватает «партнеров» – элементов x_6 и x_8 соответственно. Поэтому элементы x_2 и x_3 на этом уровне не показываются.

Шаг 4. Преобразуем строку A_0 так же как в предыдущем примере, заменяя нули крестами и исключая значения, соответствующие всем нулевым элементам ($x_1\, x_2\, x_3\, x_4\, x_7$). Получаем строку A_1 = (× × × × 0 0 × 1). Выписываем нулевые элементы ($x_5\, x_6$). Элемент x_6 с ранее выделенным элементом x_2 образует класс C_2. Элемент x_5 образует класс C_4. Имеем $\{\{C_2\}, \{C_4\}\}$ – N_1 (2-й порядковый уровень).

Шаг 5. Наконец, преобразуя A_1 аналогично предыдущему, получаем строку A_2 = (× × × × × × × 0). Нулевой элемент x_8 с ранее выделенным элементом x_3 образует класс C_3, который показывается на этом уровне. Имеем $\{\{C_3\}\}$ – N_2 (3-й порядковый уровень).

Таким образом, структура системы является более сложной, чем в предыдущем примере, так как в ней имеется два типа отношений (предпочтения и эквивалентности) между элементами. Структура системы состоит из трех порядковых уровней, четырех классов эквивалентности и отдельных элементов.

В заключение отметим, что методы ранжирования позволяют моделировать структуру системы, определяемую отношениями между элементами. Сами же отношения отражают цели, для которых используется система.

3. 3. Моделирование поведения систем

В этом разделе рассматриваются общие закономерности моделирования поведения систем. Интерес представляет, прежде всего, математическое моделирование, т.е. возможность формализованного описания систем. Применительно к системам модели могут быть качественными декларативными и носить характер описания свойств. Такие модели полезны, так как способствуют пониманию, но если мы хотим что-то точно предсказать, проверить, рассчитать или сделать, то необходимы формальные количественные модели. Построение модели определяется целью исследования или, иными словами, чтобы получать разумные ответы, нужно задавать разумные вопросы. Основными требованиями к модели являются удобство и

адекватность. Удобство модели определяется степенью ее детализации и формой представления, возможностью интерпретации ее параметров. Адекватность модели характеризует ее пригодность для описания системы и достижения цели исследования. В первом случае модель должна быть достаточно простой, во втором – достаточно сложной. Эти критерии противоречивы или, лучше сказать, взаимно дополнительны, как если бы некто, разглядывая объект в микроскоп, пытался сохранить и детали, и поле зрения. Еще одним критерием является полнота, или универсальность модели. Применительно к сложным системам это требование редко выполняется. Скорее имеет место множественность моделей, фиксирующая уровень нашего незнания и ограниченные возможности экспериментирования и проверки истинности (верификации) моделей, а без наличия новых фактов, требующих объяснения, процесс моделирования лишен необходимой основы. Мы вынуждены по части судить о целом, что почти всегда приводит к неоднозначности построения (синтеза) модели. Проблема синтеза не решается однозначно без дополнительных ограничений, выдвигаемых самим исследователем. Конечно, играет роль и феноменология, т.е. умозрительные построения, но это часто не устраняет неоднозначности. Эмпирические модели строятся на основе обобщения экспериментальных фактов, относящихся ко всем системам данного типа, методом индукции. К этому классу относятся, например, регрессионные модели, параметры которых определяются из экспериментальных данных. Теоретические модели строятся методом доказательства из исходных общих посылок (предположений), которые сами принимаются без доказательства и не противоречат опыту. К этому классу относятся, например, формальные логические модели.

Основная трудность при моделировании системы, если мы хотим определить причины поведения, состоит в выборе существенных переменных (параметров) и установлении инвариантов – функций параметров, остающихся неизменными при некоторых (допустимых) преобразованиях переменных, определяемых симметрией системы. Мы рассмотрим три уровня организации: неживые системы, биологические (живые) системы и социальные системы (человек, общество), что обусловлено качественно различными уровнями абстракции при моделировании и выборе существенных переменных.

Неживые системы. Общим для них является то, что основную роль играют здесь физические законы, устанавливающие физические ограничения на выбор существенных переменных и допустимых преобразований. В свою очередь, физические законы являются следствием свойств симметрии пространства – времени (однородность, изотропность), что приводит к инвариантности законов относительно трансляций, вращений и т.п. Любой закон сохранения (вещества, энергии и т.п.) является следствием инвариантности некоторой функции существенных переменных относительно группы допустимых преобразований для данной системы, например относительно перестановки правого и левого, пространственного отражения в начале координат, малых вращений в произвольной точке, инвариантность относительно произвольного бесконечно

малого преобразования координат, калибровочная инвариантность уравнений вещества и поля и т.п. Общим для систем этого уровня является механизм поддержания равновесия с окружающей средой – энтропийный механизм. Он состоит в том, что система может сохранять равновесие со средой только путем увеличения энтропии или, иными словами, при возрастании неопределенности в системе и ее разрушении.

Из сказанного отнюдь не следует, что уровень неживых систем является однородным с точки зрения моделирования. Здесь используются модели разной степени общности в зависимости от цели исследования. Наиболее характерными из них являются *причинные модели*, *статистические модели*, *квантовомеханические модели*.

Биологические системы. Для живых систем также выполняются физические законы и физические ограничения. Нас может интересовать перемещение системы в пространстве или физические процессы в организме на клеточном уровне. Однако сущность живых систем иная. Основное их свойство состоит в наличии ощущений, и этим обусловлены выбор существенных переменных, а также все закономерности и модели поведения живых систем. Основная задача для биологических макросистем состоит в изучении поведения системы во взаимоотношении с окружающей средой, которое определяется в терминах существования сообществ биологических видов, трофических связей (кто кого ест). Развитие биологических видов обусловлено такими законами, как естественный отбор, выживание наиболее приспособленного, борьба за существование, модификация видов посредством вариации, вымирание и дивергенция (расхождение) признаков и т.п. Для живых систем характерны целесообразные действия, поэтому их модели в качестве существенных переменных содержат такие величины, как вход (стимул), выход (реакция), обратная связь, информация, цель, функция. В основном, используются эмпирические модели в виде зависимостей выхода от входа, включающие линейную комбинацию переменных и взаимодействия разных порядков с неизвестными коэффициентами, которые определяются на основе опытных фактов.

Общим для взаимоотношения живых систем с окружающей средой является то, что наряду с энтропийным механизмом поддержания равновесия, появляются новые: гомеостатический и морфогенетический. Гомеостатический механизм основан на поддержании стабильности (гомеостазиса), т. е. той области значений внешних параметров (параметров среды), внутри которой возможно существование организма. Достигается это или изменением функций в ответ на внешнее воздействие, или изменением окружающей среды. Любая живая система обладает рецепторами (датчиками, сенсорами), позволяющими ей оценивать свое положение относительно границы гомеостазиса (x) и способностью к определённым действиям (u). Получая информацию (сигнал) из окружающей среды, она формирует свои действия в зависимости от характера информации с помощью обратной связи так, чтобы остаться в области гомеостазиса $u = f(x)$. Морфогенетический механизм связан с перестройкой

структуры системы и новым ростом и проявляется, когда возможности гомеостатического механизма исчерпаны.

Биологические системы относятся к классу самоуправляемых систем рефлексивного типа.

Искусственные технические системы с точки зрения моделирования поведения можно отнести к живым системам, так как они являются копиями живых систем, созданными людьми для выполнения заданных функций (достижения заданных целей). Для живых систем наряду с физическими ограничениями (ограничениями условий) важными становятся целевые (критериальные) ограничения, которые система устанавливает сама для поддержания равновесия со средой. Для технических систем целевые (критериальные) ограничения устанавливаются людьми при проектировании и использовании этих систем. При этом физические ограничения влияют на целевые и должны ими учитываться.

Социальные системы. Для социальных систем также имеют место физические ограничения, на них накладываются биологические ограничения. Нас может интересовать перемещение систем в пространстве, ощущения и инстинкты людей и т.п. Однако сущность социальных систем иная. Основное их свойство состоит в разумности, и этим свойством обусловлены выбор существенных параметров и все закономерности и модели поведения социальных систем. Поведение этих систем реализуется в форме разумной деятельности, направленной на достижение определенных целей. Закрепление и передача опыта происходит не путем эволюции, естественного отбора и накопления полезных признаков (хотя и это имеет место), а главным образом, посредством обучения на основе накопления знаний, обмена знаниями и их распространения в масштабах человеческого общества. Модели поведения социальных систем в качестве существенных переменных содержат такие величины, как затраты, ресурсы, продукция, эффект, результат, польза и т.п., понимаемые в широком смысле.

Обратные связи, возникающие в социальных системах, не могут быть описаны с помощью функций поведения рефлексивного типа. При моделировании таких систем необходимо учитывать процедуры обработки информации из-за их сложности, длительности, запаздывания, вносимых искажений, но главное, из-за изменения характера поведения, которое зависит от мировосприятия и описывается в терминах принятия решений на основе получаемой информации. Решение зависит от информации сложным образом, при этом зависимость не является однозначной. Кроме того, сложность связана с тем, что любая группа, любой отдельный человек в рамках социальной системы имеют свои цели и средства их достижения. Основными системными целями являются сохранение (улучшение) условий функционирования, расширение деятельности системы, минимизация усилий, получение пользы и т.п.

Гомеостатический механизм проявляется специфическим образом в форме выработки, принятия и реализации решений. Когда возможности системы в рамках гомеостатического механизма исчерпаны, используется морфогенетический механизм (перестройка, реорганизация системы).

Рассмотрим некоторые наиболее характерные классы моделей, применяемые для описания поведения систем.

Модели «вход – выход» являются наиболее распространенными. Их можно условно разделить на четыре группы: структурно-параметрические, функционально-операторные, информационные и модели целевого управления. С каждым типом модели связан определенный «удобный» способ описания.

В моделях первой группы результат функционирования (выход) системы y представляется в виде функции, зависящей от элементов системы (их характеристик, переменных) x_i и отношений между ними R_{ik}:

$$y = f(x_i\, R_{ik}), i = 1,...,m; k = 1,...,n \qquad (3.3.1)$$

Этот тип модели характерен для замкнутых и относительно замкнутых систем и соответствует «микроописанию» системы, когда может детально рассматриваться структура системы. Наиболее известная модификация (3. 3.1) представляется как линейная комбинация аргументов и их взаимодействий разного порядка. Тогда (3.3.1) принимает вид

$$y = \sum_{i=1}^{m} a_i x_i + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k}^{n} b_{ik} x_i x_k + ... \qquad (3.3.2)$$

Выражение (3.3.2) в простейшем случае может быть записано в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности некоторой точки, тогда оно описывает изменение величины y.

В моделях второй группы результат функционирования (выход) системы представляется в виде преобразования входного элемента x под действием последовательности операторов:

$$y = R_n \circ ... \circ R_1 x, \qquad (3.3.3)$$

где R_1, R_2,…, R_n – операторы, описывающие процесс преобразования входного элемента. Эта модель соответствует алгоритмическому описанию поведения системы.

Модели третьей группы имеют вид

$$I_1^{(n)} = F_1(I_2^{(n-1)}, K^{(n-1)}), I_2^{(n)} = F_2(I_1^{(n)}, K^{(n)}), \qquad (3.3.4)$$

где I_1, I_2 – информация на входе и выходе системы, соответственно; F_1, F_2 – функции (функционалы); n – порядок итерации; K – критерии, характеризующие условия «останова» процедуры. Эта модель соответствует схеме имитационного моделирования поведения системы.

Для модели четвертого типа результат функционирования (выход) системы представляется в виде

$$y = F(C_i, Y_j, O_k),\ i = 1,...,m;\ j = 1,...,l;\ k = 1,...,n, \qquad (3.3.5)$$

где C_i – набор целей, Y_j – набор условий, O_k – набор ограничений, определяемые как самой системой, так и внешними системами. Этот тип модели соответствует макроописанию системы.

Отметим, что в рассмотренных моделях выход может неявно зависеть от времени через аргументы. При необходимости может быть установлена аналогия между группами моделей, заключающаяся в определении соответствия между множествами переменных (первая модель), операторов (вторая модель), информации (третья модель), векторов, описывающих внешние взаимосвязи системы (четвертая модель).

Динамические модели. Эти модели имеют вид дифференциальных уравнений первого порядка. Они получили распространение в задачах управления движением макрообъектов, а затем были перенесены на более широкую область. Трудность их применения связана с возможностью содержательной интерпретации величин, характеризующих систему. Выделяют несколько видов таких моделей: модели без управления, одноцелевые и многоцелевые модели с управлением.

Модели без управления не содержат свободных параметров или функций. Они записываются в виде

$$\dot{x} = f(x, t, \xi), \qquad (3.3.6)$$

где x – фазовые переменные системы, t – время, ξ – случайные величины, характеризующие внешние условия. В этом случае определяются не отдельные траектории, а их статистики, например, математические ожидания и дисперсии.

Одноцелевые модели. Они имеют вид

$$\dot{x} = f(x, t, u, \xi), \qquad (3.3.7)$$

где $u(t)$ – управление, выбор которого осуществляется системой из условия достижения заданной цели. Часто используется дополнительное условие минимизации или максимизации некоторого функционала качества, например, в виде

$$\int_0^T F(x, t, u)\, dt \to \min \qquad (3.3.8)$$

при переходе системы за время T из состояния x_0 в состояние x_T.

Многоцелевые модели. Пусть поведение изучаемой системы определяется действиями нескольких систем, в распоряжении которых имеются управления u, v, w…. Тогда модель имеет вид

$$\dot{x} = f(x,t,u,v,w,...,\xi), \qquad (3.3.9)$$

причём управления выбираются так, чтобы удовлетворить дополнительным условиям

$$\int_0^T F_1(x,t,u,v,w,...,\xi)\,dt \to \min, \ \int_0^T F_2(x,t,u,v,w,...,\xi)\,dt \to \min, ...,$$

которые отражают определенные интересы соответственно первой, второй и других систем. Если системы состоят из субъектов, то эти модели описывают класс систем, называемых многоцелевыми (кибернетическими), которые являются обобщением управляемых систем и имеют более сложное поведение. Методы решения перечисленных задач при различных упрощающих предположениях хорошо известны, и мы не будем на них останавливаться. Интерпретация фазовых переменных зависит от природы системы и целей исследования.

Логические модели. Эти модели основаны на формальной или нечеткой логике и содержат сигнатуру (область определения аргументов) и правила вывода. Сигнатура включает задание некоторого набора логических переменных, например, объединение, пересечение, дополнение, импликация и т.п., выбираемого в зависимости от предметной области. Вывод строится на основе общих правил, связывающих условие (основание) и следствие, и известных фактов о поведении системы. В качестве примера такой модели можно привести вывод на основе правил «модус поненс»[1] и «модус толленс»[2]. Первое правило имеет вид $(A', A \to B) \to B'$, второе $(A \to B, B'') \to A''$. Здесь A – основание, B – следствие, A', B', A'', B'' – факты, причем во втором правиле отрицательные. Логические модели могут применяться для описания поведения живых, технических и социальных систем. Использование нечеткого вывода расширяет возможности этих моделей.

В заключение обсудим соотношение между моделями поведения, моделями программы и моделями структуры. В случае моделей поведения эквивалентно лишь поведение, программы и структуры могут быть различны. В случае моделей программ из подобия программ вытекает подобие поведения, так как программа задает поведение. В случае моделей структуры из подобия структур вытекает подобие поведения и подобие программ.

---

[1] Модус поненс (от лат. Modus ponens) – заключение от истинности основания к истинности следствия.

[2] Модус толленс (от лат. Modus tollens) – заключение от отрицания следствия к отрицанию основания.

Основу для установления соответствия моделей систем дает отношение изоморфизма. Пусть имеются две системы S_1 и S_2, возможно, разной природы. Поведение S_2 является моделью поведения S_1, тогда и только тогда, если:

– существует взаимно-однозначное соответствие между наблюдаемыми величинами систем S_1 и S_2;

– можно установить взаимно-однозначное отображение между величинами S_1 и величинами S_2, в рамках которого все отношения между наблюдаемыми величинами S_1 эквивалентны отношениям между соответствующими величинами S_2. Тогда говорят об изоморфизме между системами с точки зрения эквивалентного поведения. Отношение изоморфизма является рефлексивным, симметричным и транзитивным, т. е. представляет собой обобщенную эквивалентность (подобие).

3. 3.1. Модели системной динамики

Этот подраздел является частью предыдущего раздела и имеет ознакомительную цель. Модели системной динамики были предложены Дж. Форрестером[2], разработавший специальный язык программирования *dynamo* для описания динамики предприятия. Впоследствии этот язык был усовершенствован, а сами модели применены и к другим более общим системам. В настоящее время совокупность таких моделей получила название «индустриальной динамики». Модели системной динамики описывают зависимости между состояниями и потоками изучаемой системы. Они являются разновидностью моделей принятия решений, так как их можно использовать для изучения изменений выходов системы, происходящих за счет изменений (флуктуаций) на входах этой системы. Основными компонентами моделей системной динамики являются:

- уровни, или состояния, соответствующие значениям переменных, которые будут подвергаться флуктуациям;
- потоки между уровнями, или состояниями;
- задержка, вызывающая сдвиги во времени между флуктуациями переменных;
- обратные связи между различными уровнями, или состояниями, используя которые можно осуществлять действия по управлению, основанные на результатах предыдущих действий.

Уровни и потоки связаны обобщенными разностными уровнями, в которых задержки представлены как обратные величины сглаживающих ограничений. Разностные уравнения записываются в терминах экспоненциально сглаженных средних, что позволяет избежать необходимости вести записи по предыдущим периодам. Такая модель является замкнутой системой взаимозависимых

---

[2] Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. – М.: Прогесс,1971;
Форрестер Дж. Динамика развития города. – М.: Прогресс, 1974;
Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: Наука, 1978.

уравнений (функций), связывающих различные переменные. Модель дает возможность лицу, принимающему решения (ЛПР), изучать влияние изменений параметров системы на ее стабильность. В частности, динамическая модель позволяет определить отклики на изменения входов, которые могут настолько превысить отклик на начальный сигнал, что в конечном итоге переведут систему в новое состояние равновесия. Задержки в откликах системы происходят вследствие запаздывания передачи информации между уровнями или из-за отставания физических потоков в системе. К недостаткам моделей системной диагностики относится сильная зависимость поведения системы от структуры выделенных в модели уровней. Следует также иметь в виду, что эти модели применимы к замкнутым системам. Получаемые результаты, вообще говоря, не основываются не эмпирических данных, и зависят от структуры и параметров модельной системы. Эти модели не позволяют прогнозировать зависимости между переменными, которые еще не наблюдались, и проводить проверку адекватности модели путем сравнения теоретических зависимостей с наблюдаемыми в действительности. Однако моделирование структуры системы в рамках «индустриальной динамики» является полезным для определения динамической взаимозависимости между переменными системы и позволяет понять, как связаны ее характеристики. Рассмотрим иллюстративный пример. Пусть входы системы описываются переменными x_{0i}, а выходы системы – переменными y_{0j}. Обозначим x_{01}– затраты, x_{04}– спрос. Затраты x_{01} включают финансовые, энергетические и трудовые компоненты. Обозначим y_{01}– объём выпускаемой продукции, который поступает в продажу, а частично хранится в виде запасов. Составим уравнения, связывающие изменения этих величин (потоки). Мы имеем систему уравнений

$$\Delta y_{01} = f_1(\Delta x_{01}), \qquad (3.3.1.1а)$$

$$\Delta y_{02} = f_2(\Delta x_{04}), \qquad (3.3.1.1б)$$

$$\Delta y_{03} = f_3(\Delta x_{04}, \Delta x_{01}). \qquad (3.3.1.1в)$$

Величины Δx_{0i}, Δy_{0j} имеют характер средних за определенный интервал времени, который выбирается в зависимости от целей исследования, например, неделя, месяц и т.п. Уравнения (3.3.1.1) не учитывают явно задержек. Задержки связаны с запаздыванием продажи по сравнению с выпуском продукции и соответствующих изменений этих величин, а также с запаздыванием поставок продукции потребителю по сравнению с заявками. Мы не будем учитывать эти задержки, так как наша цель – вывод предельных соотношений, связывающих характеристические величины. Кроме уравнений (3.3.1.1а – 3.3.1.1в) запишем очевидные ограничения

$$\Delta y_{03} \le \Delta y_{02} \le \Delta y_{01}. \qquad (3.3.1.2)$$

Решая систему уравнений (3.3.1.1) с учетом ограничений (3.3.1.2), получаем условие стабильности системы, точнее, стабильности ее функционирования в виде

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_{01}}\frac{\partial f_2}{\partial x_{04}} - \frac{\partial f_2}{\partial x_{04}}\frac{\partial f_3}{\partial x_{01}} - \frac{\partial f_3}{\partial x_{04}}\frac{\partial f_1}{\partial x_{01}} \ge 0. \qquad (3.3.1.3)$$

Из (3.3.1.3) следует, что система заведомо нестабильна, если K_{11} имеет разные знаки с K_{24} и K_{34}, а знаки K_{24} и K_{31} одинаковые, где мы обозначили $K_{ij} = \dfrac{\partial f_j}{\partial x_{0i}}$ – коэффициенты чувствительности, показывающие изменение выходных величин Δy_{0j} при изменении входных величин на Δx_{0i}. Ясно, что учет задержек скажется на изменении коэффициентов чувствительности в сторону их уменьшения.

Поскольку материал данного параграфа является ознакомительным, мы не будем рассматривать динамические модели более сложных систем, включающих производство и сбыт, учитывающих запаздывание производства для возмещения запасов и запаздывание производства по заказам покупателей. В полной модели должны учитываться также обратные связи между различными факторами системы: выполнение заказов; заказы на возмещение запасов; производство; заказы на основные материалы; рабочая сила; оценка запаздывания поставок; заказы покупателей; потоки денежных средств; прибыль и дивиденды (мы здесь не разделяем полную прибыль и чистую прибыль с учетом уплаты налогов). В целом модель включает около 90 переменных и 40 уравнений, характеризующих исходные условия. Система характеризуется примерно 40 постоянными. Более подробно с моделями системной динамики и их применением к системам разного уровня можно ознакомиться по приведенным ссылкам на работы Дж.Форрестера.

Вопросы, изложенные в этом разделе, рассмотрены в [1, 2, 5, 6, 7, 10, 11, 12].

Вопросы для самопроверки

1. Что такое проблема анализа?
2. Как решается проблема синтеза?
3. В чем состоит особенность проблемы оценки внешней среды?
4. Как решается проблема «черного ящика»?
5. Как строится порядковая функция системы без циклов?
6. Что такое ранжирование систем и их элементов?
7. Как построить порядковую функцию для системы с циклами?
8. Какие принципы используются при моделировании систем на разных уровнях: неживые, биологические, социальные системы?
9. Какие системы относятся к классу управляемых рефлексивных систем?
10. Какие механизмы поддержания равновесия характерны для систем разного уровня: неживые, биологические, социальные системы?
11. Как проявляют себя физические и критериальные ограничения при моделировании поведения систем?
12. Какова область применения моделей без управления, оптимизационных моделей и моделей для анализа конфликтных ситуаций?
13. Как связаны модели структуры, модели поведения и модели программы системы?
14. Объясните, что такое изоморфизм между системами?
15. Какие типы моделей используются для описания поведения систем?
16. Каковы особенности применения моделей системной динамики?

4. Декомпозиция и агрегирование систем

Разложение системы на части называется декомпозицией. Обратная ей процедура составления системы из отдельных частей называется агрегированием. Декомпозиция используется при анализе системы сверху вниз, т.е. от сложного к простому, от целого к части. Агрегирование – при анализе снизу вверх, т.е. от простого к сложному, от части к целому.

4.1. Декомпозиция систем

При декомпозиции совокупность составных частей образует так называемое декомпозиционное дерево (иерархическое дерево, дерево целей, решений), состоящее из элементов, распределенных по соподчиненным уровням. С одной стороны, дерево должно быть достаточно полным, детальным для достижения цели анализа, с другой – легко обозримым и удобным для использования. Под полнотой дерева понимается его размерность, определяемая числом элементов на каждом уровне и общим числом уровней. Полнота дерева зависит от цели анализа, точнее, от того, какой объем информации нужен исследователю для решения задачи. Например, при диагностировании системы полнота дерева должна быть выше, чем при построении функциональной схемы. Процесс декомпозиции является неформальной процедурой, требующей глубокого изучения системы. Алгоритм декомпозиции включает следующие шаги:

– определение объекта анализа и его изучение;

– определение цели (целей) анализа;

– построение модели системы в виде фрейма;

– проверка элементов уровня по критериям однородности, существенности, независимости;

– проверка числа уровней на достаточность;

– проверка схемы на пригодность для достижения цели анализа.

Рассмотрим алгоритм декомпозиции более подробно. В качестве объекта анализа может выступать любая система: процесс, проблема, факт, событие, ситуация, понятие, класс, группа, категория и т.п. Общим здесь является их зависимость от многих факторов. Изучение объекта анализа позволяет выявить существенные, а не случайные связи элементов, необходимых для детализации объекта. Определение цели (целей) анализа влияет на состав и структуру дерева, степень его детализации. Сложные системы, как правило, приходится рассматривать на нескольких срезах и строить несколько деревьев, чтобы получить достаточно полное, «объемное» представление объекта. Например, такая система, как человек, может быть рассмотрена на разных уровнях: анатомическом, физиологическом, соматическом, психическом и т. п., при этом

будут получаться разные схемы декомпозиции. Наиболее важным этапом декомпозиции является построение модели объекта, например, в виде фрейма. Под фреймом понимается модель (структура), представляющая данный объект (ситуацию, понятие) и учитывающая его существенные свойства. Например, если произнести слово «лаборатория» или «библиотека», то в памяти возникает соответствующее представление, отражающее характерные свойства понятий, которое образует фрейм. Человек представляет информацию в виде фреймов, что дает выигрыш в быстроте восприятия. Из области человеческого мышления это понятие было перенесено в инженерию знаний и является одной из моделей представления знаний в экспертных системах. При его построении используются следующие отношения между частями системы: являться (быть) элементом класса; составлять часть, иметь свойство, иметь, быть причиной, являться следствием и т.п. Анализ модели позволяет учесть необходимое, исключив случайное, что достигается отбором элементов на каждом уровне дерева, а также определением числа уровней. При выделении элементов одного уровня используются следующие критерии:

– существенность, что означает выбор существенных (необходимых) для данного уровня (цели анализа) элементов;

– однородность, что означает выбор элементов, имеющих одинаковую важность (общность) для данного уровня (цели анализа);

– независимость, что означает взаимную независимость элементов одного уровня.

Проверка однородности элементов данного уровня может быть проведена на последующих нижних уровнях анализа, при этом число элементов на более низком уровне, замыкающихся на элемент более высокого уровня, должно не сильно различаться для всех элементов более высокого уровня.

При определении числа уровней и их проверке на достаточность существенным является то, насколько возрастает полезная информация об объекте, необходимая для достижения цели анализа, и насколько она точна и достоверна. Число уровней определяется компромиссом между полнотой достижения цели анализа и требуемыми для этого ресурсами. Обычно дерево используется для определения допустимых вариантов решений, поэтому степень детализации должна быть такой, чтобы можно было сформировать допустимые решения при определенных ресурсных ограничениях. При анализе проектов в промышленности и экономике часто применяются критерии эффективности, качества, затрат, времени, чтобы из их сопоставления получить приемлемые решения. В общем случае могут учитываться разные группы критериев, например, политические, экономические, социальные, технологические, психологические, эстетические и т.п., что зависит от природы объекта анализа. Дерево считается построенным при достижении так называемого элементарного уровня, который нет смысла подвергать дальнейшему разложению (декомпозиции). В математических задачах понятие элементарности может быть определено формально (в алгебраической теории

систем имеются соответствующие теоремы). В слабоформализованных задачах «элементарность» проверяется экспертом.

Декомпозиция заканчивается проверкой схемы на пригодность для достижения цели анализа. Процесс построения дерева в силу недостаточности знаний, неполноты информации об объекте является итеративной процедурой. Проверка позволяет оценить работоспособность схемы, и если она не вполне адекватна цели анализа, то повторить процедуру анализа, используя новые данные.

Декомпозиция является основой так называемого метода дерева целей, который применяется при проведении экспертиз, разработке прогнозов, поиске решения проблем. Он получил развитие в работах академика В.М. Глушкова с сотрудниками. При этом оценивается вероятность наступления событий за определенное время, приводящих к решению исходной проблемы. Целью построения дерева может быть также выяснение причин проблемы, определение способов достижения результата, оценка последствий события и т.п. Обобщение этого метода основано на использовании нечетких моделей.

В заключение рассмотрим пример построения дерева решений для проблемы «ошибка в измерении». Объектом анализа здесь является процесс измерения, а целью – выяснение причин ошибки в измерении. В качестве интеграторов используем следующие понятия: основные элементы, определяющие проблему (главные причины ошибки), состояния элементов (подпричины), характеристики состояний (влияющие факторы). Главными причинами ошибки могут быть оператор (измеритель), средство измерений (прибор), условия измерений, объект измерений, организация процесса измерения. Затем каждая из главных причин разбивается на подпричины, а каждая из подпричин, в свою очередь, на влияющие факторы. Ниже приведена совокупность элементов (причин, подпричин и влияющих факторов), образующих дерево решения проблемы. При этом главные причины обозначены индексом, состоящим из одной цифры; подпричины – индексом из двух цифр, а влияющие факторы – индексом из трех цифр. На рис. 2 представлено итоговое дерево решений.

1 – оператор (измеритель):

11 – квалификация (111 – опыт, 112 – образование, 113 – подготовка);

12 – умственное состояние (121 – концентрация внимания, 122 –

умственная усталость);

13 – физическое состояние (131 – зрение, 132 – физическая усталость).

2 – средство измерений:

21 – поддержание в работоспособном состоянии (211 – ремонты,

212 – обслуживание, 213 – поверки);

22 – условия применения (221 – точность, 222 – диапазон, 223 – влияющие величины);

23 – расположение (231 – высота, 232 – расстояние до оператора).

3 – условия измерений:

31 – освещение (311 – яркость, 312 – цвет, 313 – расположение источника, 314 – тип источника);

32 – перерывы (321 – частота измерений, 322 – другие работы);

33 – шум (331 – разговоры, 332 – телефонные звонки, 333 –производственные помехи);

4 – объект измерений:

41 – условия задачи (421 – тип измерительной задачи, 422 – вид объекта,

423 – требования к качеству решения).

42 – вид сигнала (411 – стабильность, 412 – форма, 413 – помехи, 414 – интенсивность и т.п.);

5 – организация процесса измерений:

51 – алгоритм измерений (511 – метод, 512 – методика);

52 – алгоритм обработки (521– сложность расчетов, 522 – автоматизация расчетов).

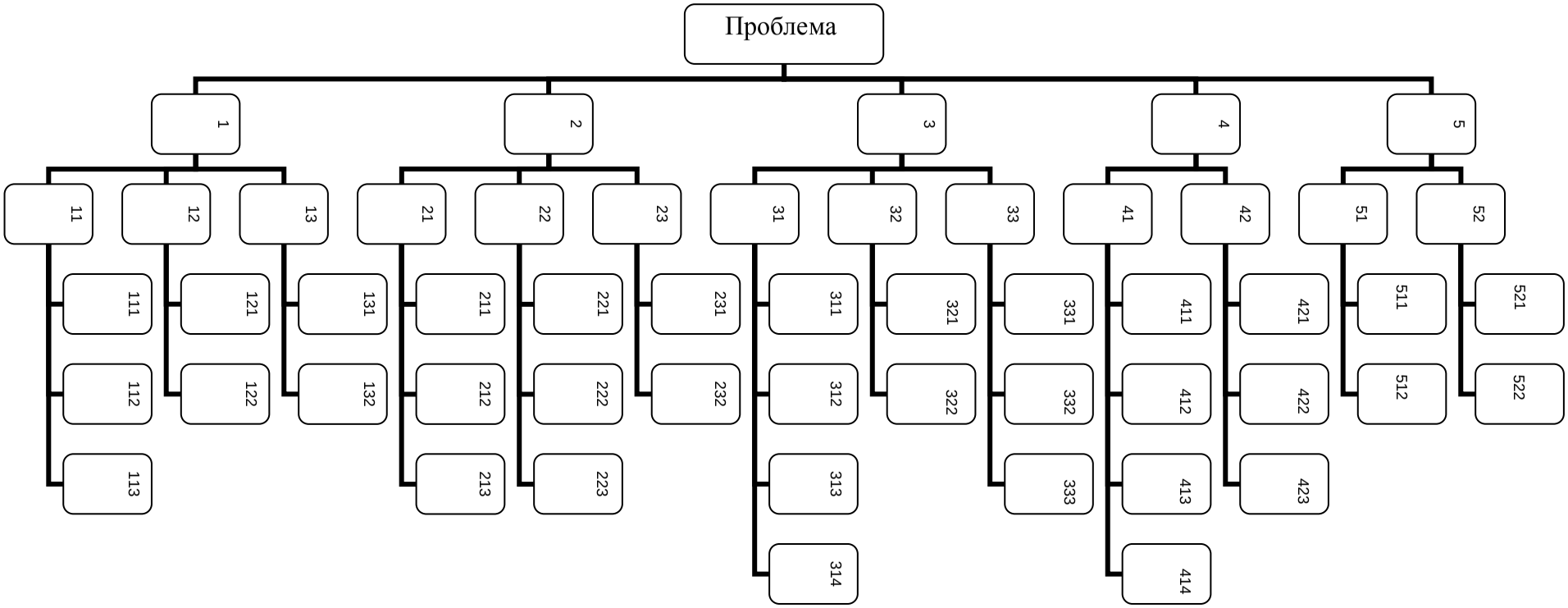

Рис.2. Дерево решений для проблемы: ошибка в измерении

4.2. Проектирование систем

Проектирование рассматривается как система, порядковая структура которой состоит из трех этапов. В процессе проектирования используются основные идеи системного подхода и в полной мере проявляются его преимущества по сравнению с методом улучшения.

Этап 1. Формирование множества допустимых вариантов решений. На этом этапе определяются внешние системы, влияющие на решение, а также системы, учитываемые при формировании допустимых решений; определяются цели, требования, условия и ограничения со стороны внешних систем; осуществляется конкретизация задачи и ее осмысление; происходит согласование целей проектировщика с целями внешних систем; определяется множество допустимых решений (вариантов проекта), удовлетворяющих условиям и ограничениям внешних систем.

Этап 2. Выбор наилучшего варианта. На этом этапе определяются критерии оценки степени достижения целей и составляется дерево оценок; определяется измерительная шкала для каждого критерия; определяются модели принятия решений; проводится оценка вариантов и ожидаемых последствий; осуществляется выбор наилучшего (предпочтительного) варианта.

Этап 3. Выполнение проекта и оценка результатов. На этом этапе осуществляется выбранный вариант (проект) системы; оцениваются реальные последствия; проводится оценка степени достижения целей; сопоставляются полученные результаты с ожидаемыми.

Рассмотрим этапы проектирования более подробно.

Этап 1. Формирование множества допустимых вариантов решений.

Шаг 1. Определение системы в целом. Определяется круг систем, которые могут влиять на результат и на которые влияет проект. Определяются внешние системы, которые следует учитывать при формировании допустимых вариантов. Определяются цели участников (внешних систем), требования, условия и ограничения, предъявляемые к проекту. Составляется общий список условий и ограничений.

Шаг 2. Конкретизация задачи. Конкретизация задачи предусматривает, прежде всего, уяснение смысла задачи и конкретизацию целей, которые должны быть достигнуты. При этом следует принять во внимание различие в стиле мышления систем и характере их предпочтений. Это непосредственно влияет на функцию выбора каждой системы и общую функцию выбора, учитывающую интересы всех систем.

Шаг 3. Согласование целей. Происходит согласование целей проектировщика с целями внешних систем. Особенно важно учитывать нравственные проблемы, связанные с возможным изменением условий функционирования систем,

вызываемых проектом (см. § 4.3). Внешними системами оцениваются ожидаемые полезность и эффективность работы проектировщика. Строится дерево целей, учитывающее взаимное соотношение и соподчиненность различных уровней. Определяются подсистемы и функциональная схема (облик системы). Определяются ожидаемые последствия на каждом уровне дерева целей (внешние системы – проектируемая система – подсистемы). В общем случае на уровне внешних систем должны учитываться политические, экономические, социальные, экологические последствия и т.п. Определяются составляющие прямых и косвенных издержек для каждой системы.

Шаг 4. Определение исходного множества допустимых вариантов решений. Определяется расширенное множество, состоящее из вариантов, которые удовлетворяют, по крайней мере, одному требованию хотя бы одной внешней системы. Определяется множество Парето, состоящее из вариантов, которые хотя бы по одному требованию имеют наилучшую оценку. Нужно учитывать, что требования противоречивы, поэтому следует использовать интервальные оценки или нечеткие градации, иначе множество вариантов может оказаться пустым. Проводится ранжирование вариантов в порядковой шкале с использованием балльных и словесных (нечетких) оценок. Определяется множество допустимых вариантов решений, включающее разнотипные решения, удовлетворяющие всем или большей части требований внешних систем.

Этап 2. Выбор наилучшего варианта.

Шаг 1. Проверка полноты и достоверности исходных данных. Оценивается надежность источников информации. Оценивается неопределенность (доверительная ошибка) используемых данных. Оценивается согласованность данных, полученных из разных источников. Следует иметь в виду, что информация является разнородной, может включать количественные и качественные данные, статистические и экспертные оценки. Кроме того, как правило, используются справочные данные, константы и т.п., которые часто считаются абсолютно надежными, хотя это может не соответствовать действительности.

Шаг 2. Определение измерительной шкалы. Определяются критерии, позволяющие оценить пригодность вариантов для достижения целей. Детализируется дерево оценок, нижний уровень которого должен состоять из измеряемых величин и параметров. Определяется измерительная шкала для критериев, позволяющая адекватно оценить каждый критерий. Например, для экономических критериев, основанных на экспертных данных, следует использовать порядковую шкалу, для физических величин – интервальную или отношений.

Шаг 3. Оценивание вариантов. Определяется значение критериев для каждого варианта из допустимого множества, как правило, на этом этапе используется порядковая шкала. Оцениваются прямые и косвенные затраты (издержки) для каждого варианта. Оцениваются ожидаемые последствия для каждого варианта,

при этом учитываются масштаб, время и возможность наступления последствия.

Шаг 4. Определение наилучшего варианта. Определяется модель выбора (принятия решений), адекватная исходным данным. Таких моделей может быть несколько с учетом стратегии принятия решений. Следует иметь в виду зависимость модели от предпочтений ЛПР, поэтому вид модели должен обсуждаться всеми заинтересованными сторонами. Например, вряд ли оправдано использование для больших систем модели выбора по главному критерию или по наилучшему критерию. Проводится оценка каждого варианта по совокупности критериев, исходя из принятой модели (моделей). Определяется наилучший (предпочтительный) вариант решения. При разумном выборе моделей, обусловленном имеющимися данными, результат, как правило, не зависит от вида модели (см. § 5.3).

Этап 3. Выполнение проекта и оценка результатов.

Шаг 1. Составление сетевого графика. Определяется сетевой график выполнения проекта. Решается задача составления расписаний. Определяется продолжительность работ и затраты. Рассчитывается критический путь для наименьших затрат. Оценивается изменение расходов из-за сокращения времени выполнения проекта. Определяется оптимальная продолжительность выполнения проекта с учетом прямых и косвенных затрат (см. § 3.2). Выполняется проект по принятому графику с учетом имеющихся возможностей.

Шаг 2. Определение последствий и результатов. Оцениваются реальные последствия (положительные и отрицательные) для внешних систем. Оценивается степень достижения целей внешними системами. Оценивается полезность и эффективность работы проектировщика. Сопоставляются полученные результаты с ожидаемыми.

Шаг 3. Корректировка. Процедура корректировки имеет ограниченную применимость и предполагает использование метода улучшения (см. главу 1). При проектировании технических систем, в принципе, может быть создан опытный образец, проведены его испытания и внесены улучшения в исходный проект, так что процесс носит итеративный характер. При проектировании больших систем итеративная процедура корректировки может быть применена только перед выполнением проекта путем моделирования на ЭВМ или на начальных шагах выполнения проекта. После выполнения проекта корректировка не имеет смысла, может идти речь лишь о смягчении отрицательных последствий. Применение системного подхода к проектированию позволяет избежать непредвиденных результатов. Рецепт здесь простой – учет как можно большего числа систем и их требований, что и позволяет получить надежное решение на длительную перспективу.

Таким образом, процесс проектирования системы охватывает различные аспекты: технологический, организационный, социальный, этический. Наиболее важный вклад системного подхода к проектированию состоит в учете

общественной потребности наряду с технологической, а также в акцентировании внимания на этических критериях оценки проекта.

4.2.1. Нравственные проблемы проектирования

Нравственные проблемы при проектировании возникают в связи с тем, что выполнение проекта затрагивает интересы многих систем. Они существенны в той мере, в какой влияют на изменение сложившихся условий функционирования этих систем.

Состав критериев ценности проекта должен определяться на основе условий и ограничений со стороны внешних по отношению к проекту систем: экономической, политической, технологической, социальной, природной (физической) и т.п., учитывать все срезы большой системы, в которой предполагается осуществление проекта.

Критерии полезности и их измерение. Основная этическая проблема состоит в определении критериев ценности и способов их измерения. Определение критериев полезности (ценности) зависит от уровня развития и культуры общества, мировоззрения, нравов, обычаев, традиций и привычек. Их состав должен быть полным и учитывать требования всех участников проекта, интересы которых он затрагивает. Критерии должны объединять всех участников в единую систему. Улучшение оценок критериев может быть достигнуто посредством учета как можно большего числа внешних систем, что повышает точность и достоверность оценок.

Побочные эффекты связаны с влиянием проектируемой системы (проекта) на другие системы. Необходимо учитывать как положительные, так и отрицательные последствия, в том числе и в отдаленной перспективе. Основная задача состоит в минимизации отрицательных последствий проекта. Системный подход предусматривает, по крайней мере, три возможности: продолжение данного проекта, переход к альтернативному проекту с той же целью, смена цели (направления) и переход к проблемам более общей системы.

Производимые изменения. Люди крайне чувствительны к своей функции выбора и противятся «навязыванию» им чужого мнения. Поэтому крайне важен баланс «силы управляющего воздействия» и «свободы обсуждения». Если использовать администрирование, то возрастает сопротивление проекту. Если же не заниматься убеждением заинтересованных систем, не обсуждать с ними достоинства и недостатки проекта для каждой конкретной системы (и других систем), то снижается заинтересованность. И в том, и в другом случае возникает отчуждение между системами, и большая система оказывается расчлененной на отдельные несвязные части. В итоге проект может быть поставлен под угрозу или реализуется не в полной мере. Помочь в решении этой этической проблемы может искренность проектировщиков,

предоставление объективной информации о проекте, информирование о скрытых недостатках проекта, альтернативных возможностях достижения цели.

Поставленные цели. Обсудим этические проблемы, которые возникают при целеполагании. Необходимо иметь в виду, что все начинания людей, какими бы благими они ни казались на первый взгляд, имеют изъяны. Происходит это потому, что человек привык мыслить и действовать в рамках привычных усвоенных им моделей (идей). Реальность же часто не укладывается в рамки моделей. Возникает конфликт между тем, что есть (реальность) и тем, что должно быть (идея). Этот конфликт и создает этические проблемы. Он сам является основной этической проблемой, так как первоначально благие цели приводят к совершенно иным результатам. Наблюдаются две крайности. Одну можно назвать прожектерством, когда модели (идеи), положенные в основу проекта, выходят за рамки возможного. Вторую крайность можно назвать филистерством (узкий, ханжеский, обывательский взгляд на реальность), когда те же модели (идеи) являются «чересчур односторонними», «узколобыми» и не выходят за рамки трюизмов (избитых истин). Здесь подтверждается известное изречение, что «крайности сходятся», так как обе они обусловлены слабой связью с реальностью, определяемой условиями и ограничениями со стороны внешних систем. Первая из них соответствует заниженной самооценке, а вторая – завышенной.

Руководители. Этическая проблема здесь состоит в ответственности руководителя и солидарной ответственности проектирующей системы перед другими системами. Она включает следующие аспекты: ответственность за результат проектирования; ответственность перед обществом; ответственность за использование ресурсов; ответственность за охрану интересов потребителей.

Ответственность за результат. Здесь опасность состоит в возникновении у руководителя разрыва между словом и делом, имеющего в своей основе расхождение принятой модели (идеи) с реальностью (тем, что есть в действительности). Постепенно нарастая, такое расхождение приводит к подмене первоначальной (благородной) цели и появлению скрытых (теневых) целей (получение дополнительного финансирования, односторонних преимуществ, поддержание престижа системы и т.п.). Другая опасность состоит в сговоре руководителя и подчиненных для реализации теневых целей. Она имеет в основе непонимание (ложное понимание) проектирующей системой своего места в общей системе, придание работе по проектированию самостоятельной, самодовлеющей значимости вместо подчиненной, обеспечивающей роли, выполняемой для удовлетворения требований внешних систем.

Ответственность перед обществом. Основная опасность здесь состоит в ложном понимании пользы, как «получения выгоды, прибыли для проектирующей системы». Тем самым долгосрочные интересы приносятся в жертву краткосрочным. Подоплека этого состоит в различии жизненных циклов системы и общества, поэтому создается иллюзия, что система может

существовать сама по себе, и ей нет необходимости «заглядывать далеко вперед», достаточно успеть решить свои корпоративные задачи.

Использование ресурсов. Этическая проблема связана с разумным использованием всех типов ресурсов: материальных, энергетических, людских (физических и интеллектуальных), информационных, природных, космических. Существует опасность двоякого рода: с одной стороны – нехватка ресурсов, которая стимулирует расхождение первоначально принятой модели (идеи) с реальностью, с другой – избыток ресурсов и их расточительство, что приводит к неэффективным, некачественным решениям, т.е. опять к расхождению идеи с реальностью. Подоплека этой проблемы состоит в том, что сообщество людей является открытой системой, которая может существовать только за счет окружающей среды (природной, космической).

Ответственность за охрану интересов потребителей. Собственно, проблема здесь созвучна проблеме ответственности перед обществом, так как потребители – его неотъемлемая часть. Специфика связана с ответственностью проектирующей системы в кратко- и долгосрочной перспективе за ненанесение ущерба потребителям.

В виде примера этических проблем рассмотрим побочные эффекты строительства кольцевой дороги вблизи крупного города. Исходные положительные цели проекта предполагают:

– разгрузить центральные районы города от потоков автотранспорта;

– улучшить экологическую ситуацию в центральных районах города;

– сократить время доставки продукции;

– повысить доходы автотранспортных компаний, предприятий-поставщиков и предприятий-получателей продукции;

– повысить деловую активность в сфере строительства дорог, повысить занятость, создать новые рабочие места;

– повысить доходы города за счет отчислений предприятий, связанных с использованием дороги;

– создать дополнительные удобства владельцам автотранспорта;

К отрицательным последствиям проекта следует отнести:

– загрязнение среды обитания горожан (воздуха, почвы и т.д.) и создание смога вокруг и внутри города;

– увеличение транспортной нагрузки на периферийные районы города;

– создание неудобств жителям вблизи кольцевой дороги, повышение уровня шума, загрязнение, ухудшение ландшафта и его видовых характеристик;

– выведение значительных территорий из сферы полезного землепользования (отдых, строительство домов и коттеджей, сельхозугодия);

– создание «пробок» в городе за счет концентрации потока машин по нескольким магистралям и их недостаточной пропускной способности;

– затраты на рекультивацию земель после строительства, защитные мероприятия по ликвидации неудобств жителям; уборку дороги, территории вблизи дороги и в городе; эксплуатационные расходы;

– повышение социальной напряженности из-за неудобств жителям (переселение, ухудшение обстановки, дискомфорт);

– увеличение времени доставки и удорожание товаров из-за загруженности и пробок на кольцевой дороге и магистралях въезда в город;

– дополнительные затраты на создание жилья и условий работы и быта строителей, необходимость строительства терминалов и складских помещений;

– урбанизация периферийных районов города из-за повышения плотности населения.

Планирующие организации и проектировщики должны оценить с учетом побочных эффектов насколько удастся реализовать заявленные цели. Для этого при обсуждении целесообразности строительства и самого проекта необходимо учитывать следующие системы:

– заказчики (муниципальные власти);

– исполнители (строительные фирмы и субподрядчики);

– обеспечивающая система (научно-исследовательские институты, фирмы, производящие оборудование и технологии);

– фирмы-производители и получатели перевозимой продукции;

– потребители дороги (автомобилисты, транспортные предприятия);

– население города и области;

– природная среда.

4.3. Информационный аспект изучения систем

Информация, понимаемая как сведения о состоянии окружающей среды, крайне важна для поведения (функционирования) систем, их изучения и управления ими. Естественно, что, имея полную информацию, легче изучать систему и производить в ней необходимые изменения, так как можно заранее предвидеть последствия манипуляций. Этим объясняется стремление сделать систему закрытой, т.е. обеспечить замыкание системы и рассматривать ее как замкнутую. Неживые системы можно изучать в стационарных или квазистационарных условиях, в которых характерные свойства системы определены. Для высокоорганизованных систем (живых, социальных) такой подход неприемлем, так как не позволяет определить характерные свойства системы. Эти системы являются динамическими, развивающимися, и понятие

стационарного состояния малопригодно для их изучения и управления ими. Большинство систем являются открытыми, поэтому для обеспечения «замыкания» следует рассматривать их как часть более общей системы «объект–среда», где под объектом понимается изучаемая система, а под средой – внешние системы, взаимодействующие с данной. Такая общая система является замкнутой или, точнее, относительно замкнутой, так как мы не в состоянии учесть все связи, а только те, которые наиболее важны для достижения заданных целей. Изучение поведения такой общей системы позволяет установить существенные отношения между ее частями и разумно управлять объектом. Для неживых систем средой являются природные процессы, происходящие на Земле и в атмосфере, внешние условия. Для технических систем – физическая среда, условия эксплуатации. Для живых систем – среда обитания, т.е. природная среда, условия жизни. Деятельность людей оказывает влияние на все типы систем: для неживых и технических систем это связано с их использованием, для живых систем с изменением среды обитания, климата не только в локальном, но и в глобальном масштабе. Для социальных систем средой являются в основном другие социальные системы, их связь с природной средой проявляется опосредованно. Таким образом, в сложных системах поведение определяется эволюцией системы под влиянием общих закономерностей, присущих данному типу систем, и действиями (решениями) людей. Правильно понятые тенденции, присущие природе изучаемой системы, способствуют ее развитию в нужном направлении и снижению отрицательных последствий. Поэтому недостаточная или неправильная информация может привести к изменению свойств системы, нарушить ее функционирование. Основоположник кибернетики Н.Винер осуществил математическую разработку теории, которая показала, что управление в системе зависит от имеющейся информации.

Объем информации, необходимый для изучения системы, характеризуется четырьмя основными ситуациями: определенность, риск, неопределенность, нечеткость (неясность). Значение перечисленных понятий в данном случае определяется тем, какие данные имеет в своем распоряжении ЛПР, и тем, как он воспринимает реальность. В условиях определенности ЛПР имеет полную информацию о множестве допустимых альтернатив (исходах, результатах, решениях) и о состояниях окружающей среды. В условиях риска известны результаты и относительная вероятность возможных состояний среды. В условиях неопределенности результаты также известны, но нет сведений о вероятности состояний среды. Мы имеем дело с четко определенным явлением, но не знаем, произойдет оно или нет. В условиях неясности событие определено нечетко и его трудно классифицировать.

Рассмотрим первые три ситуации на примере. Возьмем простой случай, когда ЛПР делает выбор между $A1$ (брать плащ) и $A2$ (не брать плащ), если известны два состояния среды (природы), например, $S1$ и $S2$ – дождь или без осадков соответственно. Допустим, что ЛПР может приписать значения полезности (ценности) каждому результату, например, в десятибалльной шкале.

Могут возникнуть четыре ситуации: $A1$, $S1$ – дождь и плащ (оценка 6); $A1$, $S2$ – без осадков и плащ (оценка 1); $A2$, $S1$ – дождь и без плаща (оценка 0); $A2$, $S2$ – без осадков и без плаща (оценка 9). Этим ситуациям приписаны относительные значения полезности 6, 1, 0 и 9, где 0 – означает худший результат.

В условиях определенности состояния среды (природы) известны, т. е. ЛПР знает, идет дождь или нет, и действует соответствующим образом. В условиях риска известна вероятность того или иного состояния. Допустим, что вероятность дождя – 0,6, а того, что его не будет – 0,4. В этом случае ЛПР стремится выбрать решение, которое максимизирует «ожидаемую выгоду» (выигрыш). Как показывает простое вычисление, ожидаемая полезность $A1$ больше чем $A2$. Действительно, ожидаемая выгода в условиях риска для $A1$ равна $0{,}6\cdot 6+0{,}4\cdot 1=4$, а для $A2$ она составит $0{,}6\cdot 0+0{,}4\cdot 9=3{,}6$.

В условиях неопределенности вероятности состояний неизвестны и ЛПР должен использовать различные правила или критерии. Причем выбор связан во многом со стилем мышления ЛПР. К таким критериям относятся:

– критерий равного правдоподобия (т. е. всем событиям приписывается одинаковая вероятность);

– критерий минимакса (ЛПР минимизирует свои максимальные потери);

– среднее взвешенное всех выигрышей;

– критерий Гурвица (приписывает субъективные веса «оптимизм» и «пессимизм» максимальному и минимальному результатам каждого выбора) и т. п. Например, для критерия равного правдоподобия каждому состоянию приписываются значения вероятности 0,5. Ожидаемая выгода от выбора $A1$ равна 3,5, а от выбора $A2$ равна 4,5, т.е. выбор $A2$ более предпочтителен.

Рассмотрим отдельно четвертую ситуацию – неясности (нечеткости). Во всех предыдущих случаях мы предполагали, что множество исходов четко разделено на два непересекающихся множества, объединение которых обеспечивает замыкание. Могут существовать лишь две возможности: есть дождь или нет. Другие промежуточные состояния исключаются, т. е. действует принцип исключенного третьего. Иными словами, мы заменили неопределенные высказывания точными. Предположим, что прогноз сформулирован менее определенно «Утром возможен кратковременный дождь» или «В течение дня временами слабый дождь» и т.д. Эти высказывания содержат неясные (нечеткие) понятия: «утром», «кратковременный», «в течение дня», «слабый», « временами», «возможен». Отметим, что нечеткость может относиться и к оценке вероятности состояния среды, например «вероятность дождя высокая» или «дождь маловероятен» и т.д. Примерами нечетких понятий могут служить также понятия «молодой», «высокий», «богатый» и т.д. В реальных ситуациях мы часто пользуемся такими понятиями, которые имеют смысл нечетких словесных оценок (высказываний). Для их формализованного представления американский математик Л.Заде разработал теорию нечетких множеств.

Таким образом, уровень информации о системе и окружающей среде весьма важен при исследовании системы, управлении и принятии обоснованных решений. Информацию принято характеризировать с количественной и качественной сторон. К количественным характеристикам относятся объем входных данных, размерность данных, функция сложности, количество информации. Количество информации определяется как мера уменьшения неопределенности некоторой ситуации вследствие того, что становится известным исход другой ситуации. Качество информации характеризуется такими свойствами, как точность, полнота, достоверность (надежность), однозначность, согласованность и т.п. В сложных больших системах приходится сталкиваться с ситуацией, когда имеющаяся информация недостаточна либо неточна (недостоверна). В этом случае говорят о ее неполноте или нечеткости.

Энтропия и информация. Понятие информации оказывается тесно связанным с такими понятиями, как энтропия, разнообразие, ограничения. Энтропия определяется как мера неопределенности случайной ситуации, т. е. энтропия и количество информации являются взаимодополнительными понятиями. Н.Винер выразил это следующими словами: «Как количество информации в системе есть мера организованности системы, точно так же энтропия – мера дезорганизованности системы. Одно равно другому, взятому с обратным знаком».

Разнообразие можно определить, как количество различных возможностей или элементов в некотором множестве. Очевидно, чем больше разнообразие, тем шире выбор элементов и тем меньше вероятность (возможность) выбора каждого из них. Энтропия, неопределенность и дезорганизованность увеличиваются с ростом разнообразия, но с увеличением степени организации разнообразие уменьшается.

Ограничения. Мир без ограничений был бы всеобщим хаосом. Ограничения устанавливаются действующими в данной предметной области (части мира) законами. Множество элементов со связями всегда подчинено определенным закономерностям, вытекающим из характера отношений между элементами. Хаотические скопления элементов с течением времени развиваются так, что уменьшается разнообразие и проявляется тенденция к связности и кооперативному поведению. Эти процессы изучает синэргетика – наука о кооперативном поведении систем и их элементов (от греческого глагола συνεργω – сотрудничать, содействовать, соединять). Организация и наложение ограничений, таким образом, уменьшают хаос и разнообразие. Использование информации выполняет «избирательную функцию» среди допустимых вариантов системы путем уменьшения числа ее степеней свободы, т.е. в конечном счете сокращает пространство поиска и уменьшает время выбора.

Количество информации. Под информацией понимают сведения любого рода. Информация состоит из сообщений, а сообщения из сигналов. Сообщение определяется как форма представления информации (текст, речь, изображение,

цифровые данные, электрические колебания и т.п.). Сигналом называется форма представления информации для передачи по каналу. Обычно на множестве сигналов задано распределение информации, которое можно использовать для передачи сообщений. Каждый сигнал может содержаться в сообщении с определенной вероятностью, которая зависит от структуры используемого языка. Неопределенность в этом случае характеризуется энтропией распределения вероятностей, которая определяется как мера неопределенности распределения вероятностей дискретной случайной величины.

Обратные связи. В общих системах «объект – среда» механизмы поддержания динамического равновесия осуществляются посредством обратных связей. Обратные связи отражают и поддерживают, с одной стороны, эволюционные изменения, обусловленные внутренней логикой развития системы и опытом предшествующих поколений, а с другой – «директивные» изменения, определяемые условиями и ограничениями со стороны внешних систем. Это верно как для компонентов внутри общей системы, так и для самих общих систем при рассмотрении их поведения и взаимодействия. В системах используются два типа обратной связи – отрицательная и положительная. Отрицательная связь уменьшает выходной сигнал при увеличении сигнала на входе, положительная – увеличивает. Отрицательная связь выполняет функцию саморегулирования системы и способствует ее адаптации к внешним возмущениям. Положительная связь выполняет функцию распространения возмущений и способствует переходу системы в возбужденное состояние (в новое качество).

На действие обратной связи оказывают влияние характерные свойства систем, из которых следует отметить наличие «предыстории», т.е. зависимость настоящего системы от прошлого, и возникновение нелинейностей, обусловленных разного рода запаздываниями, задержками, порогами и ограничениями сигналов в системе. Когда эти факторы действуют совместно, то могут привести к необратимым последствиям и потере устойчивости. Перечисленные особенности проявляются в общих системах для всех типов объектов (неживые, биологические, социальные), но конечно в разной мере и разными способами. Неживые системы, например, обладают специфической памятью, так как воздействия внешних полей (тепловых, электромагнитных и т.п.) оставляют след в системе. Неживые системы подвержены эволюционным изменениям, но последние следует относить к классу систем данного рода. Для живых и социальных систем эти особенности характеризуют не только род, но и каждую отдельную систему. Зависимость настоящего от прошлого для неживых систем проявляется в форме необратимых, неравновесных процессов, происходящих скачкообразно в течение больших интервалов времени и ведущих к разрушению системы. Для живых и социальных систем эти процессы протекают непрерывно и составляют содержание жизни, основу их существования.

Для описания динамического равновесия в общих системах используется понятие гомеостаза (термин из биологии) и гомеостатического равновесия (набор правил поведения для поддержания системы в устойчивом состоянии). При воздействии на сложную систему необходимо учитывать ряд факторов:

– хрупкое равновесие, сбалансированность (внутреннюю и внешнюю) системы, нарушение которых делает ее уязвимой;

– последействие, обусловленное пространственной и временной памятью системы, которые увеличивают риск непредвиденных последствий (так называемый накопленный эффект);

– подвижность границ области устойчивости системы и невозможность точно предсказать последствия воздействий на живучесть системы.

В свете сказанного при проведении изменений в сложных системах основное внимание нужно уделять минимизации неожиданных и пагубных последствий от возможных действий, а не достижению результата любой ценой, что смещает приоритеты от увеличения эффективности к обеспечению (поддержанию) живучести системы.

Выбор управляющих воздействий. С понятием динамического (квазидинамического) равновесия связано представление о том, что управление системой должно состоять в поддержании ее в определенных границах устойчивого равновесия на гомеокинетическом плато. Для каждой системы существует некоторая область допустимых управляющих воздействий. Как недостаточное, так и чрезмерное управление может вывести систему из состояния равновесия в нестабильное состояние. При недостаточном управлении ослабевают основные отношения (связи) между частями системы, и она распадается на несвязные части, перестает существовать как целое. При чрезмерном управляющем воздействии на систему возрастает сопротивление системы управлению, что приводит к нарушению связей со средой и в конечном счете к разрушению системы.

Информационный аспект управления определяется законом необходимого разнообразия Эшби, который основан на математической теории связи К. Шеннона. Данный закон постулирует необходимость соответствия информации, поступающей от изучаемой системы, возможностям управляющей системы (например, ЛПР) по ее обработке, и ограничить многообразие в поведении системы, вне зависимости от внешних помех можно, только увеличив многообразие управлений.

Вопросы, изложенные в этом разделе, рассмотрены в [1, 2, 3, 5, 7, 11, 12, 13].

Вопросы для самопроверки

1. Что такое декомпозиция систем и для чего она используется?
2. Как строится дерево целей?
3. Какие критерии используются при определении размеров дерева?
4. Из каких шагов состоит алгоритм декомпозиции?

5. Какие уровни выделяют при декомпозиции?
6. Объясните на примере, как строится дерево решений?
7. Из каких шагов состоит процесс проектирования систем?
8. Какие проблемы относятся к нравственным проблемам проектирования?
9. Чем обусловлены побочные эффекты при проектировании?
10. Какие модели выбора используются в различной информационной среде?
11. Какие количественные и качественные характеристики информации важны для системы?
12. Какую пользу дает информация при функционировании системы?
13. Что такое живучесть системы?
14. Какие механизмы использует система, чтобы остаться в области устойчивости с окружающей средой?
15. Какие факторы нужно учитывать при управлении системой и определении управляющих воздействий?
16. Объясните, как используется в управлении системой закон необходимого разнообразия Эшби?

5. Принятие решений в сложных системах

5.1. Классификация задач принятия решений.

Под принятием решения понимается выбор одного или нескольких вариантов решения проблемы из некоторого исходного множества допустимых вариантов. Это множество будем называть множеством альтернатив X, а любое решение x из него – альтернативой, $x \in X$. Поэтому часто задачу принятия решений называют задачей выбора. Исходное множество альтернатив может быть правильно сформировано только на основе условий и ограничений со стороны внешних систем, которые затрагивает решаемая проблема. Если ЛПР не учитывает требования внешних систем, то множество альтернатив оказывается неполным, а выбор ограниченным, и хорошего решения получить не удается. Последствием принятия решения назовем событие (исход), необходимость или возможность появления которого определяется данным решением. Соответственно говорят о необходимых или возможных последствиях. Под возможными последствиями, как правило, подразумеваются часто повторяющиеся и не противоречащие логике последствия. Полезно оценивать и случайные (неопределенные) последствия. В этом случае для оценки вероятности (возможности) их наступления используется теория вероятностей (например, распределение Пуассона для определения вероятности наступления редкого события) или теория нечетких множеств. Последствия должны определяться для всех систем, которые затрагивает данное решение. Необходимо учитывать, что любое решение вызывает как положительные, так и отрицательные последствия.

На принятие решения влияет система предпочтений, определяемая как совокупность правил, устанавливающих приоритеты при выборе из множества альтернатив. Решением называется подмножество множества альтернатив, образованное на основе системы предпочтений. Это подмножество может

содержать одну или несколько альтернатив или может быть пустым, если не удается выполнить все требования. Лицо, принимающее решение (ЛПР) – субъект, задающий приоритеты, в интересах которого принимается решение. Как правило, ЛПР стремится получить наилучшее (оптимальное, удовлетворительное), с его точки зрения, решение. Под наилучшим решением мы будем понимать решение, множество отрицательных последствий которого минимально по сравнению с другими альтернативами. Выбор решения зависит от информации, имеющейся у ЛПР о данной предметной области, т.е. о множестве альтернатив и состоянии окружающей среды, а также от того, как он устанавливает приоритеты, т.е. от его стиля мышления, стратегии поведения. Например, один любит рисковать, другой чрезмерно осторожничает, третий предпочитает “золотую середину” и т.п. Таким образом, ЛПР обладает некоторой свободой выбора. Однако если он не учитывает особенности решаемой проблемы, ее влияние на внешние системы, то полученное решение может сильно расходиться с реальностью и привести к значительным отрицательным последствиям.

Задачи принятия решений могут различаться типом исхода, структурой предпочтений, количеством оценочных критериев, моделью оптимизации и т.п.

В общем случае задача принятия решения представима кортежем следующего вида:

$$\Sigma = < X, I, S, K >, \qquad (5.1.1)$$

где X – множество альтернатив; I – уровень информации; S – метод получения решения; K – множество критериев оценки альтернатив.

Множество альтернатив зависит от имеющейся базы знаний, новизны задачи, типа проблемной ситуации. Метод получения решения зависит от имеющейся информации о задаче и включает способ выбора альтернатив, определяемый структурой предпочтений ЛПР, и метод принятия решений, обусловливающий способ агрегирования критериев. В частности, способ выбора альтернатив может предусматривать поиск наилучшего решения, удовлетворительного решения, наиболее предпочтительной альтернативы, эффективной (недоминируемой) альтернативы, возможной альтернативы, наиболее типичной альтернативы и т.п. Метод принятия решений включает такие подходы, как векторная оптимизация, использование функции полезности, интерактивное программирование и т.п. Множество критериев определяется требованиями внешних систем, степенью детализации задачи и требуемым качеством ее решения. Наиболее существенным фактором является информационная среда задачи.

В зависимости от уровня исходной информации в теории принятия решений применяются традиционно два подхода: классический и поведенческий. *При классическом подходе* каждый вариант решения x оценивается некоторой неотрицательной действительнозначной функцией выигрыша $g(x)$. Оптимальный вариант выбирается по максимуму функции $g(x)$: $x^* = \arg\max_{x \in X} g(x)$.

Этот подход хорошо работает в детерминированной среде и условиях риска. В условиях неопределенности и нечеткости более предпочтителен *поведенческий подход*, при котором множество последствий каждого варианта $s(x)$ сравнивается с множеством допустимых последствий при решении данной проблемы $s_0(x)$. Выбираются такие решения, для которых множество их последствий принадлежит множеству допустимых последствий: $x^* = \{x : s(x) \subset s_0(x)\}$. Множество допустимых последствий формирует ЛПР, исходя из условий и ограничений задачи.

Процесс принятия решений целесообразно рассматривать как систему, состоящую из некоторого набора типовых подсистем (этапов) и их элементов (процедур, действий, операций), взаимодействующих между собой, число и состав которых может варьироваться в зависимости от условий и типа решаемой задачи (класса задач). Входным элементов системы принятия решений (СПР) является информация о проблемной области (исходная информация), выходным – множество допустимых (оптимальных) решений (их реализаций). В дальнейшем мы будем отождествлять принятие решения и его реализацию.

Основными неформальными элементами СПР являются формирование множества альтернатив, оценивание альтернатив и выбор оптимальных (в определенном смысле) вариантов решения. Эти элементы рассмотрены в последующих разделах.

5.2. Модели принятия решений

Под моделью принятия решений понимается процедура оценивания, помогающая делать выбор между вариантами. Основная трудность при этом возникает из-за наличия большого числа противоречивых критериев, а также их несоизмеримости. Классификация моделей может быть проведена по ряду признаков. По числу целей (способу описания объекта) различают одно- и многоцелевые модели, в зависимости от проблемной ситуации (области применения) возможны следующие типы моделей: модели компромиссов, оптимизационные модели, диагностические модели и т.п.

К одноцелевым (однокритериальным) моделям относятся модели “прибыль – издержки” и “эффективность – затраты”. К многоцелевым (многокритериальным) моделям – многомерные функции полезности и априорные модели сравнения вариантов, основанные на обработке экспертной информации, которые различаются схемами агрегирования исходных (локальных, частных) целей и критериев.

Модели компромиссов описывают способы взвешивания и оценки замен в средствах и целях и особенно существенны для сложных систем, содержащих взаимозависимые подсистемы. Обычно выделяется два типа моделей: модели, описывающие компромиссы между взаимно замещающими системами, когда одна система может быть замещена другой с точки зрения достижения целей

общей системы; модели, относящиеся к компромиссам между взаимно дополнительными системами, когда одна из них дополняет (усиливает или ослабляет) другую. *Оптимизационные модели* в зависимости от постановки задачи и степени ее формализации включают дифференциальное исчисление, метод множителей Лагранжа, методы линейного программирования, целевое программирование, динамическое программирование, квадратичное и нелинейное программирование и т.п. *Диагностические модели* устанавливают способы систематического поиска неисправностей при нарушении нормальной работы системы и базируются на использовании методов распознавания образов, таксономии и классификации.

Одноцелевые модели. В этих моделях каждая альтернатива оценивается одним критерием, поэтому их называют также однокритериальными. Из одноцелевых моделей наиболее часто используются модели двух типов: “прибыль – издержки” и “эффективность – затраты”. Применение модели ”прибыль – издержки” связано с расчетом одного экономического критерия, так называемого коэффициента стоимости *c*, выражающего разность или отношение между прибылью и издержками, эффективностью и затратами, входом и выходом системы и т.д. В общем случае модель “прибыль – издержки” имеет вид

$$c(x) = \sum_{j=1}^{n} a_j(x) - \sum_{k=1}^{m} b_k(x), \qquad (5.2.1)$$

где $c(x)$ – коэффициент стоимости альтернативы x; первая сумма учитывает общую прибыль для данного варианта по всем элементам положительного воздействия; вторая сумма учитывает общие издержки по всем элементам отрицательного воздействия на достижение заданной цели. В (5.2.1) коэффициент стоимости равен разности прибыли и издержек; в некоторых случаях удобно определять его как отношение прибыли к издержкам, при этом первая сумма делится на вторую. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg\max_{x \in X} c(x), \qquad (5.2.2)$$

т.е. наилучшим считается решение, для которого коэффициент стоимости максимален на множестве альтернатив (читается «x^* равно аргмаксимум по x из X $c(x)$»).

При использовании модели “эффективность – затраты” сравнение проводится между степенью достижения целей и затратами. Эта модель может быть представлена в виде

$$I(x) = (a(x) - a_0) / b(x), \qquad (5.2.3)$$

где $I(x)$ – индекс эффективности затрат для альтернативы (варианта решения) x, $(a(x) - a_0)$ – разность между результатами (степенью достижения цели) после и до осуществления варианта *x*; $b(x)$- суммарные затраты на вариант x. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg\max_{x \in X} I(x), \qquad (5.2.4)$$

т.е. наилучшим считается решение, для которого индекс эффективности затрат максимален на множестве альтернатив.

Для того, чтобы расчеты по этим моделям были надежными (достоверными), нужно учитывать как можно больше составляющих прибыли и издержек для первой модели или эффекта и затрат для второй модели. Рассмотренные модели, хотя и являются упрощенными, обладают большой степенью общности и применимы к решению разнотипных задач выбора. Кроме того, они используются для нахождения компромиссов, когда решение формируется под воздействием конкурирующих факторов. Проиллюстрируем их применение на двух примерах.

Пример 1. Пусть имеется производственное предприятие (фирма, завод, фабрика и т.п.), выпускающее продукцию. Требуется определить оптимальный уровень затрат на контроль продукции. Выберем в качестве меры эффективности – точность (качество) контроля (ось абсцисс на рис. 3). По оси ординат будем откладывать затраты (издержки). Тогда если точность контроля сделать очень высокой, то возрастут прямые издержки, связанные с затратами на контроль (кривая 1); если же точность контроля сделать чересчур низкой, то возрастут косвенные издержки, связанные с возвратом продукции, гарантийным ремонтом, потерей престижа и т.п. (кривая 2). Сложение кривых 1 и 2 дает кривую 3. Наилучшее решение по точности контроля соответствует абсциссе минимума кривой 3, а наилучшее решение по суммарным затратам – ординате минимума этой кривой.

Пример 2. Пусть имеется предприятие сферы массового обслуживания (мастерская, комбинат бытового обслуживания, магазин и т.п.). Требуется определить оптимальный уровень качества обслуживания. Отложим по оси ординат затраты, а по оси абсцисс – критерий качества обслуживания, например время обслуживания. Рассуждения проводятся аналогично. Если качество сделать очень высоким (малое время обслуживания), то сильно увеличатся прямые издержки, связанные с затратами на обслуживание (кривая 1), если же сделать его слишком низким (большое время обслуживания), то возрастут косвенные издержки, связанные с рекламациями, потерей времени клиентами и соответственно снижением дохода (кривая 2). Наилучшие решения по качеству обслуживания и суммарным затратам соответствуют координатам минимума кривой 3.

Таким образом, если учитывать только прямые издержки или только косвенные, то разумного решения получить не удается, и лишь учет обоих типов издержек приводит к правильному решению. Пример использования этой модели для определения компромиссов рассмотрен в разделе 3.5.2..

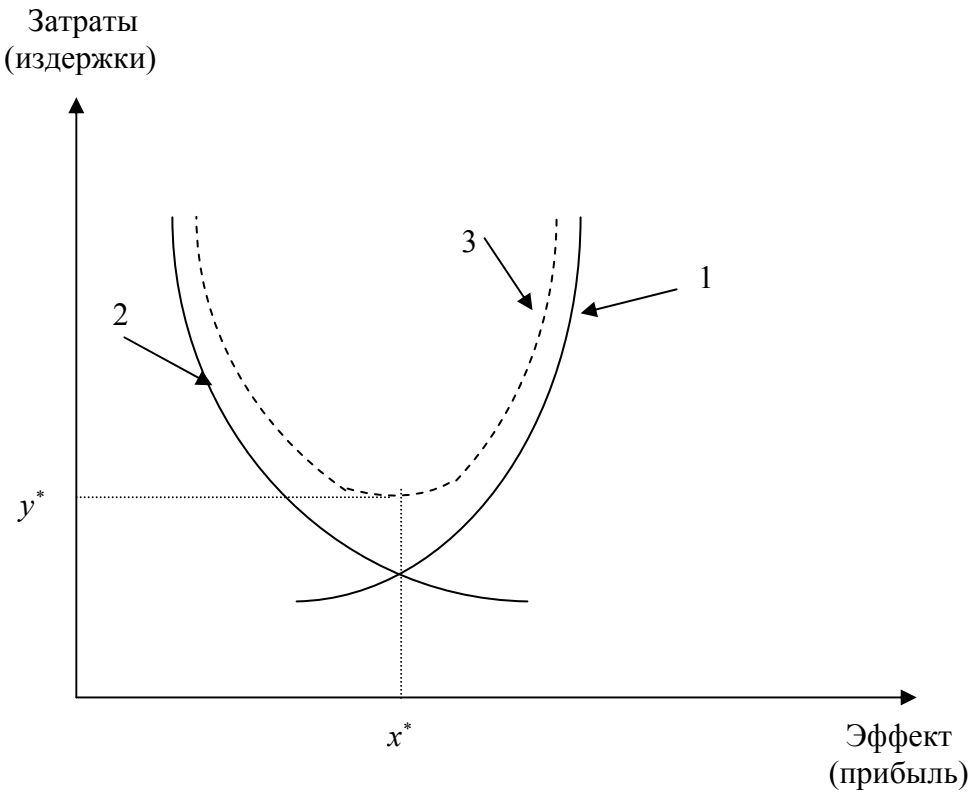

Рис. 3. Применение одноцелевых моделей

Многоцелевые модели. В этих моделях каждая альтернатива оценивается множеством критериев, поэтому они называются также многокритериальными. К наиболее известным многокритериальным моделям относятся многомерные функции полезности, модели многомерного шкалирования, метод анализа иерархий (метод собственных значений).

Из многомерных моделей наиболее часто используются аддитивные и мультипликативные многомерные функции полезности. Функцией полезности (ценности) называется скалярная функция U, устанавливающая отношение порядка на множестве вариантов

$$U(K_1,...,K_n) > U(K_1',...,K_n') \Leftrightarrow (K_1,...,K_n) \succ (K_1',...,K_n'), \qquad (5.2.5)$$

где $\succ$ – символ “более предпочтителен, чем”; $(K_1,\ldots,K_n)$ – точка пространства последствий (критериального пространства). Обобщенная форма аддитивной модели полезности имеет вид

$$U_a(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i \widehat{U}_i(x), \qquad (5.2.6)$$

где $U_a(x)$ – функция полезности варианта x; p_i – вес фактора (критерия) i; $\widehat{U}_i(x)$ – оценка полезности варианта x по критерию i.

Обобщенная форма мультипликативной функции полезности имеет вид

$$U_M(x) = \prod_{i=1}^{n} p_i \widehat{U}_i(x) . \qquad (5.2.7)$$

Оценки $\widehat{U}_i(x)$, как правило, получаются экспертным путем, но могут задаваться и аналитически применением подходящей аппроксимирующей функции. Аддитивная функция слабо чувствительна к изменению свойств с малыми весами (малыми оценками полезности); мультипликативная, наоборот, сильно зависит от изменения свойств с малыми значениями оценок полезности. В теории принятия решений доказывается, что функция полезности имеет аддитивный вид, если факторы, входящие в модель, аддитивно независимы. Функция полезности имеет мультипликативную форму, если факторы взаимно независимы по полезности. Первое требование означает фактически уверенность эксперта в том, что модель является линейной по факторам, а второе – что модель содержит взаимодействия факторов различных порядков. На практике обычно веса p_i нормализуют так, что обе формы представления оказываются эквивалентными (могут быть преобразованы друг в друга).

Многомерные модели сравнения вариантов различаются подходами к установлению весов факторов и подфакторов и схемами их агрегирования.

Стандартная процедура сравнения вариантов по многим факторам включает формулирование задачи, выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений, назначение весов факторам и их нормализацию, назначение весов подфакторам и нормализацию весов, подсчет показателей (баллов) по всем факторам для каждого варианта, получение взвешенных оценок и суммарного числового выражения полезности для каждого варианта решения. Основные неформальные шаги в этом алгоритме – выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений и назначение весов факторам и подфакторам.

5.3. Методы решения многокритериальных задач выбора

Многокритериальная задача выбора формулируется в следующем виде. Дано множество допустимых альтернатив, каждая из которых оценивается множеством критериев. Требуется определить наилучшую альтернативу. При ее решении основная трудность состоит в неоднозначности выбора наилучшего решения. Для ее устранения используются две группы методов. В методах первой группы стремятся сократить число критериев, для чего вводят дополнительные предположения, относящиеся к процедуре ранжирования критериев и сравнения альтернатив. В методах второй группы стремятся сократить число альтернатив в исходном множестве, исключив заведомо плохие альтернативы.

К методам первой группы относятся метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния. Следует отметить, что строгое обоснование этих методов отсутствует и их применение определяется условиями задачи и предпочтением ЛПР.

Метод свертки состоит в замене исходных критериев (их называют также локальными или частными) K_j одним общим критерием K. Эта операция называется сверткой или агрегированием частных критериев. Метод целесообразно применять, если по условиям задачи частные критерии можно расположить по убыванию важности так, что важность каждой пары соседних критериев различается не сильно, либо, если альтернативы имеют существенно различающиеся оценки по разным критериям. Наиболее часто используются аддитивная, мультипликативная и максминная свертки.

Аддитивная свертка (от англ. addition – сложение) имеет вид

$$K(x) = \sum_{j=1}^{n} a_j K_j(x), \qquad (5.3.1)$$

где $K(x)$ – общий критерий для альтернативы $x \in X$, показывающий ее пригодность для достижения цели; $\{K_j(x)\}_1^n$ – набор исходных критериев; n – число исходных критериев; a_j – относительный вес (важность) частного критерия K_j. Для весов выполняется условие нормировки $\sum_{j=1}^{n} a_j = 1$, которое необходимо, чтобы результаты, полученные в разных условиях, были сопоставимы. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg\max_{x \in X} K(x), \qquad (5.3.2)$$

т.е. наилучшим считается решение, которому соответствует максимум общего критерия на множестве альтернатив.

Мультипликативная свертка (от англ. multiplication – умножение) применяется в двух формах:

$$K(x) = \prod_{j=1}^{n} K_j^{a_j}(x), \qquad (5.3.3)$$

или

$$K(x) = \prod_{j=1}^{n} a_j K_j(x), \qquad (5.3.4)$$

где Π – знак произведения. Первая из этих форм используется гораздо чаще, чем вторая. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg\max_{x \in X} K(x). \qquad (5.3.5)$$

Максминная свертка (выбор по наихудшему критерию) имеет вид

$$K(x) = \min_j a_j K_j(x). \qquad (5.3.6)$$

Эта свертка учитывает критерий, имеющий наименьшее значение. Иногда при ее применении полагают, что веса критериев близки друг к другу, либо все критерии имеют одинаковую важность, т.е. $a_j = const(j) = 1/n$. В этом случае она называется сверткой без учета веса критериев и принимает вид

$$K(x) = \min_j K_j(x), \qquad (5.3.7)$$

причем множитель $1/n$ не имеет значения, так как сравнение альтернатив выполняется в шкале порядка. Наилучшее решение определяется выражением (5.3.5). Подставив в (5.3.5) выражение (5.3.6), получим

$$x^* = \arg\max_{x \in X} \min_j a_j K_j, \qquad (5.3.8)$$

поэтому эту свертку называют по основным операциям максминной. Использование того или иного типа свертки отражает представление ЛПР о стратегии (способе достижения целей).

Метод пороговых критериев часто применяется в задачах обеспечения (удовлетворения), например при планировании и проектировании, когда ограничения задаются в виде

$$K_j(x) \geq K_{j0};\ j = 1, \ldots, n, \qquad (5.3.9)$$

где $K_{j0}(x)$ – пороговые значения критериев. Их совокупность обычно характеризует некоторый аналог (базовый уровень). Образуем свертку

$$K(x) = \min_j (K_j(x)/K_{j0}), \qquad (5.3.10)$$

тогда наилучшее решение определяется выражением вида (5.3.5).

Метод главного критерия. Если исходной информации достаточно, чтобы из множества исходных критериев $K_j(x)$ выделить главный (основной) $K_0(x)$, т.е. такой, который значительно превосходит по важности все другие критерии (на практике в три и более раз), то наилучшее решение определяется в виде

$$x^* = \arg\max_{x \in X} K_0(x), \qquad (5.3.11)$$

при дополнительных условиях $K_j(x) \geq K_{jпорог}$ для всех остальных критериев, т.е. их значения должны быть не меньше некоторых пороговых значений.

Метод расстояния состоит во введении метрики (расстояния) в пространстве критериев. Пусть исходной информации достаточно, чтобы определить “идеальное” (эталонное) решение, соответствующее точке абсолютного максимума в пространстве критериев. Обозначим ее, как $x_0(K_{01}, ..., K_{0n})$. Отметим, что идеальное решение на практике не достижимо и определяется лишь теоретически. Введем для каждой альтернативы $x \in X$ расстояние до точки абсолютного максимума $d(x)$. Наилучшее решение определяется как наиболее близкое к идеальному

$$x^* = \arg\min_{x \in X} d(x). \qquad (5.3.12)$$

В качестве меры расстояния используются различные функции, например, Махалобиса, Минковского. При использовании функции Минковского

$$d(x) = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left| K_j(x) - K_{0j} \right|^p \right\}^{1/p} \qquad (5.3.13)$$

или с учетом веса критериев

$$d(x) = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left| a_j K_j(x) - a_j K_{0j} \right|^p \right\}^{1/p}. \qquad (5.3.14)$$

При $p = 1$ получаем расстояние Хемминга, при $p = 2$ – евклидово расстояние, при $p = \infty$ – расстояние по максимальному различию, при $p = -\infty$ – расстояние по минимальному различию. Выбор параметра p зависит от условий задачи и предпочтений ЛПР. Отметим, что если в качестве идеального решения использовать не абсолютный максимум, а абсолютный минимум, то в выражении (5.3.12) операция $\min$ изменится на операцию $\max$. Обзор методов многокритериальной оптимизации можно найти в [1, 2, 6, 11, 12].

Построение множества Парето. Наряду с методами первой группы, использующими свертку в пространстве критериев, применяются методы второй группы, основанные на сужении множества альтернатив, в которых пытаются уменьшить число возможных вариантов решений, исключив заведомо плохие. Один из подходов, обладающий большой общностью, был предложен итальянским экономистом В.Парето в 1904 г. и называется методом, основанным на принципе Парето или, коротко, методом Парето. (Имеется и еще один метод Парето для оценки качества, но путаницы здесь не возникнет, так как мы его касаться не будем). Он применяется, когда число альтернатив велико и альтернативы имеют противоречивые оценки по разным критериям. В этом случае применение методов первой группы может привести к ненадежным решениям и необходим неформальный анализ множества альтернатив. Для уменьшения числа альтернатив исходного множества строят множество Парето, являющееся подмножеством исходного. Определим множество Парето в виде

$$x_\pi = \left\{ x_\pi \in X : \forall x \in X, \forall i\, K_i(x_\pi) \geq K_i(x), \exists j\, K_j(x_\pi) > K_j(x) \right\}, \qquad (5.3.15)$$

т.е. альтернатива принадлежит множеству Парето, если она не хуже других по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше. Альтернативы из множества Парето называются парето-решениями, эффективными или недоминируемыми (непревосходимыми) альтернативами. При решении многокритериальных задач используется принцип Парето, заключающийся в том, что наилучшее решение следует выбирать среди альтернатив, принадлежащих множеству Парето. Этот принцип выполняется в большинстве практических ситуаций, когда альтернативы оцениваются по противоречивым

критериям. Он позволяет сузить исходное множество альтернатив, причем окончательный выбор остается за ЛПР. Альтернативы, входящие в множество Парето, попарно не сравнимы друг с другом, т.е. по одним критериям лучше одна альтернатива, по другим другая и т.д., и их невозможно улучшить одновременно по всем критериям. Поэтому анализ множества Парето позволяет найти компромисс между противоречивыми требованиями и дает ЛПР возможность судить о том, какова “цена” увеличения одного из критериев и как это скажется на ухудшении остальных. Построение множества Парето является необходимым при решении многокритериальных задач выбора в системах (управление, проектирование промышленных и транспортных объектов и т.п.). Отметим еще одну важную особенность альтернатив из множества Парето: каждая из них представляет целый класс (группу) решений, превосходящих остальные по одному или нескольким критериям. Поясним это примером. Пусть имеется учебная группа (множество альтернатив), требуется выбрать наилучшего студента (альтернативу) по ряду критериев, например сообразительность, успеваемость, манера поведения, внешний вид, умение выражать свои мысли и т.п. Предположим, что студент x_1 – самый сообразительный, а по остальным критериям не выделяется. Студенты x_2, x_3, x_4, x_5 имеют высокие значения остальных критериев, так, что они в среднем превосходят x_1, причем x_2 лучше всех по успеваемости, а по остальным критериям не хуже других студентов. Тогда x_1 обязательно попадает в множество Парето, так как он уникальный (единственный) по первому критерию, а от группы студентов $x_2 \ldots x_5$ в Парето попадает один представитель – x_2, хотя остальные студенты превосходят x_1 по нескольким критериям (число критериев здесь не имеет значения).

После того, как построено множество Парето, для определения наилучшего решения из оставшихся применяются в зависимости от условий задачи методы первой группы: метод свертки, метод главного критерия и т.п. либо графические методы, например метод диаграмм.

Решение многокритериальных задач выбора еще более усложняется, если изучаемая система взаимодействует с окружающей средой. В этом случае решение зависит от так называемых неконтролируемых параметров. Например, для измерительных систем это могут быть влияющие величины (температура, влажность, давление и т.п.), для транспортных – погода, состояние дороги и т.п. Неконтролируемые изменения состояния окружающей среды являются дополнительным источником неоднозначности выбора наилучшего решения. Рассмотрим две полярные стратегии выбора наилучшего решения, позволяющие получить обоснованные решения.

Стратегия, основанная на принципе наихудшей реакции окружающей среды (метод гарантированного результата). Метод применяется, когда среда ведет себя непредсказуемо или враждебно (природная среда, противник). В этом случае определить наилучшее решение не представляется возможным, так как

неизвестно поведение среды, но можно определить так называемое гарантированное решение, которое справедливо при любом состоянии среды. Обозначим α – неконтролируемый параметр, характеризующий состояние окружающей среды (он может быть векторным), $\alpha \in G_\alpha$, где G_α – некоторое множество, например интервал значений. Тогда, частные критерии K_j и общий критерий K будут зависеть от параметра α, т.е. $K_j = K_j(x,\alpha)$, $K = K(x,\alpha)$. Принцип наихудшей реакции среды распространяет схему выбора по наихудшему критерию (максминную свертку) на случай влияния окружающей среды. Альтернатива выбирается из условия

$$x^* = \arg\max_{x \in X} \min_{\alpha \in G_\alpha} K(x,\alpha), \qquad (5.3.16)$$

где $K(x,\alpha)$ – общий критерий, получаемый сверткой по исходным (частным) критериям. Решение, даваемое (5.3.16), называется гарантированным результатом, так как при любом значении параметра α гарантируется получение критерия не меньшее, чем $\min_{\alpha \in G_\alpha} K(x,\alpha)$. Надежность такого решения равна 1, т.е. ЛПР не рискует, принимая его. Полученный результат может быть улучшен, если исходная информация позволяет сделать предположение о значении параметра α (состоянии среды), что связано с определенным риском, так как предположение может не оправдаться.

Подход, основанный на принципе равновесия (принципе Нэша). Часто действия окружающей среды являются целенаправленными, например, это имеет место для систем, включающих субъектов, причем каждая из систем стремится достичь своей цели. Случай несогласованности целей субъектов называется конфликтом. Такая ситуация характерна для теории игр. При анализе конфликтов со многими субъектами одна из важных проблем – это проблема коллективных решений, или компромисса. Для принятия решений в таких системах сохраняет свое значение принцип Парето. Эффективные альтернативы, принадлежащие множеству Парето, обладают тем свойством, что улучшить значение целевой функции (критерия) какого-либо субъекта можно только за счет других субъектов. Наряду с принципом Парето широко используется принцип равновесия, называемый также принципом устойчивости, или принципом Нэша. Этот принцип позволяет сузить множество альтернатив, когда речь идет о коллективном решении, принимаемом всеми взаимодействующими субъектами по договоренности, при этом каждый поступается частью своих интересов. Определим равновесное решение как такое, которое принимается всеми субъектами одновременно, по договоренности. Пусть имеется N субъектов, каждый из которых может выбирать свое решение (стратегию) $x^{(l)} \in X^{(l)}$ так, чтобы максимизировать свой критерий $K^{(l)}$. Значение критерия при этом зависит от выбора других субъектов, т.е. $K^{(l)} = K^{(l)}(x^{(1)},...,x^{(l)},...,x^{(N)})$. Решение $x_0 = \{x_0{}^{(1)},...,x_0{}^{(l)},...,x_0{}^{(N)}\}$ называется равновесным, если для любого l выполняется условие

$$K^{(l)}(x_0) = \max_{x^{(l)}} K^{(l)}(x_0^{(1)},...,x_0^{(l-1)}x^{(l)},x_0^{(l+1)},...,x_0^{(N)}). \qquad (5.3.17)$$

Равновесное решение можно назвать устойчивым, так как если субъект l отступит от своего равновесного решения, т.е. выберет стратегию $x^{(l)} \neq x_0^{(l)}$, то при условии, что остальные субъекты сохранят свой выбор, он проиграет. Принцип Нэша как раз и состоит в том, что наилучшие решения принадлежат множеству равновесных решений. Однако следует отметить, что равновесные решения в общем случае не являются эффективными и наоборот. Например, если решение принимается всеми субъектами независимо, то их выбор вряд ли будет устойчивым. Кроме того, и при одновременном решении часть субъектов может выбрать иное решение (например, эффективное), что даст им преимущество перед остальными. Таким образом, метод равновесия эффективен при сужении множества альтернатив в закрытых системах, когда равновесные решения одновременно принадлежат множеству Парето. Это бывает весьма редко, так как большинство систем являются открытыми и для них эффективные альтернативы являются неустойчивыми, а устойчивые – неэффективными.

Рассмотренные выше методы основаны на критериальном описании задачи выбора, при котором каждая альтернатива представлена точкой в пространстве критериев. Помимо критериального описания оптимизационной задачи используется также *теоретико-множественное описание*, оперирующее понятиями функции выбора и бинарного отношения. Функцией выбора на множестве альтернатив X называется оператор C, т.е. функция с областью определения X и областью значений 2^X, устанавливающая соответствие между множеством X и множеством всех его подмножеств 2^X, удовлетворяющий соотношению $C(X) \subseteq X$. Отсюда следует, что функция выбора не расширяет множество альтернатив.

Рассмотрим примеры функций выбора, у которых $X \subset R^n$, где R^n – n-мерное критериальное пространство. Предполагается, что множеству альтернатив соответствует эквивалентное описание в критериальном (факторном) пространстве.

Функция выбора по Парето определяется в виде

$$C^{\pi}(X) = \{x \in X : \forall y \in X : x \neq y \, \exists i \, K_i(x) > K_i(y)\}, \qquad (5.3.18)$$

т.е. альтернатива x выбирается, если любая другая альтернатива y из множества X имеет хотя бы по одному критерию значение меньше чем x.

Функция локально-экстремального выбора записывается в виде

$$C^{ЛЭ}(X) = \{x \in X : \exists i \, \forall y \in X : K_i(x) \geq K_i(y)\}, \qquad (5.3.19)$$

т.е. альтернатива x выбирается, если она имеет максимальное значение хотя бы по одному критерию. Очевидно, что $C^{ЛЭ}(X) \subseteq C^{\pi}(X)$.

Функция оптимального выбора имеет вид

$$C^o(X) = \left\{ x \in X : x^* = \arg\max_{x \in X} u(x) \right\}, \qquad (5.3.20)$$

где $u : x \to R^1$ интерпретируется как функция полезности. Если $X \in R^n$; $u(x)$ – выпуклая функция от x, обладающая свойством $u(\frac{x+y}{2}) < \frac{u(x)+u(y)}{2}$ при любых $x \neq y$, то $C^o(X) \subseteq C^\pi(X)$.

Обычно выбор осуществляется на основании информации о попарных сравнениях объектов (альтернатив), формализуемой введением понятия бинарного отношения. Пусть X – исходное множество. Подмножество $R \in X \times X$ называется бинарным отношением и записывается в виде $(x, y) \in R$ или xRy, где $x, y \in X$.

При решении задачи выбора используется аппроксимация отношения на исходном множестве альтернатив другим отношением, основанным на ряде предположений о характере предпочтений. При этом аппроксимирующее отношение может быть как менее сильным (когда исходное множество недостаточно представительно), так и более сильным (когда исходное множество слишком велико). В первом случае ряд ограничений снимается, во втором случае – вводятся дополнительные ограничения. Наиболее типичный случай сильной аппроксимации, когда отношение задается изотонной функцией, т.е. сохраняющей расстояние. В этом случае задача выбора сводится к задаче поиска экстремума функции.

Существенное значение при решении многокритериальной задачи имеет обеспечение необходимых свойств аппроксимирующего отношения, что связано с выбором меры различия в факторном пространстве. Обычно используются такие свойства бинарных отношений как *транзитивность*, *рефлексивность*, *симметричность*, что позволяет ввести меру расстояния. Бинарное отношение транзитивно, если из xRy и yRz следует, что xRz. Примерами транзитивных отношений являются отношения строгого порядка (больше, меньше, хуже и т.п.); примером нетранзитивных отношений являются отношения сходства или несходства. Отношение R рефлексивно, если для всякого $x \in X$: xRx. Если же ни для одного x это не выполняется, то отношение называется антирефлексивным. Примерами рефлексивного отношения являются отношения нестрогого порядка (не больше, чем; не меньше, чем; не лучше, чем и т.п.), подобия, сходства, а примером антирефлексивного отношения – строгий порядок. Если для $\forall x, y \in X : xRy \Rightarrow yRx$, то бинарное отношение называется симметричным. Если условие не выполняется ни для какой пары $(x, y), x \neq y$, то отношение антисимметрично. Примерами симметричного отношения являются отношения подобия, сходства, а несимметричного – строгий порядок. Отношение Парето, определенное выше, транзитивное, антирефлексивное и антисимметричное. Полезным свойством отношения является *цикличность*, облегчающая построение транзитивного замыкания отношения, которое само не является транзитивным, и введение

подходящей меры расстояния. Отношение R называется k-циклическим, если $R^k = R$.

Человеко-машинные методы принятия решений. Эти методы, называемые также интерактивными ЧМ-процедурами, не требуют изначально фиксированного определения схемы выбора наилучшего решения и применяются, когда важно сохранить всю имеющуюся информацию, например, если неизвестно явное выражение для функции полезности, имеется большое число критериев, схема агрегирования которых не ясна, и т.п. В ЧМ-процедурах ЛПР может непосредственно влиять на поиск решения в режиме диалога с ЭВМ. Они используют метод направленного перебора и различаются способом последовательной свертки информации в процессе получения удовлетворительного (субоптимального) решения. Различают процедуры, основанные на сужении множества допустимых решений, сужении множества весовых векторов, сужении множества критериев и методы одномерного поиска. Большинство ЧМ-процедур разработано для решения задач линейного программирования.

Существует значительное число модификаций ЧМ-процедур. Основными условиями при выборе той или иной процедуры являются имеющаяся у ЛПР информация о задаче и требования к точности решения. Обзор этих методов можно найти в [1, 2, 3, 4, 7].

5.4. Методы поиска решения

Если решение задачи неизвестно или неоднозначно, например, отсутствуют аналоги или его трудно определить в явном виде, то применяются методы поиска (вывода) решения. Большинство этих методов основано на стратегиях полного перебора, имплицитного (неявного, неполного) перебора или сокращенного (направленного) перебора на основе эвристик (эвристический поиск). Стратегия *полного перебора* используется при отсутствии достаточной априорной информации о задаче и сравнительно небольшой мощности множества альтернатив (до 10^3 элементов при ручном счете и до 10^9 – на ЭВМ). *Имплицитный перебор* включает большую группу градиентных методов, например симплекс-метод, метод минимальной стоимости (“жадный” алгоритм), динамическое программирование, $(\alpha - \beta)$-метод, метод ветвей и границ и т.п. Все они основаны на рассмотрении на каждом шаге поиска не всего пространства задачи, а некоторого его фрагмента, определяемого симметрией задачи. *Эвристические методы* основаны на моделировании эвристик – качественно-ситуационных способов решения задач. Эвристики – это пошаговые процедуры, которые за конечное число шагов обеспечивают удовлетворительное решение задачи путем сокращения возможных вариантов при поиске решения и использования направленного перебора. Эвристические методы применяются для решения слабо структурированных, плохо формализуемых задач, которые не могут быть описаны числовой моделью и характеризуются неточностью, неполнотой, неоднозначностью, неясностью

информации. Их применение также целесообразно при жестких ресурсных ограничениях (действия в экстремальных или неизвестных ситуациях). Эвристический поиск включает системный анализ задачи; выявление ограничений, влияющих на результат (как внешних, так и внутренних); анализ возможности получения результата простыми средствами; определение особенностей, ограничений и “узких мест”, требующих использования дополнительных средств, и путей их уменьшения; моделирование задачи и возможных ситуаций для получения наилучшего решения. Эвристический поиск базируется на использовании ряда общих подходов, применяемых человеком в процессе решения задач при генерировании вариантов решений, их сравнении и выборе оптимального решения. *Метод аналогии* (прецедента) является наиболее общим и может предусматривать аналогию в целях и критериях, структуре и функциях, условиях функционирования, в результатах и их оценке, способах описания и моделях. *Метод упрощения* применяется, когда прямая аналогия затруднена из-за сложности проблемы и заключается в снятии ряда условий и ограничений, повышении “симметрии” задачи. *Метод агрегирования* (ассоциации, погружения) дополняет предыдущий и предусматривает применение концептуального аппарата более высокого уровня, что позволяет рассматривать решаемую задачу как часть более общей (такой подход характерен для решения так называемых некорректных задач).

Основные методы поиска решения можно разделить на три группы. Первую группу составляют *стратегии поиска по состояниям*. Исходная информация представляется в виде пространства ситуаций, описываемого как состояние системы и окружающей среды. Алгоритм поиска состоит в поиске пути $\{l\}$, ведущего из начального состояния в одно из конечных (целевых состояний) $S_0 \xrightarrow{\{l\}} \{S_k\}$. К этой группе относятся методы поиска “в ширину”, поиска “в глубину”, $(\alpha - \beta)$-метод, метод ветвей и границ, метод кратчайшего пути, методы прямого и обратного поиска, а также градиентные методы, например, метод минимальной стоимости, метод динамического программирования, метод векторной оптимизации, интерактивные ЧМ-методы.

Вторую группу составляют *стратегии поиска по задачам*. Исходная информация представляется как задача σ и множество элементов решения (подзадач) σ_{ij}, где j – число уровней решения; i – число элементов на j-м уровне. Алгоритм поиска состоит в сведении исходной задачи к более простым задачам, пока не будут получены элементарные задачи $\sigma \to \bigcup_i \bigcap_j \sigma_{ij}$. К этой группе относятся метод ключевых операторов, метод общего решателя задач и другие.

Третью группу составляют методы, использующие логический вывод. Исходная информация представляется в виде описания состояний в рамках некоторой формальной системы, включающей алфавит, аксиомы и правила вывода. Путем логического вывода проверяется, можно ли получить конечное

состояние σ_k из начального состояния σ_0. К этой группе относятся дедуктивный метод, метод продукций и ряд других.

Разработаны различные модификации методов поиска с целью повышения их эффективности, а также комплексные целевые стратегии поиска общего характера, моделирующие процесс рассуждения человека. Рассмотренные схемы допускают обобщение на нечеткий случай путем объединения стратегий поиска по состояниям и по задачам, что повышает гибкость стратегии поиска в различной информационной среде. Обзор этих методов можно найти, например, в [12].

В заключение рассмотрим применение некоторых из перечисленных методов поиска решения. Методы перебора не требуют особого комментария. Из множества допустимых альтернатив выбирается произвольная альтернатива. Если она удовлетворяет критериям, то решение получено, если же нет, то берется следующая альтернатива и т.д. Решением считается альтернатива, которая удовлетворяет критериям задачи. Если же таких альтернатив несколько, то выбирается та из них, которая имеет наилучшие значения критериев.

Среди градиентных методов широкое распространение получил так называемый «жадный» алгоритм, в котором решения выбираются в соответствии со значением оценочной функции (функции стоимости). Он приводит к решению в тех случаях, когда задачу можно свести к определению пересечения двух семейств подмножеств, принадлежащих к не зависящим друг от друга частям одного и того же множества.

Рассмотрим пример. Имеется схема автотранспортных перевозок между пунктами, представленная в виде графа, где пункты пронумерованы цифрами от 1 до 10 (рис.4). Требуется найти дерево, имеющее минимальную сумму расстояний. В качестве оценочной функции использована стоимость перевозки, пропорциональная расстоянию (на графе указаны расстояния в километрах).

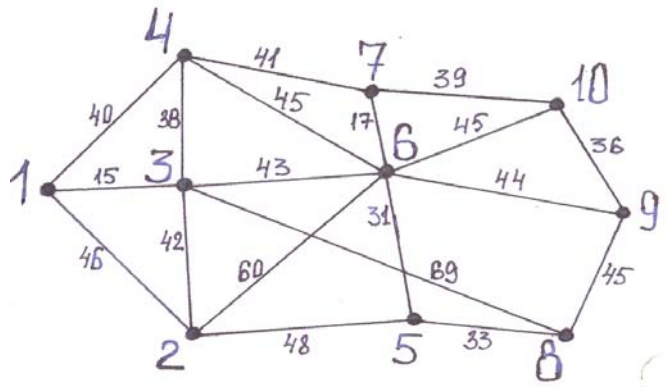

Рис.4. Граф системы автотранспортных перевозок

Для решения задачи расположим ребра-пути в порядке возрастания стоимости. Имеем 1-3, 6-7, 5-6, 5-8, 9-10, 3-4, 7-10, 1-4, 4-7, 2-3, 3-6, 6-9, 8-9, 1-2, 2-5, 2-6, 3-8. Алгоритм работает следующим образом. Начиная с наименьшего пути, включаем последовательно ребра, имеющие меньшую стоимость из оставшихся и не образующие цикла с уже включенными ребрами. Получаем решение 1-3, 6-7, 5-6, 5-8, 9-10, 3-4 и 7-10. Следующее по стоимости ребро 1-4 исключается, так как оно образует цикл с уже включенными ребрами 1-3 и 3-4. Далее добавляются ребра 4-7 и 2-3. Видно, что все вершины достигнуты и дерево минимальной стоимости построено. Этот же метод применим и при другой интерпретации величин и отношений между ними, например аналогично можно рассмотреть схему телефонных соединений, каналов связи и т.п.

Из эвристических методов рассмотрим генетический алгоритм, который моделируют законы развития живых систем: отбор наиболее приспособленного, наследование полезных признаков и изменчивость. Этот алгоритм был предложен Дж. Холландом в его теории адаптации и состоит из следующих шагов:

− случайным образом создать начальную популяцию из N объектов (структур, вариантов решения и т.п.);

− вычислить для каждого объекта показатель его работы. Если их среднее значение достаточно высокое, то прервать вычисления и считать эти объекты итоговым результатом;

− для каждого объекта подсчитать вероятность его выбора

$$вероятность = \frac{показатель\ работы}{сумму\ показателей};$$

− применяя генетические операторы, создать следующую популяцию объектов в соответствии с вычисленной вероятностью выбора;

− повторить процедуру, начиная со второго шага.

В качестве генетических операторов используются кроссинговер (перекрест, переход), изменение (мутация) и перестановка (инверсия). Оператор кроссинговера (перекреста) является основным для создания новых структур. Он берет две структуры, случайным образом выбирает точку разрыва (место разделения компонент) на этих структурах и меняет местами последовательности компонент, находящиеся справа от точки разрыва. Например, если две структуры a_1, a_2, a_3, a_4 и a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 перекрещиваются между второй и третьей позициями, то новыми структурами будут a_1, a_2, a'_3, a'_4 и a'_1, a'_2, a_3, a_4. Оператор кроссинговера работает с имеющимися в текущей момент структурными популяциями. Для учета и внесения новой информации в имеющуюся популяцию используется оператор мутации, который произвольным образом изменяет одну или несколько компонент выбранной структуры. Вероятность его применения очень мала, и его наличие обеспечивает достижимость всех точек в пространстве поиска. Оператор инверсии изменяет характер связи между компонентами структуры. Он берет

одну структуру, случайным образом выбирает на ней две точки разрыва и располагает в обратном порядке элементы, находящиеся между этими точками. Например, инверсия структуры a_1, a_2, a_3, a_4 с точками разрыва между первым и вторым и между третьим и четвертым элементами дает новую структуру a_1, a_3, a_2, a_4. Оператор мутации не влияет на выбор структур и применяется, когда не удается построить хорошую популяцию. Оператор кроссинговера эффективно влияет на структуры, содержащие большое число элементов, оператор мутации наоборот более эффективен для малых структур.

Рассмотрим в качестве примера, иллюстрирующего действие генетического алгоритма, задачу синтеза. Пусть требуется разработать новую перспективную модель, например автомобиль повышенной проходимости. Модель конструируется из, примерно, $N = 1000$ элементов, т.е. множество разнотипных элементов конструктора состоит из 1000 единиц. Каждый вариант оценивается по n критериям, например, $n \cong 100$. Общая база знаний о предметной области насчитывает около 10000 вариантов, которые могут отличаться числом и составом элементов. Будем считать, что критерии предварительно ранжированы по важности, причем самыми важными являются функциональные критерии (группа 1), затем идут технико-экономические критерии (группа 2), эргономические (группа 3) и специальные (группа 4). Внутри групп предварительное ранжирование не проводится. Эти же группы критериев применяются и для оценки отдельных элементов конструктора. Таким образом, каждый вариант (и элемент) представлен упорядоченным набором критериев (показателей) $< K1, K2, \ldots, K_n >$, где $n \cong 100$. В этом наборе могут быть пропуски (нулевые позиции), т.е. не обязательно все критерии используются для оценки всех вариантов (элементов). Примем, что вес каждого варианта (элемента) определяется отношением числа критериев с максимальным значением к общему числу критериев. Элементы конструктора могут варьироваться (добавляться и удаляться). Нужно определить наилучшее решение. Конечно, такая задача может быть решена методом перебора, однако это потребует больших затрат времени. Кроме того, если учесть, что множество элементов конструктора может пополняться, то трудоемкость задачи еще более возрастает. Выбор решения зависит также от соответствия (адекватности) условий задачи применяемому методу выбора. Влияет на результат соотношение весов критериев и пополнение множества альтернатив (элементов).

Применим для поиска решения генетический алгоритм. Необходимо определить конкретный механизм отбора наилучшего, а также способы накопления полезных признаков применительно к решаемой задаче. Правила игры здесь задает ЛПР, устанавливая приоритеты, определяющие необходимость применения генетических операций кроссинговера, изменения и перестановки. Сделаем пояснения относительно этих операций.

Операция кроссинговера в основном будет применяться при отборе вариантов. Наряду с традиционным перекрещиванием дополним ее операциями

пересечения и объединения множеств-популяций, как предельными случаями операции кроссинговера.

Операция пересечения применяется к двум вариантам неодинаковой размерности, когда у одного из них отсутствует часть элементов (неполная размерность), причем заполненные позиции совпадают. Операция объединения применяется, когда оба варианта имеют неполную размерность (часть позиций – нулевые позиции), причем заполненные позиции дополняют друг друга.

Операция изменения в основном будет применяться для отбора методов получения решения. Ее использование связано с непригодностью рассматриваемого метода и необходимостью его модификации. Операция перестановки (инверсии) будет применяться при изменении предпочтений ЛПР в оценке вариантов (элементов), например, если критерий (элемент), стоящий на первой позиции, перестал играть доминирующую роль и его нужно заменить.

В данной задаче, говоря языком биологии, популяция состоит из 10000 вариантов решений, каждый из которых оценивается по n критериям, например, $n = 100$. В действительности на элементном уровне приходится решать несколько задач разной размерности: на уровне подсистем $N \cong 10$, на уровне составляющих подсистем – модулей $N \cong 100$ и на уровне элементов $N \cong 1000$, но в нашем случае это не имеет значения.

Для отбора вариантов используем метод Парето. Определяются варианты, имеющие максимальные оценки хотя бы по одному критерию. Затем они сравниваются между собой. Варианты, которые не сравнимы друг с другом, остаются, остальные отбрасываются. Образуется новая популяция с оставшимися вариантами (множество 1). Это множество пополняется за счет операций кроссинговера и изменения, применяемых к элементам структуры вариантов. Пополненное множество принимается за исходное, и из его вариантов выделяется множество Парето (множество 2). После этого сравниваются варианты множеств 1 и 2. Если возможно сокращение то оно выполняется, и оставшиеся варианты образуют новое множество 3. Оно опять пополняется, и процедура повторяется до тех пор, пока не перестанет улучшаться (расширяться) множество Парето. Для выбора наилучшего решения необходимо к полученному множеству Парето применить методы первой группы, например метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния и т.п.

Для отбора методов к популяции, элементами которой являются разновидности методов, применяется генетический алгоритм. Метод считается применимым, если его информационные запросы I_M соответствуют условиям задачи I_0, т.е. $I_M \subseteq I_0$. Выделяются элементы метода и элементы условий задачи. У каждого метода имеются особые запросы (условия применимости), которые должны содержаться в условиях задачи. Операция кроссинговера при отборе методов мало пригодна, хотя и может использоваться для получения комбинаций методов. Так как «популяция» методов малочисленна (несколько

десятков методов), то основной для их трансформации и выбора является операция изменения (мутации), которая применяется, если не выполнены информационные запросы метода. Тогда этот метод отбрасывается (трансформируется) и заменяется другим, пока условия применимости какого-то метода не совпадут с условиями задачи. При этом метод представляется в виде совокупности элементов, составляющих информационный запрос метода (условия применимости). Если имеется много методов, для которых выполнены условия применимости, то исследуется структура методов, и они трансформируются с помощью операций изменения и кроссинговера. Определяется пересечение методов по элементам информационного запроса. Те условия, которые являются общими для методов, образуют типовые элементы (ядро) запроса. Ядро запроса проверяется на соответствие условиям задачи. Если соответствие отсутствует, то применяется операция изменения и происходит их замена другими. Методы ранжируются по их соответствию условиям задачи, точнее, по числу особых условий их применения (по типовым элементам запроса). Например, для метода аддитивной свертки важность критериев должна плавно убывать, для применения метода главного критерия один из критериев должен быть значительно важнее остальных, для метода пороговых критериев должны быть заданы пороговые значения критериев, для метода расстояния должно быть известно «идеальное» решение и т.п. Предварительное ранжирование методов осуществляет ЛПР по ряду критериев, которые учитывают предпочтения ЛПР, степень соответствия условиям задачи (информационный запрос), точность, сложность, надежность, время и т.п. (общее число критериев $n \cong 10$). Вес метода определяется отношением числа критериев с максимальным (наилучшим) значением к общему числу критериев при прочих равных условиях, т.е. при соответствии информационного запроса метода условиям задачи (этот критерий является основным). Остальная процедура выбора предпочтительного метода осуществляется аналогично отбору вариантов, изложенному выше. Для повышения достоверности расчетов часто целесообразно применять несколько методов с близкими оценками, поэтому наряду с кроссинговером, изменением и перестановкой следует использовать операцию объединения, которая позволяет получать комбинированные методы выбора вариантов. Об использовании операции пересечения было сказано выше.

Проведенное рассмотрение позволяет определить принципиальные условия применения генетического алгоритма к решению задачи синтеза, конкретные расчеты, хотя и трудоемки, не представляют особых затруднений.

Вопросы, изложенные в этом разделе, рассмотрены в [1, 2, 3, 4, 7, 9, 10, 11, 12, 13].

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под принятием решений?
2. От каких факторов зависит принятие решений?
3. Что такое альтернатива, множество альтернатив, система предпочтений?

4. Из каких этапов состоит процесс принятия решений?
5. Какие признаки используются при классификации задач принятия решений?
6. В чем отличие одноцелевых и многоцелевых моделей?
7. Как строится модель «прибыль-издержки»?
8. Как строится модель «эффективность-затраты»?
9. Объясните на примере, как используются одноцелевые модели для получения наилучшего решения?
10. Чем отличаются аддитивные и мультипликативные функции полезности?
11. Как определяется вес факторов в методе А.Кли?
12. Какие методы многомерного шкалирования используются при принятии решений?
13. Чем обусловлена неоднозначность при решении многокритериальной задачи выбора?
14. Какие группы методов используются при решении задачи выбора?
15. В чем состоит метод свертки?
16. Какие типы сверток наиболее часто используются на практике?
17. В чем состоит метод пороговых критериев?
18. При каких условиях используется метод «расстояния»?
19. В чем состоит метод главного критерия?
20. Для чего используется метод Парето?
21. Какие альтернативы называются эффективными?
22. Как формулируется принцип Парето?
23. Как строится множество Парето?
24. Какие стратегии принятия решений используются при взаимодействии системы с окружающей средой?
25. Объясните, как действует метод гарантированного результата?
26. В каких системах используется принцип равновесия?
27. Как действует метод Нэша?
28. Какие типы функций выбора используются при принятии решений?
29. Какими свойствами характеризуются бинарные отношения?
30. В чем состоят особенности применения человеко-машинных (ЧМ) процедур принятия решений?
31. Какие методы поиска решения используются при решении задач выбора?
32. Объясните на примере, как действует метод стоимости?
33. Приведите пример использования эвристических методов?
34. Чем отличаются полный перебор и имплицитный перебор?

6. Математические методы анализа систем

6.1. Математическое описание систем и их свойств

Существенными свойствами систем являются наличие связей между элементами и процесс преобразования, происходящий в системе. Система считается полностью определенной, если известны элементы, связи между ними и наблюдаемые величины, используемые для описания системы. Определение системы должно учитывать ее существенные свойства. В качестве элементов могут выбираться объекты, их свойства, величины и значения величин. Следует различать элементы исходного множества, на котором строится система, и элементы системы, которые сами могут быть множествами. При формальном описании системы в качестве ее элементов обычно используются свойства и величины. Необходимо иметь в виду, что любая

формализация основана на упрощениях и учитывает лишь некоторые аспекты понятия. В символьном виде система определяется как множество элементов с отношениями

$$S = \{X, Y, Z, ..., R, P, Q, ...\}, \qquad (6.1.1)$$

где $X, Y, Z \ldots$ – множества элементов, а $R, P, Q \ldots$– отношения, определяющие связи элементов одного или нескольких множеств, причем элементами здесь являются объекты. Вводя обозначения элементов, имеем

$$S = \{x \in X, y \in Y, z \in Z, ..., x_i R_1 x_j, ..., x_k R_t y_l, ..., z_m Q_u z_n,\ i, j, k, l, m, n \in I\}, \qquad (6.1.2)$$

где индексы i, j, k, l, m, n независимо пробегают некоторое множество I.

Приведем два определения, оперирующие величинами. В первом из них система рассматривается, как подмножество, задаваемое в пространстве величин, при этом отношение не определяется в явном виде. Второе определение рассматривает систему, как преобразователь входных величин в выходные, т.е. с точки зрения процессов, происходящих в системе. Это определение характерно для класса автоматов.

Определение 1. Системой называется отношение на непустых множествах

$$S \subset \times\{V_i : i \in I\}, \qquad (6.1.3)$$

где $\times$ – символ декартова произведения; I – множество индексов; V_i – элементы системы. Если I конечно, то (6.1.3) принимает вид

$$S \subset V_1 \times V_2 \times ... \times V_n. \qquad (6.1.4)$$

Пусть множества $I_X \subset I$, $I_Y \subset I$ образуют разбиение множества элементов V, при этом выполняются соотношения $I_X \cap I_Y = \varnothing$ и $I_X \cup I_Y = I$. Множество $X \subset \times\{V_i : i \in I_X\}$ называется входным элементом (входом), а $Y \subset \times\{V_i : i \in I_Y\}$ – выходным элементом (выходом) системы. Тогда система $S \subset X \times Y$ называется системой “вход – выход”. Если S является функцией, то соответствующая система называется функциональной. Связь между входом и выходом системы может задаваться в виде обычной функции, оператора или матрицы.

Определение 2 (для системы с конечным числом состояний). Система определяется в виде кортежа (упорядоченного набора элементов)

$$S = \langle X, Y, \varphi, f, g \rangle, \qquad (6.1.5)$$

где X – множество допустимых входов; Y – множество допустимых выходов; φ – множество допустимых состояний, $f : \varphi \times X \to \varphi$ – функция перехода из одного состояния в другое, $g : \varphi \times X \to Y$ – функция выхода.

Таким образом, система формально определяется в терминах ее наблюдаемых величин и взаимосвязей между ними, при этом их конкретная интерпретация может быть различной. Это отражает суть системного подхода,

направленного на выяснение организации и взаимосвязей элементов систем вне зависимости от их природы.

Приведенные определения допускают обобщение на нечеткий случай. Нечеткая система $\tilde{S}$ определяется выражениями вида (6.1.1) – (6.1.5), в которых X, Y, Z, V – нечеткие множества, R, P, Q – нечеткие отношения, f, g – нечеткие функции. Нечеткое множество определяется в виде $\tilde{X} = X \times [0,1]$, аналогично задаются нечеткое отношение $\tilde{R} = R \times [0,1]$ и нечеткая функция $\tilde{f} = f \times [0,1]$.

Аксиоматический подход к понятию сложности. Понятие сложности является многоаспектным. В разделе 3.2.2 рассматривалась вычислительная сложность. В общем случае сложность системы не может быть измерена в абсолютной мере, а только в шкале порядка, т.е. с точностью до монотонного преобразования. Однако для класса систем, относящихся к автоматам, можно определить понятие сложности с помощью аксиом таким образом, что оказывается возможным ее измерение в шкале отношений. Для структурной сложности имеют место следующие аксиомы:

1. Иерархия.

Если $S_i \subset S$, то $C(S_i) \le C(S)$, т.е. сложность подсистемы не может быть больше, чем сложность всей системы.

2. Параллельное соединение.

Если $S = S_1 \oplus .... \oplus S_k$, то $C(S) = \max\limits_{1 \le i \le k} C(S_i)$, т.е. при параллельном соединении подсистем сложность суммарной системы определяется наиболее сложной ее частью.

3. Последовательное соединение.

Если $S = S_1 \otimes .... \otimes S_k$, то $C(S) \le C(S_1) + ... + C(S_k)$, т.е. сложность системы не больше суммарной сложности подсистем.

4. Соединение с обратной связью.

$C(S_i \overleftarrow{\otimes} S_j) \le C(S_i) + C(S_j) + C(S_{j,i})$,

где $C(S_{j,i})$ – сложность обратной связи из S_j в S_i.

5. Нормализация.

$C(S) = 0$ для всех $S \in \Sigma$, т.е. в множестве систем S существует подмножество “элементарных” систем Σ, сложность которых равна нулю.

Здесь предполагается, что измерение сложности проводится в шкале отношений с одной степенью свободы и фиксированным нулем, т.е. результат измерения выражается числом. В качестве меры сложности в этом случае можно выбрать, например, число элементов в системе или число отношений между элементами.

Приведенных аксиом оказывается достаточно для определения мер структурной сложности систем, задаваемых различными способами. Для систем с конечным числом состояний эти аксиомы однозначно определяют меру сложности, причем их количество является минимальным. Эти аксиомы также удобны при алгебраическом подходе к анализу и оценке сложности.

Рассмотрим применение аксиом для оценки сложности систем с различной структурой. Для последовательно-параллельной структуры, состоящей из n последовательных уровней, на каждом из которых имеется соответственно $k_1, k_2, ..., k_n$ параллельных элементов, сложность определяется выражением

$$C(S) \le \max_{1 \le i_1 \le k} C(S_{i_1}) + ... + \max_{1 \le i_n \le k_n} C(S_{i_n}), \qquad (6.1.6)$$

где $C(S_{i_1})$ – сложность элемента i_1 первого уровня и т.д.

Для сетевых структур сложность оценивается с помощью второй и четвертой аксиом. Например, сложность сетевой структуры, состоящей из n элементов, в которой каждый элемент связан со всеми другими (многоугольник с диагоналями), определяется выражением

$$C(S) \le \sum_{i=1}^{n} C(S_i) + \sum_{i=n}^{3} \sum_{j=1}^{n-2} C(S_{i,j}), \qquad (6.1.7)$$

где $C(S_i)$ – сложность элемента i, $C(S_{i,j})$ – сложность связи элементов i и j.

Сложность поведения, вообще говоря, не определяется приведенными выше аксиомами. Аксиома иерархичности может нарушаться, если при переходе от системы к подсистеме или наоборот меняется тип поведения. Аксиома нормализации не может быть установлена, так как измерение сложности поведения осуществляется в шкале порядка. Имеет место аксиома типовой сложности

$$C^{(1)}(S) \le C^{(2)}(S) \le C^{(3)}(S), \qquad (6.1.8)$$

где индекс (1) относится к детерминированному поведению, индекс (2) – к случайному, индекс (3) – к нечеткому.

Можно подойти к определению сложности поведения формально, т.е. считать, что, чем сложнее структура системы, тем сложнее ее поведение. Тогда в пределах типа могут быть сохранены аксиомы, сформулированные для сложности структуры, однако они не являются вполне адекватными. Если тип поведения меняется при переходе от системы к подсистемам или наоборот, то происходит скачкообразное изменение сложности.

Аксиоматический подход может быть реализован для класса автоматов в пределах детерминированного типа поведения. В качестве систем с «элементарным» поведением в этом случае можно выбрать одношаговую детерминированную машину Тьюринга, а в качестве меры сложности поведения системы – функцию преобразования. Распространение аксиом на другие типы поведения (случайное и нечеткое) довольно проблематично.

6.2. Методы изучения структуры систем

Методы ранжирования были рассмотрены в разделе 3.2.3, в этом разделе обсуждаются более сложные методы.

Топологический анализ. Для изучения структуры взаимосвязей элементов системы используется так называемый топологический анализ, или анализ связности, оперирующий понятиями комплекса, симплекса, q-связности и эксцентриситета. Этот анализ определяет структуру связей (связность) подсистем в системе.

Симплициальный комплекс – обобщение понятия планарного графа, отражающее многомерную природу рассматриваемого бинарного отношения между элементами системы. Рассмотрим систему, представленную в виде множества пар элементов, связанных некоторым отношением R. Тип отношения может быть различным: соответствие, подобие, сходство, различие и т.п., что не играет роли. Имеем

$$S = \{(x, y) : x \in X, y \in Y, xRy\}. \qquad (6.2.1)$$

Отношение R порождает множество многомерных связей между элементами. Анализировать можно как связи элементов множества X, так и связи элементов множества Y. Любой элемент множества X (или Y) со связями называется симплексом. Объединение симплексов образует комплекс. Обозначение симплекса $\sigma_X(Y,R)$ или $\sigma_Y(X,R)$. Обозначение комплекса $K_X(Y,R)$ или $K_Y(X,R)$. Задача изучения структуры связности комплекса K сводится к построению так называемых классов q-эквивалентности. Для каждого значения размерности q = 0, 1, … , dim$K$ (где dim$K$ – максимальная размерность комплекса) можно определить число различных классов эквивалентности θ_q. Эта операция называется q-анализом комплекса K, а вектор $\theta = (\theta_{\dim K}, ..., \theta_1, \theta_0)$ – первым структурным вектором комплекса.

Симплекс $\sigma_Y(X,R)$ называется q-мерным (q-связным), если он содержит не менее q+1 элементов, удовлетворяющих отношению R (число единиц в соответствующей симплексу строке матрицы инциденций). Если два симплекса q-связны, то, очевидно, что они также q-1, q-2, … ,0-связны в комплексе K.

В качестве примера рассмотрим q-анализ системы “приборы – величины”. Пусть множество X состоит из измерительных приборов $X = \{x_1, x_2, ..., x_{15}\}$, а множество Y из измеряемых величин $Y = \{y_1, y_2, ..., y_{15}\}$. Интерпретация приборов и величин в данном случае не имеет значения. Определим отношение R такое, что $(x_i, y_j) \in R$, если «прибором x_i можно измерить величину y_j». Матрица инциденций этого отношения приведена в табл. 6. Она составлена в известной мере произвольно, но так, чтобы показать особенности анализа связности.

Таблица 6

Матрица инциденций

R	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}
x_1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
x_2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_4	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{11}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{12}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{13}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{14}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{15}	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0

Результаты q-анализа имеют вид

q=5; θ_5=1, одна компонента, состоящая из симплекса $\{x_4\}$;

q=4; θ_4=1, одна компонента, состоящая из симплекса $\{x_4\}$;

q=3; θ_3=2, две компоненты, состоящие из симплексов $\{x_4\}$, $\{x_{15}\}$;

q=2; θ_2=3, три компоненты, состоящие из симплексов $\{x_4\}$, $\{x_{15}\}$, $\{x_1\}$;

q=1; θ_1=2, две компоненты $\{x_1, x_4, x_9, x_{12}, x_{14}, x_{15}\}$, $\{x_5\}$;

q=0; θ_0=1, одна компонента {все x, за исключением x_7, x_{10}}.

Здесь q – степень (уровень) связности; θ_q – число компонентов связности q; $\{\cdot\}$ – множество симплексов, имеющих связность q.

Как видно из результатов анализа, с уменьшением степени связности некоторые симплексы объединяются в один компонент. Для объединения двух симплексов необходимо, чтобы для степени связности q они имели не менее q+1 общих связей (число единиц в одних и тех же столбцах матрицы инциденций). Структурный вектор комплекса равен: θ = (1, 1, 2, 3, 2, 1). Таким образом, комплекс связан для больших и малых q, а для промежуточных значений связности распадается на несколько несвязных компонентов. Существование на уровне $q = n$ более чем одного компонента означает, что существует два n-мерных симплекса (прибора), которые не являются n-связными.

Введем вектор препятствия $D = \theta - I$, где I – единичный вектор. Компоненты вектора D являются мерой препятствия свободному обмену информацией в комплексе на каждом уровне размерности (связности). Если на каком-то уровне компонент вектора D равен 0, то препятствие отсутствует. В рассматриваемом примере имеется препятствие на уровне q=3 (соответствующий компонент вектора D не равен 0). Это означает, что симплексы (приборы) x_4 и x_{15}, хотя каждый из них может измерить, по крайней мере, четыре величины, не связаны (прямо или косвенно) никакими четырьмя величинами, и, следовательно, свободный обмен величинами между приборами x_4 и x_{15} на уровне q=3 невозможен. Таким образом, вектор препятствий является индикатором возможных вариантов выбора измеряемых величин для приборов на каждом уровне связности.

Рассмотренный q-анализ дает возможность изучения связности структуры, но не несет информации о том, как каждый отдельный симплекс входит в комплекс. Для оценки степени интегрированности каждого симплекса в структуре всего комплекса используют понятие эксцентриситета. Эксцентриситет определяется выражением

$$\varepsilon(\sigma) = (q_0 - q_{\max})/(q_{\max} + 1), \qquad (6.2.2)$$

где q_0 – максимальная размерность (степень связности) симплекса σ; $q_{\max}$ – наибольшее значение q, при котором σ становится связанным с каким-либо другим симплексом. Если симплексу соответствует строка из нулей в матрице инциденций, то формально полагают для него $q_0 = q_{\max} = -1$. Результаты расчетов для рассматриваемого примера приведены в табл.7.

Таблица 7

Значения эксцентриситета

Симплекс	x_1	$x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$	x_4	x_5, x_{15}	x_7, x_{10}
Эксцентриситет	1/2	0	2	1	∞

Из данных табл. 7 следует, что наиболее интегрированным в комплексе (многофункциональным) является прибор x_4. Таким образом, эксцентриситет является мерой гибкости симплексов (приборов) к изменениям в системе. Аналогично может быть проведен топологический анализ множества Y по отношению R.

Дальнейший анализ направлен на изучение структуры, образуемой q-связями. Он основан на теории гомологий и использует понятия цепи, границы и группы гомологий. Примеры такого анализа можно найти в [1, 2, 12].

Покрытия, разбиения и иерархии. Для того чтобы расширить понятие топологической связности и отразить в нем иерархический аспект, используют

понятия покрытия, разбиения и иерархии. Семейство множеств $A=\{A_i\}_1^n$ называется покрытием множества X, если $A_i \in 2^X$ и $X=\bigcup_i A_i$, где 2^X – множество всех подмножеств множества X. Если, кроме того, $A_i \cap A_j = \varnothing$ $(i \neq j)$, то A называют разбиением множества X. Элементы множества A являются подмножествами X, т.е. можно считать A_i как бы расположенными на уровне N+1, полагая, что элементы X расположены на уровне N. Теперь можно определить иерархию H при помощи отношения R, задаваемого условием: $\{A_i, X_j\} \in R$ тогда и только тогда, когда $X_j \in A_i$, где X_j – множество, расположенное на уровне N, а A_i – множество, расположенное на уровне N+1. Отношение R, определяющее связи между иерархическими уровнями, представляется матрицей инциденций из нулей и единиц так же, как отношения между элементами одного уровня, например уровня N. Это справедливо для любых уровней иерархии и связей между ними. Для $\forall A_j, A_k \in H$ выполняется условие $A_j \cap A_k = \varnothing (j \neq k)$, где A_j, A_k – уровни иерархии. Например, для множества, элементами которого являются студенты вуза, разбиением будет их распределение по курсам, учебным группам или специальностям, а покрытием – их распределение по интересу или склонности к различным дисциплинам. Понятия покрытия, разбиения и иерархии можно обобщить на нечеткий случай, при этом множества X, R, A, H рассматриваются как нечеткие [12]. Использование этих понятий дает дополнительные возможности анализа структуры и представления сложных систем, состоящих из подсистем и иерархических уровней.

Построение разрешающих форм. Введение отношения на множестве элементов приводит к упрощениям и появлению классов эквивалентности состояний, что можно описать с помощью функции $f_i : V_i \to V_i'$, где V_i – заданное множество состояний некоторой переменной, а V_i' – упрощенное множество состояний той же переменной. Выбираемая функция должна быть гомоморфна (взаимно-однозначна) относительно свойств исходного множества, существенных с точки зрения рассматриваемой задачи. Такая функция называется упрощающей. Разбиение исходного множества на неразличимые классы называется разрешающей формой. Разрешающие формы могут быть упорядочены по отношению уточнения, определенного на разбиениях данного множества. Такое отношение является отношением частичного порядка и образует решетку. Для двух разбиений X и Y, определенных на одном и том же множестве, будем говорить, что X является уточненным разбиением Y, если для любой группы $x \in X$ существует группа $y \in Y$ такая, что $x \subseteq y$. Тогда Y – укрупненное разбиение X. Решетка разрешающих форм на множестве состояний называется разрешающей решеткой. Рассмотрим несколько примеров. Пусть переменная, описывающая образование имеет следующие состояния: e – неполное среднее образование, h – среднее, c – высшее, g – ученая степень. Состояния переменной «образование» здесь упорядочены, и это накладывает ограничения на число разрешающих форм. Отношение порядка

является очевидным $e \prec h \prec c \prec g$, и всего имеется 8 разрешающих форм. Группам в отдельных разрешающих формах можно дать отдельные названия, например “cg” – высшее образование или ученая степень, “hc” – среднее или высшее и т.д. Решетка разрешающих форм изображена на рис.5 в виде диаграммы Хассе. Стрелки на рис. 5 указывают направление уточнения разбиения. Для упрощения исходной системы надо двигаться в обратном направлении.

Для сравнения рассмотрим переменную, состояния которой не упорядочены, например переменную, состояниями которой являются цвета светофора (красный, желтый, зеленый) или вкусовые ощущения (сладкий, горький, соленый). В этом случае все разбиения множества приемлемы, так как нет ограничений. Соответствующая диаграмма Хассе для переменной «вкус» дана на рис. 6.

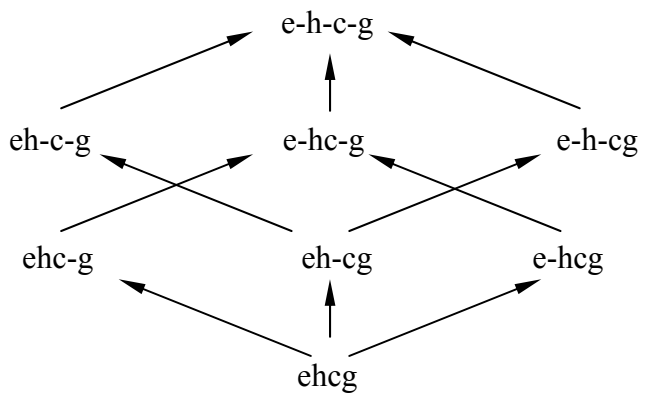

Рис.5. Решетка разрешающих форм для полностью упорядоченного множества

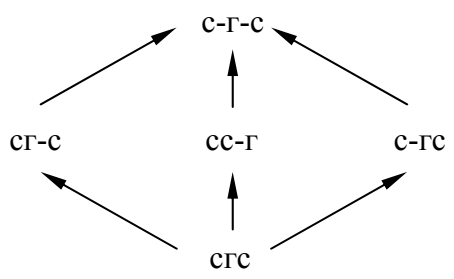

Рис.6. Решетка для неупорядоченного множества

Следует отметить, что упорядочение определяется внешней целью и связанным с ней отношением. В первом примере значения переменной «образование» упорядочены порядковым отношением «лучше, чем», но для каких-то целей упорядочение может и не вводиться. Во втором примере состояния переменной «цвет» или переменной «вкус» также могут быть упорядочены, но мы такое упорядочение не вводим. Например, для переменной «цвет» – по положению в спектре, по воздействию на сетчатку глаза или по оценке участников дорожного движения. Для переменной «вкус» – по действию на вкусовые рецепторы и т.д.

Если множество состояний состоит из *m* состояний, то число разрешающих форм в решетке $N_m = \sum_{i=0}^{m-1} C_{m-1}^{i} N_i$, $N_0 = 1$. Расчеты дают $N_m = 2$ при *m*=2; $N_m = 5$ при *m*=3; $N_m = 15$ при *m*=4; $N_m = 52$ при *m*=5; $N_m = 203$ при *m*=6; $N_m = 877$ при *m*=7 и т.д. Без учета наименьшей и наибольшей уточненной формы число осмысленных упрощений равно $N_m - 2$.

Построение разрешающих форм для величин, характеризующих систему, дает возможность упростить модель за счет агрегирования исходных данных и повышения симметрии задачи.

6.2.1. Определение надежности и качества систем

Во многих случаях целью анализа является оценка характеристических свойств систем. К таким свойствам относятся, в частности, надежность и качество системы. Поэтому материал этого подраздела тесно связан с тематикой предыдущего раздела.

Оценка надежности функционирования систем использует понятие структурной функции. Определение структурной функции системы, принятое в теории надежности, использует соотношения теории вероятностей. Мы применим для представления структурных функций теорию нечетких множеств, что значительно облегчит выполнение расчетов и делает их более наглядными. Введем бинарные переменные $x, y, z, \ldots$, каждая из которых принимает лишь два значения {0;1}, и определим для них две операции: умножение ($\bullet$) и кооперативное суммирование ($\hat{+}$)

$$x \bullet y = xy \qquad (6.2.1.1)$$

$$x \hat{+} y = sum(x, y) = x + y - xy\ . \qquad (6.2.1.2)$$

Структурная функция системы определяется применением к переменным $x, y, z, \ldots$ операций $\bullet$ и $\hat{+}$. Она имеет вид

$$f\ (x,\ y \ldots; \bullet, \hat{+}\ )\ . \qquad (6.2.1.3)$$

Например,

$$f(x, y, z) = x \hat{+} xy \hat{+} yz\ . \qquad (6.2.1.4)$$

Каждой структурной функции соответствует графическое представление системы, в котором параллельному соединению компонентов (элементов) соответствует операция $\hat{+}$, а последовательному – операция $\bullet$. Так, функции (6.2.1.4) соответствует схема, состоящая из трех параллельных компонентов. Первый компонент состоит из элемента X, второй компонент – из последовательно соединенных X и Y; третий – из последовательно соединенных элементов Y и Z. Мы не будем использовать графическое представление, ввиду его громоздкости, и ограничимся словесным описанием, которое вполне понятно.

Обычно для представления структурной функции используется каноническая (приведённая) форма, которая имеет наиболее простой вид и не содержит степеней и подобных членов (аналогично многочленам в алгебре). Для упрощения структурных функций используются свойства поглощения

$$x\ (x \hat{+}\ y) = x\ , \qquad (6.2.1.5а)$$

$$x \hat{+}\ xy = x\ . \qquad (6.2.1.5б)$$

Соотношения (6.2.1.5а), (6.2.1.5б) эквивалентны. Поясним их действие примером. Каноническая форма функции (6.2.1.4) имеет вид

$$f_0(x, y, z) = x \hat{+}\ yz\ , \qquad (6.2.1.4а)$$

так как по (6.2.1.5б) имеем $x \hat{+} xy = x$. Рассмотрим в качестве примера систему, структурная функция которой имеет вид

$$f_1(x, y, z) = xy \hat{+} xz \hat{+} y \hat{+} xyz . \qquad (6.2.1.6)$$

Из (6.2.1.6) следует, что система состоит из четырех параллельных компонентов XY, XZ, Y, и XYZ, причем первый компонент содержит два последовательных элемента X и Y, второй – X и Z, третий – один элемент Y, четвертый – три последовательных элемента X, Y и Z. Применяя свойство (6.2.1.5б), получаем каноническую форму в виде

$$f_{10}(x, y, z) = y \hat{+} xz , \qquad (6.2.1.6а)$$

так как $y \hat{+} xyz = y$ и $xy \hat{+} y = y$.

Чтобы оценить надёжность системы по структурной функции, сопоставим каждому аргументу этой функции состояние компонента (элемента) системы. Будем считать, что, например, компонент X функциональный, если соответствующая ему бинарная переменная (аргумент) $x = 1$, и не функциональный, если $x = 0$. В этом случае, очевидно, что структурная функция $f(x, y \ldots; \bullet, \hat{+})$ также является бинарной и принимает значения $\{0;1\}$. Система S функциональная (т.е. безотказно работает), если её структурная функция $f = 1$, и нефункциональная (т.е. не работает), если $f = 0$. Так как надежность системы определяется через вероятности безотказной работы ее компонентов, то нужно перейти от переменных x, y, $z, \ldots$ к вероятностям p_x, p_y, p_z и т.д., где p_x – вероятность того, что компонент X функциональный и т.д.

Обозначим вероятность, что система S функциональная, т.е. надежность системы, как p_S. Между структурной функцией f и вероятностью p_S имеется взаимнооднозначное соответствие (изоморфизм). Удобство использования функции f в том, что для операций $\bullet$ и $\hat{+}$ выполняется свойство идемпотентности («равномощности»), которое имеет вид

$$x \bullet x \equiv x^2 = x , \qquad (6.2.1.7)$$

$$x \hat{+} x \equiv x + x - x^2 = x . \qquad (6.2.1.8)$$

Для обычного сложения $x + x = 2x$, и сумма выходит за пределы $\{0;1\}$, поэтому ее нельзя сопоставить вероятности. Для того чтобы перейти от f к p_S нужно в f заменить операцию $\hat{+}$ на обычное сложение согласно (6.2.1.2), затем, применяя для упрощения свойства идемпотентности (6.2.1.7), (6.2.1.8), избавиться от степеней, и, наконец, перейти к вероятностям, заменяя x на p_x, y на p_y и т.д. Таким образом, надежность системы определяется структурной функцией, в которой аргументами являются вероятности функциональности отдельных компонентов системы, связанные обычными операциями сложения и умножения. Мы можем записать

$$p_S = f_S(p_x, p_y, p_z \ldots; +, \bullet) , \qquad (6.2.1.9)$$

где f_S – приведенная структурная функция системы. Проиллюстрируем это на примере системы, представленной (6.2.1.6а). Переходим к обычной операции сложения, что дает

$$f_{10}(x, y, z) = y + xz - xyz \ . \qquad (6.2.1.10)$$

Поскольку все переменные входят в первой степени, то сразу получаем, заменяя x на p_x и т.д.

$$p_S = f_S(p_x, p_y, p_z) = p_y + p_x p_z - p_x p_y p_z \ . \qquad (6.2.1.11)$$

Выражение (6.2.1.11) можно преобразовать, вводя вероятность отказа $\overline{p}_y = 1 - p_y$, но мы не будем этим заниматься, ввиду очевидности преобразований. Изложенный подход применяется к техническим системам. Однако для сложных интеллектуальных систем, а также при теоретическом анализе технических систем удобно использовать нечеткий подход. Действительно, в первом случае числовая оценка надежности часто не может быть выполнена. Например, оценка надежности человека или предприятия величиной 90% мало о чем говорит. Во втором случае, т.е. при теоретическом анализе, часто бывает необходимо оперировать оценками, не зависящими от контекста. При нечетком подходе представим надежность системы в виде нечеткой переменной. Тогда выражение (6.2.1.9) преобразуется к виду

$$\tilde{p}_S = \tilde{f}_S(\tilde{p}_x, \tilde{p}_y, \tilde{p}_z ...; \tilde{+}, \tilde{\bullet}) \ , \qquad (6.2.1.12)$$

где все величины являются нечеткими, и операции выполняются с нечеткими величинами. Результат получается в виде функции принадлежности $\mu_{\tilde{p}_S}$, описывающей нечеткую величину $\tilde{p}_S$. Для представления $\tilde{p}_S$ удобно использовать нечеткие градации, например, ОВ, В, С, Н, ОН (см. ниже). В этом случае вычисления упрощаются. Для этого достаточно заметить, что при выполнении операции умножения значение произведения $\tilde{p}_x \tilde{p}_y$ сдвигается в меньшую сторону на одну градацию относительно наименьшей градации сомножителей, так как операция min является наибольшей операцией пересечения ($\min(x, y) > xy$). При перемножении трех величин происходит сдвиг в меньшую сторону на две градации и т.д. Очевидно, что если достигнута наименьшая градация (в нашем случае ОН или ООН), то дальнейшее умножение ничего не дает. Например, если $\tilde{p}_x = B$ и $\tilde{p}_y = B$, то $\tilde{p}_x \tilde{p}_y = C$. При выполнении операции суммирования, наоборот, происходит сдвиг суммы двух нечетких величин в большую сторону на одну градацию относительно наибольшей градации слагаемых, так как операция $\hat{+}$ больше операции max. При суммировании трех величин происходит сдвиг в большую сторону на две градации и т.д. Очевидно, что если достигнута наибольшая градация (в нашем случае ОВ или ООВ), то дальнейшее сложение ничего не дает. Например, если $\tilde{p}_x = B$, $\tilde{p}_y = C$, то $\tilde{p}_x \hat{+} \tilde{p}_y = OB$. В первом приближении для произведения нечетких величин, представленных нечеткими градациями, можно записать

$$\tilde{p}_S = \min(\tilde{p}_x, \tilde{p}_y, ...) - k \qquad (6.2.1.13а)$$

где k – число градаций, на которое уменьшается минимум, равное числу нечетких сомножителей без единицы. При этом левая часть должна оставаться в пределах допустимых градаций. Аналогично для суммы нечетких величин в первом приближении запишем

$$\tilde{p}_S = \max(\tilde{p}_x, \tilde{p}_y, ...) + l \ , \qquad (6.2.1.13б)$$

где l – число градаций, на которое увеличивается максимум, равное числу нечетких слагаемых без единицы. При этом левая часть должна оставаться в пределах допустимых градаций. Более точно результат можно оценить по таблицам [14].

Оценка качества функционирования системы может быть проведена на основе нечетких переменных. Будем описывать качество функционирования системы в виде нечетких градаций, например: очень-очень высокое значение (ООВ), очень высокое значение (ОВ), высокое (В), среднее (С), низкое (Н), очень низкое (ОН), очень-очень низкое, или не работает (ООН). Каждому компоненту X системы S соответствует то или иное значение нечеткой переменной $\tilde{x}$, представленной нечеткими градациями. Для последовательного соединения компонентов функция, характеризующая качество функционирования системы, определяется свёрткой (операцией) $\min$

$$\tilde{g}_{\rightarrow}(\tilde{x},\tilde{y}) = \min(\tilde{x},\tilde{y}) \equiv \tilde{x} \wedge \tilde{y} . \qquad (6.2.1.14)$$

Для параллельного соединения используется свёртка (операция) $\max$

$$\tilde{g}_{\uparrow\uparrow}(\tilde{x},\tilde{y}) = \max(\tilde{x},\tilde{y}) \equiv \tilde{x} \vee \tilde{y} . \qquad (6.2.1.15)$$

Для упрощения функций используются свойства поглощения

$$\tilde{x} \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{y}) = \tilde{x} , \qquad (6.2.1.15а)$$

$$\tilde{x} \wedge (\tilde{x} \vee \tilde{y}) = \tilde{x} . \qquad (6.2.1.15б)$$

Кроме того операции $\min$, $\max$ обладают свойствами идемпотентности и взаимной дистрибутивности

$$\tilde{x} \vee \tilde{x} = \tilde{x} , \qquad (6.2.1.16а)$$

$$\tilde{x} \wedge \tilde{x} = \tilde{x} , \qquad (6.2.1.16б)$$

$$\tilde{x} \vee (\tilde{y} \wedge \tilde{z}) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) , \qquad (6.2.1.17а)$$

$$\tilde{x} \wedge (\tilde{y} \vee \tilde{z}) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) , \qquad (6.2.1.17б)$$

где $\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ – нечетные переменные. Выражения (6.2.1.15а) – (6.2.1.17б) позволяют представить функцию $\tilde{g}$ в каноническом виде. Функция $\tilde{g}$ является показателем качества функционирования системы. Рассмотрим в виде примера систему S, состоящую из двух последовательных компонентов X и Y, причем компонент Y состоит из трех параллельных ветвей: первая ветвь содержит три последовательных элемента x, y и z; вторая – два последовательных элемента x и z; третья состоит из одного элемента x. Компонент X состоит из одного элемента x. Показатель качества функционирования системы имеет вид

$$g_S(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}) = ((\tilde{x} \wedge \tilde{y} \wedge \tilde{z}) \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{z}) \vee \tilde{y}) \wedge \tilde{x} , \qquad (6.2.1.18)$$

где $\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ – нечеткие переменные, связанные с элементами x, y, z соответственно. Применяя правила поглощения и свойства дистрибутивности и идемпотентности, получаем

$$g_S(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}) = (\tilde{x} \wedge \tilde{y}) \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{z}) . \qquad (6.2.1.18а)$$

Чтобы провести расчет, предположим, что $\tilde{x} = OB$, $\tilde{y} = B$, $\tilde{z} = C$. Тогда из (6.2.1.18а) имеем

$$g_S(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}) = B , \qquad (6.2.1.19)$$

т.е. качество функционирования системы – высокое.

Отметим, что система не работает (нефункциональная), если x не работает, или одновременно y и z не работают, или x, y и z одновременно не работают. Следовательно, качество функционирования системы и её функциональность не тождественны друг другу. Чтобы это пояснить, рассмотрим систему S, состоящую из двух последовательных компонентов. Для структурной функции имеем

$$f_S = xy \ . \qquad (6.2.1.20)$$

Для показателя качества функционирования получаем

$$g_S = \tilde{x} \wedge \tilde{y} \ . \qquad (6.2.1.21)$$

Надёжность системы S равна $p_S = p_x p_y$, а качество функционирования $g_s = \min(\tilde{x}, \tilde{y})$. Если $p_x \cong p_y$, то $p_S = p_x^2$, т.е. надёжность системы при $p_x \neq 0;1$, $p_y \neq 0;1$ может сильно уменьшиться по сравнению с надежностью отдельного компонента. В то же время качество функционирования остается в этом случае примерно на том же уровне. Если два компонента системы S соединены параллельно, то имеем

$$f_S = x \hat{+} y \ . \qquad (6.2.1.22)$$

В этом случае для надёжности получаем $p_S = p_x + p_y - p_x p_y$. Для показателя качества функционирования имеем $g_s = \max(\tilde{x}, \tilde{y})$. Если $p_x \cong p_y$, то $p_S = 2p_x - p_x^2 = p_x + p_x(1 - p_x)$, т.е. надёжность системы увеличивается при $p_x \neq 0;1$ по сравнению с отдельным компонентом, хотя и не слишком сильно. Для показателя качества при $p_x \cong p_y$ имеем $g_s = \tilde{x}$, т.е. качество функционирования остается на том же уровне, что и для отдельного компонента.

Таким образом, при параллельном соединении двух систем или их частей (подсистем, компонентов, элементов) ни надёжность, ни качество функционирования не ухудшаются. При последовательном соединении систем ни надёжность, ни качество функционирования общей системы не улучшаются. При соединении близких по надёжности и качеству систем, тип соединения (последовательный или параллельный) гораздо сильнее сказывается на надежности, особенно, если надёжность соединяемых систем мала. В то же время качество функционирования практически остается на том же уровне.

6.3. Применение теории нечетких множеств для решения задачи оптимального выбора

В работе Беллмана и Заде впервые было предложено использовать теорию нечетких множеств для решения задачи оптимального выбора. Обычно при ее решении делаются следующие упрощения: независимость выбора от состояний среды (закрытые системы), одинаковая важность критериев, каждая целевая функция определяет отношение полного порядка на множестве объектов.

Пусть E – множество объектов, оцениваемых по множеству критериев K; X_i – область, в которой оцениваются объекты по критерию $K_i \in K$. Целевая функция, связанная с критерием K_i, описывается нечетким множеством $\tilde{G}_i$, определенным на X_i с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{G}_i}(x)$. Значение $\mu_{\tilde{G}_i}(x) = 1$ (ядро множества) соответствует полной совместимости объекта x с множеством целей $\tilde{G}_i$, а $\mu_{\tilde{G}_i}(x) = 0$ – полной несовместимости. Значения $\mu_{\tilde{G}_i}(x) > 0$ (носитель нечеткого множества $\tilde{G}_i$) соответствует частичной совместимости объекта и целей, задаваемых предпочтениями ЛПР.

Определение величин $\mu_{\tilde{G}_i}$ может осуществляться различными методами, например, использование градаций уровня совместимости (при этом осуществляется дискретизация множества X), их сопоставление с оценками ЛПР по лингвистической шкале с последующим сглаживанием дискретных значений, представление нечеткой цели в виде нечеткого числа, причем ЛПР непосредственно задает параметры модели, исходя из имеющейся информации и своих предпочтений. После того, как функции $\mu_{\tilde{G}_i}$ построены для всех целей, решается задача их свертки, которая формулируется в следующем виде: имеется m частных целей, связываемых с m критериями K_i, по которым оцениваются объекты из множества E. Нечеткое множество объектов, совместимых с общей целью, получается свертыванием нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{\tilde{G}_i}$. Иными словами ищется отображение f из $[0, 1]^m$ в $[0, 1]$ такое, что

$$\mu_{\Sigma} = f(\mu_1, ..., \mu_m). \qquad (6.3.1)$$

Обычно требуют, чтобы операция свертки удовлетворяла ряду аксиом, например граничные условия, монотонность, симметричность и непрерывность. Свойство непрерывности не является обязательным. Эти условия записываются в виде

– граничные условия: $f \in [0,1]$, причем $f(0,0,...,0) = 0$, $f(1,1,...,1) = 1$;

– монотонность: если для $\forall i \mu_i \geq \mu_i'$, то $f(\mu_1, ..., \mu_m) \geq f(\mu_1', ..., \mu_m')$;

– симметричность: $f(\mu_1, ..., \mu_m) = f(P(\mu_1, ..., \mu_m))$, где P – перестановка. Это условие предполагает, что цели имеют одинаковую важность.

Перечисленные аксиомы определяют широкий класс операций пересечения i и объединения u нечетких множеств, так называемых треугольных норм и конорм. Выделяют несколько групп операций свертки, характеризуемых сохранением некоторых полезных свойств операций пересечения (конъюнкция целей) и объединения (дизъюнкция целей) для обычных множеств, например

законы исключенного третьего и непротиворечивости или идемпотентность и взаимная дистрибутивность.

Идемпотентные операции, наиболее характерными представителями которых являются операция $\min$ и операция $\max$

$$i = \min(\mu, \mu'),\ u = \max(\mu, \mu'). \qquad (6.3.2)$$

Следует отметить, что операция $\min$ – самая большая из операций пересечения, а операция $\max$ – самая малая из операций объединения.

Архимедовы операции, обладающие строгой монотонностью, например операции умножения и суммирования sum

$$i = \mu \cdot \mu',\ u = \mu + \mu' - \mu \cdot \mu'. \qquad (6.3.3)$$

Нильпотентные операции, например операции усеченного пересечения и усеченного объединения

$$i = \max(0, \mu + \mu' - 1),\ u = \min(1, \mu + \mu'). \qquad (6.3.4)$$

Для случая двух аргументов промежуточные стратегии между конъюнкцией и дизъюнкцией могут быть описаны в виде параметрического семейства, предложенного Р. Ягером:

$$f(\mu, \mu') = i(\mu, \mu')^{\gamma} \cdot u(\mu, \mu')^{\gamma - 1}, \qquad (6.3.5)$$

где γ – степень компенсации целей; i, u – выбранные операции пересечения и объединения.

Кроме операций пересечения и объединения, исследовались также операции осреднения и симметрического суммирования. Операции осреднения включают медианную оценку, а также различные типы средних. Симметрические операторы свертки определяются равенством $1 - f(\mu, \mu') = f(1 - \mu, 1 - \mu')$. Их применение требует в каждом случае обоснования. Примером симметрического оператора является среднее арифметическое.

При обобщении задачи на случай многих критериев в качестве операции свертки используются симметрические суммы вида

$$f(\mu_1, ..., \mu_m) = g(\mu_1, ..., \mu_m) / \{g(\mu_1, ..., \mu_m) + g(1 - \mu_1, ..., 1 - \mu_m)\}, \qquad (6.3.6)$$

где g – произвольная неубывающая, неотрицательная, непрерывная функция.

Учет важности критериев может быть проведен обобщением подходов, используемых в классическом случае, например заданием нечетких порогов удовлетворения целей, взвешиванием критериев и подцелей и т.п.

Рассмотренные группы операций свертки не исчерпывают всего возможного спектра стратегий; особенно наглядно это проявляется, когда цели взаимозависимы. Наряду с ними могут применяться другие операции, например получаемые комбинированием перечисленных выше. Следует отметить, что выбор подходящей операции свертки зависит от характера предпочтений ЛПР, имеющихся ограничений (наличие эталона, пороговой системы, аналогов и

т.п.), а также характеристик точности информации о целях и критериях. Обзор нечетких операций свертки можно найти, например, в [11, 12].

При решении многокритериальной задачи выбора в нечеткой среде можно выделить три подхода: функциональный подход, нечеткая классификация и нечеткая логика.

Функциональный подход. Обозначим $\tilde{X}$ – нечеткое множество альтернатив, совместимых с заданными целями, x – произвольная альтернатива из $\tilde{X}$. Каждая альтернатива оценивается по n критериям, так что ей соответствует представление в критериальном пространстве. Предполагается, что свертка по критериям выполнена тем или иным способом. Пусть $\tilde{X}_0$ – нечеткое множество эталонов (идеальных систем, пороговых систем, аналогов и т.п.), y – элемент из этого множества. Каждый элемент y также оценивается по n критериям, свертка которых выполнена. Сравнение альтернативы с эталоном осуществляется по расстоянию альтернативы до эталона $d(x,y)$, которое определяется на основе нечеткого отношения согласования – различения $\tilde{R} \subset \tilde{X} \times \tilde{Y}$. Если эталонное множество отсутствует, то отношение задается на элементах множества $\tilde{X}$, т.е. $\tilde{R} \subset \tilde{X} \times \tilde{X}$. Тип отношения зависит от условий задачи, например тождество, подобие, сходство, различие, несходство и т.п. Наилучшее решение может определяться двояко. Если эталонное множество недостижимо на практике, то имеем

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) = \min_x \min_{y \neq x} d(x,y), \qquad (6.3.7)$$

что соответствует выбору по наименьшему различию (по наименее специфичному элементу). Если эталонное множество определяется в процессе решения задачи, то имеем

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) = \max_x \min_{y \neq x} d(x,y), \qquad (6.3.8)$$

что соответствует выбору по наибольшему различию (по наиболее специфичному элементу). Конкретный вид меры расстояния зависит от условий задачи, типа отношения и стратегии ЛПР. Например, она может определяться через функцию принадлежности отношения $\mu_{\tilde{R}}(x,y)$, через интервал значений аргументов, соответствующих модальным значениям нечетких множеств, представляющих альтернативу и эталон и т.п.

Рассмотрим в качестве примера задачу диагностирования. Дано множество из m объектов $X = \{x_1, ..., x_m\}$, каждый из которых оценивается по n критериям $\{K_1, ..., K_n\}$. Тип объектов не имеет значения, например техническая конструкция, человек, фирма и т.п. Известна также информация о допустимых состояниях объектов, например, в виде задания «эталонных» множеств $X_0^{(1)}$ – нормальное состояние объекта, $X_0^{(2)}$ – группа риска (нужна профилактика или наблюдение), $X_0^{(3)}$ – аномальная группа (аварийное состояние, больные и т.п.). Каждому

эталонному множеству соответствует допустимый набор критериев, которые определяются в нечеткой форме, например в виде значений лингвистической переменной (очень низкое значение, низкое, среднее, довольно высокое, высокое, очень высокое и т.п.). Будем считать, что оценки значений критериев для каждого объекта заданы в виде нечетких множеств, например в виде нечеткого числа, интервала или значения лингвистической переменной. Соответствующие данные представлены в табл. 8, где $m = 5$, $n = 8$. Предполагается, что значения лингвистических переменных, данные в таблице, представлены нечеткими множествами. Требуется определить, какие из объектов находятся в нормальном состоянии, какие попадают в группу риска и какие – в аномальную группу, а также определить, какой объект является наилучшим. Для простоты будем считать, что все критерии имеют одинаковую важность, что не имеет принципиального значения. Таким образом, каждый объект и эталон представлены набором нечетких критериев и нужно сравнить нечеткие объекты с нечеткими эталонами.

Таблица 8

Значения критериев для объектов и эталонов

Объекты	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
x_1	ОН	С	В	ОВ	В	Н	С	С
x_2	С	СВ	С	СВ	СН	ОН	В	В
x_3	ДВ	ДВ	СС	СВ	СС	СВ	СВ	ОВ
x_4	С	В	ДВ	С	Н-С	ОН	СВ	ДН
x_5	В	В	ОВ	ДВ	СС	В	ДВ	В
Эталоны	K_{01}	K_{02}	K_{03}	K_{04}	K_{05}	K_{06}	K_{07}	K_{08}
$x_0^{(1)}$	Н	С	В	В	В	Н	Н-С	С-В
$x_0^{(2)}$	С	В	С	С	Н	ОН $\vee$ В	В	Н $\vee$ В
$x_0^{(3)}$	В	В	Н	В $\vee$ ОВ	С	ОВ	В	ОН $\vee$ ОВ

Примечание. ОН – очень низкое, Н – низкое, С – среднее, В – высокое, ОВ – очень высокое, ДВ – довольно высокое, СС – скорее среднее, СВ – скорее высокое, СН $\tilde{K}_j$ скорее низкое, ДН – довольно низкое, Н-С – между низким и средним; $\vee$ – связка «или».

Определим нечеткую меру расстояния между объектом и эталоном на нечетких множествах $\tilde{K}_j$ и $\tilde{K}_{0j}$ соответственно в виде

$$\tilde{d}(x_p, x_0^{(l)}) = \max_j \frac{|u(jp) - u(0jl)|}{|b'_j - a'_j|}, \qquad (6.3.9)$$

где индекс j относится к критерию j; p – нумерует объекты, а l – эталоны; $u(jp)$, $u(0jl)$ – значения или центры областей, для которых $\mu_{\tilde{K}_j}(u) = \mu_{\tilde{K}_{0j}}(u) = 1$, что зависит от вида функций принадлежности множеств $\tilde{K}_j$ и $\tilde{K}_{0j}$; $|b'_j - a'_j|$ – значение интервала на оси абсцисс, соответствующего области пересечения множеств $\tilde{K}_j$ и $\tilde{K}_{0j}$, т.е. $|b'_j - a'_j| = |b_j - a_j| \cap |b_{0j} - a_{0j}|$. Введенная мера расстояния является довольно сильной, так как она равна 0 только при совпадении объекта и эталона и равна ∞, если объект и эталон не имеют области пересечения. При соответствующей нормировке мера (6.3.9) трансформируется в функцию принадлежности $\mu_{x_0^{(l)} \cap x_p}(u) \le 1$. Наилучший объект, находящийся в нормальном состоянии, определяется, как наиболее близкий к эталону $x_0^{(1)}$, с помощью индекса согласования

$$\alpha(x_{p*}, x_0^{(1)}) = \min_p \tilde{d}(x_p, x_0^{(1)}). \qquad (6.3.10)$$

Достоверность выбора определяется условием $\alpha(x_{p*}, x_0^{(1)}) > \nu$, т.е. $\alpha > 2/3$ или в более мягком варианте $\alpha > 0,5$. Для других объектов достоверность их принадлежности к нормальной группе определяется неравенством $\alpha(x_p, x_0^{(1)}) > 2/3$ или $\alpha(x_p, x_0^{(1)}) > 0,5$. Аналогично определяется принадлежность объектов к другим группам (группе риска и аномальной группе), при этом индекс (1) в $x_0^{(1)}$ заменяется соответственно на (2) или (3). Для объекта p имеем $(p = 1,...,5)$

$$\alpha(x_p, x_0^{(l^*)}) = \min_l \tilde{d}(x_p, x_0^{(l)}). \qquad (6.3.10а)$$

Мера близости объекта и эталона может быть введена через отношение согласования, определяемое операцией пересечения. Эта мера менее сильная, чем предыдущая. В этом случае индекс согласования наилучшего объекта с эталоном $x_0^{(1)}$ имеет вид

$$\alpha(x_{p*}, x_0^{(1)}) = \max_p \max_x \min_j \min(\mu_{\tilde{K}_j^p}(x), \mu_{\tilde{K}_{0j}^{(1)}}(x)). \qquad (6.3.11)$$

Для других объектов их принадлежность к группе l определяется в виде

$$\alpha(x_p, x_0^{(l^*)}) = \max_l \max_x \min_j \min(\mu_{\tilde{K}_j^p}(x), \mu_{\tilde{K}_{0j}^{(l)}}(x)). \qquad (6.3.12)$$

Достоверность выбора наилучшего решения и принадлежности к группе определяется, как и выше, условием $\alpha > 2/3$ или в более мягкой форме $\alpha > 0,5$.

Второй подход является более мягким и позволяет получить решение при несовпадении объекта с эталоном, когда информация об объекте и эталоне менее точная и достоверная.

Расчеты на основе данных таблицы показывают, что наилучшим является объект x_1; объекты x_2, x_4 в наибольшей степени относятся к группе риска, объект x_5 – к аномальной группе, объект x_3 можно отнести как к группе риска, так и к аномальной группе. Подробные расчеты не приводятся, так как они довольно громоздки, хотя и не представляют трудности. Выводы являются достоверными для x_1, x_2, x_4 и x_5, для x_3 вывод ненадежен на выбранном уровне достоверности.

Нечеткая классификация. Задача нечеткой классификации формулируется в следующем виде. Пусть X – множество объектов, Y – множество представительств, Z – множество классов. Нужно разбить множество X на классы по совокупности признаков. В силу неполноты и противоречивости информации в реальных задачах множества X, Y, Z и их элементы могут быть заданы в нечеткой форме. Алгоритм решения задачи нечеткой классификации рассмотрен в [12] и излагается ниже в сокращении.

Вводится отношение согласования R_1 множеств X и Y с функцией принадлежности $\mu_{R_1}(x,y), \forall x \in X, y \in Y$. Степень согласования X и Y имеет вид

$$\gamma_{XY} = F(\alpha((X_\alpha R_1 Y_\alpha) \neq \varnothing)). \qquad (6.3.13)$$

(Здесь и далее знак ~ над нечеткими множествами для простоты опущен).

Вводится отношение согласования R_2 множеств Y и Z с функцией принадлежности $\mu_{R_2}(y,z), \forall y \in Y, z \in Z$. Степень согласования множеств Y и Z имеет вид

$$\gamma_{YZ} = F(\alpha((Y_\alpha R_2 Z_\alpha) \neq \varnothing)). \qquad (6.3.14)$$

Таким образом, в этом подходе исходная информация представляется в виде матриц нечетких отношений R_1, R_2, которые задаются непосредственно с помощью экспертных оценок или преобразованием информации, представленной в табл. 6.

Строится отношение R_3, являющееся суперпозицией отношений R_1 и R_2, с функцией принадлежности $\mu_{R_3}(x,z), \forall x \in X, z \in Z$. Степень согласования X и Z имеет вид

$$\gamma_{XZ} = F(\alpha((X_\alpha R_3 Z_\alpha) \neq \varnothing)). \qquad (6.3.15)$$

Свертка F выбирается в зависимости от вида отношений R_1, R_2 и стратегии принятия решения. В частности, если отношения задаются операцией пересечения, то $F = \max \alpha$. Этот вариант означает, что степень согласования определяется максимальным значением функции принадлежности элементов, принадлежащих общей части множеств. Для непересекающихся множеств можно положить $F = 1 - \min \alpha$. Операция суперпозиции также определяется контекстом задачи и стратегией принятия решения. В общем случае выбор

операции суперпозиции проводится из условия максимального различения классов. Мы используем свертку, обеспечивающую наибольшую надежность результатов, вида

$$\mu_{R_3}(x,z) = \max_y \min(\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(y,z)). \qquad (6.3.16)$$

Пороговая степень различения классов находится из следующих соображений. Рассматриваются попарные согласования всех классов множества, содержащих произвольный элемент x, определяется максимальная степень его согласования с некоторой парой и находится ее минимум на множестве классов. В формализованной записи для пороговой степени различения имеем

$$\gamma = \min_{i,j} F(\alpha(((X_\alpha R_3 Z_{i\alpha}) R (X_\alpha R_3 Z_{j\alpha})) \neq \varnothing)), \qquad (6.3.17)$$

где R – отношение различения–согласования. В частности, для операции пересечения при использовании свертки $\max\alpha$ и операции min для отношения R (6.3.17) преобразуется к виду

$$\gamma_S = \min_{i,j} \max_x \min(\mu_{R_3}(x,z_i), \mu_{R_3}(x,z_j)). \qquad (6.3.18)$$

При использовании свертки $1-\min\alpha$ получаем

$$\gamma_I = \min_{i,j}(1 - \max_x \min(\mu_{R_3}(x,z_i), \mu_{R_3}(x,z_j)). \qquad (6.3.19)$$

В ряде случаев, когда информация является слабо согласованной, пороговая степень различения определяется как среднее между γ_S и γ_I:

$$\gamma_M = (\gamma_S + \gamma_I)/2. \qquad (6.3.20)$$

Класс Z_i описывается множеством

$$P_i = \{x : \mu_{Z_i}(x) \geq \gamma\}. \qquad (6.3.21)$$

При более жестких требованиях можно использовать строгое неравенство. Достоверность соотнесения классу проверяется сравнением с индексом нечеткости

$$\mu_{Z_i}(x) > \nu_{Z_i} \vee \mu_{Z_i}(x) > \nu_{Z_i}/2, \qquad (6.3.22)$$

где ν_{Z_i} – индекс нечеткости множества Z_i, определяемый в данном случае соотношением

$$\nu_{Z_i} = 2\max_x \min(\mu_{Z_i}(x), \mu_{\overline{Z}_i}(x)), \qquad (6.3.23)$$

где $\mu(x)$ – функция принадлежности элемента x соответствующему нечеткому множеству.

Так как нечеткие классы Z_i пересекаются, то некоторые элементы могут принадлежать одновременно нескольким классам. В этом случае элемент относят к тому классу, для которого выполняется условие достоверности, а при

выполнении последнего для нескольких классов элемент относят к классу, принадлежность к которому максимальна.

Рассмотрим пример. Чтобы расширить область приложений, решим экономическую задачу, которая отличается от задачи диагностирования только исходными данными и интерпретацией величин. Пусть требуется определить стратегический статус ряда фирм, производящих продукцию одного типа. Известны фирмы $X = \{x_1, ..., x_5\}$, набор представительств $Y = \{y_1, ..., x_{12}\}$ и число классов $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$. Можно было бы не приводить интерпретацию представительств и классов, но мы это сделаем для наглядности. Роль представительств выполняют допустимые наборы критериев, в частности, y_1 – инвестиции в исследования и разработки, y_2 – позиция фирмы в конкуренции, y_3 – динамика жизненного цикла продукции, y_4 – динамика технологии, y_5 – динамика конкурентоспособности, y_6 – покупательная способность потребителя, y_7 – потребности, y_8 – спрос на продукцию, y_9 – приемлемость цены, y_{10} – интенсивность конкуренции, y_{11} – отношение спроса к производственным мощностям, y_{12} – ресурсы. Приведенные критерии характеризуют статус фирмы с позиций технологии, потребителей, конкуренции и возможностей самой фирмы. Оценки критериев являются нечеткими, т.е. представлены в виде нечетких множеств. Классы z_1 – высокий статус, z_2 – средний, z_3 – низкий. Составим матрицу отношения R_1. Она приведена в табл. 9. Матрица может быть получена несколькими способами. В нашем случае используется следующий способ. Сначала экспертами составляется таблица нечетких оценок объектов по критериям, аналогичная табл. 8. Затем нечеткие оценки преобразуются с помощью порядковой шкалы (в задаче использована 5-ти балльная шкала), и значение оценки по шкале делится на размер шкалы, т.е. на 5. Например, значению «высокое» будет соответствовать оценка 4 и функция принадлежности 4/5=0,8 и т.п. Очевидно, что значения функции принадлежности не зависят от размера шкалы. Мы не останавливаемся детально на способах получения матриц, так как нам важно показать алгоритм расчетов. Предполагается, что исходные матрицы заданы.

Таблица 9

Матрица нечеткого отношения R_1

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
x_1	0,4	0,3	1,0	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,6	0,8
x_2	0,8	0,5	0,7	0,5	0,5	0,3	0,2	0,2	0,4	0,5	0,2	0,5
x_3	0,1	0,2	0,3	1,0	1,0	0,9	0,8	0,2	0,5	0,5	0,1	1,0
x_4	0,2	0,1	1,0	0,1	0,9	0,5	0,4	0,8	0,8	0,5	1,0	0,3
x_5	0,3	0,6	0,5	0,6	0,3	0,5	0,4	0,5	0,7	0,2	0,5	0,6

Значение функции принадлежности отношения $\mu_{R_1}(x_i, y_j)$ дает оценку совместимости признака y_j, с объектом x_i. Матрица отношения R_2 приведена в табл. 10.

Таблица 10

Матрица нечеткого отношения R_2

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1	0,2	0,6	0,8
y_2	0,5	0,5	0,5
y_3	0,9	0,1	0.3
y_4	0,4	0,7	0,6
y_5	0,1	0,3	0,4
y_6	0,2	0,4	0,5
y_7	0,3	0,5	0,4
y_8	0,4	0,1	0,2
y_9	0,5	0,7	0,8
y_{10}	0,6	0,8	0,9
y_{11}	0,5	0,5	0,5
y_{12}	0,7	0,9	1,0

Значение функции принадлежности $\mu_{R_2}(y_i, z_j)$ дает оценку совместимости класса z_j с признаком y_i. Определим отношение R_3, являющееся суперпозицией отношений R_1 и R_2, используя свертку (6.3.16). Матрица отношения R_3 представлена в табл. 11. Пороговая степень различения по (6.3.18) $\gamma = 0{,}8$ и для распределения по классам получаем

$$P_1 = \{x_1, x_4\};\ P_2 = \{x_1, x_3\};\ P_3 = \{x_1, x_2, x_4\}; \qquad (6.3.24)$$

так как $\nu_{Z_1} = 0{,}8; \nu_{Z_2} = 0{,}8; \nu_{Z_3} = 0{,}6$, то все выводы достоверны.

Таблица 11

Матрица нечеткого отношения R_3

R_3	z_1	z_2	z_3
x_1	0,9	0,8	0,8
x_2	0,7	0,6	0,8
x_3	0,7	0,9	1,0
x_4	0,9	0,7	0,8
x_5	0,6	0,7	0,7

Учитывая максимальные функции принадлежности объектов, окончательно имеем $P_1 = \{x_1, x_4\}; P_2 = \varnothing; P_3 = \{x_2, x_3\}$. Относительно объекта x_5 можно утверждать, что его статус невысокий. Для уточнения результатов, относящихся к x_5, используем свертку (6.3.20). Определим γ_I по (6.3.21), что дает $\gamma_I = 0,4$, тогда $\gamma_M = 0,6$. Отсюда получаем, что объект x_5 может быть отнесен как к классу P_2, так и к классу P_3. Достоверность соотнесения к классу P_2 определяется значением $\nu_{Z_2} = 0,8$, а к классу P_3 значением $\nu_{Z_3} = 0,6$, т.е. выше. Следовательно, x_5 следует отнести к классу P_3 с низким статусом. Неопределенность соотнесения объектов классам обусловлена противоречивостью исходной информации, представленной в виде матриц, а также довольно грубым заданием множества классов. Множество классов можно расширить, уточнив градации, например полагая z_1 – очень высокий статус, z_2 – высокий, z_3 – довольно высокий, z_4 – средний, z_5 – довольно низкий, z_6 – низкий, z_7 – очень низкий.

Нечеткая логика. При этом подходе следует задать сигнатуру (область определения аргументов) и модуль правил. Сигнатура в нашем случае состоит из нечетких операций пересечения, объединения, импликации и отрицания. Модуль правил связывает область значений или изменения критериев (признаков, факторов) y_i с областью значений статуса объекта x и может быть записан в виде

$$\underset{i}{*}\, y_i(x) \to S_l(x), \qquad (6.3.25)$$

где y_i – значение или область изменений признака i для объекта x; $S_l(x)$ – область значений статуса объекта (эталона) x, определяющая его принадлежность к классу l; $*$ – оператор «И» («ИЛИ»). Модуль правил играет роль общих знаний о предметной области. При поступлении фактической информации о значениях признаков, относящейся к некоторому объекту x_j, например, в виде $\underset{i}{*}\, y_i'(x_j)$, вывод о принадлежности x_j к определенному классу (классам) делается на основе правила «модус-поненс». Имеем

$$\underset{i}{*}\, y_i'(x_j) R (\underset{i}{*}\, y_i(x) \to S_l(x)) \to S_l'(x_j) R S_l(x), \qquad (6.3.26)$$

где R – отношение согласования фактов с условной частью модуля правил и объекта x_j с объектом (эталоном) x. Для решения обратной задачи, т.е. тестирования классов по имеющейся информации, применяется правило «модус-толленс»

$$(\underset{i}{*}\, y_i(x) \to S_l(x)) R' S_l''(x_j) \to \underset{i}{*}\, y_i''(x_j) R' \underset{i}{*}\, y_i(x), \qquad (6.3.27)$$

где $S_l''(x_j)$ – отрицательное заключение о статусе объекта x_j; $\underset{i}{*}\, y_i''(x_j)$ – отрицательное заключение о фактах; R' – отношение различения.

Для задачи диагностирования, рассмотренной выше, модуль правил имеет вид

$$k = \tilde{K}_0^{(l)} \to x = x_0^{(l)}, \qquad (6.3.28)$$

где $l = 1,2,3$; k, x – векторные переменные, которые могут быть четкими или нечеткими.

Правило модус-поненс имеет вид

$$K^p R(k = \tilde{K}_0^{(l)} \to x = x_0^{(l)}) \to x_p R x_0^{(l)}, \qquad (6.3.29)$$

где сохранены все обозначения задачи диагностирования. Аналогично представляется и правило модус-толленс.

Запишем вывод через функцию принадлежности. Сначала определяется область пересечения нечеткого факта с условной частью модуля правил

$$\mu_{\tilde{K}^p \cap \tilde{K}_0^{(l)}}(k) = \min(\mu_{\tilde{K}^p}(k), \mu_{\tilde{K}_0^{(l)}}(k)), \qquad (6.3.30)$$

где p пробегает значения $1,...,5$. Затем с помощью модуля правил определяется область пересечения объекта $\tilde{x}_p$ с эталоном $\tilde{x}_0^{(l)}$

$$\mu_{\tilde{x}_p \cap \tilde{x}_0^{(l)}}(x) = \max_k \min(\mu_{\tilde{K}^p \cap \tilde{K}_0^{(l)}}(k), \mu_{R\to}(k,x)), \qquad (6.3.31)$$

где $\mu_{R\to}(k,x)$ – функция принадлежности отношения $R\to$, соответствующего операции импликации. Наконец, степень согласования объекта $\tilde{x}_p$ с эталоном $\tilde{x}_0^{(l)}$ определяется в виде

$$\alpha(\tilde{x}_p, \tilde{x}_0^{(l)}) = \max_x \mu_{\tilde{x}_p \cap \tilde{x}_0^{(l)}}(x). \qquad (6.3.32)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\mu_{\tilde{K}^p}(k) = \min(\mu_{\tilde{K}_1^p}(k),...,\mu_{\tilde{K}_n^p}(k)); \qquad (6.3.33)$$

$$\mu_{\tilde{K}_0^{(l)}}(k) = \min(\mu_{\tilde{K}_{01}^{(l)}}(k),...,\mu_{\tilde{K}_{0n}^{(l)}}(k)). \qquad (6.3.34)$$

$$\mu_{R\to}(k,x) = \min(\mu_{\tilde{K}_0^{(l)}}(k), \mu_{\tilde{x}_0^{(l)}}(x)), \qquad (6.3.35)$$

где $n = 8$ – число нечетких критериев, по которым оцениваются объекты и эталоны (см. табл. 8). Достоверность вывода определяется сравнением $\alpha(\tilde{x}_p, \tilde{x}_0^{(l)})$ с индексом нечеткости с учетом сделанных выше замечаний о выборе порога достоверности.

Изложенный подход может быть обобщен на случай, когда антецедент и консеквент снабжены оценками доверия (точечными или интервальными). Преимущество нечеткого вывода состоит в возможности использовать для правил независимые оценки достоверности, что повышает надежность результатов. Кроме того, этот подход позволяет более гибко учитывать всю исходную информацию о значениях критериев, которая может иметь иной вид,

чем в табл. 8, и базироваться на прямых экспертных оценках сравнения объектов и эталонов.

В качестве второго примера рассмотрим задачу из раздела 4.3, в которой нужно было принять решение (брать или не брать плащ) при нечеткой информации о состоянии среды. Полное решение включает четыре оценки, относящиеся к возможности не брать плащ, возможности брать плащ, необходимости не брать плащ и необходимости брать плащ, из которых наибольший интерес представляют первая и четвертая оценки. Покажем, как получается первая оценка. Для выводов используем нечеткое правило "модус поненс"

$$\tilde{X}_1 R\,(x = \tilde{X} \to y = \tilde{Y}) \to \tilde{Y}_1 R \tilde{Y}\,, \qquad (6.3.36)$$

где $\tilde{X}_1$ – нечеткое множество, описывающее фактические знания о состоянии среды, $\tilde{Y}_1$ – нечеткое множество, относящееся к заключению о возможности не брать плащ, $\tilde{X} \to \tilde{Y}$, или $\tilde{R} \to$ – нечеткий условный оператор, устанавливающий связь состояния среды с заключением. В этом случае оценка возможности не брать плащ даётся выражением

$$\mu_{\tilde{Y}_1}(y) = \max_x \min(\mu_{\tilde{X}_1}(x)\mu_{\tilde{R}\to}(x, y))\ . \qquad (6.3.37)$$

Пусть для определенности состояние среды характеризуется двумя параметрами: сила дождя и его продолжительность, которые описываются нечеткими множествами $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ соответственно. Нечеткое условие имеет вид $u = \tilde{A} \wedge v = \tilde{B} \to y = \tilde{Y}$ (где $\wedge$ – операция «и»), а окончательный результат, представляющий оценку возможности не брать плащ, имеет вид

$$\mu_{\tilde{Y}_1}(y) = \min(\mu_{\tilde{Y}_1(\tilde{A})}(y), \mu_{\tilde{Y}_1(\tilde{B})}(y))\,, \qquad (6.3.38)$$

$$\mu_{\tilde{Y}_1(\tilde{A})}(y) = \max_u \min(\mu_{\tilde{A}_1}(u), \mu_{\tilde{R}\to}(u, y))\,, \qquad (6.3.39)$$

$$\mu_{\tilde{Y}_1(\tilde{B})}(y) = \max_v \min(\mu_{\tilde{B}_1}(v), \mu_{\tilde{R}\to}(v, y))\,, \qquad (6.3.40)$$

где нечеткие множества $\tilde{A}_1$ и $\tilde{B}_1$ описывают фактические знания о параметрах состояния среды, например, "довольно сильный дождь", "кратковременный дождь" и т.п. Для функции принадлежности отношения $\mu_{\tilde{R}\to}$ могут использоваться различные свертки, определяемые характером зависимости и стратегией ЛПР. Например, хорошее совпадение с реальностью дает свертка вида $\mu_{\tilde{R}\to}(u, y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{Y}}(y))$. Оценка необходимости брать плащ может быть построена независимо аналогичным образом либо определена как дополнительная к полученной, т.е. как $1 - \mu_{\tilde{Y}_1}(y)$. Достоверность вывода определяется соотношением $\mu_{\tilde{Y}_1}(y) > 2/3$.

Изложенные подходы к задаче нечеткого выбора позволяют повысить гибкость (адаптивность) и расширить функциональные возможности системы принятия решений при использовании ненадежных, неполных, противоречивых

данных. Вопросы, изложенные в этом разделе, рассмотрены в [1. 2, 3, 7, 12, 13, 14].

Вопросы для самопроверки

1. Как можно формально описать систему?
2. Что такое топологический анализ?
3. Объясните на примере, как используется топологический анализ для изучения структуры системы?
4. Как определяются симплекс и комплекс?
5. Что такое анализ связности системы?
6. Какую информацию о системе дает структурный вектор?
7. Что показывает эксцентриситет симплекса?
8. Как определяются покрытие, разбиение и иерархия множества элементов системы?
9. Объясните на примере, как можно упростить систему с помощью построения разрешающих форм?
10. Какие аксиомы используются для определения сложности системы?
11. Что такое нечеткое множество и чем оно отличается от обычного множества?
12. Какие преимущества дает нечеткий подход в задаче выбора?
13. Как определяется наилучшее решение в нечеткой информационной среде?
14. Из каких шагов состоит алгоритм нечеткой классификации?
15. При каких условиях нечеткая логика может применяться для выбора наилучшего решения?
16. Как можно определить нечеткую меру расстояния?
17. Для чего используется структурная функция системы?
18. Как можно оценить качество функционирования системы, используя нечеткую переменную?

3.3. Глоссарий

Термин	Что обозначает?
Автомат	Система, в которой входы и выходы заданы
Аналогия	Сходство нетождественных объектов в некоторых признаках, сторонах
Гомология	Подобие моделей (законов) объектов (процессов) в разных областях
Дедукция	Способ рассуждения (вывод) от общего к частному
Индукция	Метод рассуждения (вывод) от частного к общему, от частей к целому
Модус поненс	Заключение от истинности основания к истинности следствия
Модус толленс	Заключение от отрицания следствия к отрицанию основания
Парадигма	Совокупность методологических предпосылок, определяющих выбор проблем и являющихся моделью, образцом для решения задач
Подсистема	Часть системы, рассматриваемая как система
Ранжирование	Расположение систем или их элементов в определенном порядке
Редукция	Метод приведения сложного к более простому, целого к части, восстановление начального состояния объекта по конечному
Синтез	Метод (процесс) объединения частей в единое целое
Система	Множество элементов, между которыми имеется взаимосвязь (взаимодействие)
Элемент	Любая часть системы