

Лекция №2

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Наука - сфера исследовательской деятельности, направленная на получение новых знаний о природе, обществе и мышлении.

Являясь следствием общественного разделения труда, наука возникает вслед за отделением умственного труда от физического и превращением познавательной деятельности в специфический род занятий особой группы людей.

Появление крупного машинного производства создает условия превращения науки в активный фактор самого производства. В условиях научно-технической революции происходит коренная перестройка науки, уже не просто следующей за развитием техники, а обгоняющей ее, становящейся ведущей силой прогресса материального производства.

Необходимость научного подхода в материальном производстве, в экономике и в политике, в сфере управления и в системе образования заставляет науку развиваться более быстрыми темпами, чем любую другую отрасль деятельности.

Современное общество во всех его элементах и во всех видах его деятельности пронизано влиянием науки и техники. В наши дни наука становится во все большей мере производительной силой общества.

Технические науки есть специфическая система знания о целенаправленном преобразовании природных тел и процессов в технические объекты, о методах конструктивно-технической деятельности, а также о способах функционирования технических объектов в системе общественного производства.

Техническая политика, учитывая данные научно-технических прогнозов, реальные ресурсы, которыми располагает страна, а также задачи внешней политики, определяет научно обоснованные важные и перспективные направления развития технического прогресса.

В современных условиях широкое распространение получил принцип программно-целевого планирования, согласно которому планируется развитие не отдельных научно-исследовательских направлений, а крупных научных программ.

Программно-целевой подход к научной деятельности оптимизирует внутренние тенденции научного познания и управление им, расширяет возможности планирования науки, увязывая ее внутренние стимулы с организационными вопросами совершенствования структуры научных коллективов.

Программа - это комплекс работ, преследующих важную для народного хозяйства цель, включающая вопросы финансирования, ресурсного обеспечения, управления, состава участников разработки, их взаимодействия и т.д.

Главной особенностью программно-целевого метода является ориентация на достижение конечного народнохозяйственного эффекта с учетом максимально возможного количества влияющих факторов.

В целевых программах отражается **системный подход** к развитию народного хозяйства, намечаются пути совершенствования системы управления для ускоренного достижения конечного результата.

Интересы научно-технического прогресса требуют, чтобы при обеспечении пропорционального развития всех отраслей наук были определены и научно обоснованы темпы опережающего роста численности специалистов по ведущим отраслям.

Таким образом, научно-техническая революция непрерывно выдвигает все новые неотложные задачи перед высшей и средней специальной школой в направлении повышения качества подготовки специалистов, способных в практической работе использовать самые последние достижения науки и техники и активно участвовать в получении новых научных результатов.

Знание - идеальное воспроизведение в языковой форме обобщенных представлений о закономерных связях объективного мира.

Функциями знания являются:

обобщение разрозненных представлений о закономерностях природы, общества и мышления;

хранение в обобщенных представлениях всего того, что может быть передано в качестве устойчивой основы практических действий.

Процесс движения человеческой мысли от незнания к знанию называют **познанием**, в основе которого лежит отражение объективной действительности в сознании человека в процессе его общественной, производственной и научной деятельности, именуемой **практикой**. Потребности практики выступают основной и движущей силой развития познания, его целью. Познание вырастает из практики, но затем само направляется на практическое овладение действительностью.

От практики к теории и от теории к практике, от действия к мысли и от мысли к действительности - такова общая закономерность отношений человека в окружающей действительности.

Практика является началом, исходным пунктом и одновременно естественным завершением всякого процесса познания. Следует отметить, что завершение познания всегда относительно, так как в процессе познания, как правило, возникают новые проблемы и новые задачи, которые были подготовлены и поставлены предшествующим развитием научной мысли.

Решая эти задачи и проблемы, наука должна опережать практику и таким образом сознательно направлять ее развитие.

Вся наука, все человеческое познание направлены к достижению истинных знаний, верно отражающих действительность.

Истинные знания существуют в виде законов науки, теоретических положений и выводов, учений, подтвержденных практикой и существующих объективно, независимо от трудов и открытий ученых. Поэтому истинное научное знание **объективно**.

Вместе с тем научное знание может быть относительным и абсолютным.

Относительное знание - знание, которое, будучи в основном верным отражением действительности, отличается некоторой неполнотой совпадения образа с объектом.

Абсолютное знание - это полное, исчерпывающее воспроизведение обобщенных представлений об объекте, обеспечивающее абсолютное совпадение образа с объектом. Абсолютное знание не может быть опровергнуто или изменено в будущем.

С философской точки зрения познание включает в себя два уровня: чувственный и рациональный.

Чувственное познание формирует эмпирическое знание, а рациональное - теоретическое.

Чувственное познание обеспечивает непосредственную связь человека с окружающей действительностью. Элементами чувственного познания являются ощущение, восприятие, представление и воображение.

Ощущение - это отражения мозгом человека свойств предметов или явлений объективного мира, которые действуют на его органы чувств.

Восприятие - отражения мозгом человека предметов или явлений в целом, причем таких, которые действуют на органы чувств в данный момент времени. Восприятие - это первичный чувственный образ предмета или явления.

Представление - вторичный образ предмета или явления, которые в данный момент времени не действуют на органы чувств человека, но обязательно действовали в прошлом. Представления - это образы, которые восстанавливаются по сохранившимся в мозге следам прошлых воздействий предметов или явлений.

Воображение - это соединение и преобразование различных представлений в целую картину новых образов.

Рациональное познание дополняет и опережает чувственное, способствует осознанию сущности процессов, вскрывает закономерности развития. Формой рационального познания является **абстрактное мышление**.

Мышление - это опосредованное и обобщенное отражение в мозгу человека существенных свойств, причинных отношений и закономерных связей между объектами или явлениями.

Опосредованный характер мышления заключается в том, что человек через доступные органам чувств свойства, связи и отношения предметов проникает в скрытые свойства, связи, отношения; человек познает действительность не только в результате своего личного опыта, но и косвенным путем, усваивая в процессе общения с другими людьми.

Основной инструмент мышления - логические рассуждения человека, структурными элементами которых (и формами логического отражения действительности) являются понятия, суждения, умозаключения.

Понятие - это мысль, отражающая существенные и необходимые признаки предмета или явления. Понятия могут быть общими, единичными, собирательными, абстрактными и конкретными, абсолютными и относительными. Общие понятия связаны не с одним, а с множеством предметов. Наиболее широкие понятия называются **категориями**.

По признаку отношений между понятиями их делят на тождественные, равнозначные, подчиненные, соподчиненные, частично согласные, противоречащие и противоположные.

Тождественными называют такие понятия, которые имеют одинаковое содержание. Это одни и те же понятия, только выраженные в различной словесной форме.

Равнозначные понятия имеют один и тот же объем, но отличаются по содержанию.

Отношения тождества и равнозначности понятий имеют чрезвычайно важное значение в науке, так как делают возможным замещение одного понятия другим. Этой операцией широко пользуются в математике при преобразовании и упрощении алгебраических соотношений.

Подчиненными называют понятия, которые по содержанию входят в понятия более высокого ранга или более общие.

Например, понятия "многоугольник" и "окружность" являются подчиненными понятию "геометрическая фигура" и соподчиненными между собой.

Если отдельные части объема понятий оказываются совпадающими, общими, то их называют **частично согласными**.

Противоречащим называют понятие, которое отрицает положительное понятие.

Противоположным называют понятие, которое указывает не только на то, что отрицает, но и на то, что взамен отрицаемого утверждается.

Суждение - это мысль, в которой посредством связи понятий утверждается или отрицается что-либо.

Другими словами суждение - это сопоставление понятий, устанавливающих объективную связь между мыслимыми предметами и их признаками или между предметом и классом предметов.

К суждению о предмете или явлении можно прийти или путем непосредственного наблюдения какого-либо факта, или опосредованным путем - с помощью умозаключения.

Умозаключение - процесс мышления, составляющий последовательность двух или нескольких суждений, в результате которых выводится новое суждение.

Часто умозаключение называют выводом, через который становится возможным переход от мышления к действию, практике.

Умозаключения делятся на две категории: дедуктивные и индуктивные.

Дедуктивные умозаключения представляют собой выведение частного случая из какого-нибудь общего положения.

В индуктивных умозаключениях на основании частных случаев приходят к общему положению.

Умозаключения подразделяются также на непосредственные и опосредованные. В непосредственных умозаключениях от одного суждения приходят к другому. В опосредованных суждениях переход от одного суждения к другому осуществляется через посредство третьего. Если в процессе умозаключения изменяется форма суждения, то говорят об ее превращении, например, утвердительное суждение становится отрицательным, и наоборот. При этом смысл и количество суждения сохраняются.

В процессе научного исследования можно отметить следующие этапы:

возникновение идей;

формирование понятий, суждений;

выдвижение гипотез;

обобщение научных факторов;

доказательство правильности гипотез и суждений.

Научная идея - интуитивное объяснение явления без промежуточной аргументации, без осознания всей совокупности связей, на основании которой делается вывод. Она базируется на уже имеющемся знании, но вскрывает ранее не замеченные закономерности. Свою специфическую материализацию идея находит в гипотезе.

Гипотеза - это предположение о причине, которая вызывает данное, следствие.

В процессе познания каждая гипотеза подвергается проверке, в результате которой устанавливается, что следствия, вытекающие из гипотезы, действительно совпадают с наблюдаемыми явлениями, что данная гипотеза не противоречит никаким другим гипотезам, которые считаются уже доказанными.

С накоплением новых фактов одна гипотеза может быть заменена другой лишь в том случае, если эти новые факты не могут быть объяснены старой гипотезой или ей противоречат. При этом часто старая гипотеза не отбрасывается целиком, а только исправляется и уточняется. По мере уточнения и исправления гипотеза превращается в закон.

Закон – внутренняя, существенная связь явлений, обуславливающая их необходимое закономерное развитие. Закон выражает определенную устойчивую связь между явлениями или свойствами материальных объектов.

Закон, найденный путем догадки, должен быть затем, логически доказан, только тогда он признается наукой. Для доказательства закона наука использует суждения, которые были ранее признаны истинными и из которых логически следует доказываемое суждение.

В редких случаях в равной мере оказываются доказуемыми противоречивые суждения. В таких случаях говорят о возникновении парадокса в науке, что всегда свидетельствует о наличии ошибок в логике доказательства или несостоятельности исходных суждений в данной системе.

Парадокс в широком смысле - это утверждение, резко расходящееся с общепринятым, установившимся мнением, отрицание того, что представляется «безусловно правильным».

Парадокс в узком смысле - это два противоположных утверждения, для каждого из которых имеются представляющиеся убедительными аргументы.

Парадоксальность является характерной чертой современного научного познания мира.

Основные пути разрешения парадоксов: устранение ошибок в логике доказательств; совершенствование исходных суждений в данной системе знаний.

Если гипотеза согласуется с наблюдаемыми фактами, то в науке ее называют теорией или законом.

Теория (от лат. *theoreo* - рассматриваю) - система обобщенного знания, объяснения тех или иных сторон действительности. Теория является духовным, мысленным отраже-

нием и воспроизведением реальной действительности. Она возникает в результате обобщения познавательной деятельности и практики. Это обобщенный опыт в сознании людей.

Структуру теории формируют принципы, аксиомы, законы, суждения, положения, понятия, категории и факты.

Принцип - это правило, возникшее в результате субъективно осмысленного опыта людей. Под принципом в научной теории понимается самое абстрактное определение идеи (начальная форма систематизации знаний).

Исходные положения научной теории называются постулатами или аксиомами.

Аксиома (постулат) - это положение, которое берется в качестве исходного, недоказуемого в данной теории, и из которого выводятся все остальные предложения и выводы теории по заранее фиксированным правилам. Аксиомы очевидны без доказательства. В современной логике и методологии науки постулат и аксиома обычно используются как эквивалентные.

Теория складывается из относительно жесткого ядра и его защитного пояса. В ядро входят основные принципы. Защитный пояс теории содержит вспомогательные гипотезы, конкретизирующие ее ядро. Этот пояс определяет проблемы, подлежащие дальнейшему исследованию, предвидит факты, не согласующиеся с теорией, и истолковывает их так, что они превращаются в примеры, подтверждающие ее.

Теория является наиболее развитой формой обобщенного научного познания. Она заключает в себе не только знания основных законов, но и объяснение фактов на их основе. Теория позволяет открывать новые законы и предсказывать будущее.

2. МЕТОДЫ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭМПИРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ*

Метод - это способ достижения цели, который объединяет субъективные и объективные моменты познания.

Метод объективен, так как в разрабатываемой теории позволяет отражать действительность и ее взаимосвязи. Таким образом, метод является программой построения и практического применения теории.

Одновременно метод субъективен, так как является орудием мышления исследователя и в качестве такового включает в себя его субъективные особенности.

Методы можно разделить на: общенаучные (т.е. для всех наук); частные (т.е. для определенных наук); специальные или специфические (для данной науки).

Такое разделение методов всегда условно, так как по мере развития познания один научный метод может переходить из одной категории в другую.

К общенаучным методам относятся: наблюдение, сравнение, счет, измерение, эксперимент, обобщение, абстрагирование, формализация, анализ и синтез, индукция и дедукция, аналогия, моделирование, идеализация, ранжирование, а также аксиоматический, гипотетический, исторический и системные методы.

Наблюдение - это способ познаний объективного мира, основанный на непосредственном восприятии предметов и явлений при помощи органов чувств без вмешательства в процесс со стороны исследователя.

Сравнение - это установление различия между объектами материального мира или нахождение в них общего, осуществляемое как при помощи органов чувств, так и при помощи специальных устройств.

Счет - это нахождение числа, определяющего количественное соотношение однотипных объектов или их параметров, характеризующих те или иные свойства.

Измерение - это физический процесс определения численного значения некоторой величины путем сравнения ее с эталоном.

Эксперимент - одна из сфер человеческой практики, в которой подвергается проверке истинность выдвигаемых гипотез или выявляются закономерности объективного мира.

В процессе эксперимента исследователь вмешивается в изучаемый процесс с целью познания, при этом одни условия опыта изолируются, другие исключаются, третьи усиливаются или ослабляются. Экспериментальное изучение объекта или явления имеет определенные преимущества по сравнению с наблюдением, так как позволяет изучать явления в «чистом виде» при помощи устранения побочных факторов.

Обобщение - определение общего понятия, в котором находит отражение главное, основное, характеризующее объекты данного класса. Это средство для образования новых научных понятий, формулирования законов и теорий.

Абстрагирование - это мысленное отвлечение от несущественных свойств, связей, отношений предметов и выделение нескольких сторон, интересующих исследователя. Оно, как правило, осуществляется в два этапа. На первом этапе определяются несущественные свойства, связи и т.д. На втором - исследуемый объект заменяют другим, более простым, представляющим собой упрощенную модель, сохраняющую главное в сложном.

Формализация - отображение объекта или явления в знаковой форме какого-либо искусственного языка (математики, химии и т.д.) и обеспечение возможности исследования реальных объектов и их свойств через формальное исследование соответствующих знаков.

Аксиоматический метод - способ построения научной теории, при котором некоторые утверждения (аксиомы) принимаются без доказательств и затем используются для получения остальных знаний по определенным логическим правилам.

Анализ - метод познания при помощи расчленения или разложения предметов исследования (объектов, свойств и т.д.) на составные части. В связи с этим анализ составляет основу аналитического метода исследований.

Синтез - соединение отдельных сторон предмета в единое целое.

Анализ и синтез взаимосвязаны, они представляют собой единство противоположностей.

Различают следующие виды анализа и синтеза:

прямой или эмпирический метод (используют для выделения отдельных частей объекта, обнаружения его свойств, простейших измерений и т.п.);

возвратный или элементарно-теоретический метод (базирующийся на представлениях о причинно-следственных связях различных явлений);

структурно-генетический метод (включающий вычленение в сложном явлении таких элементов, которые оказывают решающее влияние на все остальные стороны объекта).

Важными понятиями в теории познания являются: индукция - умозаключение от фактов к некоторой гипотезе (общему утверждению) и **дедукция** - умозаключение, в котором вывод о некотором элементе множества делается на основании знания общих свойств всего множества.

Таким образом, дедукция и индукция - взаимобратные методы познания, широко использующие частные методы формальной логики.

Одним из методов научного познания является аналогия, посредством которой достигается знание о предметах и явлениях на основании того, что они имеют сходство с другими. Аналогия тесно связана с моделированием или модельным экспериментом.

Гипотетический метод познания предполагает разработку научной гипотезы на основе изучения физической, химической и т.п. сущности исследуемого явления с помощью описанных выше способов познания и затем формулирование гипотезы, составление расчетной схемы алгоритма (модели), ее изучение, анализ, разработка теоретических положений.

При гипотетическом методе познания исследователь нередко прибегает к **идеализации** - это мысленное конструирование объектов, которые практически неосуществимы (например, идеальный газ, абсолютно твердое тело). В результате идеализации реальные

объекты лишаются некоторых присущих им свойств и наделяются гипотетическими свойствами.

При исследованиях сложных систем с многообразными связями, характеризующимися как непрерывностью и детерминированностью, так и дискретностью и случайностью, используются *системные методы* (исследование операций, теория массового обслуживания, теория управления, теория множеств и др.).

В настоящее время такие методы получили широкое распространение в значительной степени в связи с развитием ЭВМ.

Разнообразные методы научного познания условно подразделяются на ряд уровней: эмпирический, экспериментально-теоретический, теоретический и метатеоретический уровни.

Методы эмпирического уровня: наблюдение, сравнение, счет, измерение, анкетный опрос, собеседование, тесты, метод проб и ошибок и т.д.

Методы этой группы конкретно связаны с изучаемыми явлениями и используются на этапе формирования научной гипотезы.

Методы экспериментально-теоретического уровня: эксперимент, анализ и синтез, индукция и дедукция, моделирование, гипотетический, исторический и логические методы.

Эти методы помогают исследователю обнаружить те или иные достоверные факты, объективные проявления в протекании исследуемых процессов. С помощью этих методов производится накопление фактов, их перекрестная проверка.

Методы теоретического уровня: абстрагирование, идеализация, формализация, анализ и синтез, индукция и дедукция, аксиоматика, обобщение и т.д.

На теоретическом уровне производится логическое исследование собранных фактов, выработка понятий, суждений, делаются умозаключения.

На теоретическом уровне научное мышление освобождается от эмпирической описательности, создает теоретические обобщения. Таким образом, новое теоретическое содержание знаний надстраивается над эмпирическими знаниями.

К методам метатеоретического уровня относят диалектический метод и метод системного анализа.

С помощью этих методов исследуются сами теории и разрабатываются пути их построения, изучается система положений и понятий данной теории, устанавливаются границы ее применения, способы введения новых понятий, обосновываются пути синтеза нескольких теорий.

При изучении сложных, взаимосвязанных друг с другом проблем используется системный анализ, получивший широкое применение в различных сферах научной деятельности человека, и в частности в логике, математике, общей теории систем и т.д.

В основе системного анализа лежит понятие системы, под которой понимается множество объектов (компонентов), обладающих заранее определенными свойствами с фиксированными между ними отношениями.

На базе этого понятия производится учет связей, используются количественные сравнения всех альтернатив для того, чтобы сознательно выбрать наилучшее решение, оцениваемое каким-либо критерием, например измеримостью, эффективностью, надежностью и т.п.

Системный анализ используется для исследования таких сложных систем, как экономика отдельной отрасли, промышленного предприятия, объединения, при планировании и организации технологии комплексных строительных процессов, выполняемых несколькими строительными организациями, и др.

Системный анализ складывается из основных четырех этапов:

1. Первый заключается в постановке задачи - определяют объект, цели и задачи исследования, а также критерии для изучения и управления объектом. Неправильная или

неполная постановка целей может свести на нет результаты всего последующего анализа.

2. Во время второго этапа очерчиваются границы изучаемой системы и определяется ее структура. Объекты и процессы, имеющие отношение к поставленной цели, разбиваются на собственно изучаемую систему и внешнюю среду.

3. Третий, важнейший этап системного анализа заключается в составлении математической модели исследуемой системы. Вначале производят параметризацию системы, описывают выделенные элементы системы и их взаимодействие. В зависимости от особенностей процессов используют тот или иной математический аппарат для анализа системы в целом.

Если исследуются сложные системы, именуемые как обобщенные динамические системы, характеризуемые большим количеством параметров различной природы, то в целях упрощения математического описания их расчленяют на подсистемы, выделяют типовые подсистемы, производят стандартизацию связей для различных уровней иерархии однотипных систем.

В результате третьего этапа системного анализа формируются законченные математические модели системы, описанные на формальном, например алгоритмическом, языке.

4. Четвертый этап - анализ полученной математической модели, определение ее экстремальных условий с целью оптимизации и формулирование выводов.

Оптимизация заключается в нахождении оптимума рассматриваемой функции (математической модели исследуемой системы, процесса) и соответственно нахождения оптимальных условий поведения данной системы или протекания данного процесса. Оценку оптимизации производят по критериям, принимающим в таких случаях экстремальные значения.

3. ВЫБОР НАПРАВЛЕНИЯ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ЭТАПЫ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ

Цель научного исследования - всестороннее, достоверное изучение объекта, процесса или явления; их структуры, связей и отношений на основе разработанных в науке принципов и методов познания, а также получение и внедрение в производство (практику) полезных для человека результатов.

Любое научное исследование имеет свой объект и предмет.

Объектом научного исследования является материальная или идеальная система.

Предмет - это структура системы, закономерности взаимодействия элементов внутри системы и вне ее, закономерности развития, различные свойства, качества и т.д.

Научные исследования классифицируются по видам связи с общественным производством и степени важности для народного хозяйства; целевому назначению; источникам финансирования и длительности ведения исследования.

По видам связи с общественным производством научные исследования подразделяются на работы, направленные на создание новых технологических процессов, машин, конструкций, повышение эффективности производства, улучшение условий труда, развитие личности человека и т.п.

По целевому назначению выделяют три вида научных исследований: фундаментальные, прикладные и разработки.

Фундаментальные исследования направлены на открытие и изучение новых явлений и законов природы, на создание новых принципов исследования. Их целью является расширение научного знания общества, установление того, что может быть использовано в практической деятельности человека.

Такие исследования ведутся на границе известного и неизвестного, обладают наибольшей степенью неопределенности.

Прикладные исследования направлены на нахождение способов использования законов природы для создания новых и совершенствования существующих средств и способов человеческой деятельности. Их цель - установление того, как можно использовать научные знания, полученные в результате фундаментальных исследований, в практической деятельности человека.

В результате прикладных исследований на основе научных понятий создаются технические понятия. Прикладные исследования, в свою очередь, подразделяются на поисковые, научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы.

Поисковые исследования направлены на установление факторов, влияющих на объект, отыскание путей создания новых технологий и техники на основе способов, предложенных в результате фундаментальных исследований. В результате научно-исследовательских работ создаются новые технологии, опытные установки, приборы и т.п.

Целью **опытно-конструкторских работ** является подбор конструктивных характеристик, определяющих логическую основу конструкции.

В результате фундаментальных и прикладных исследований формируется новая научная и научно-техническая информация. Целенаправленный процесс преобразования такой информации в форму, пригодную для освоения в промышленности, обычно называется разработкой. Она направлена на создание новой техники, материалов, технологии или совершенствование существующих. Конечной целью разработки является подготовка материалов прикладных исследований к внедрению.

Каждую научно-исследовательскую работу можно отнести к определенному направлению.

Под научным направлением понимается наука или комплекс наук, в области которых ведутся исследования. В связи с этим различают: техническое, биологическое, социальное, физико-техническое, историческое и т.п. направления с возможной последующей детализацией.

Основой научного направления является специальная наука или ряд специальных наук, входящих в ту или иную научную отрасль, а также специальные методы исследования и технические устройства.

Структурными единицами научного направления являются комплексные проблемы, проблемы, темы и научные вопросы.

Комплексная проблема представляет собой совокупность проблем, объединенных единой целью.

Проблема - это совокупность сложных теоретических и практических задач, решения которых назрели в обществе.

Тема научного исследования является составной частью проблемы. В результате исследований по теме получают ответы на определенный круг научных вопросов, охватывающих часть проблемы.

Обобщение результатов ответов по комплексу тем может дать решение научной проблемы.

Под научными вопросами обычно понимаются мелкие научные задачи, относящиеся к конкретной теме научного исследования.

Научно-исследовательская работа выполняется в определенной последовательности.

1. Вначале формулируется сама тема в результате общего ознакомления с проблемой, в рамках которой предстоит выполнить исследование и разрабатывается основной исходный предплановый документ - **технико-экономическое обоснование (ТЭО) темы**.

При этом указываются причины разработки (ее обоснование), приводится краткий литературный обзор, в котором описываются уже достигнутый уровень исследований и ранее полученные результаты. Особое внимание уделяется еще не решенным вопросам,

обоснованию, актуальности и значимости работы для отрасли и народного хозяйства страны. Такой обзор позволяет наметить методы решения, задачи и этапы исследования, определить конечную цель выполнения темы. Сюда входят патентная проработка темы и определение целесообразности закупки лицензий.

На стадии составления ТЭО устанавливается область использования ожидаемых результатов НИР, возможность их практической реализации в данной отрасли, определяется предполагаемый (потенциальный) экономический эффект за период применения новой техники (зависящей от продолжительности разработки НИР и ОКР, этапов завершения и внедрения отдельных вопросов). Кроме экономического эффекта в ТЭО указываются предполагаемые социальные результаты (рост производительности труда, качества продукции, повышение уровня безопасности и производственной санитарии, обеспечение охраны природы и окружающей среды).

В результате составления ТЭО делается вывод о целесообразности и необходимости выполнения НИР и ОКР.

2. Целью *теоретических исследований* является изучение физической сущности предмета. В результате обосновывается физическая модель, разрабатываются математические модели и анализируются полученные таким образом предварительные результаты.

3. Перед организацией экспериментальных исследований разрабатываются задачи, выбираются методика и программы эксперимента. Его эффективность существенно зависит от выбора средств измерений. При решении этих задач необходимо руководствоваться инструкциями и ГОСТами.

Принимаемые методические решения формулируются в виде методических указаний на проведение эксперимента.

4. После разработки методик исследования составляется рабочий план, в котором указываются объем экспериментальных работ, методы, техника, трудоемкость и сроки.

5. После завершения теоретических и экспериментальных исследований проводится общий анализ полученных результатов, осуществляется сопоставление гипотезы с результатами эксперимента. В результате анализа расхождений уточняются теоретические модели. В случае необходимости проводятся дополнительные эксперименты. Затем формулируются научные и производственные выводы, составляется научно-технический отчет.

6. Следующим этапом разработки темы является внедрение результатов исследований в производство и определение их действительной экономической эффективности.

Успешное выполнение перечисленных этапов работы дает возможность представить образец к государственным испытаниям, в результате которых образец запускается в серийное производство. Разработчики при этом осуществляют контроль и дают консультации.

Внедрение завершается оформлением акта экономической эффективности результатов исследования.

Оценку народнохозяйственной необходимости разработки тем необходимо определять численными критериями, простейшим из которых является критерий экономической эффективности

$$k_{\text{э}} = \frac{\text{Э}_{\text{п}}}{\text{З}_{\text{н}}}$$

где $\text{Э}_{\text{п}}$ - предполагаемый экономический эффект от внедрения;

$\text{З}_{\text{н}}$ - затраты на научные исследования.

Чем больше значение $k_{\text{э}}$, тем выше ее народнохозяйственная эффективность темы.

Однако критерий $k_{\text{э}}$ не учитывает объем внедряемой продукции, период внедрения, поэтому более объективным является критерий, вычисляемый по формуле

$$k_{\text{э}} = C_{\Gamma} \sqrt{\frac{T}{Z_0}},$$

Здесь C_{Γ} - стоимость продукции за год после освоения научного исследования и внедрения в производство;
 T - продолжительность производственного внедрения в годах;
 Z_0 - общие затраты на выполнение научного исследования.

Экономичность является важнейшим критерием перспективности темы. Однако при оценке крупных тем этого критерия оказывается недостаточным и требуется более общая оценка, учитывающая и другие показатели. В этом случае часто используется экспертная оценка, которая выполняется специально подобранным составом высококвалифицированных экспертов.

С их помощью в зависимости от специфики тематики, ее направления или комплексности устанавливаются оценочные показатели тем. Тема, получившая максимальную поддержку экспертов, считается наиболее перспективной.

Лекция №3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. КЛАССИФИКАЦИЯ, ТИПЫ И ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Важнейшей составной частью научных исследований является *эксперимент*, основой которого является научно поставленный опыт с точно учитываемыми и управляемыми условиями.

Само слово эксперимент происходит от лат. *experimentum* - проба, опыт.

В научном языке и исследовательской работе термин «эксперимент» обычно используется в значении, общем для целого ряда сопряженных понятий: опыт, целенаправленное наблюдение, воспроизведение объекта познания, организация особых условий его существования, проверка предсказания.

В это понятие вкладывается научная постановка опытов и наблюдение исследуемого явления в точно учитываемых условиях, позволяющих следить за ходом явлений и воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий. Само по себе понятие «эксперимент» означает действие, направленное на создание условий в целях осуществления того или иного явления и по возможности наиболее частого, т.е. не осложняемого другими явлениями.

Основной целью эксперимента являются выявление свойств исследуемых объектов, проверка справедливости гипотез и на этой основе широкое и глубокое изучение темы научного исследования.

Постановка и организация эксперимента определяются его назначением.

Они различаются:

- по способу формирования условий (естественных и искусственных);
- по целям исследования (преобразующие, констатирующие, контролирующие, поисковые, решающие);
- по организации проведения (лабораторные, натурные, полевые, производственные и т.п.);
- по структуре изучаемых объектов и явлений (простые, сложные);
- по характеру внешних воздействий на объект исследования (вещественные, энергетические, информационные);
- по характеру взаимодействия средства экспериментального исследования с объектом исследования (обычный и модельный);
- по типу моделей, исследуемых в эксперименте (материальный и мысленный);
- по контролируемым величинам (пассивный и активный);
- по числу варьируемых факторов (однофакторный и многофакторный);
- по характеру изучаемых объектов или явлений (технологические, социометрические) и т.п.

Для классификации могут быть использованы и другие признаки.

Естественный эксперимент предполагает проведение опытов в естественных условиях существования объекта исследования (чаще всего используется в биологических, социальных, педагогических и психологических науках).

Искусственный эксперимент предполагает формирование искусственных условий (широко применяется в естественных и технических науках).

Преобразующий (созидательный) эксперимент включает активное изменение структуры и функций объекта исследования в соответствии с выдвинутой гипотезой, формирование новых связей и отношений между компонентами объекта или между исследуемым объектом и другими объектами. Исследователь в соответствии со вскрытыми тенденциями развития объекта исследования преднамеренно создает условия, которые должны способствовать формированию новых свойств и качеств объекта.

Констатирующий эксперимент используется для проверки определенных предположений. В процессе этого эксперимента констатируется наличие определенной связи между воздействием на объект исследования и результатом, выявляется наличие определенных фактов.

Контролирующий эксперимент сводится к контролю за результатами внешних воздействий на объект исследования с учетом его состояния, характера воздействия и ожидаемого эффекта.

Поисковый эксперимент проводится в том случае, если затруднена классификация факторов, влияющих на изучаемое явление вследствие отсутствия достаточных предварительных (априорных) данных. По результатам поискового эксперимента устанавливается значимость факторов, осуществляется отсеивание незначимых.

Решающий эксперимент ставится для проверки справедливости основных положений фундаментальных теорий в том случае, когда две или несколько гипотез одинаково согласуются со многими явлениями. Это согласие приводит к затруднению, какую именно из гипотез считать правильной.

Решающий эксперимент дает такие факты, которые согласуются с одной из гипотез и противоречат другой.

Примером решающего эксперимента служат опыты по проверке справедливости ньютоновской теории истечения света и волнообразной теории Гюйгенса. Эти опыты были поставлены французским ученым Фуко (1819-1868). Они касались вопроса о скорости распространения света внутри прозрачных тел. Согласно гипотезе истечения, скорость света внутри таких тел должна быть больше, чем в пустоте. Но Фуко своими опытами доказал обратное, т.е. что в менее плотной среде скорость света большая. Этот опыт Фуко и был тем решающим опытом, который решил спор между двумя гипотезами (в настоящее время гипотеза Гюйгенса заменена электромагнитной гипотезой Максвелла).

Другим примером решающего эксперимента может служить спор между Птолемеем и Коперником о движении Земли. Решающий опыт Фуко с маятником окончательно решил спор в пользу теории Коперника.

Лабораторный эксперимент проводится в лабораторных условиях с применением типовых приборов, специальных моделирующих установок, стендов, оборудования и т.д.

Чаще всего в лабораторном эксперименте изучается не сам объект, а его образец. Этот эксперимент позволяет доброкачественно, с требуемой повторностью изучить влияние одних характеристик при варьировании других, получить хорошую научную информацию с минимальными затратами времени и ресурсов. Однако такой эксперимент не всегда полностью моделирует реальный ход изучаемого процесса, поэтому возникает потребность в проведении натурального эксперимента.

Натурный эксперимент проводится в естественных условиях и на реальных объектах. Этот вид эксперимента часто используется в процессе натуральных испытаний изготовленных систем. В зависимости от места проведения испытаний натурные эксперименты подразделяются на **производственные, полевые, полигонные, полунатурные и т.п.**

Практически во всех случаях основная научная проблема натурального эксперимента - обеспечить достаточное соответствие (адекватность) условий эксперимента реальной ситуации, в которой будет работать впоследствии создаваемый объект.

Центральными задачами натурального эксперимента являются:

изучение характеристик воздействия среды на испытуемый объект;

идентификация статистических и динамических параметров объекта;

оценка эффективности функционирования объекта и проверка его на соответствие заданным требованиям.

Эксперименты могут быть открытыми и закрытыми, они широко распространены в психологии, социологии, педагогике. В открытом эксперименте его задачи открыто объясняются испытуемым, в закрытом - в целях получения объективных данных эти задачи скрываются от испытуемого.

Простой эксперимент используется для изучения объектов, не имеющих разветвленной структуры, с небольшим количеством взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, выполняющих простейшие функции.

В сложном эксперименте изучаются явления или объекты с разветвленной структурой (можно выделить иерархические уровни) и большим количеством взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, выполняющих сложные функции. Высокая степень связности элементов приводит к тому, что изменение состояния какого-либо элемента или связи влечет за собой изменение состояния многих других элементов системы. В сложных объектах исследования возможно наличие нескольких разных структур, нескольких разных целей.

Информационный эксперимент используется для изучения воздействия определенной (различной по форме и содержанию) информации на объект исследования (чаще всего информационный эксперимент используется в биологии, психологии, социологии, кибернетике и т.п.). С помощью этого эксперимента изучается изменение состояния объекта исследования под влиянием сообщаемой ему информации.

Вещественный эксперимент предполагает изучение влияния различных вещественных факторов на состояние объекта исследования. Например, влияние различных добавок на качество стали и т.п.

Энергетический эксперимент используется для изучения воздействия различных видов энергии (электромагнитной, механической, тепловой и т.д.) на объект исследования. Этот тип эксперимента широко распространен в естественных науках.

Обычный (или классический) эксперимент включает экспериментатора как познающего субъекта; объект или предмет экспериментального исследования и средства (инструменты, приборы, экспериментальные установки), при помощи которых осуществляется эксперимент.

В обычном эксперименте экспериментальные средства непосредственно взаимодействуют с объектом исследования. Они являются посредниками между экспериментатором и объектом исследования.

Модельный эксперимент в отличие от обычного имеет дело с моделью исследуемого объекта. Модель входит в состав экспериментальной установки, замещая не только объект исследования, но часто и условия, в которых изучается некоторый объект,

Модельный эксперимент при расширении возможностей экспериментального исследования одновременно имеет и ряд недостатков, связанных с тем, что различие между моделью и реальным объектом может стать источником ошибок и, кроме того, экстраполяция результатов изучения поведения модели на моделируемый объект требует дополнительных затрат времени и теоретического обоснования правомочности такой экстраполяции.

Различие между орудиями эксперимента при моделировании позволяет выделить мысленный и материальный эксперимент.

Орудиями **мысленного (умствѐнного) эксперимента** являются мысленные модели исследуемых объектов или явлений (чувственные образы, образно-знаковые модели, знаковые модели). Для обозначения мысленного эксперимента иногда пользуются терминами: идеализированный или воображаемый эксперимент.

Мысленный эксперимент является одной из форм умственной деятельности познающего субъекта, в процессе которой воспроизводится в воображении структура реального эксперимента.

Структура мысленного эксперимента включает: построение мысленной модели объекта исследования, идеализированных условий эксперимента и воздействий на объект; сознательное и планомерное изменение, комбинирование условий эксперимента и воздействий на объект; сознательное и точное применение на всех стадиях эксперимента объективных законов науки, благодаря чему исключается абсолютный произвол. В результате такого эксперимента формируются выводы.

Материальный эксперимент имеет аналогичную структуру. Однако в материальном эксперименте используются материальные, а не идеальные объекты исследования. Основное отличие материального эксперимента от мысленного в том, что реальный эксперимент представляет собой форму объективной материальной связи сознания с внешним миром, между тем как мысленный эксперимент является специфической формой теоретической деятельности субъекта.

Пассивный эксперимент предусматривает измерение только выбранных показателей (параметров, переменных) в результате наблюдения за объектом без искусственного вмешательства в его функционирование.

Примерами пассивного эксперимента является наблюдение:

- за интенсивностью, составом, скоростями движения транспортных потоков;
- за числом заболеваний вообще или какой-либо определенной болезнью;
- за работоспособностью определенной группы лиц;
- за показателями, изменяющимися с возрастом;
- за числом дорожно-транспортных происшествий и т.п.

Пассивный эксперимент, по существу, является наблюдением, которое сопровождается инструментальным измерением выбранных показателей состояния объекта исследования.

Активный эксперимент связан с выбором специальных входных сигналов (факторов) и контролирует вход и выход исследуемой системы.

Однофакторный эксперимент предполагает:

- выделение нужных факторов;
- стабилизацию мешающих факторов;
- поочередное варьирование интересующих исследователя факторов.

Стратегия многофакторного эксперимента состоит в том, что варьируются все переменные сразу и каждый эффект оценивается по результатам всех опытов, проведенных в данной серии экспериментов.

Технологический эксперимент направлен на изучение элементов технологического процесса (продукции, оборудования, деятельности работников и т.п.) или процесса в целом.

Социометрический эксперимент используется для измерения существующих межличностных, социально-психологических отношений в малых группах с целью их последующего изменения.

Для проведения эксперимента любого типа необходимо:

- разработать гипотезу, подлежащую проверке;
- создать программы экспериментальных работ;
- определить способы и приемы вмешательства в объект исследования;
- обеспечить условия для осуществления процедуры экспериментальных работ;
- разработать пути и приемы фиксирования хода и результатов эксперимента;
- подготовить средства эксперимента (приборы, установки, модели и т.п.);
- обеспечить эксперимент необходимым обслуживающим персоналом.

Особое значение имеет правильная разработка методик эксперимента.

Методика - это совокупное и. мыслительных и физических операций, размещенных в определенной последовательности, в соответствии с которой достигается цель исследования.

При разработке методик проведения эксперимента необходимо предусматривать:

- проведение предварительного целенаправленного наблюдения над изучаемым объектом или явлением с целью определения исходных данных (гипотез, выбора варьирующихся факторов);
- создание условий, в которых возможно экспериментирование (подбор объектов для

экспериментального воздействия, устранение влияния случайных факторов);
 определение пределов измерений; систематическое наблюдение за ходом развития изучаемого явления и точные описания фактов;
 проведение систематической регистрации измерений и оценок фактов различными средствами и способами;
 создание повторяющихся ситуаций, изменение характера условий и перекрестные воздействия, создание усложненных ситуаций с целью подтверждения или опровержения ранее полученных данных;
 переход от эмпирического изучения к логическим обобщениям, к анализу и теоретической обработке полученного фактического материала.

Перед каждым экспериментом составляется его план (программа), который включает:

цель и задачи эксперимента;
 выбор варьирующих факторов;
 обоснование объема эксперимента, числа опытов;
 порядок реализации опытов, определение последовательности изменения факторов;
 выбор шага изменения факторов, задание интервалов между будущими экспериментальными точками;
 обоснование средств измерений;
 описание проведения эксперимента;
 обоснование способов обработки и анализа результатов эксперимента.

Результаты экспериментов должны отвечать трем статистическим требованиям:

требование эффективности оценок, т.е. минимальность дисперсии отклонения относительно неизвестного параметра;
 требование состоятельности оценок, т.е. при увеличении числа наблюдений оценка параметра должна стремиться к его истинному значению;
 требование несмещенности оценок - отсутствие систематических ошибок в процессе вычисления параметров.

Важнейшей проблемой при проведении и обработке эксперимента является совместимость этих трех требований.

План-программу рассматривает научный руководитель, обсуждают в научном коллективе и утверждают в установленном порядке.

При разработке плана-программы эксперимента всегда необходимо стремиться к его упрощению, наглядности без потери точности и достоверности. Это достигается предварительным анализом и сопоставлением результатов измерений одного и того же параметра различными техническими средствами, а также методов обработки полученных результатов. В условиях интенсификации проведения научных исследований важнейшее место в процессе подготовки эксперимента должно отводиться его автоматизации (АСНИ) с вводом экспериментальных данных непосредственно в ЭВМ, с расчетом результирующих показателей, с автоматическим управлением хода эксперимента (последовательности к повторимости замеров, определение средних значений, построение и т.д.).

2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Математическая теория эксперимента определяет условия оптимального проведения исследования, в том числе и при неполном знании физической сущности явления. Для этого используются математические методы при подготовке и проведении опытов, что позволяет исследовать и оптимизировать сложные системы и процессы, обеспечивать высокую эффективность эксперимента и точность определения исследуемых факторов.

Эксперименты обычно ставятся небольшими сериями по заранее согласованному

алгоритму. После каждой небольшой серии опытов производится обработка результатов наблюдений и принимается строго обоснованное решение о том, что делать дальше.

При использовании методов математического планирования эксперимента возможно:

решать различные вопросы, связанные с изучением сложных процессов и явлений;
проводить эксперимент с целью адаптации технологического процесса к изменяющимся оптимальным условиям его протекания и обеспечивать таким образом высокую эффективность его осуществления и др.

Теория математического эксперимента содержит ряд концепций, которые обеспечивают успешную реализацию задач исследования:

концепция рандомизации;
концепция последовательного эксперимента;
концепция математического моделирования;
концепция оптимального использования факторного пространства и ряд других.

Принцип рандомизации заключается в том, что в план эксперимента вводят элемент случайности. Для этого план эксперимента составляется таким образом, чтобы те систематические факторы, которые трудно поддаются контролю, учитывались статистически и затем исключались в исследованиях как систематические ошибки.

При последовательном проведении эксперимент выполняется не одновременно, а поэтапно, с тем, чтобы результаты каждого этапа анализировать и принимать решение о целесообразности проведения дальнейших исследований (рис.2.1). В результате эксперимента получают уравнение регрессии, которое часто называют моделью процесса.

Для конкретных случаев **математическая модель** создается исходя из целевой направленности процесса и задач исследования, с учетом требуемой точности решения и достоверности исходных данных.

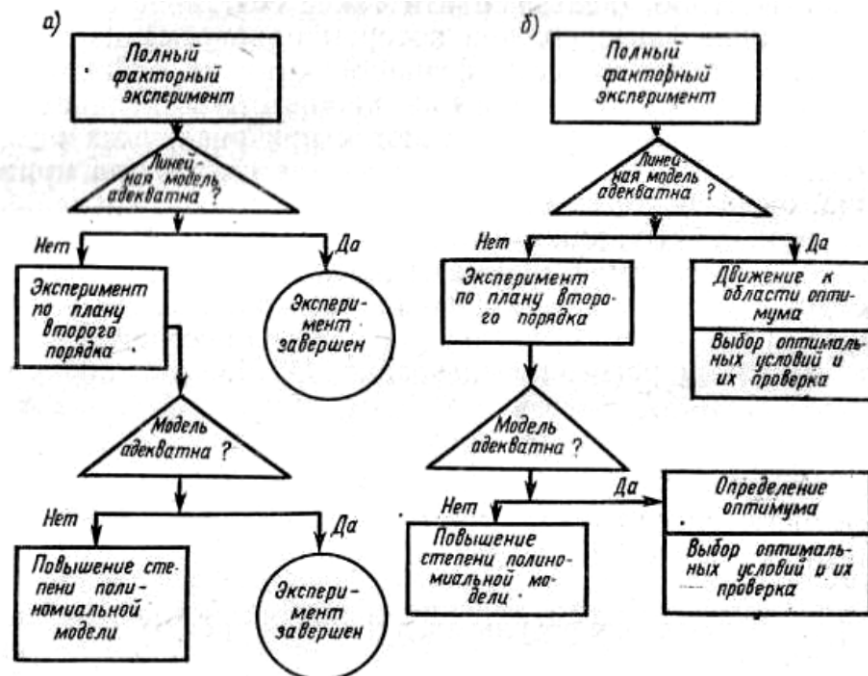


Рис 10.9. Структурная схема эксперимента:

- а) - с целью математического описания исследуемого процесса;
б) - с целью оптимизации исследуемого процесса

В настоящее время изданы каталоги планов эксперимента, в которых приводятся сравнительная оценка планов и рекомендации по их выбору применительно к конкретным условиям эксперимента.

Важное место в теории планирования эксперимента занимают *вопросы оптимизации* исследуемых процессов, свойств многокомпонентных систем или других объектов.

Как правило, нельзя найти такое сочетание значений влияющих факторов, при котором одновременно достигается экстремум всех функций отклика. Поэтому в большинстве случаев за критерий оптимальности выбирают лишь одну из переменных состояния функцию отклика, характеризующую процесс, а остальные принимают приемлемыми для данного случая.

Методы планирования эксперимента в настоящее время быстро развиваются, чему способствует возможность широкого использования ЭВМ.

Вычислительным экспериментом называется методология и технология исследований, основанные на применении прикладной математики и электронно-вычислительных машин как технической базы при использовании математических моделей.

Таким образом, вычислительный эксперимент основывается на создании математических моделей изучаемых объектов, которые формируются с помощью некоторой особой математической структуры, способной отражать свойства объекта, проявляемые им в различных экспериментальных условиях.

Однако эти математические структуры превращаются в модели лишь тогда, когда элементам структуры дается физическая интерпретация, когда устанавливается соотношение между параметрами математической структуры и экспериментально определенными свойствами объекта, когда характеристики элементов модели и самой модели в целом находят соответствие свойствам объекта.

Таким образом, математические структуры вместе с описанием соответствия экспериментально обнаруженным свойствам объекта и являются моделью изучаемого объекта, отражая в математической, символической (знаковой) форме объективно существующие в природе зависимости, связи и законы.

Каждый вычислительный эксперимент основывается как на математической модели, так и на приемах вычислительной математики. Современная вычислительная математика состоит из многих разделов развивающихся вместе с развитием электронно-вычислительной техники.

На основе математического моделирования и методов вычислительной математики создались теория и практика вычислительного эксперимента, технологический цикл которого принято разделять на следующие этапы.

1. Для исследуемого объекта строится модель, обычно сначала физическая, фиксирующая разделение всех действующих и рассматриваемом явлении факторов на главные и второстепенные, которые на данном этапе исследования отбрасываются.

Одновременно формулируются допущения и условия применимости модели, границы, в которых будут справедливы полученные результаты. Модель записывается в математических терминах, как правило, в виде дифференциальных или интегродифференциальных уравнений.

2. Разрабатывается метод расчета сформулированной математической задачи. Эта задача представляется в виде совокупности алгебраических формул, по которым должны вестись вычисления и условия, показывающие последовательность применения этих формул; набор этих формул и условий носит название вычислительного алгоритма.

Вычислительный эксперимент имеет многовариантный характер, так как решения поставленных задач часто зависят от многочисленных входных параметров. Тем не менее каждый конкретный расчет в вычислительном эксперименте проводится при фиксированных значениях всех параметров.

Между тем в результате такого эксперимента часто ставится задача определения оптимального набора параметров. Поэтому при создании оптимальной установки приходится проводить большое число расчетов однотипных вариантов задачи, отличающихся

значением некоторых параметров. В связи с этим при организации вычислительного эксперимента можно использовать эффективные численные методы.

3. Разрабатываются алгоритм и программа решения задачи на ЭВМ. Программирование решений определяется теперь не только искусством и опытом исполнителя, а перерастает в самостоятельную науку со своими принципиальными подходами.

4. Проведение расчетов на ЭВМ. Результат получается в виде некоторой цифровой информации, которую далее необходимо будет расшифровать. Точность информации определяется при вычислительном эксперименте достоверностью модели, положенной в основу эксперимента, правильностью алгоритмов и программ (проводятся предварительные «тестовые» испытания).

5. Обработка результатов расчетов, их анализ и выводы. На этом этапе могут возникнуть необходимость уточнения математической модели (усложнения или, наоборот, упрощения), предложения по созданию упрощенных инженерных способов решения и формул, дающих возможности получить необходимую информацию более простым способом.

Вычислительный эксперимент приобретает исключительное значение в тех случаях, когда натурные эксперименты и построение физической модели оказываются невозможными.

В науке и технике известно немало областей, в которых вычислительный эксперимент оказывается единственно возможным при исследовании сложных систем.

3. МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Важное место в экспериментальных исследованиях занимают измерения.

Измерение - это нахождение физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств.

Суть измерения составляет сравнение измеряемой величины с известной величиной, принятой за единицу (эталон).

Теорией и практикой измерения занимается метрология - наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

К основным проблемам метрологии относятся:

общая теория измерений;

единицы физических величин (величины, которым по определению присвоено числовое значение, равное единице) и их системы (совокупность основных и производных единиц, образованная в соответствии с некоторыми принципами, например, Международная система единиц - СИ);

методы и средства измерений (к методам относят совокупность приемов использования принципов и технических средств, применяемых при измерениях и имеющих нормирование метрологических свойств);

методы определения точности измерений;

основы обеспечения единства измерений, при которых результаты измерения выражены в узаконенных единицах, а погрешности измерений известны с заданной вероятностью, что возможно при единообразии средств измерения (средства измерения должны быть проградированы в узаконенных единицах и их метрологические свойства соответствуют нормам).

Важнейшие значения в метрологии отводятся эталонам и образцовым средствам измерений.

К эталонам относятся средства измерений (или комплекс средств измерений), обеспечивающих воспроизведение и хранение единицы с целью передачи ее размера нижестоящим средствам измерения.

Эталоны выполнены по особой спецификации. Эталонная база содержит более 120 государственных эталонов, в том числе, например, единицы длины, массы и др.

Образцовые средства измерений служат для проверки по ним рабочих (технических) средств измерения, постоянно используемых непосредственно в исследованиях.

Передача размеров единиц от эталонов или образцовых средств измерений рабочим средствам осуществляется государственными и ведомственными метрологическими органами, составляющими метрологическую службу, их деятельность обеспечивает единство измерений и единообразие средств измерений в стране.

Метрологическая служба связана со всей системой стандартизации в стране, поскольку метрология сама является по существу стандартизацией измерений и одной из основ стандартизации, так как обеспечивает достоверность, сопоставимость показателей качества, закладываемых в стандарты, дает методы определения и контроля таких показателей.

Основоположителем метрологии как науки в нашей стране был великий русский ученый Д. И. Менделеев, создавший в 1893 г. Главную Палату мер и весов.

Методы измерения можно подразделить на прямые и косвенные.

При прямых измерениях искомую величину устанавливают непосредственно из опыта.

При косвенных - искомую величину определяют функционально от других величин, определенных прямыми измерениями, например $b = f(a)$, где b - величина, найденная с помощью косвенных измерений.

Различают также абсолютные и относительные измерения.

Абсолютные - это прямые измерения в единицах измеряемой величины.

Относительные измерения представляют собой отношение измеряемой величины к одноименной величине, играющей роль единицы или измерения этой величины по отношению к одноименной, принимаемой за исходную. Например, влажность воздуха принимается в относительных единицах (процентах) по отношению к полному его водонасыщению.

В исследованиях применяются совокупные и совместные измерения.

При совокупных измерениях одновременно измеряются несколько одноименных величин, а искомую величину при этом находят путем решения системы уравнений.

При совместных измерениях - одновременно проводят измерения неоднородных величин для нахождения зависимости между ними.

Выделяется несколько основных методов измерения.

Метод непосредственной оценки соответствует определению значения величины непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия (например, измерение массы на циферблатных весах).

При использовании метода сравнения с мерой измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой (например, измерение массы на рычажных весах с уравновешиванием гирями).

При методе противопоставления осуществляется сравнение с мерой (измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на прибор, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами, как, например, при измерении массы на равноплечных весах с помещением измеряемой массы и гирь на двух противоположных чашках весов).

При дифференциальном методе на измерительный прибор воздействует разность измеряемой и известной величины, воспроизводимой мерой (например, измерения, выполняемые при проверке мер длины сравнением с образцовой мерой на компараторе).

При нулевом методе результирующий эффект воздействия величины на прибор доводят до нуля (например, измерение электрического сопротивления мостом с полным

его уравниванием).

При методе замещения измеренную величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой (например, взвешивание с поочередным помещением измеряемой массы и гири на одну и ту же чашку весов).

При методе совпадений разность между измеряемой величиной и величиной воспроизводимой мерой измеряется с использованием совпадения отметок шкал или периодических сигналов.

Неотъемлемой частью экспериментальных исследований являются **средства измерений**, т.е. совокупность технических средств, имеющих нормированные погрешности, которые дают необходимую информацию для экспериментатора.

К средствам измерений относят меры, измерительные приборы, установки и системы.

Простейшим средством измерения является мера, предназначенная для воспроизведения физической величины заданного размера (например, гиря - мера массы).

Измерительным прибором называют средство измерения, предназначенное для получения определенной информации об изучаемой величине в удобной для экспериментатора форме. В этих приборах измеряемая величина преобразуется в показание или сигнал. Они состоят из двух основных узлов: воспринимающего сигнал и преобразующего в показание.

Приборы классифицируют, например, по способу отсчета значения измеряемой величины на показывающие и регистрирующие. Приборы также классифицируют по точности измерений, стабильности показаний, чувствительности, пределам измерения и др.

Измерительная установка (стенд) представляет собой систему, состоящую из основных и вспомогательных средств измерений, предназначенных для измерения одной или нескольких величин. Установки включают в себя различные средства измерений и преобразователи, предназначенные для одно- или многоступенчатого преобразования сигнала до такого уровня, чтобы можно было зафиксировать его измерительным механизмом.

Измерительные установки могут вырабатывать также сигналы, удобные для автоматической обработки результатов измерений.

Измерительные приборы (отсчетные устройства) характеризуются:

величиной погрешности;
точностью;
стабильностью измерений;
чувствительностью.

Погрешности приборов бывают абсолютными и относительными.

Под абсолютной погрешностью измерительного прибора принимается величина

$$b = \pm(x_{II} - x_{Д}),$$

где x_{II} - показания прибора (номинальное значение измеряемой величины);

$x_{Д}$ - действительное значение измеренной величины, полученное более точным методом.

Погрешность средства измерения - одна из важнейших его характеристик. Она возникает вследствие недоброкачественных материалов, комплектующих изделий, применяемых для приготовления приборов; плохого качества изготовления приборов; неудовлетворительной эксплуатации и др.

Существенное влияние оказывают градуировка шкалы и периодическая поверка приборов. Кроме этих систематических погрешностей возникают случайные, обусловленные сочетаниями случайных факторов - ошибками отсчета, параллаксом, вариацией и т.д.

Таким образом, необходимо рассматривать не какие-либо отдельные, а суммарные погрешности приборов.

Относительная погрешность определяется отношением

$$b_{отн} = \pm \frac{(x_{И} - x_{Д})}{x_{Д}} \cdot 100\% .$$

Суммарные погрешности, установленные при нормальных условиях ($t_B = 20^\circ$; влажность воздуха 80%; $p = 1.01325 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$), называют **основными погрешностями прибора**.

Диапазоном измерений называют ту часть диапазона показаний прибора, для которой установлены погрешности прибора (если известны погрешности прибора, то диапазон измерений и показаний прибора совпадает).

Размахом называют разность между максимальным и минимальным показаниями прибора. Если эта величина непостоянная, т.е. если при обратном ходе имеется увеличение или уменьшение хода, то эту разность называют вариацией показаний W .

Величина W - это простейшая характеристика погрешности прибора.

Другой характеристикой прибора является его **чувствительность**, т.е. способность отсчитывающего устройства реагировать на изменения измеряемой величины.

Под порогом чувствительности прибора понимают наименьшее значение измеренной величины, вызывающее изменение показания прибора, которое можно зафиксировать.

Основной характеристикой прибора является его **точность**. Она характеризуется суммарной погрешностью.

Средства измерения делятся на классы точности.

Класс точности - это обобщенная характеристика, определяемая пределами основной и дополнительных допускаемых погрешностей, влияющих на точность.

Стабильность (воспроизводимость прибора) - это свойство отсчетного устройства обеспечивать постоянство показаний одной и той же величины. Со временем в результате старения материалов стабильность показаний приборов нарушается.

Стабильность прибора определяется вариацией показания. Поэтому при установлении стабильности нормируют величину допускаемой вариации $W_{Д}$. Поскольку вариация принимается с одним знаком, а допускаемая погрешность имеет положительные или отрицательные значения, то

$$W_{Д} = 0.5 \cdot b_{Д} ,$$

где $b_{Д}$ - допустимая относительная погрешность прибора.

Все средства измерения (приборы, используемые для измерения в научных исследованиях) проходят **периодическую поверку на точность**. Такая поверка предусматривает определение и по возможности уменьшение погрешностей приборов.

Поверка позволяет установить соответствие данного прибора регламентированной степени точности и определяет возможность его применения для данных измерений, т.е. определяются погрешности и устанавливается, не выходят ли они за пределы допускаемых значений.

Поверку средств измерений производят на различных уровнях - от специальных государственных организаций до низовых звеньев. Государственные метрологические институты и лаборатории по надзору за стандартами и измерительной техникой производят государственный контроль за обеспечением в стране единства мер.

На высокоточные измерительные средства государственные метрологические организации выдают специальное свидетельство, в котором после поверки указывают номи-

нальные значения измеряемой величины, класс точности, предельную допускаемую погрешность, результаты поверки погрешности прибора в виде таблиц, вариации измерений. Для приборов меньшей ответственности свидетельство может не выдаваться и заменяться лишь указанием о том, что прибор удовлетворяет требованиям стандарта или инструкции. Вместо инструкции прибор (или футляр) снабжают клеймом поверки.

Таким образом, метрологическое обеспечение научных исследований и особенно обеспечение единства измерений и однообразия средств измерения является важнейшим фактором успешного проведения научных исследований. Без успешного развития метрологии невозможен прогресс в развитии науки и, наоборот, без успешного развития науки невозможен прогресс в метрологии.

Лекция №4

ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК И МЕТОДОВ ОЦЕНКИ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ИЗМЕРЕНИЯХ

Анализ случайных погрешностей основывается на теории случайных ошибок, дающей возможность с определенной гарантией вычислить действительное значение измеренной величины и оценить возможные ошибки.

Основу теории случайных ошибок составляют следующие предположения:

при большом числе измерений случайные погрешности одинаковой величины, но разного знака встречаются одинаково часто;

большие погрешности встречаются реже, чем малые (вероятность появления погрешности уменьшается с ростом ее величины);

при бесконечно большом числе измерении истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов измерений;

появление того или иного результата измерения как случайного события описывается нормальным законом распределения.

На практике различают генеральную и выборочную совокупность измерений.

Под генеральной совокупностью подразумевают все множество возможных значений измерений x_i или возможных значений погрешностей Δx_i .

Для выборочной совокупности число измерений n ограничено, и в каждом конкретном случае строго определяется. Считают, что, если $n > 30$, то среднее значение данной совокупности измерений \bar{x} достаточно приближается к его истинному значению.

1. ИНТЕРВАЛЬНАЯ ОЦЕНКА С ПОМОЩЬЮ ДОВЕРИТЕЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Для большой выборки и нормального закона распределения общей оценочной характеристикой измерения являются дисперсия D и коэффициент вариации k_B :

$$D = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}; \quad k_B = \sigma / \bar{x}. \quad (1.1)$$

Дисперсия характеризует однородность измерения. Чем выше D , тем больше разброс измерений.

Коэффициент вариации характеризует изменчивость. Чем выше k_B , тем больше изменчивость измерений относительно средних значений.

Для оценки достоверности результатов измерений вводятся в рассмотрение понятия доверительного интервала и доверительной вероятности.

Доверительным называется интервал значений x_i , в который попадает истинное значение x_D измеряемой величины с заданной вероятностью.

Доверительной вероятностью (достоверностью) измерения называется вероятность того, что истинное значение измеряемой величины попадает в данный доверительный интервал, т.е. в зону $a \leq x_D \leq b$. Эта величина определяется в долях единицы или в процентах

$$P_D = P[a \leq x_D \leq b] = 0.5 \left[\frac{\varphi(b - \bar{x})}{\sigma} - \frac{\varphi(a - \bar{x})}{\sigma} \right],$$

где $\varphi(t)$ - интегральная функция Лапласа (*табл. 1.1*)

Интегральная функция Лапласа определяется следующим выражением:

$$\varphi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Аргументом этой функции является *гарантийный коэффициент*:

$$t = \frac{\mu}{\sigma}, \quad \text{где } \mu = (b - \bar{x}), \quad \mu = -(a - \bar{x}). \quad (1.2)$$

Таблица 1.1

Интегральная функция Лапласа

t	P_D	t	P_D	t	P_D
0,00	0,0000	0,75	0,5467	1,50	0,8664
0,05	0,0399	0,80	0,5763	1,55	0,8789
0,10	0,0797	0,85	0,6047	1,60	0,8904
0,15	0,1192	0,90	0,6319	1,65	0,9011
0,20	0,1585	0,95	0,6579	1,70	0,9109
0,25	0,1974	1,00	0,6827	1,75	0,9199
0,30	0,2357	1,05	0,7063	1,80	0,9281
0,35	0,2737	1,10	0,7287	1,85	0,9357
0,40	0,3108	1,15	0,7419	1,90	0,9426
0,45	0,3473	1,20	0,7699	1,95	0,9488
0,50	0,3829	1,25	0,7887	2,00	0,9545
0,55	0,4177	1,30	0,8064	2,25	0,9756
0,60	0,4515	1,35	0,8230	2,50	0,9876
0,65	0,4843	1,40	0,8385	3,00	0,9973
0,70	0,5161	1,45	0,8529	4,00	0,9999

Если же на основе определенных данных установлена доверительная вероятность P_D (часто ее принимают равной 0.90; 0.95; 0.9973), то устанавливается *точность измерений (доверительный интервал 2μ)* на основе соотношения

$$P_D = \varphi(\mu/\sigma).$$

Половина доверительного интервала равна

$$\mu = \sigma \arg \varphi(P_D) = t\sigma, \quad (1.3)$$

где $\arg \varphi(P_D)$ - аргумент функции Лапласа, если $n \geq 30$ (*табл.1.1*);

$\arg \varphi(P_D)$ - функции Стьюдента, если $n < 30$ (*табл.1.2*).

Таким образом, доверительный интервал характеризует точность измерения данной выборки, а доверительная вероятность - достоверность измерения.

Пример

Выполнено 30 измерений прочности дорожного покрытия участка автомобильной дороги при среднем модуле упругости $E = 170 \text{ МПа}$ и вычисленном значении среднеквадратического отклонения $\sigma = 3.1 \text{ МПа}$.

Необходимо определить требуемую точность измерений для разных уровней доверительной вероятности 0.90; 0.95; 0.9973, приняв значения t по *табл.1.1*.

В этом случае соответственно |

$$\mu = \pm 3.1 \cdot 1.65 = 5.1; \quad \pm 3.1 \cdot 2.0 = 6.2; \quad \pm 3.1 \cdot 3.0 = 9.3 \text{ МПа}$$

Следовательно, для данного средства и метода измерений доверительный интервал возрастает примерно в 2 раза, если увеличить P_D только на 10% .

Таблица 1.2

Коэффициент Стьюдента $\alpha_{ст}$

n	P_D					
	0,80	0,90	0,95	0,99	0,995	0,999
2	3,080	6,31	12,71	63,70	127,30	637,20
3	1,886	2,92	4,30	9,92	14,10	31,60
4	1,638	2,35	3,188	5,84	7,50	12,94
5	1,533	2,13	2,77	4,60	5,60	8,61
6	1,476	2,02	2,57	4,03	4,77	6,86
7	1,440	1,94	2,45	3,71	4,32	6,96
8	1,415	1,90	2,36	3,50	4,03	5,40
9	1,397	1,86	2,31	3,36	3,83	5,04
10	1,383	1,83	2,26	3,25	3,69	4,78
12	1,363	1,80	2,20	3,11	3,50	4,49
14	1,350	1,77	2,16	3,01	3,37	4,22
16	1,341	1,75	2,13	2,95	3,29	4,07
18	1,333	1,74	2,11	2,90	3,22	3,96
20	1,328	1,73	2,09	2,86	3,17	3,88
30	1,316	1,70	2,04	2,75	3,20	3,65
40	1,306	1,68	2,02	2,70	3,12	3,55
50	1,298	1,68	2,01	2,68	3,09	3,50
60	1,290	1,67	2,00	2,66	3,06	3,46
∞	1,282	1,64	1,96	2,58	2,81	3,29

Пример

Определить достоверность измерений для установленного доверительного интервала $\mu = \pm 7$ МПа.

По формуле (1.2) имеем: $t = \frac{\mu}{\sigma} = \frac{7}{3.1} = 2.26$.

По табл.1.1 для $t = 2.26$ определяем $P_D = 0.97$.

Это означает, что в заданный доверительный интервал из 100 измерений не попадают только 3.

Значение $(1 - P_D)$ называют уровнем значимости. Из него следует, что при нормальном законе распределения погрешность, превышающая доверительный интервал, будет встречаться один раз из n_{II} измерений, где

$$n_{II} = \frac{P_D}{1 - P_D}. \quad (1.4)$$

Это означает, что приходится браковать одно из n_{II} измерений.

По данным приведенных выше примеров можно вычислить количество измерений, из которых одно измерение превышает доверительный интервал.

Если $P_D = 0.9$, то по формуле (1.4) определяется $n_{II} = 0.9/(1-0.9) = 9$ измерений.

Если P_D равна 0.95 и 0.9973, соответственно 19 и 367 измерений.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Для проведения опытов с заданной точностью и достоверностью необходимо знать то количество измерений, при котором экспериментатор уверен в положительном исходе.

В связи с этим одной из первоочередных задач при статистических методах оценки является установление минимального, но достаточного числа измерений для данных условий.

Задача сводится к установлению минимального объема выборки (числа измерений) N_{\min} при заданных значениях доверительного интервала 2μ и доверительной вероятности P_D .

При выполнении измерений необходимо знать их точность:

$$\Delta = \frac{\sigma_0}{x}; \quad \sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (2.1)$$

где σ_0 - среднеарифметическое значение среднеквадратического отклонения σ .

Значение σ_0 часто называют *средней ошибкой*.

Доверительный интервал ошибки измерения Δ определяется выражением

$$\mu = t\sigma_0.$$

С помощью t легко определить доверительную вероятность ошибки измерений по *табл.1.1*.

В исследованиях часто по заданной точности Δ и доверительной вероятности измерения определяют минимальное количество измерений, гарантирующих требуемые значения Δ и P_d .

При $N_{\min} = n$ получаем

$$N_{\min} = \frac{\sigma^2 t^2}{\Delta^2}, \quad (2.2)$$

Для определения N_{\min} может быть принята такая последовательность вычислений.

1. Проводится предварительный эксперимент с количеством измерений n , которое составляет в зависимости от трудоемкости опыта от 20 до 50.

2. Вычисляется среднеквадратическое отклонение σ по формуле (1.1).

3. В соответствии с поставленными задачами эксперимента устанавливается требуемая точность измерений Δ , которая не должна превышать точности прибора.

4. Устанавливается нормированное отклонение t , значение которого обычно задается (зависит также от точности метода).

5. По формуле (2.2) определяют N_{\min} и в дальнейшем в процессе эксперимента число измерений не должно быть меньше N_{\min} .

Пример

При приемке сооружений комиссия в качестве одного из параметров замеряет их ширину. Согласно инструкции требуется выполнять 25 измерений. Допускаемое отклонение параметра $\Delta = \pm 0.1$ м. Если предварительно вычисленное значение $\sigma = 0.4$ м, то можно определить, с какой достоверностью комиссия оценивает данный параметр.

Из формулы (2.2) можно записать

$$t = \sqrt{n} \cdot \Delta / \sigma = \sqrt{25} \cdot 0.1 / 0.4 = 1.25.$$

В соответствии с *табл.10.1* доверительная вероятность для $t = 1.25 P_d = 0.79$.

Это низкая вероятность.

Погрешность, превышающая доверительный интервал $2\mu = 0.2$ м, согласно выражению (1.4) будет встречаться один раз из $0.79 / (1 - 0.79) = 3.37$, т.е. из четырех измерений. Это недопустимо.

В связи с этим необходимо вычислить минимальное количество измерений с доверительной вероятностью P_d , равной 0.9 и 0.95.

По формуле (2.2) имеем $N_{\min} = 0.4^2 \cdot 1.65^2 / 0.1^2 = 43$ измерения при $P_d = 0.90$ и 64 измерения при $P_d = 0.95$, что значительно превышает установленные 25 измерений.

Для нахождения границы доверительного интервала при малых значениях ($n < 30$) применяют метод, предложенный в 1908 г. английским математиком Госсетом В.С. (псевдоним Стьюдент).

Кривые распределения Стьюдента в случае $n \rightarrow \infty$ (практически при $n > 20$) переходят в кривые нормального распределения (*рис.10.1*).

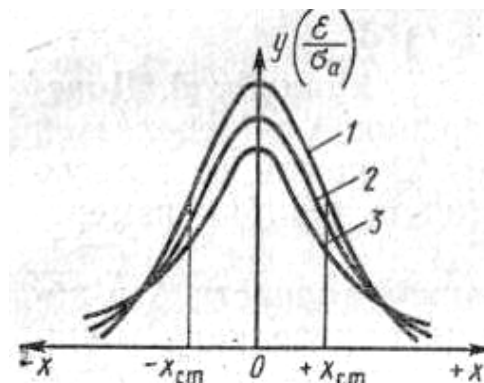


Рис.2.1. Кривые распределения Стьюдента для различных значений:
1 - при $n \rightarrow \infty$; 2 - при $n = 10$; 3 - при $n = 2$

Для малой выборки доверительный интервал

$$\mu_{СТ} = \sigma_0 \alpha_{СТ}, \quad (2.3)$$

где $\alpha_{СТ}$ - коэффициент Стьюдента, принимаемый по *табл.1.2* в зависимости от значения доверительной вероятности P_D .

Зная $\mu_{СТ}$, можно вычислить действительное значение изучаемой величины для малой выборки

$$x_D = \bar{x} \pm \mu_{СТ}. \quad (2.4)$$

Возможна и иная постановка задачи.

По n известных измерений малой выборки необходимо определить доверительную вероятность P_D при условии, что погрешность среднего значения не выйдет за пределы $\pm \mu_{СТ}$.

Задачу решают в такой последовательности:

1. Вначале вычисляется среднее значение \bar{x} , σ_0 и $\alpha_{СТ} = \mu_{СТ} / \sigma_0$.
2. С помощью величины $\alpha_{СТ}$, известного n и *табл.1.2* определяют доверительную вероятность.

В процессе обработки экспериментальных данных следует исключить грубые ошибки ряда. Появление этих ошибок вполне вероятно, а наличие их ощутимо влияет на результат измерений. Однако прежде чем исключить то или иное измерение, необходимо убедиться, что это действительно грубая ошибка, а не отклонение вследствие статистического разброса.

Известно несколько методов определения грубых ошибок статистического ряда. Наиболее простым способом исключения из ряда резко выделяющегося измерения является **правило "трех сигм"**: разброс случайных величин от среднего значения не должен превышать

$$x_{\max, \min} = \bar{x} \pm 3\sigma. \quad (2.5)$$

Более достоверными являются методы, базируемые на использовании доверительного интервала.

Пусть имеется статистический ряд малой выборки, подчиняющийся закону нормального распределения. При наличии грубых ошибок критерии их появления вычисляются по формулам

$$\beta_1 = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{\sigma \sqrt{\frac{n-1}{n}}}; \quad \beta_2 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{\sigma \sqrt{\frac{n-1}{n}}}, \quad (2.6)$$

где x_{\max} , x_{\min} - наибольшее и наименьшее значения из n измерений.

В *табл.2.1* приведены максимальные значения β_{\max} , возникающие вследствие статистического разброса, в зависимости от доверительной вероятности.

Если $\beta_1 > \beta_{\max}$, то значение x_{\max} необходимо исключить из статистического ряда как грубую погрешность.

Если $\beta_2 < \beta_{\max}$ исключается величина x_{\min} .

После исключения грубых ошибок определяют новые значения \bar{x} и σ из $(n-1)$ или $(n-2)$ измерений.

Таблица 2.1

Критерий появления грубых ошибок

n	β_{\max} при P_D			n	β_{\max} при P_D		
	0,90	0,95	0,99		0,90	0,95	0,99
3	1,41	1,41	1,41	15	2,33	2,49	2,80
4	1,64	1,69	1,72	16	2,35	2,52	2,84
5	1,79	1,87	1,96	17	2,38	2,55	2,87
6	1,89	2,00	2,13	18	2,40	2,58	2,90
7	1,97	2,09	2,26	19	2,43	2,60	2,93
8	2,04	2,17	2,37	20	2,45	2,62	2,96
9	2,10	2,24	2,46	25	2,54	2,72	3,07
10	2,15	2,29	2,54	30	2,61	2,79	3,16
11	2,19	2,34	2,61	35	2,67	2,85	3,22
12	2,23	2,39	2,66	40	2,72	2,90	3,28
13	2,26	2,43	2,71	45	2,76	2,95	3,33
14	2,30	2,46	2,76	50	2,80	2,99	3,37

Второй метод установления грубых ошибок основан на использовании критерия Романовского В.И. и применим также для малой выборки.

Методика выявления грубых ошибок сводится к следующему.

1. Задаются доверительной вероятностью P_D и по *табл.2.2* в зависимости от n находится коэффициент q .

2. Вычисляют предельно допустимую абсолютную ошибку отдельного измерения

$$\varepsilon_{PP} = \sigma_q. \quad (2.7)$$

Если $\bar{x} - x_{\max} > \varepsilon_{PP}$, то измерение x_{\max} исключают из ряда наблюдений.

В случае более глубокого анализа экспериментальных данных рекомендуется такая последовательность:

1. После получения экспериментальных данных в виде статистического ряда его анализируют и исключают систематические ошибки.

2. Анализируют ряд в целях обнаружения грубых ошибок и промахов:

устанавливают подозрительные значения x_{\max} или x_{\min} ;

определяют среднеквадратичное отклонение σ ;
 вычисляют по (2.6) критерии β_1, β_2 и сопоставляют с $\beta_{\max}, \beta_{\min}$, исключают при необходимости из статистического ряда x_{\max} или x_{\min} и получают новый ряд из новых членов.

3. Вычисляют среднеарифметическое \bar{x} , погрешности отдельных измерений $(\bar{x} - x_i)$ и среднеквадратичное очищенного ряда σ .

4. Находят среднеквадратичное σ_0 серии измерений, коэффициент вариации k_B .

5. При большой выборке задаются доверительной вероятностью $P_D = \varphi(t)$ или уравнением значимости $(1 - P_D)$ и по **табл.1.1** определяют t .

6. При малой выборке ($n \leq 30$) в зависимости от принятой доверительной вероятности P_D и числа членов ряда n принимают коэффициент Стьюдента α_{CT} ; с помощью формулы (1.2) для большой выборки или (2.3) для малой выборки определяют доверительный интервал.

Таблица 2.2

n	Значение t при P_D			
	0,05	0,08	0,09	0,095
2	15,56	38,97	77,96	779,7
3	4,97	8,04	11,46	36,5
4	3,56	5,08	6,58	14,46
5	3,04	4,10	5,04	9,43
6	2,78	3,64	4,36	7,41
7	2,62	3,36	3,96	6,37
8	2,51	3,18	3,71	5,73
9	2,43	3,05	3,54	5,31
10	2,37	2,96	3,41	5,01
12	2,29	2,83	3,23	4,62
14	2,24	2,74	3,12	4,37
16	2,20	2,68	3,04	4,20
18	2,17	2,64	3,00	4,07
20	2,15	2,60	2,93	3,98
	1,96	2,31	2,58	3,29

Таблица 2.3

x_i	$\bar{x} - x_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$
67	-8	-7,83	64
67	-8	-7,83	64
68	-7	-6,83	49
68	-7	-6,83	49
69	-6	-5,83	36
70	-5	-4,83	25
71	-4	-3,83	16
73	-2	-1,83	4
74	-1	-0,83	1
75	0	+0,17	0
76	+1	+1,17	1
77	+2	+2,17	4
78	+3	+3,17	9
79	+4	+4,17	16
80	+5	+5,17	25
81	+6	+6,17	36
82	+7	+7,17	49
92	+17	+17,27	289
$\bar{x} =$	$\Sigma =$	Проверка	$\Sigma =$
=74,83	=-3	-46,5	=737
		-46,5	

7. Устанавливают по (2.4) действительное значение исследуемой величины.

8. Оценивают относительную погрешность (%) результатов серии измерений при заданной доверительной вероятности P_D :

$$\delta = \frac{\delta_0 \alpha_{CT}}{x} \cdot 100\% . \quad (2.8)$$

Если погрешность серии измерений соизмерима с погрешностью прибора $B_{ПР}$, то границы доверительного интервала

$$\mu_{CT} = \sqrt{\sigma_0^2 \alpha_{CT}^2 + \left[\frac{\alpha_{CT}(\infty)}{3} \right]^2} . \quad (2.9)$$

Формулой (2.9) следует пользоваться при $\alpha_{CT} \sigma_0 \leq 3B_{ПР}$.

Если же $\alpha_{CT} \sigma_0 > 3B_{ПР}$, то доверительный интервал вычисляют с помощью (1.1) или (2.4).

Пример

Пусть имеется 18 измерений (*табл.2.3*). Анализ средств и результатов измерений показал, что систематических ошибок в эксперименте не обнаружено. Необходимо выяснить, не содержат ли измерения грубых ошибок.

Если воспользоваться **первым методом (критерий β_{\max})**, то надо вычислить среднеарифметическое \bar{x} и отклонение σ .

При этом удобно пользоваться формулой

$$\bar{x} = \bar{x}' + \frac{x_i - \bar{x}'}{n},$$

где \bar{x}' - среднее произвольное число.

Если принять $\bar{x}' = 75$ то $x = 75 - 3/18 = 74.83$.

В формуле (1.1) значение $(\bar{x} - x_i)^2$ можно найти упрощенным методом:

$$(\bar{x} - x_i)^2 = \sum (x_i - \bar{x}') - \frac{(x_i - \bar{x}')^2}{n} = (\bar{x} - x_i)^2 = 737 - \frac{3^2}{18} = 736.5.$$

Используя (1.1), получим

$$\sigma = \frac{736.5}{18-1} = 6.58; \quad k_B = \frac{6.58}{74.83} \cdot 100\% = 8.8\%.$$

Следовательно

$$\beta_1 = \frac{(92 - 74.83)}{6.58 \cdot \sqrt{\frac{18-1}{18}}} = 2.68.$$

Как видно из *табл.2.1*, при доверительной вероятности $P_D = 0.99$ и $n = 18$ $\beta_{\max} = 2.90$.

Поскольку $2.68 < \beta_{\max}$ измерение 92 не является грубым промахом.

Если $P_D = 0.95$, $\beta_{\max} = 2.58$ то значение 92 следует исключить.

Если применить правило 3σ , то

$$x_{\max, \min} = 74.83 \pm 3 \cdot 6.58 = 94.6...55.09$$

т.е. измерение 92 следует оставить.

В случае, когда измерение 92 исключается,

$$\bar{x} = 73.8; \quad \sigma = 5.15;$$

Среднеквадратичное отклонение для всей серии измерений

$$\sigma_0 = \frac{6.58}{18} = 1.55 \quad \text{при} \quad n = 18.$$

При очищенном ряде

$$\sigma_0 = \frac{5.15}{17} = 1.25.$$

Поскольку $n < 30$, ряд следует отнести к малой выборке, и доверительный интервал вычисляется с применением коэффициента Стьюдента α_{CT} .

По **табл.1.2** принимается доверительная вероятность 0.95 и тогда

$$\alpha_{CT} = 2.11 \quad \text{при} \quad n = 18;$$

$$\alpha_{CT} = 2.12 \quad \text{при} \quad n = 17.$$

Доверительный интервал

$$\mu_{CT} = \pm 1.55 \cdot 2.11 = 3.2 \quad \text{при} \quad n = 18;$$

$$\mu_{CT} = \pm 1.25 \cdot 2.12 = 2.7 \quad \text{при} \quad n = 17.$$

Действительное значение измеряемой величины:

$$x_D = 74.8 \pm 3.2 \quad \text{при} \quad n = 18;$$

$$x_D = 73.8 \pm 2.7 \quad \text{при} \quad n = 17.$$

Относительная погрешность результатов серии измерений:

$$\delta = \frac{3.2}{74.8} \cdot 100\% = 4.3\% \quad \text{при} \quad n = 18;$$

$$\delta = \frac{2.7}{73.8} \cdot 100\% = 3.7\% \quad \text{при} \quad n = 17.$$

Таким образом, если принять $x_i = 92$ за грубый промах, то погрешность измерения уменьшается с 4.3% до 3.7% т.е. на 14% .

Если необходимо вычислить минимальное количество измерений при заданной точности, проводят серию опытов, вычисляют σ , затем с помощью формулы (2.2) определяют N_{\min} .

В рассмотренном случае $\sigma = 6.58$; $k_B = 8.91\%$.

Пусть задана точность $\Delta = 5\%$ и $\Delta = 3\%$ при доверительной вероятности $P_D = 95\%$ и $\alpha_{CT} = 2.11$.

Тогда

$$N_{\min} = \frac{8.91^2 \cdot 2.11^2}{5^2} = 14 \quad \text{при} \quad \Delta = 5\% ;$$

$$N_{\min} = \frac{8.91^2 \cdot 2.11^2}{3^2} = 40 \quad \text{при} \quad \Delta = 3\% .$$

Таким образом, требование повышения точности измерения (но не выше точности прибора) приводит к значительному увеличению повторяемости опытов.

Выше были рассмотрены общие методы проверки экспериментальных измерений на точность и достоверность.

Ответственные эксперименты должны быть проверены и на воспроизводимость результатов, т.е. на их повторяемость в определенных пределах измерений с заданной доверительной достоверностью.

Суть такой проверки сводится к следующему.

1. Для каждой серии вычисляется среднеарифметическое значение x_i (n - число измерений одной серии, принимаемое обычно равным 3...4).
2. Далее вычисляют дисперсию D_i .
3. Чтобы оценить воспроизводимость, рассчитывают критерий Кохрена (расчетный):

$$k_{KP} = \frac{\max D_i}{\sum_1^m D_i}, \quad 2 \leq m \leq 4 \quad (2.10)$$

где $\max D_i$ - наибольшее значение дисперсий из числа рассматриваемых параллельных серий m ;

$\sum_1^m D_i$ - сумма дисперсий m серий.

Опыты считаются воспроизводимыми при

$$k_{KP} \leq k_{KT}, \quad (2.11)$$

где k_{KT} - табличное значение критерия Кохрена (*табл.2.4*).

Таблица 2.4

Критерий Кохрена k_{KT} при $P_d = 0.95$

m	$q = n - 1$									
	1	2	3	4	5	6	8	10	16	36
2	0,99	0,97	0,93	0,90	0,87	0,85	0,81	0,78	0,73	0,66
3	0,97	0,93	0,79	0,74	0,70	0,76	0,63	0,60	0,54	0,47
4	0,90	0,76	0,68	0,62	0,59	0,56	0,51	0,48	0,43	0,36
5	0,84	0,68	0,60	0,54	0,50	0,48	0,44	0,41	0,36	0,26
6	0,78	0,61	0,53	0,48	0,44	0,42	0,38	0,35	0,31	0,25
7	0,72	0,56	0,48	0,43	0,39	0,37	0,34	0,31	0,27	0,23
8	0,68	0,51	0,43	0,39	0,36	0,33	0,30	0,28	0,24	0,20
9	0,64	0,47	0,40	0,35	0,33	0,30	0,28	0,25	0,22	0,18
10	0,60	0,44	0,37	0,33	0,30	0,28	0,25	0,23	0,20	0,16
12	0,57	0,39	0,32	0,29	0,26	0,24	0,22	0,20	0,17	0,14
15	0,47	0,33	0,27	0,24	0,22	0,20	0,18	0,17	0,14	0,11
20	0,39	0,27	0,22	0,19	0,17	0,16	0,14	0,13	0,11	0,08
24	0,34	0,29	0,19	0,16	0,15	0,14	0,12	0,11	0,09	0,07
30	0,29	0,20	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,07	0,06
40	0,24	0,16	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	0,04
60	0,17	0,11	0,08	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,04	0,02
120	0,09	0,06	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01

Здесь m - число серий опытов;
 n - число измерений в серии;
 q - число степеней свободы.

Таблица 2.5

Результаты измерений прочности грунта

Серии опытов	Измеренные величины и повторности					Вычисленные	
	1	2	3	4	5	\bar{x}_i	D_i
1	7	9	6	8	4	6,8	2,96
2	9	7	8	6	5	7,0	2,0
3	8	8	7	9	8	8,0	0,4

Пример

Пусть проведено три серии опытов по измерению прочности грунта (*табл.2.5*). В каждой серии выполнялось по пять измерений (повторностей).

Тогда по формуле (2.10)

$$k_{KP} = \frac{2,96}{2,96 + 2,0 + 0,4} = 0,55.$$

Вычислим число степеней свободы

$$q = n - 1 = 5 - 1 = 4 .$$

Для $m = 3$ и $q = 4$ согласно **табл.2.4** значение критерия Кохрена $k_{KT} = 0.74$.

Так как $k_{KP} < k_{KT}$, то измерения в эксперименте следует считать воспроизводимыми. Если бы оказалось наоборот, т.е. $k_{KP} > k_{KT}$, то необходимо было бы увеличить число серий m или число измерений n .

Лекция №6

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Понятие статистики

Статистика, вернее ее методы исследования, широко применяется в различных областях человеческих знаний. Однако, как любая наука, она требует определения предмета ее исследования. В связи с этим различают статистику, занимающуюся изучением социально-экономических явлений, которая относится к циклу общественных наук, и статистику, занимающуюся закономерностями явлений природы, которая относится к наукам естественным.

Авторы большинства современных отечественных вузовских учебников по теории статистики (общей теории статистики) под статистикой понимают предметную общественную науку, т.е. науку, имеющую свой особый предмет и метод познания.

Статистика - общественная наука, которая изучает количественную сторону качественно определенных массовых социально-экономических явлений и процессов, их структуру и распределение, размещение в пространстве, движение во времени, выявляя действующие количественные зависимости, тенденции и закономерности, причем в конкретных условиях места и времени.

Предмет статистики

Статистика как наука исследует не отдельные факты, а массовые социально-экономические явления и процессы, выступающие как множество отдельных факторов, обладающих как индивидуальными, так и общими признаками.

Объект статистического исследования в статистике называют статистической совокупностью.

Статистическая совокупность - это множество единиц, обладающих массовостью, однородностью, определенной целостностью, взаимозависимостью состояния отдельных единиц и наличием вариации.

Например, в качестве особых объектов статистического исследования, т.е. статистических совокупностей, может выступать множество коммерческих банков, зарегистрированных на территории Российской Федерации, множество акционерных обществ, множество граждан какой-либо страны и т.д. Важно помнить, что статистическая совокупность состоит из реально существующих материальных объектов.

Каждый отдельно взятый элемент данного множества называется единицей статистической совокупности.

Единицы статистической совокупности характеризуются общими свойствами, именуемыми в статистике **признаками**, т.е. под качественной однородностью совокупности понимается сходство единиц (объектов, явлений, процессов) по каким-либо существенным признакам, но различающихся по каким-либо другим признакам.

Единицы совокупности наряду с общими для всех единиц признаками, обуславливающими качественную определенность совокупности, также обладают индивидуальными особенностями и различиями, отличающими их друг от друга, т.е. существует **вариация признаков**. Она обусловлена различным сочетанием условий, которые определяют развитие элементов множества.

Например, уровень производительности труда работников банка определяется его возрастом, квалификацией, отношением к труду и т.д.

Именно наличие вариации предопределяет необходимость статистики. Вариация признака может отражаться статистическим распределением единиц совокупности.

Статистика как наука изучает, прежде всего, количественную сторону обществен-

ных явлений и процессов в конкретных условиях места и времени, т.е. *предметом статистики выступают размеры и количественные соотношения социально-экономических явлений, закономерности их связи и развития.*

Количественную характеристику статистика выражает через определенного рода числа, которые называются статистическими показателями.

Статистический показатель отражает результат измерения у единиц совокупности и совокупности в целом.

Теоретические основы статистики как науки

Теоретическую основу любой науки, в том числе и статистики, составляют понятия и категории, в совокупности которых выражаются основные принципы данной науки.

В статистике к важнейшим категориям и понятиям относятся: совокупность, вариация, признак, закономерность.

Статистические совокупности обладают определенными свойствами, носителями которых выступают единицы совокупности (явления), обладающие определенными признаками. По форме внешнего выражения признаки делятся на атрибутивные (описательные, качественные) и количественные. Атрибутивные (качественные) признаки не поддаются количественному (числовому) выражению.

Количественные признаки можно разделить на дискретные и непрерывные.

Важной категорией статистики является также статистическая закономерность.

Статистическая закономерность - это форма проявления причинной связи, выражающаяся в последовательности, регулярности, повторяемости событий с достаточно высокой степенью вероятности, если причины (условия), порождающие события, не изменяются или изменяются незначительно.

Статистическая закономерность устанавливается на основе анализа массовых данных. Это обуславливает ее взаимосвязь с законом больших чисел.

Сущность закона больших чисел заключается в том, что в числах, суммирующих результат массовых наблюдений, выступают определенные правильности, которые не могут быть обнаружены на небольшом числе факторов. Закон больших чисел порожден свойствами массовых явлений. Тенденции и закономерности, вскрытые с помощью закона больших чисел, имеют силу лишь как массовые тенденции, но не как законы для каждого отдельного, индивидуального случая.

Метод статистики

Статистика как наука выработала приемы и способы изучения массовых общественных явлений, зависящие от особенностей ее предмета и задач, которые ставятся при его изучении. Приемы и способы, с помощью которых статистика изучает свой предмет, образуют статистическую методологию.

Под статистической методологией понимается система приемов, способов и методов, направленных на изучение количественных закономерностей, проявляющихся в структуре, динамике и взаимосвязях социально-экономических явлений.

Задача статистического исследования состоит в получении обобщающих характеристик и выявлении закономерностей в общественной жизни в конкретных условиях места и времени, которые проявляются лишь в большой массе явлений через преодоление свойственной ее единичным элементам случайности.

Статистическое исследование состоит из трех стадий:

статистическое наблюдение;

сводка и группировка результатов наблюдения;

анализ полученных обобщающих показателей.

Все три стадии связаны между собой, и на каждой из них используются специальные методы, объясняемые содержанием выполняемой работы.

Понятие о выборочном наблюдении

Статистическая методология исследования массовых явлений различает, как известно, два способа наблюдения в зависимости от полноты охвата объекта: сплошное и несплошное. Разновидностью несплошного наблюдения является выборочное.

Под выборочным наблюдением понимается такое несплошное наблюдение, при котором статистическому обследованию (наблюдению) подвергаются единицы изучаемой совокупности, отобранные случайным способом.

Выборочное наблюдение ставит перед собой задачу - по обследуемой части дать характеристику всей совокупности единиц при условии соблюдения всех правил и принципов проведения статистического наблюдения и научно организованной работы по отбору единиц.

Выборочный метод позволяет получить необходимые сведения приемлемой точности, когда факторы времени и стоимости делают сплошную разработку нецелесообразной.

Характеристики выборочной и генеральной совокупности

Совокупность отобранных для обследования единиц в статистике принято называть **выборочной**, а совокупность единиц, из которых производится отбор, - **генеральной**.

Основные характеристики параметров генеральной и выборочной совокупностей обозначаются определенными символами (*табл. 1.1*).

Таблица 1.1

Символы основных характеристик параметров генеральной и выборочной совокупностей

№ п/п	Характеристика	Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
1	Объем совокупности (численность единиц)	N	n
2	Численность единиц, обладающих обследуемым признаком	M	m
3	Доля единиц, обладающих обследуемым признаком	$P = \frac{M}{N}$	$W = \frac{m}{n}$
4	Средний размер признака	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$	$\tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
5	Дисперсия количественного признака	$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n}$
6	Дисперсия доли	$\sigma_p^2 = pq$	$\sigma_w^2 = W(1 - W)$

В процессе проведения выборочного наблюдения, как и вообще при анализе данных любого обследования, статистика выделяет два вида ошибок: регистрации и репрезентативности.

Ошибки регистрации могут иметь случайный (непреднамеренный) или систематический (тенденциозный) характер. Их можно избежать при правильной организации и проведении наблюдения.

Ошибки репрезентативности органически присущи выборочному наблюдению и

возникают в силу того, что выборочная совокупность не полностью воспроизводит генеральную.

Избежать ошибок репрезентативности нельзя, однако, пользуясь методами теории вероятностей, основанными на использовании предельных теорем закона больших чисел, эти ошибки можно свести к минимальным значениям, границы которых устанавливаются с достаточно большой точностью;

Ошибка выборочного наблюдения - это разность между величиной параметра в генеральной совокупности и его величиной, вычисленной по результатам выборочного наблюдения.

Для среднего значения ошибка будет определяться так:

$$\Delta_{\bar{x}} = |\bar{x} - \tilde{x}|, \quad \text{где } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}, \quad \tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n}. \quad (1.1)$$

Величина $\Delta_{\tilde{x}_i}$ называется предельной ошибкой выборки.

Предельная ошибка выборки величина случайная. Исследованию закономерностей случайных ошибок выборки посвящены предельные теоремы закона больших чисел.

Наиболее полно эти закономерности раскрыты в теоремах Л.Л. Чебышева и А.М. Ляпунова.

Теорема П. Л. Чебышева: при достаточно большом числе независимых наблюдений можно с вероятностью, близкой к единице (т.е. почти с достоверностью), утверждать, что отклонение выборочной средней от генеральной будет сколько угодно малым.

В теореме доказано, что величина ошибки не должна превышать $t\mu$.

В свою очередь, величина μ , выражающая среднее квадратическое отклонение выборочной средней от генеральной средней, зависит от колеблемости признака в генеральной совокупности σ и числа отобранных единиц n .

Эта зависимость выражается формулой

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \quad (1.2)$$

где μ - **средняя ошибка выборки** (зависит и от способа производства выборки);

σ^2 - генеральная дисперсия;

n - объем выборочной совокупности.

Нетрудно убедиться, что при отборе большого числа единиц расхождения между средними будут меньше, т.е. существует обратная связь между, средней ошибкой выборки и числом отобранных единиц.

Можно доказать, что увеличение колеблемости признака влечет за собой увеличение среднего квадратического отклонения, а, следовательно, и ошибки.

Соотношение между дисперсиями генеральной и выборочной совокупности выражается формулой

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_{\tilde{x}}^2 \cdot \frac{n}{n-1}. \quad (1.3)$$

Так как величина $\frac{n}{n-1}$ при достаточно больших n близка к 1, можно приближенно считать, что выборочная дисперсия равна генеральной дисперсии, т.е. $\sigma_{ГЕН}^2 \approx \sigma_{ВЫБ}^2$.

Следовательно, **средняя ошибка выборки показывает**, какие возможны отклонения характеристик выборочной совокупности от соответствующих характеристик генеральной совокупности. Однако о величине этой ошибки можно судить с определенной вероятностью. На величину вероятности указывает множитель t .

А. М. Ляпунов доказал, что распределение выборочных средних (а, следовательно,

и их отклонений от генеральной средней) при достаточно большом числе независимых наблюдений приближенно нормально при условии, что генеральная совокупность обладает конечной средней и ограниченной дисперсией.

Математически *теорему Ляпунова* можно записать так:

$$P\{|\bar{x} - \tilde{x}| \leq \Delta_{\tilde{x}}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\tilde{x}}^{\tilde{x}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = F(t), \quad (1.4)$$

где $\pm \Delta_{\tilde{x}}$ - *предельная ошибка выборки*.

Значения этого интеграла для различных значений коэффициента доверия t вычислены и приводятся в специальных математических таблицах.

Например:

$$\begin{array}{ll} t = 1 & F(t) = 0.683; \\ t = 2 & F(t) = 0.954; \\ t = 3 & F(t) = 0.997; \end{array} \quad \begin{array}{ll} t = 1.5 & F(t) = 0.866; \\ t = 2.5 & F(t) = 0.988; \\ t = 3.5 & F(t) = 0.999. \end{array}$$

Это может быть прочитано так: с вероятностью 0.683 можно утверждать, что разность между выборочной и генеральной средними не превышает одной величины средней ошибки выборки.

Другими словами, в 68.3% случаев ошибка репрезентативности не выйдет за пределы $\pm \mu$ и т.д.

Зная выборочную среднюю величину признака (\tilde{x}) и предельную ошибку выборки ($\Delta_{\tilde{x}}$), можно определить границы (пределы), в которых заключена генеральная средняя:

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x \quad \text{или} \quad \tilde{x} - \bar{x} = \pm \Delta_{\tilde{x}}.$$

Теорема Бернулли рассматривает ошибку выборки для альтернативного признака, у которого возможны только два исхода: наличие признака (1) и отсутствие его (0).

Теорема Бернулли утверждает, что при достаточно большом объеме выборки вероятность расхождения между долей признака в выборочной совокупности (w) и долей признака в генеральной совокупности (p) будет стремиться к единице:

$$P[|w - p| \leq t\mu] \rightarrow 1,$$

т.е. с вероятностью, сколько угодно близкой к единице, можно утверждать, что при достаточно большом объеме выборки частость признака (выборочная доля) сколько угодно мало будет отличаться от доли признака (в генеральной совокупности).

Ввиду того, что вероятность расхождения между частостью и долей следует закону нормального распределения, эту вероятность можно найти по функции $F(t)$ в зависимости от задаваемой величины t .

Средняя ошибка выборки для альтернативного признака определяется по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}, \quad \text{где} \quad q = 1 - p. \quad (1.5)$$

Поскольку доля признака в выборочной совокупности неизвестна, ее необходимо заменить через долю того же признака в генеральной совокупности, т.е. принять $w \approx p$, а дисперсию альтернативного признака принять за $w(1-w)$.

Тогда средняя, ошибка выборки выразится формулой

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}. \quad (1.6)$$

Предельная величина разности между частостью и долей называется *предельной*

ошибкой выборки.

О величине предельной ошибки можно судить с некоторой вероятностью, которая зависит от множителя t , поскольку $\Delta_w = t\mu$.

Зная выборочную долю признака (w) и предельную ошибку выборки (Δ_w), можно определить границы, в которых заключена генеральная доля (p):

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w.$$

Результаты выборочного статистического исследования во многом зависят от уровня подготовки процесса наблюдения.

Под уровнем подготовки в данном случае подразумевается соблюдение определенных правил и принципов проектирования выборочного обследования. Важнейшим элементом проектирования является составление организационного плана выборочного наблюдения.

В организационный план включаются следующие вопросы:

1. Постановка цели и задачи наблюдения.
2. Определение границ объекта исследования.
3. Отработка программы наблюдения (составление анкеты, опросного листа, формы отчета и т.д.) и разработка ее материалов.
4. Определение процедуры отбора, способа отбора и объема выборки.
5. Подготовка кадров для проведения наблюдения, размножение формуляров, инструктивных документов и др.
6. Расчет выборочных характеристик и определение ошибок выборки.
7. Распространение выборочных данных на всю совокупность.

2. ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ ФОРМИРОВАНИЯ ВЫБОРОЧНОЙ СОВОКУПНОСТИ

Достоверность рассчитанных по выборочным данным характеристик в значительной степени определяется репрезентативностью выборочной совокупности, которая, в свою очередь, зависит от способа отбора единиц из генеральной совокупности.

По виду различают индивидуальный, групповой и комбинированный отбор.

При **индивидуальном отборе** в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности, при **групповом отборе** - группы единиц, а **комбинированный отбор** предполагает сочетание группового и индивидуального отбора.

Метод отбора определяет возможность продолжения участия отобранной единицы в процедуре отбора.

Бесповторным называется такой отбор, при котором попавшая в выборку единица не возвращается в совокупность, из которой осуществляется дальнейший отбор.

При **повторном** отборе попавшая в выборку единица после регистрации наблюдаемых признаков возвращается в исходную (генеральную) совокупность для участия в дальнейшей процедуре отбора.

При этом методе объем генеральной совокупности остается неизменным, что обуславливает постоянную вероятность попадания в выборку всех единиц совокупности.

В практике выборочных обследований наибольшее распространение получили следующие выборки:

- собственно-случайная;
- механическая;
- типическая;
- серийная;
- комбинированная.

Собственно-случайная выборка

При такой выборке отбор единиц из генеральной совокупности производится наугад или наудачу, без каких-либо элементов системности. При этом все без исключения единицы генеральной совокупности должны иметь абсолютно равные шансы попадания в выборку.

Технически собственно-случайный отбор проводят методом жеребьевки или по таблице случайных чисел.

Собственно-случайный отбор может быть как повторным, так и бесповторным.

Предположим, в результате выборочного обследования жилищных условий жителей города, осуществленного на основе собственно-случайной повторной выборки, получен следующий ряд распределения (*табл. 2.1*).

Таблица 2.1

Результаты выборочного обследования жилищных условий жителей города

Общая (полезная) площадь жилищ, приходящаяся на 1 человека, м ²	До 5,0	5,0 – 10,0	10 – 15,0	15,0 – 20,0	20,0 – 25,0	25,0 – 30,0	30,0 и более
Число жителей	8	95	204	270	210	130	83

Для определения средней ошибки выборки необходимо рассчитать выборочную среднюю величину и дисперсию изучаемого признака (*табл. 2.2*).

Таблица 2.2

Расчет средней общей (полезной) площади жилищ, приходящейся на 1 человека, и дисперсии

Общая (полезная) площадь жилищ, приходящаяся на 1 человека, м ²	Число жителей f	Середина интервала x	xf	x ² f
До 5,0	8	2,5	20,0	50,0
5,0 – 10,0	95	7,5	712,5	5343,75
10,0 – 15,0	204	12,5	2550,0	31875,0
15,0 – 20,0	270	17,5	4725,0	82687,5
20,0 – 25,0	210	22,5	4725,0	106312,5
25,0 – 30,0	130	27,5	3575,0	98312,5
30,0 и более	83	32,5	2697,5	87668,75
Итого	1000	–	19005,0	412250,0

$$\bar{x} = \frac{19005,0}{1000} = 19,0;$$

$$\sigma^2 = \frac{412250}{1000} - 19,0^2 = 51,25;$$

$$\sigma = \sqrt{51,25} = 7,16.$$

Средняя ошибка выборки составит:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{7,16}{\sqrt{1000}} = 0,23 \text{ м}^2.$$

Определим предельную ошибку выборки с вероятностью 0.954 ($t = 2$):

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \mu_{\bar{x}} = 2 \cdot 0.23 = 0.46 \text{ м}^2.$$

Установим границы генеральной средней:

$$\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}} \quad \text{или} \quad 18.54 \leq \bar{x} \leq 19.46.$$

Таким образом, на основании проведенного выборочного обследования с вероятностью 0.954 можно заключить, что средний размер общей площади, приходящейся на одного человека, в целом по городу лежит в пределах от 18.5 м^2 до 19.5 м^2 .

При расчете средней ошибки собственно-случайной бесповторной выборки необходимо учитывать поправку на бесповторность отбора:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Если предположить, что представленные в **табл. 2.1** данные являются результатом 5% – го бесповторного отбора (генеральная совокупность включает 20000 единиц), то средняя ошибка выборки будет несколько меньше:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{51.25}{1000} \left(1 - \frac{1000}{20000}\right)} = 0.22 \text{ м}^2.$$

Соответственно уменьшится и предельная ошибка выборки, что вызовет сужение границ генеральной средней.

Воспользуемся еще раз данными **табл. 2.1** для того, чтобы определить границы доли лиц, обеспеченность жильем которых составляет менее 10 м^2 .

Согласно результатам обследования, численность таких лиц составила 103 человека.

Определим выборочную долю и дисперсию:

$$W = \frac{103}{1000} = 0.103;$$

$$\sigma_w^2 = w(1 - w) = 0.103 \cdot 0.897 = 0.0924.$$

Рассчитаем среднюю ошибку выборки:

$$\mu_{\bar{w}} = \sqrt{\frac{0.0924}{1000} \left(1 - \frac{1000}{20000}\right)} = 0.0094.$$

Предельная ошибка выборки с заданной вероятностью составит:

$$\Delta_w = 2 \cdot 0.0094 = 0.0188.$$

Определим границы генеральной доли:

$$0.103 - 0.019 \leq p \leq 0.103 + 0.019 \quad \text{или} \quad 0.084 \leq p \leq 0.122.$$

Следовательно, с вероятностью 0.954 можно утверждать, что доля лиц, имеющих менее 10 м^2 на человека, в целом по городу находится в пределах от 8.4% до 12.2%.

Механическая выборка

Механическая выборка применяется в случаях, когда генеральная совокупность каким-либо образом упорядочена, т.е. имеется определенная последовательность в располо-

жении единиц (списки избирателей, телефонные номера респондентов, номера домов и квартир и т.п.).

Для проведения механической выборки устанавливается пропорция отбора, которая определяется соотношением объемов выборочной и генеральной совокупностей.

Отбор единиц осуществляется в соответствии с установленной пропорцией через равные интервалы. Например, при пропорции 1 : 50 (2% – ная выборка) отбирается каждая 50 – я единица.

Генеральную совокупность при механическом отборе можно ранжировать или упорядочить по величине изучаемого или коррелирующего с ним признака, что позволит повысить репрезентативность выборки.

Однако в этом случае возрастает опасность систематической ошибки, связанной с занижением значения изучаемого признака (если из каждого интервала регистрируется первое значение) или его завышением (если из каждого интервала регистрируется последнее значение).

Целесообразно отбор начинать с середины первого интервала, например при 5% – ой выборке отобрать 10, 30, 50, 70 и с таким же интервалом последующие единицы

Для определения средней ошибки механической выборки используется формула средней ошибки при собственно-случайном бесповторном отборе.

Типический отбор

Этот способ отбора используется в тех случаях, когда все единицы генеральной совокупности можно разбить на несколько типических групп.

Типический отбор предполагает выборку единиц из каждой типической группы собственно-случайным или механическим способом.

Отбор единиц в типическую выборку может быть организован либо пропорционально объему типических групп, либо пропорционально внутригрупповой дифференциации признака.

При выборке, пропорциональной объему типических групп, число единиц, подлежащих отбору из каждой группы, определяется следующим образом:

$$n_i = n \frac{N_i}{N},$$

где N_i - объем i – ой группы;

n_i - объем выборки из i – ой группы.

Средняя ошибка такой выборки находится по формулам:

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n}} - \text{(повторный отбор);} \quad (2.1)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} - \text{(бесповторный отбор),} \quad (2.2)$$

где $\bar{\sigma}_i^2$ - средняя из внутригрупповых дисперсий.

При выборке, пропорциональной дифференциации признака, число наблюдений по каждой группе рассчитывается по формуле:

$$n_i = n \frac{\sigma_i N_i}{\sum \sigma_i N_i}, \quad (2.3)$$

где σ_i - среднее квадратическое отклонение признака в i – ой группе.

Средняя ошибка такого отбора определяется следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}} \text{ - (повторный отбор),} \quad (2.4)$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i} \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)} \text{ - (бесповторный отбор).} \quad (2.5)$$

Рассмотрим оба варианта типической выборки на условном примере.

Предположим, 10% – *ный* бесповторный типический отбор рабочих предприятия, пропорциональный размерам цехов, проведенный с целью оценки потерь из-за временной нетрудоспособности привел к следующим результатам (*табл. 2.3*).

Таблица 2.3

Результаты обследования рабочих предприятия

Цех	Всего рабочих, человек	Обследовано, человек	Число дней временной нетрудоспособности за год	
			средняя	дисперсия
I	1000	100	18	49
II	1400	140	12	25
III	800	80	15	16

Рассчитаем выборочную среднюю:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{49 \cdot 100 + 25 \cdot 140 + 16 \cdot 80}{100 + 140 + 80} = 30.25.$$

Определим среднюю и предельную ошибки выборки (с вероятностью 0.9564):

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{30.25}{320} \left(1 - \frac{320}{3200}\right)} \approx 0.29;$$

$$\Delta_{\bar{x}} = 2 \cdot 0.29 = 0.58.$$

Рассчитаем выборочную среднюю:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{10 \cdot 100 + 12 \cdot 140 + 15 \cdot 80}{100 + 140 + 80} = 14.6$$

С вероятностью 0.954 можно сделать вывод, что среднее число дней временной нетрудоспособности одного рабочего в целом по предприятию находится в пределах:

$$14.6 - 0.58 \leq \bar{x} \leq 14.6 + 0.58$$

Воспользуемся полученными внутригрупповыми дисперсиями для проведения отбора, пропорционального дифференциации признака.

Определим необходимый объем выборки по каждому цеху:

$$\sum \sigma_i N_i = \sqrt{49} \cdot 1000 + \sqrt{25} \cdot 1400 + \sqrt{16} \cdot 800 = 17200;$$

$$n_1 = 320 \cdot \frac{\sqrt{49} \cdot 1000}{17200} = 130 \text{ человек;}$$

$$n_2 = 320 \cdot \frac{\sqrt{25} \cdot 1000}{17200} = 130 \text{ человек};$$

$$n_3 = 320 \cdot \frac{\sqrt{16} \cdot 1000}{17200} = 60 \text{ человек};$$

С учетом полученных значений рассчитаем среднюю ошибку выборки:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{1}{3200} \sqrt{\frac{49 \cdot 1000^2}{130} \left(1 - \frac{130}{1000}\right) + \frac{25 \cdot 1400^2}{130} \left(1 - \frac{130}{1400}\right) + \frac{16 \cdot 800^2}{60} \left(1 - \frac{60}{800}\right)} = 0.28.$$

В данном случае средняя, а, следовательно, и предельная ошибки будут несколько меньше, что отразится и на границах генеральной средней.

Серийный отбор

Данный способ отбора удобен в тех случаях, когда единицы совокупности объединены в небольшие группы или серии. В качестве таких серий могут рассматриваться упаковки с определенным количеством готовой продукции, партии товара, студенческие группы, бригады и другие объединения.

Сущность серийной выборки заключается в собственно случайном либо механическом отборе серий, внутри которых производится сплошное обследование единиц.

Средняя ошибка серийной выборки (при отборе равновеликих серий) зависит от величины только межгрупповой (межсерийной) дисперсии и определяется по следующим формулам:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}} \text{ (повторный отбор);} \quad (2.6)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} \text{ (бесповторный отбор),} \quad (2.7)$$

где r - число отобранных серий;
 R - общее число серий.

Межгрупповую дисперсию вычисляют следующим образом:

$$\delta^2 = \frac{\sum(\bar{x}_i - \tilde{x})^2}{r},$$

где \bar{x}_i - средняя i -ой серии;

\tilde{x} - общая средняя по всей выборочной совокупности.

Комбинированный отбор

В практике статистических обследований помимо рассмотренных выше способов отбора применяется и их комбинация.

Можно комбинировать типическую и серийную выборки, когда серии отбираются в установленном порядке из нескольких типических групп. Возможна также комбинация серийного и собственно-случайного отборов, при которой отдельные единицы отбираются внутри серии в собственно-случайном порядке.

Ошибка такой выборки определяется ступенчатостью отбора.

Многоступенчатым называется отбор, при котором из генеральной совокупности сначала извлекаются укрупненные группы, потом - более мелкие и так до тех пор, пока не будут отобраны те единицы, которые подвергаются обследованию.

Многофазная выборка предполагает сохранение одной и той же единицы отбора на всех этапах его проведения, при этом отобранные на каждой стадии единицы подвер-

гаются обследованию (на каждой последующей стадии отбора программа обследования расширяется).

Исходя из вышеизложенного, приведем формулы предельной ошибки выборки для наиболее часто используемых на практике способов формирования выборочной совокупности (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Предельная ошибка выборки для некоторых способов формирования выборочной совокупности

Метод отбора Выборка	Повторный		Бесповторный	
	для средней	для доли	для средней	для доли
1. Собственно-случайная и механическая	$t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$
2. Типическая (при пропорциональном объему групп отборе)	$t\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$	$t\sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n}}$	$t\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$t\sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$
3. Серийная (гнездовая)	$t\sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}}$	$t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$t\sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}\left(1-\frac{r}{R}\right)}$	$t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(1-\frac{r}{R}\right)}$

Лекция №7

ВЫБОЧНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМОГО ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

При проектировании выборочного наблюдения возникает вопрос о необходимой численности выборки. Эта численность может быть определена на базе допустимой ошибки при выборочном наблюдении исходя из вероятности, на основе которой можно гарантировать величину устанавливаемой ошибки, и, наконец, на базе способа отбора.

Рассмотрим вначале величину необходимой численности в общем виде.

Формула необходимой численности выборки для разных способов отбора выводится из формулы предельной ошибки выборки.

Необходимая численность выборки рассчитывается по-разному для выборочного наблюдения, в котором устанавливается средний размер признака в совокупности, и для наблюдения, в котором определяется доля единиц, обладающих данным признаком, в силу различных методов вычисления меры колеблемости для варьирующего и альтернативного признаков.

В частности, необходимая численность случайной повторной выборки определяется по формуле

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\Delta^2}, \quad (1.1)$$

которая вытекает из формулы предельной ошибки:

Эта формула показывает, что с увеличением предполагаемой ошибки выборки значительно уменьшается необходимый объем выборки. Так, увеличение допустимой ошибки выборки в 2 раза уменьшает необходимый ее объем в 4 раза.

На практике определение необходимого объема выборки часто составляет серьезную проблему. Она связана, в частности, с недостаточной разработанностью таких вопросов, как оценка вариации изучаемых признаков, обоснование численности выборки при изучении нескольких признаков, зависимость объема выборочной совокупности от программы разработки материалов наблюдения и др.

Трудности порождаются и тем, что кроме чисто статистических в определении необходимой численности выборочной совокупности большое значение принадлежит факторам организационного порядка, которые должны быть обязательно учтены. К ним относятся, например, обеспеченность обследования ресурсами, длительность обработки и срочность представления результатов.

Одним из наиболее важных и в то же время сложных вопросов определения необходимого объема выборки в исследованиях является расчет показателя вариации изучаемого признака (σ).

При подготовке выборочного наблюдения у его организаторов часто отсутствуют необходимые для этих вычислений данные. Основой оценки степени колеблемости изучаемого признака служат, как правило, материалы предыдущих обследований. Обращение к ним при отсутствии какой-либо другой информации вполне оправданно. Однако следует иметь в виду, что использование данных прошлых обследований имеет смысл только тогда, когда за прошедший до нового обследования период в генеральной совокупности не произошло значительных изменений. I

Во многих случаях более точное представление об изучаемой совокупности, в том числе о вариации интересующих исследователя признаков, может дать пробное обследование. По его данным рассчитываются среднее квадратическое отклонение и дисперсию для последующего обоснования необходимого объема выборки.

Если же мера колеблемости признака неизвестна, то ее можно найти приближенно по величине предполагаемого размаха или среднего линейного отклонения по следующим

формулам:

$$\sigma = \frac{R}{6} \quad \text{и} \quad \sigma = 1.25\bar{d} \quad (1.2)$$

где σ - среднее квадратическое отклонение;
 R - размах вариации;
 \bar{d} - среднее линейное отклонение.

Важным условием практического использования этих формул является близость фактического распределения к нормальному.

При статистическом исследовании социально-экономических явлений очень часто приходится сталкиваться с качественными признаками, причем именно по ним нередко проводится расчет необходимого объема выборочной совокупности.

Таблица 1.1

Необходимый объем выборки для некоторых способов формирования выборочной совокупности

Вид выборочного наблюдения	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Собственно-случайная выборка:		
а) при определении среднего размера признака	$n = \frac{t^2 \cdot \sigma_x^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot \sigma_x^2 \cdot N}{\Delta_x^2 \cdot N + t^2 \cdot \sigma_x^2}$
б) при определении доли признака	$n = \frac{t^2 \cdot W(1-W)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot W(1-W) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 \cdot W(1-W)}$
Механическая выборка	то же	то же
Типичская выборка:		
а) при определении среднего размера признака	$n = \frac{t^2 \cdot \bar{\sigma}_x^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot \bar{\sigma}_x^2 \cdot N}{\Delta_x^2 \cdot N + t^2 \cdot \bar{\sigma}_x^2}$
б) при определении доли признака	$n = \frac{t^2 \cdot \overline{W(1-W)}}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot \overline{W(1-W)} \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 \cdot \overline{W(1-W)}}$
Серийная выборка:		
а) при определении среднего размера признака	$r = \frac{t^2 \cdot \delta_x^2}{\Delta_x^2}$	$r = \frac{t^2 \cdot \delta_x^2 \cdot R}{\Delta_x^2 \cdot R + t^2 \cdot \delta_x^2}$
б) при определении доли признака	$r = \frac{t^2 \cdot W_r(1-W_r)}{\Delta_w^2}$	$r = \frac{t^2 \cdot W_r(1-W_r) \cdot R}{\Delta_w^2 \cdot R + t^2 \cdot W_r(1-W_r)}$

Способ выражения качественных признаков не позволяет рассчитать по ним средние значения, поэтому оценка колеблемости производится, как правило, исходя из долей единиц, обладающих значениями этих признаков, т.е. выборочных долей.

Выборочная доля также называется частотью.

Если расчет проводится по качественному альтернативному признаку и неизвестна его доля в генеральной совокупности (хотя бы приблизительно), рекомендуется принять ее равной 0.5, так как дисперсия доли достигает максимума: $\sigma_w^2 = 0.25$ при $w = 0.5$.

Преимущество такого приема заключается в том, что он позволяет определить численность выборочной совокупности, не располагая данными предыдущих обследований, и не проводить пробных обследований.

Если же качественный признак, по которому определяется необходимая численность выборочной совокупности, не является альтернативным, то использовать формулу $\sigma_w^2 = w(1-w)$ нельзя.

В ряде случаев приближенная оценка колеблемости может быть осуществлена с помощью превращения изучаемого признака в альтернативный.

Например, все категории работников предприятия можно условно разделить в зависимости от принадлежности работающих к рабочим и служащим. Однако при этом следует учитывать, что такое деление неизбежно приведет к потере некоторой части информации. Ведь существуют отдельные категории работников (МОП, охрана и др.), которые выделяются в самостоятельные группы. Поэтому применять описанный выше прием можно лишь при условии, что существует уверенность в незначительной доле неучтенных единиц во всей совокупности.

Приведем формулы необходимого объема выборки для наиболее часто используемых на практике способов формирования выборочной совокупности (*табл. 1.1*).

Рассмотрим несколько примеров расчета объема выборки при различных способах отбора.

Пример 1

В микрорайоне проживает 5000 семей.

В порядке случайной бесповторной выборки предполагается определить средний размер семьи при условии, что ошибка выборочной средней не должна превышать 0.8 человека с вероятностью $P = 0.954$ и при среднем квадратическом отклонении 3.0 человека (ошибка и среднее квадратическое отклонение определены на основе пробного обследования).

При $P = 0.954$ $t = 2$

$$n = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 500}{5000 \cdot 0.64 + 2^2 \cdot 3^2} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 5000}{5000 \cdot 0.64 + 4 \cdot 9} = \frac{180000}{3236} = 56 \text{ семей}$$

Пример 2

Для определения средней длины детали следует провести выборочное обследование методом случайного повторного отбора. Какое количество деталей надо отобрать, чтобы ошибка выборки не превышала 3 мм с вероятностью 0,997 при среднем квадратическом отклонении 6 мм?*

При $t = 3$ и $P = 0,997$ объем выборки рассчитывается следующим образом:

$$n = \frac{3^2 \cdot 6^2}{3^2} = 36 \text{ деталей.}$$

Пример 3

В фермерских хозяйствах области 10 000 коров. Из них в районе А-5000, в районе Б-3000, в районе В-2000. С целью определения средней удойности предполагается провести типическую выборку коров с пропорциональным отбором внутри групп (механическим).

Какое количество коров следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 5 л, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия типической выборки равна 1600?

Рассчитаем необходимую численность типической выборки:

$$n = \frac{2^2 \cdot 1600 \cdot 10000}{5^2 \cdot 10000 + 2^2 \cdot 1600} = \frac{6400000}{250000 \cdot 6400} = 249.6 \approx 250 \text{ коров.}$$

Необходимо отобрать 250 коров, из них:

$$\text{в районе А: } n_1 = 250 \cdot \frac{5000}{10000} = 125 \text{ коров};$$

$$\text{в районе Б: } n_2 = 250 \cdot \frac{3000}{10000} = 75 \text{ коров};$$

$$\text{в районе В: } n_3 = 250 \cdot \frac{2000}{10000} = 50 \text{ коров}.$$

Ошибка и среднее квадратическое отклонение заданы исходя из технических нормативов.

Пример 4

На склад АО «Машиностроитель» поступило 100 ящиков готовых изделий по 80 шт. в каждом. Для установления среднего веса деталей следует провести серийную выборку деталей методом механического отбора так; чтобы с вероятностью 0.954 ошибка выборки не превышала 2 г. На основе предыдущих обследований известно, что дисперсия серийной выборки равна 4. Определить необходимый объем выборки.

$$r = \frac{2^2 \cdot 4 \cdot 100}{100 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 4} = \frac{1600}{416} \approx 4 \text{ ящика}.$$

Подробное рассмотрение вопросов определения дисперсии для нахождения объема выборки не исключает использования в этих целях других показателей вариации.

2. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫБОРОЧНОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Заключительным этапом выборочного наблюдения является распространение его результатов на генеральную совокупность. Однако часто при статистическом изучении социально-экономических явлений этому процессу предшествует оценка результатов наблюдения с точки зрения самой возможности распространения.

Вывод о возможности распространения в значительной степени зависит от качества основы выборки, прежде всего от полноты.

Под полнотой подразумевается наличие или представленность всех типов или групп данной генеральной совокупности в основе выборки.

Неполнота основы может привести к нарушению представительности выборки и, как следствие, к неправильным выводам при анализе данных наблюдения.

Более точной основой суждения о возможности распространения представляется расчет относительной ошибки:

$$\Delta_{\%} = \frac{\Delta_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\% \text{ - для средней;} \quad (2.1)$$

$$\Delta_{\%} = \frac{\Delta_w}{\bar{p}} \cdot 100\% \text{ - для доли,} \quad (2.2)$$

где $\Delta_{\%}$ - относительная предельная ошибка выборки;

$\Delta_{\bar{x}}$ и Δ_w - предельная ошибка для среднего значения или доли признака;

\bar{x} и \bar{p} - генеральная средняя и доля соответственно.

Суждение о возможности распространения выборочных данных можно составить, если в формулах (2.1) и (2.2) заменить \bar{x} и \bar{p} соответствующими выборочными характеристиками.

Необходимым условием при этом является соответствие плановой и фактической численности и структуры выборочной совокупности. При больших расхождениях использование этого приема может привести к ошибочным суждениям.

Если величина относительной ошибки не превышает заранее установленного для данного обследования предельного значения, то данные выборочного наблюдения являются представительными и могут быть распространены на генеральную совокупность. В противном случае следует попытаться восстановить исходные пропорции генеральной совокупности.

Процесс восстановления пропорций выборки на основе исходной информации о таких пропорциях в генеральной совокупности принято называть корректировкой выборки.

При обработке данных выборочного наблюдения целесообразно использовать два наиболее часто применяемых способа корректировки.

Первый способ ориентирован на группу единиц, которые оказались недостаточно представлены в выборочной совокупности после наблюдения. Формуляры с данными об этих единицах, пригодные для обработки, следует сохранять в полном объеме. На основе сведений о количестве таких формуляров проводятся дополнительные расчеты. Их целью является определение числа хорошо представленных в фактической выборке формуляров остальных групп, часть которых необходимо исключить из обработки для сохранения пропорций генеральной совокупности.

Данный способ корректировки, называется методом «отсечения».

Рассмотрим условный пример.

С целью изучения общественного мнения из генеральной совокупности численностью 1000 человек было отобрано в порядке типической пропорциональной выборки 100 человек, принадлежащих к различным социальным группам: рабочие, служащие, студенты. При этом в генеральной совокупности было 50% рабочих, 35% служащих и 15% студентов, т.е. пропорция по группам населения составила примерно 3.3 : 2.3 : 1.

Следовательно, для обеспечения представительности выборки по признаку социального положения требовалось бы получить данные о 50 рабочих, 35 служащих и 15 студентах.

Однако по тем или иным причинам часть анкет не была получена, а другая часть была забракована. В результате пригодными для дальнейшей обработки оказались 40 анкет, заполненных рабочими, 30 - служащими и 10 - студентами. Таким образом, пропорции по различным группам в массиве для обработки составили 4 : 3 : 1, что свидетельствует о нарушении структуры генеральной совокупности.

Для проведения корректировки необходимо определить, анкеты какой социальной группы респондентов должны быть сохранены в процессе обработки полностью.

Это можно сделать с помощью относительных величин, вычисляемых для каждой социальной категории как отношение числа пригодных для обработки анкет к общему количеству анкет по данной группе. Результат выражается в долях или процентах.

Расчеты показывают, что наименьшая относительная величина получается по студентам (приблизительно 66.7%). Следовательно, формуляры, относящиеся к данной группе населения, необходимо сохранить полностью. Чтобы восстановить реальные пропорции генеральной совокупности, нужно вновь обратиться к ее структуре, выраженной соотношением 3.3 : 2.3 : 1.

Несложные вычисления показывают, что для сохранения представительности выборки в массиве анкет для дальнейшей обработки должны быть 33 анкеты, заполненные рабочими, 23 - служащими и 10 - студентами.

Таким образом, из дальнейшей обработки следует «отсечь» по 7 анкет, относящихся к рабочим и служащим. Для «отсечения» возможно, пользоваться процедурой случайной выборки.

После «отсечения» следует проверить, как исключение некоторого числа формуляров повлияло на обобщающие показатели фактической выборки.

Для этого вначале следует найти средние по важнейшим показателям в совокупности пригодных для обработки формуляров, включая те, которые затем предполагается «отсечь». Затем те же средние рассчитать по совокупности формуляров, оставшихся после «отсечения», и сравнить полученные результаты.

Для оценки различий средних можно воспользоваться принципами оценки точности выборки.

Если расхождения между средними, рассчитанными до и после «отсечения», не превышают $\pm 5\%$, итоги корректировки считаются вполне удовлетворительными. В противном случае ее целесообразно повторить, исключив из обработки другие формуляры.

Основным достоинством метода «отсечения» является то, что он дает возможность сохранить пропорции генеральной совокупности в массиве данных, на основе которого будут делаться обобщения. Это позволяет формулировать выводы на базе представленных данных.

В то же время корректировка способом «отсечения» имеет существенные недостатки.

Во-первых, «отсечение» приводит к еще большему, если учитывать невозвращенные и забракованные формуляры, уменьшению объема выборки.

Во-вторых, из обработки и анализа исключаются вполне пригодные для исследования формуляры.

В нашем примере «отсекаются» 17.5% собранных формуляров по группе рабочих и примерно 23.3% - по группе служащих. Сами по себе эти показатели весьма значительны. Однако и они могут возрасти, если для обработки окажутся пригодными не 10 10, а, скажем, анкет студентов. Тогда из обработки потребуется исключить 17 из 40 анкет рабочих (42.5%) и 14 из 30 анкет служащих (около 46.7%).

В таких случаях целесообразнее пользоваться способом «взвешивания».

В отличие от первого способа корректировки «взвешивание» дает возможность сохранить в обрабатываемом массиве все или почти все полученные формуляры. Достигается это путем многократного использования при обработке части формуляров. При этом несколько раз используются, как правило, те формуляры, число которых настолько мало, что вызывает необходимость исключения из дальнейшей обработки большого числа для исследования формуляров, относящихся к другим группам. Многократное применение формуляров проводится на основе специально рассчитанных для этой цели «весов».

Метод «взвешивания» наиболее удобно применять при обработке материалов выборочных обследований в случаях высокого процента невозвращенных или забракованных формуляров. Это характерно прежде для почтовых опросов.

Собранные в результате выборочного наблюдения и при необходимости откорректированные данные распространяются на генеральную совокупность.

Существуют два основных метода распространения - прямой пересчет и способ коэффициентов.

Прямой пересчет

Способ прямого пересчета заключается в умножении среднего значения признака, найденного в результате выборочного наблюдения, на объем генеральной совокупности.

Например, на основании выборочного обследования 1000 молодых семей требуется оценить потребность в местах в детских яслях.

Известно, что ясли могут посещать дети в возрасте до трех лет. По материалам выборочного обследования следует вычислить среднее число детей этого возраста. Предположим, что оно составляет 1.3 человека.

Умножив это число на численность генеральной совокупности, получим, что в детских яслях потребуется выделить 1300 мест.

Производя такие расчеты, мы считаем, что были обследованы все единицы, попавшие в выборочную совокупность.

Однако в социальных исследованиях объемы фактической и запланированной выборки часто не совпадают, что всегда следует учитывать. Как правило, несоответствие фактической и запланированной выборки приводит, естественно, к неадекватному отражению в выборочных характеристиках, полученных по фактическим данным соответствующих характеристик генеральной совокупности.

Предположим, в нашем примере некоторое число семей по тем или иным причинам не было обследовано. Это привело к снижению объема фактической выборки по сравнению с запланированной.

Среднее число детей, вычисленное по этой «неполной» выборке, составило не 1.3, а 1.2. Тогда прямой пересчет выборочной характеристики на объем генеральной совокупности даст результат 1200 мест.

Абсолютное отклонение от необходимого количества мест при условии охвата обследованием всей выборочной совокупности составит 100 мест, а относительное - приблизительно 7.7% .

Если же объем генеральной совокупности был бы в 10 раз больше, т.е. 10000 семей, то абсолютное отклонение также увеличится в 10 раз и при сохранении тех же различий среднего числа детей составит 1000 мест, относительное отклонение при этом не изменится.

Таким образом, размер абсолютного отклонения находится в прямой зависимости от объема генеральной совокупности.

Данный пример показывает: недоучет обстоятельства, при котором на практике объемы фактической и запланированной выборок часто не совпадают, приводит к серьезным ошибкам при использовании распространенных на генеральную совокупность результатов таких исследований.

Руководствуясь данными, рассчитанными на условном примере, пришлось бы принимать ошибочное решение о строительстве дополнительного числа детских учреждений, мест в которых не хватило бы на 100 (или на 1000 - в зависимости от объема генеральной совокупности) детей. Но могла возникнуть и обратная ситуация, когда вычисленное по «неполной» выборочной совокупности среднее число детей оказалось бы больше «истинного». В этом случае появились бы «лишние» места.

Данный пример показывает, что результатами выборочного наблюдения необходимо пользоваться осторожно, особенно в случаях, когда их использование связано с большими материальными затратами.

Способ коэффициентов

Данный способ целесообразно использовать в случаях, когда выборочное наблюдение проводится с целью проверки и уточнения данных сплошного наблюдения, в частности численности учтенных единиц совокупности.

При этом следует использовать следующую формулу:

$$Y_1 = Y_0 \cdot \frac{y_1}{y_0}, \quad (2.3)$$

где Y_1 - численность совокупности с поправкой на недоучет;

Y_0 - численность совокупности без этой поправки;

y_0 - численность совокупности в контрольные точки по первоначальным данным;

y_1 - численность совокупности в тех же точках по данным контрольных мероприятий.

Отметим, что цели исследования многих явлений могут быть достигнуты только путем сплошного наблюдения. Поэтому способ проверки результатов сплошного наблю-

дения на основе коэффициентов успешно применяется в социальной и экономической статистике.

При уточнении данных сплошного наблюдения на основе контрольных выборочных мероприятий определяется так называемая поправка на недоучет.

Метод ее расчета наиболее широко применяется в обследованиях относительно небольших совокупностей, когда их объем не превышает нескольких сотен или тысяч единиц.

Пример

При проведении учета коммерческих палаток в городе было зарегистрировано следующее их количество в районах: А – 2000; Б – 1500; В – 750. С целью проверки данных сплошного учета проведены контрольные обходы части обследованных районов. Их результаты содержатся в *табл. 2.1*.

Рассчитанный по каждой категории работников коэффициент недоучета является основой уточнения при распространении данных, полученных при выборочных контрольных мероприятиях, на всю совокупность.

Таблица 2.1

Количество коммерческих палаток в районах города до и после контрольных обходов

Район	Зарегистрировано при сплошном учете	Установлено при контрольном обходе	Коэффициент недоучета
А	400	420	1,050
Б	300	310	1,033
В	150	160	1,067

В нашем примере количество коммерческих палаток (по данным сплошного учета) следует умножить на рассчитанный для каждого района коэффициент недоучета. В итоге получим результаты, представленные в *табл. 2.2*.

Таблица 2.2

Уточненные данные учета коммерческих палаток в 13 районах города

	Количество коммерческих палаток в районах города		
	А	Б	В
Данные сплошного наблюдения	2000	1500	750
Численность с поправкой на недоучет*	2100	1550	800
* Для практических расчетов использовалась формула (8.25).			

Применение метода коэффициентов связано, как правило, с использованием выборочного наблюдения с целью проверки данных сплошного наблюдения. Однако это приводит к сознательному ограничению области применения данного метода.

Метод коэффициентов можно использовать для проверки данных выборочного наблюдения, когда необходима очень высокая точность результатов и выборочная совокупность имеет большой объем - порядка нескольких тысяч или десятков тысяч единиц. В таких случаях списки единиц обследованной выборочной совокупности служат основой для отбора единиц в «контрольную» выборку, т.е. производителя выборка из выборки.

Контроль и, если это необходимо, уточнение данных основного обследования проводятся по методике, описанной выше на условном примере. Способ поправочных коэффициентов целесообразно использовать для распространения данных выборочного наблюдения в случаях, если его результаты значительно уступают в точности данным статистической отчетности или точность собранного статистического материала вызывает сомнение.

3. МАЛАЯ ВЫБОРКА

В процессе оценки степени представительности данных выборочного наблюдения важное значение приобретает вопрос об объеме выборочной совокупности n .

От него зависит не только величина пределов, которые с данной вероятностью не превзойдет ошибка выборки, но и способы определения этих пределов.

При большом числе единиц выборочной совокупности ($n > 100$) распределение случайных ошибок выборочной средней в соответствии с *теоремой Ляпунова* нормально или приближается к нормальному по мере увеличения числа наблюдений.

Вероятность выхода ошибки за определенные пределы оценивается на основе таблиц *интеграла Лапласа*. Расчет ошибки выборки базируется на величине генеральной дисперсии $\sigma_{ГЕН}^2$, так как при больших n коэффициент $\frac{n}{n-1}$, на который для получения генеральной умножается выборочная дисперсия, большой роли не играет.

В практике статистического исследования часто приходится сталкиваться с небольшими по объему так называемыми малыми выборками.

Под малой выборкой понимается такое выборочное наблюдение, численность единиц которого не превышает 30.

Разработка теории малой выборки была начата английским статистиком *В.С. Госсетом* (печатавшимся под псевдонимом *Стьюдент*) в 1908 г. Он доказал, что оценка расхождения между средней малой выборки и генеральной средней имеет особый закон распределения.

Для определения возможных пределов ошибки пользуются так называемым *критерием Стьюдента*, определяемым по формуле

$$t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\mu_{MB}}, \quad (3.1)$$

где $\mu_{MB} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$ - мера случайных колебаний выборочной средней в малой выборке.

Величина σ вычисляется на основе данных выборочного наблюдения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \tilde{x})^2}{n}}. \quad (3.2)$$

Данная величина используется лишь для исследуемой совокупности, а не в качестве приближенной оценки σ в генеральной совокупности.

При небольшой численности выборки распределение *Стьюдента* отличается от нормального: большие величины критерия имеют здесь большую вероятность, чем при нормальном распределении.

Предельная ошибка малой выборки (Δ_{MB}) в зависимости от средней ошибки (μ_{MB}) представлена как

$$\Delta_{MB} = t \cdot \mu_{MB}.$$

Но в данном случае величина t иначе связана с вероятной оценкой, чем при большой выборке.

Согласно распределению *Стьюдента*, вероятная оценка зависит как от величины t , так и от объема выборки в случае, если предельная ошибка не превысит t – кратную среднюю ошибку в малых выборках.

Таблица 3.1

Распределение вероятности в малых выборках в зависимости от коэффициента доверия t и объема выборки n

$t \backslash n$	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
0,5	348	356	362	366	368	370	372	376	378	383
1,0	608	626	636	644	650	654	656	666	670	683
1,5	770	792	806	816	832	828	832	846	850	865
2,0	860	884	908	908	914	920	924	936	940	954
2,5	933	946	955	959	963	966	968	975*	978	988
3,0	942	960	970	976	980	938	984	992	992	977

* При $n = \infty$ в таблице даны вероятности нормального распределения. Для определения вероятности соответствующие табличные значения следует разделить на 1000.

Как видно из *табл. 3.1*, при увеличении n это распределение стремится к нормальному и при $n = 20$ уже мало от него отличается.

Покажем, как пользоваться таблицей распределения Стьюдента.

Пример

Предположим, что выборочное обследование 10 рабочих малого предприятия показало, что на выполнение одной из производственных операций рабочие затрачивали времени (мин.): 3.4; 4.7; 1.8; 3.9; 4.2; 3.9; 3.7; 3.2; 2.2; 3.9. Найдем выборочные средние затраты:

$$\tilde{x} = \frac{3.4 + 4.7 + 1.8 + \dots + 2.2 + 3.9}{10} = 3.49 \text{ мин.}$$

Выборочная дисперсия

$$\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{(3.4 - 3.49)^2 + (4.7 - 3.49)^2 + \dots + (3.9 - 3.49)^2}{10} = 0.713.$$

Отсюда средняя ошибка малой выборки

$$\mu_{MB} = \sqrt{\frac{0.713}{10 - 1}} = 28 \text{ мин.}$$

По *табл. 3.1* находим, что для коэффициента доверия $t = 2$ и объема малой выборки $n = 10$ вероятность равна 0.924.

Таким образом, с вероятностью 0.924 можно утверждать, что расхождение между выборкой и генеральной средней лежит в пределах от -2μ до $+2\mu$, т.е. разность $\tilde{x} - \bar{x}$ не превысит по абсолютной величине ($0.56 = 2 \cdot 0.28$).

Следовательно, средние затраты времени во всей совокупности будут находиться в пределах от 2.93 мин до 4.05 мин.

Вероятность того, что это предположение в действительности неверно и ошибка по случайным причинам будет больше, чем 0.56, равна: $1 - 0.924 = 0.076$.

Таблица вероятностей *Стьюдента* часто приводится в иной форме, нежели в *табл. 3.1*. Считается, что в ряде случаев такая форма более удобна для практического использования (*табл. 3.2*).

Из *табл. 3.2* следует, что для каждого числа степеней свободы $k = n - 1$ указана предельная величина t_p ($t_{0,95}$ или $t_{0,99}$), которая с данной вероятностью p не будет превышена в силу случайных колебаний результатов выборки.

На основе указанной в *табл. 3.2* величины t_p определяются *доверительные интервалы*: $\tilde{x} - \Delta_{MB}$ и $\tilde{x} + \Delta_{MB}$.

Это область тех значений генеральной средней, выход за пределы которой имеет весьма малую вероятность, равную:

$$q = 1 - p.$$

В качестве доверительной вероятности при двусторонней проверке используют как правило, $p = 0.95$ или $p = 0.99$, что не исключает, однако, выбора и других p , не приведенных в *табл. 3.2*.

Таблица 3.2

Некоторые значения t -распределения Стьюдента

Число степеней свободы	t_p			
	для одностороннего интервала		для двустороннего интервала	
	$p = 0,95$	$p = 0,99$	$p = 0,95$	$p = 0,99$
3	2,35	4,54	3,18	5,84
4	2,13	3,75	2,78	4,60
5	2,01	3,37	2,57	4,03
6	1,94	3,14	2,45	3,71
7	1,89	3,00	2,36	3,50
8	1,86	2,90	2,31	3,36
9	1,83	2,82	2,26	3,35
10	1,81	2,76	2,23	3,17
15	1,75	2,60	2,13	2,95
20	1,73	2,53	2,09	2,85
30	1,70	2,46	2,04	2,75
60	1,67	2,39	2,00	2,66
∞	1,64	2,33	1,96	2,58

Вероятности q случайного выхода оцениваемой средней величины за пределы доверительного интервала соответственно будут равны 0.05 и 0.01, т.е. весьма малы.

Выбор между вероятностями 0.95 и 0.99 является до известной степени произвольным. Этот выбор во многом определяется содержанием тех задач, для решения которых применяется малая выборка.

В заключение отметим, что расчет ошибок в малой выборке мало отличается от аналогичных вычислений большой выборке. Различие заключается в том, что при малой выборке вероятность нашего утверждения несколько меньше, чем при больше выборке (в частности, в приведенном ранее примере 0.924 и 0.954 соответственно).

Однако все это не означает, что можно использовать малую выборку тогда, когда нужна большая выборка. Во многих случаях расхождения между найденными пределами могут достигать значительных размеров, что вряд ли удовлетворяет исследователей. Поэтому малую выборку следует применять в статистическом исследовании социально-экономических явлений с большой осторожностью, при соответствующем теоретическом и практическом обосновании.

Итак, выводы по результатам малой выборки имеют практическое значение лишь при условии, что распределение признака в генеральной совокупности является нормальным или асимптотически нормальным. Необходимо также принимать во внимание и то, что точность результатов выборки малого объема все же ниже, чем при большой выборке.

Лекция №8

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В снабженческой, производственной и транспортной сфере широко используются методы прогнозирования, поскольку значения прогнозных оценок развития анализируемых процессов или явлений являются основой принятия управленческих решений при оперативном, тактическом и стратегическом планировании.

Очевидно также, что точность и надежность прогноза определяет эффективность реализации различных операций и функций - от оценки вероятности дефицита продукции на складе до выбора стратегии развития фирмы.

Различным аспектам теории прогнозирования посвящено значительное количество исследований.

В большинстве работ по прогнозированию прогноз определяется как вероятностное научно обоснованное суждение о перспективах, возможных состояниях того или иного явления в будущем и (или) об альтернативных путях и сроках их осуществления.

Методологией прогнозирования - область знаний о методах, способах и системах прогнозирования.

Метод прогнозирования - способ исследования объекта, направленный на разработку прогноза.

Методика прогнозирования - совокупность одного или нескольких методов.

Система прогнозирования - упорядоченная совокупность методик и средств реализации.

Теория прогнозирования включает:

анализ объекта прогнозирования;
методы прогнозирования, подразделяющиеся на математические (формализованные) и экспертные (интуитивные);
системы прогнозирования.

При анализе объектов прогнозирования производится классификация прогнозов, при этом в качестве основных признаков указываются следующие:

масштабность, отражающая количество значащих переменных в описании объекта;
сложность, характеризующая степень взаимосвязи переменных;
детерминированность или стохастичность переменных;
информационная обеспеченность периода прогнозирования.
собственно период прогнозирования (краткосрочный прогноз - до 1 года; среднесрочный - до 5 лет; долгосрочный - свыше 5 лет).

Математические методы прогнозирования подразделяются на три группы:

- 1. Симплексные (простые) методы** экстраполяции по временным рядам.
- 2. Статистические методы**, включающие корреляционный и регрессионный анализ и др.
- 3. Комбинированные методы**, представляющие собой синтез различных вариантов прогнозов.

При формировании методики прогнозирования целесообразно рассматривать прогноз в узком ($1^{\text{й}}$ тип прогноза) и в широком смысле ($2^{\text{й}}$ тип прогноза).

В узком смысле прогноз выполняется при условии, что основные факторы, определяющие развитие прогнозируемого процесса или явления, не претерпят существенных изменений.

Прогнозы 1^{го} типа:

осуществляются с применением симплексных или статистических методов на основе временных рядов;

число значимых переменных включают от одного до трех параметров, т.е. по масштабности они относятся к сублокальным прогнозам;

при использовании одного параметра, например, времени, такие прогнозы считаются сверхпростыми, при двух-трех взаимосвязанных параметрах - сложными;

по степени информационной обеспеченности прогнозы этого типа могут быть отнесены к объектам с полным информационным обеспечением.

Прогноз 2^{го} типа подразумевает, что исходные данные для получения оценок определяются с использованием опережающих методов прогнозирования: патентного, публикационного и др.

Как правило, прогнозы 2^{го} типа используются для долгосрочного прогнозирования и разбиваются на два этапа:

первый - получение прогнозных оценок основных факторов;

второй - собственно прогноз развития процесса или явления.

Наибольшее распространение получили методы прогнозирования 1^{го} типа.

Наиболее часто для прогнозирования 1^{го} типа используется метод экстраполяции.

В общем случае модель прогноза включает три составляющие (*рис.1.1*) и записывается в виде:

$$y_t = \bar{y}_t + V_t + \varepsilon_t, \quad (1.1)$$

где \bar{y}_t - прогнозное значение временного ряда;

\bar{y}_t - среднее значение прогноза (тренд);

V_t - составляющая, отражающая сезонные колебания (сезонная волна);

ε_t - случайная величина отклонения прогноза.

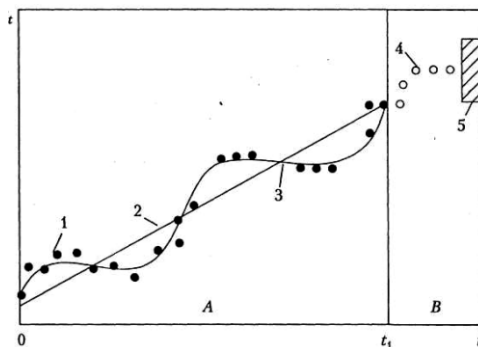


Рис.1.1. Прогнозирование на основе временных рядов:

1 - экспериментальные данные на интервале наблюдения (A);
2 - тренд; 3 - тренд и сезонная волна; 4 - значение точечного прогноза на интервале упреждения (B); 5 - интервальный прогноз

При этом может быть предложена следующая последовательность расчета:

1. На основе значений временного ряда на предпрогнозный период (интервале наблюдения) с использованием метода наименьших квадратов определяются коэффициенты уравнения тренда \bar{y}_t , видом которого задаются.

Обычно для описания тренда используются полиномы различных порядков, экспоненциальные, степенные функции и т.п.

2. Для исследования сезонной волны значения тренда исключаются из исходного временного ряда. При наличии сезонной волны определяют коэффициенты уравнения, выбранного для аппроксимации V_t .

3. Случайные величины отклонения ε_t определяются после исключения из временного ряда значений тренда и сезонной волны на предпрогнозном периоде. Как правило, для описания случайной величины ε_t используется нормальный закон распределения.

4. Для повышения точности прогноза применяются различные методы (дисконтирование, адаптация и др.). Наибольшее распространение в практике расчетов получил метод экспоненциального сглаживания, позволяющий повысить значимость последних уровней временного ряда по сравнению с начальными.

2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрим применение методов прогнозирования на основе данных расхода деталей на складе. В *табл.2.1* приведены три реализации текущего расхода. Для каждой реализации даны величины расхода за день и интегральные характеристики, представляющие собой расход деталей со склада за соответствующий цикл.

Таблица 2.1

Динамика спроса в течение трех циклов расхода запасов

1-й цикл			2-й цикл			3-й цикл		
день	спрос, ед.	всего с начала цикла	день	спрос, ед.	всего с начала цикла	день	спрос, ед.	всего с начала цикла
1	9	9	11	0	0	21	5	5
2	2	11	12	6	6	22	5	10
3	1	12	13	5	11	23	4	14
4	3	15	14	7	18	24	3	17
5	7	22	15	10	28	25	4	21
6	5	27	16	7	35	26	1	22
7	4	31	17	6	41	27	2	24
8	8	39	18	9	50	28	8	32
9	6	50	19	*	50	29	3	35
10	5		20	*	50	30	4	39

Проиллюстрируем возможные варианты прогнозов для одной реализации и для ансамбля из трех реализаций.

Воспользуемся первой реализацией.

Допустим, что нам известны значения расхода деталей со склада за пять дней работы (*табл.2.2*).

Выберем уравнение тренда \bar{y}_t в виде линейной зависимости:

$$y_t = a_0 + a_1 t. \quad (2.1)$$

Расчет коэффициентов уравнения a_0 и a_1 производится по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y_i \sum t_i^2 - \sum t_i \sum y_i t_i}{N \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}; \quad (2.2)$$

$$a_1 = \frac{N \sum y_i t_i - \sum y_i \sum t_i}{N \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}. \quad (2.3)$$

Формулы (2.2) и (2.3) получены на основе метода наименьших квадратов.

Входящие в формулы значения сумм рассчитаны в *табл.2.2*. Подставляя их значения, находим

$$a_0 = 45.2; \quad a_1 = -3.0.$$

Таким образом, уравнение прогноза пишется в виде:

$$y_t = 45.2 - 3.0t.$$

Таблица 2.2

Исходные данные и результаты расчета коэффициентов уравнения (2.1) при $N = 5$

t_i дн.	y_i ед.	t_i^2	$y_i t_i$	Прогноз y_i^*	$(y_i - y_i^*)^2$
1	41	1	41	42	1
2	39	4	78	39	0
3	38	9	114	36	4
4	35	16	140	33	4
5	28	25	140	30	4
Суммы $\sum t_i = 15$	$\sum y_i = 181$	$\sum t_i^2 = 55$	$\sum y_i t_i = 513$		$\sum (y_i - y_i^*)^2 = 13$

Для оценки границ интервального прогноза необходимо рассчитать среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}. \quad (2.4)$$

Вспомогательные расчеты приведены в *табл.2.2*. Подставляя значения в формулу (2.4), находим σ_t :

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot 13} = 1.8.$$

На основании полученных зависимостей y_t и σ_t рассчитываются *прогнозные оценки*:

среднего времени расхода текущего запаса \bar{T} ;

страхового запаса y_c с заданной доверительной вероятностью P ;

вероятности отсутствия дефицита деталей на складе в течение прогнозируемого периода.

Приняв $y_t = 0$, находим:

$$\bar{T} = \frac{-a_0}{a_1} = \frac{-45.2}{-3.0} = 15 \text{ дней}.$$

Для расчета страхового запаса воспользуемся формулой:

$$y_c = \sigma_t \cdot t_\beta, \quad (2.5)$$

где σ_t - среднее квадратичное отклонение, формула (2.4);

t_β - параметр нормального закона распределения, соответствующий доверительной вероятности β .

Параметр t_β определяет для нормального закона число средних квадратических отклонений, которые нужно отложить от центра рассеивания (влево и вправо) для того, чтобы вероятность попадания в полученный участок была равна β .

В нашем случае доверительные интервалы откладываются вверх и вниз от среднего значения y_t .

В *табл.2.3* приведены наиболее часто встречающиеся в практических расчетах значения вероятности β и параметра t_β для нормального закона распределения.

Таблица 2.3

Доверительная вероятность β и параметр t_β нормального закона распределения

β	t_β	β	t_β
0,80	1,282	0,92	1,750
0,82	1,340	0,94	1,880
0,84	1,404	0,95	1,960
0,86	1,475	0,96	2,053
0,88	1,554	0,98	2,325
0,90	1,643	0,99	2,576
0,91	1,694	0,999	3,290

Для рассматриваемого примера для доверительной вероятности $\beta = 0.9$ по *табл.2.3* находим $t_\beta = 1.643$ и по формуле (2.5) величину страхового запаса:

$$y_c = 1.8 \cdot 1.643 = 2.96.$$

Примем $y_c = 3.0$.

На *рис.2.1* приведены границы интервального прогноза при $\beta = 0.9$.

у. ед.

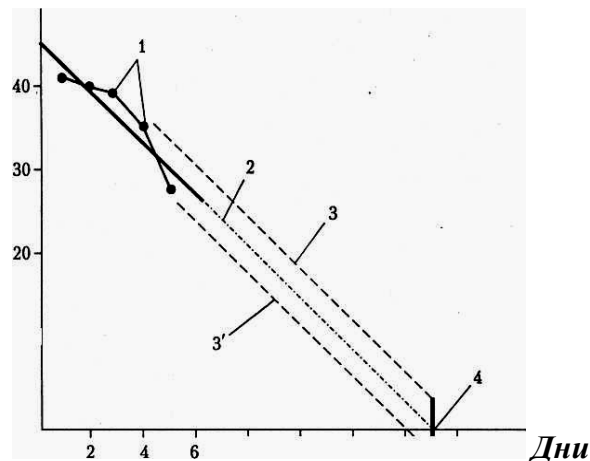


Рис.2.1. Прогноз текущего расхода деталей на складе ($N = 5$):
1 - исходные данные; 2 - уравнение тренда; 3,3' - границы интервального прогноза; 4 - время расхода запаса T

Для учета возможных нарушений срока поставки необходимо оценить влияние задержки, связанной с выполнением заказа, в частности с транспортировкой.

По одной реализации невозможно оценить вероятностный характер длительности функциональных циклов поставки. Однако можно предположить, что выявленная тенденция расхода запаса, формула (1.2), сохранится.

В этом случае для оценки прогнозной величины страхового запаса можно воспользоваться формулой:

$$y_c^* = |a_1| \tau + t_\beta \sigma_t, \quad (2.6)$$

где τ - параметр, характеризующий количество дней задержки поставки заказа.

Рассчитаем величину страхового запаса при условии задержки на один день по сравнению с прогнозной оценкой $\bar{T} = 15$ дней, т.е. на $16^{\text{й}}$ день.

По формуле (2.6) находим:

$$y_c^* = |-3.0| \cdot 1.0 + 1.643 \cdot 1.8 = 6.0 \text{ ед.}$$

Аналогично при $\tau = 2$ (17^й день) $y_c^* = 9.0 \text{ ед.}$

Допустим, что отклонения ежедневного расхода деталей от среднего значения (тренда) подчиняются нормальному закону распределения.

Определим вероятность отсутствия дефицита по формуле:

$$P(y) = 1 - F(y) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{(y-y_t)^2}{2\sigma^2}} dy, \quad (2.7)$$

где y_t - уравнение тренда, формула (2.1);

σ - среднее квадратическое отклонение, формула (2.4).

Сделаем в интеграле замену переменной:

$$\frac{y - y_t}{\sigma} = x \quad (2.8)$$

и приведем его к виду:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{y-y_t}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (2.9)$$

Для расчетов данного интеграла можно воспользоваться численными методами и ЭВМ или специальными таблицами.

Для нормальной функции распределения с параметрами $m_x = 0$ и $\sigma_x = 1$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (2.10)$$

Очевидно, что: $F(y) = \Phi\left(\frac{y - y_t}{\sigma}\right)$.

В *табл.2.4* приведен ряд значений функции $\Phi(x)$ и $P(x)$.

Таблица 2.4

Значения нормальной функции распределения $\Phi(x)$, вероятности $P(x)$ и параметра x

x	$\Phi(x)$	$P(x)$	x	$\Phi(x)$	$P(x)$
0,00	0,50	0,50	-1,280	0,10	0,90
-0,125	0,45	0,55	-1,405	0,08	0,92
-0,253	0,40	0,60	-1,555	0,06	0,94
-0,385	0,35	0,65	-1,645	0,05	0,95
-0,525	0,30	0,70	-1,75	0,04	0,96
-0,675	0,25	0,75	-2,05	0,02	0,98
-0,842	0,20	0,80	-2,30	0,01	0,99
-1,037	0,15	0,85	-3,10	0,001	0,999

Между параметрами t_β и x , а также β и $\Phi(x)$ существует соотношение:

$$2\Phi(x) - 1 = \beta. \quad (2.11)$$

На *рис.2.2* приведены графики нормальной функции распределения и плотности нормального распределения.

Появление дефицита означает, что текущая величина запаса на складе равна нулю, т.е. $y=0$.

Для определения вероятности отсутствия дефицита необходимо:

по формуле (2.8) рассчитать $x = \frac{-y_t}{\sigma}$;

по **табл.2.4** с помощью x найти $P(x)$.

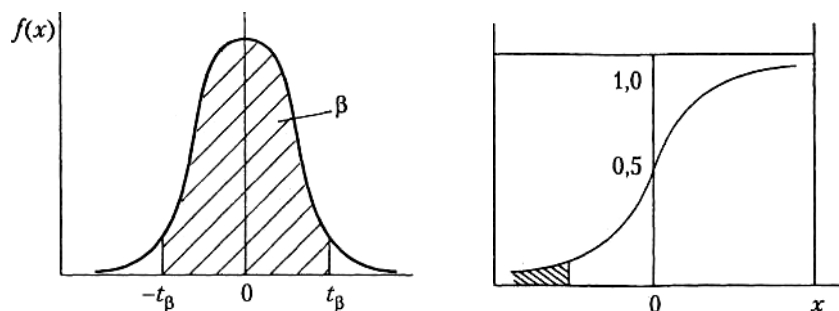


Рис.2.2. Нормальный закон распределения:

а) - плотность распределения; б) - функция распределения

Для рассматриваемого примера рассчитаем вероятности отсутствия дефицита деталей на складе на 13^u , 14^u и 15^u дни.

Для $T = 13$ получаем: $y = 45.2 - 3.0 = 6.2$; $x = -6.2/1.8 = -3.44$.

По **табл.2.4** находим $P > 0.999$, т.е. вероятность дефицита ничтожно мала.

Для $T = 14$ получаем: $y = 3.2$; $x = -1.78$; $P \approx 0.95$.

Для $T = 15$ получаем: $P \approx 0.5$.

Определим ошибку прогноза среднего времени T , поскольку имеются реальные данные о текущем расходе в **табл.2.1**:

$$\Delta T = \left| \frac{T_\phi - T_\Pi}{T_\Pi} \right| \cdot 100\% , \quad (2.12)$$

где T_ϕ, T_Π - соответственно фактическая и прогнозная продолжительность цикла.

Подставив значения в (2.12), находим:

$$\Delta T = \left| \frac{10 - 15}{10} \right| \cdot 100\% = 50\% .$$

Ошибка прогноза велика, но это закономерно, так как нарушено одно из эмпирических правил экстраполяционного прогнозирования: между предпрогноznым периодом t и периодом упреждения (прогноза) $\tau = T - t$ должно соблюдаться соотношение:

$$\frac{t}{T - t} = 3 . \quad (2.13)$$

Если следовать соотношению (2.13), то при $t = 5$ допустимая величина времени прогноза:

$$T = \frac{4}{3} t . \quad (2.14)$$

Следовательно, величина надежного прогноза соответствует $T \approx 7$ дней и период упреждения составляет $\tau = 2$ дня.

Рассмотрим ансамбль из трех реализаций расхода деталей на складе.

Как и в предыдущем примере, допустим, что информация ограничена 7 днями.

Рассчитаем средние значения и дисперсии для каждого дня прогнозного периода по формулам

$$\bar{m}_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_{ij}}{n}; \quad (2.15)$$

$$D_j = \sum_{i=1}^n \frac{(m_{ij} - \bar{m}_j)^2}{n-1}. \quad (2.16)$$

$$\bar{m}_j = \frac{41 + 50 + 45}{3} = 45.3;$$

$$D_j = \frac{(41 - 45.3)^2 + (50 - 45.3)^2 + (45 - 45.3)^2}{3 - 1} = 19.9.$$

Результаты расчетов приведены в таблице на **рис.2.3**.

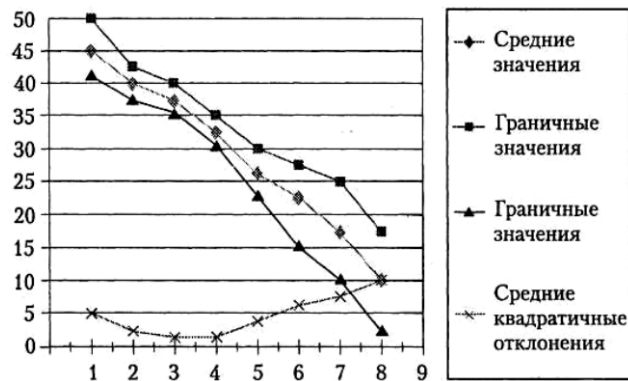


Рис.2.3. Зависимость средних значений и средних квадратических отклонений от времени для трех реализаций

Для аппроксимации средних значений $m(t)$ выберем линейную зависимость

$$m(t) = b_0 + b_1 t. \quad (2.17)$$

Таблица 2.5

t_i	y_{1i}	y_{2i}	y_{3i}	\bar{m}_{yi}	$(m_y - y_{1i})^2$	$(m_y - y_{2i})^2$	$(m_y - y_{3i})^2$	$\sum \frac{(m_y - y_{ji})^2}{n-1}$	σ_i
1	41	50	45	45,3	17,64	22,09	0,09	19,91	4,46
2	39	44	40	41,0	4,0	9,00	1,0	7,0	2,64
3	38	39	36	37,7	0,09	1,69	2,89	2,33	1,52
4	35	32	33	33,3	2,89	1,69	0,09	2,33	1,52
5	28	22	29	26,3	2,89	18,49	7,29	14,33	3,79
6	23	15	28	22,0	1,0	49,0	36	43	6,55
7	19	9	26	18,0	1,0	81,0	64	73	8,54
Суммы								161,9	

Воспользовавшись методом наименьших квадратов, найдем коэффициенты b_0 и b_1 .

Спрогнозируем среднюю величину времени расхода запаса:

$$\bar{T} = \frac{-b_0}{b_1} = \frac{-51.6}{-4.92} = 10.49 \text{ дн.}$$

Зависимости $D(t)$ и $\sigma(t)$ имеют явно нелинейный характер и для точных прогнозов они могут быть аппроксимированы полиномами различных порядков, например в виде параболы:

$$\sigma(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \quad (2.18)$$

В первом приближении ограничимся средними значениями дисперсии и среднего квадратического отклонения σ , которое рассчитывается по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum D_j}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (m_y - y_y)^2}{N}}. \quad (2.19)$$

При подстановке значений из **табл.2.5** находим:

$$\sigma = \sqrt{\frac{161.1}{7}} = 4.81.$$

Рассчитаем величину страхового запаса.

В первом случае расчет производится по формуле (2.5). Например, при $\beta = 0.95$ находим:

$$y_c = 4.81 \cdot 1.96 = 9.42 \approx 9.$$

Во втором случае расчет y_c производится по формуле (2.6).

Особенность расчета для ансамбля реализаций состоит в том, что имеется возможность оценки величины \bar{t} - среднего количества дней, в которые наблюдается дефицит деталей.

В общем случае \bar{t} можно рассчитать по формуле:

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i n_i}{\sum n_i}, \quad (2.20)$$

где t_i - число дней дефицита в i -й реализации, $t_i = 0, 1, 2, \dots$;

n_i - количество i -х реализаций.

Например, в рассматриваемом примере в первой реализации ($i = 1$) не наблюдается дефицита, т.е. $t_1 = 0$; у второй ($i = 2$) - два дня дефицита $t_i = 2$; а у третьей ($i = 3$) нет дефицита.

Тогда по формуле (2.20):

$$\bar{t} = \frac{0 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{3} = 0.66.$$

При подстановке в (2.6) находим:

$$y_c = |4.92| \cdot 0.66 + 1.96 \cdot 4.81 = 3.24 + 9.42 = 12.66$$

В заключение следует сделать следующие замечания:

1. Рассчитанные величины среднего запаса получены при условии, что наблюдающая величина дефицита и вариация ежедневного расхода - независимые величины. Несомненно, это допущение требует проверки.

2. При наличии большого количества реализаций расчет величины \bar{t} должен быть выполнен до проведения прогнозных расчетов.

Проверка формул (2.6) и (2.20) может быть осуществлена с использованием имитационного моделирования.

Лекция № 9

ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

1. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

По Р.Шеннону (Robert E.Shannon - профессор университета в Хантсвилле, штат Алабама, США), «имитационное моделирование - есть процесс конструирования на ЭВМ модели сложной реальной системы, функционирующей во времени, и постановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить различные стратегии, обеспечивающие функционирование данной системы».

Выделим в этом определении ряд важнейших обстоятельств, учитывая особенности применения метода для исследования АИС.

Во-первых, имитационное моделирование предполагает два этапа: конструирование модели на ЭВМ и проведение экспериментов с этой моделью. Каждый из этих этапов предусматривает использование собственных методов. Так, на первом этапе весьма важно грамотно провести информационное обследование, разработку всех видов документации и их реализацию. Второй этап должен предполагать использование методов планирования эксперимента с учетом особенностей машинной имитации.

Во-вторых, в полном соответствии с системными принципами четко выделены две возможные цели имитационных экспериментов:

либо понять поведение исследуемой системы (о которой по каким-либо причинам было «мало» информации);

либо оценить возможные стратегии управления системой;

В-третьих, с помощью имитационного моделирования исследуют сложные системы. Понятие «сложность» является субъективным и по сути выражает отношение исследователя к объекту моделирования.

Укажем пять признаков «сложности» системы, по которым можно судить о ее принадлежности к такому классу систем:

наличие большого количества взаимосвязанных и взаимодействующих элементов; сложность функции (функций), выполняемой системой;

возможность разбиения системы на подсистемы (декомпозиции);

наличие управления (часто имеющего иерархическую структуру), разветвленной информационной сети и интенсивных потоков информации;

наличие взаимодействия с внешней средой и функционирование в условиях воздействия случайных (неопределенных) факторов.

В-четвертых, методом имитационного моделирования исследуют системы, функционирующие во времени, что определяет необходимость создания и использования специальных методов (механизмов) управления системным временем.

В-пятых, в определении прямо указывается на необходимость использования ЭВМ для реализации имитационных моделей.

Выделим наиболее характерные обстоятельства применения имитационных моделей:

если идет процесс познания объекта моделирования;

если аналитические методы исследования имеются, но составляющие их математические процедуры очень сложны и трудоемки;

если необходимо осуществить наблюдение за поведением компонентов системы в течение определенного времени;

если необходимо контролировать протекание процессов в системе путем замедления или ускорения явлений в ходе имитации;

если особое значение имеет последовательность событий в проектируемых системах и модель используется для предсказания так называемых «узких» мест;

при подготовке специалистов для приобретения необходимых навыков в эксплуатации новой техники;

если имитационное моделирование оказывается единственным способом исследований из-за невозможности проведения реальных экспериментов.

Укажем ряд основных достоинств и недостатков метода имитационного моделирования.

Основные достоинства:

имитационная модель позволяет в принципе описать моделируемый процесс с большей адекватностью, чем другие;

имитационная модель обладает известной гибкостью варьирования структуры, алгоритмов и параметров системы;

применение ЭВМ существенно сокращает продолжительность испытаний по сравнению с натурным экспериментом (если он возможен), а также их стоимость.

Основные недостатки:

решение, полученное на имитационной модели, всегда носит частный характер, так как оно соответствует фиксированным элементам структуры, алгоритмам поведения и значениям параметров системы;

большие трудозатраты на создание модели и проведение экспериментов, а также обработку их результатов;

если использование системы предполагает участие людей при проведении машинного эксперимента, на результаты может оказать влияние так называемый *хауторнский эффект* (заключающийся в том, что люди, зная (чувствуя), что за ними наблюдают, могут изменить свое обычное поведение).

Итак, само использование термина «имитационное моделирование» предполагает работу с такими ММ, с помощью которых результат исследуемой операции нельзя заранее вычислить или предсказать, поэтому необходим эксперимент (имитация) на модели при заданных исходных данных. В свою очередь, сущность машинной имитации заключается в реализации численного метода проведения на ЭВМ экспериментов с ММ, описывающими поведение сложной системы в течение заданного или формируемого периода времени.

Каждая имитационная модель представляет собой комбинацию шести основных составляющих: компонентов, параметров, переменных, функциональных зависимостей, ограничений, целевых функций.

Под компонентами понимают составные части, которые при соответствующем объединении образуют систему. Компоненты называют также элементами системы или ее подсистемами. Например, в модели рынка ценных бумаг компонентами могут выступать отделы коммерческого банка (кредитный, операционный и т.д.), ценные бумаги и их виды, доходы, котировка и т.п.

Параметры - это величины, которые исследователь (пользователь модели) может выбирать произвольно, т.е. управлять ими.

Переменные в отличие от параметров могут принимать только значения, определяемые видом данной функции.

Так, в выражении для плотности вероятности нормально распределенной случайной величины x

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}},$$

где m_x, σ_x - параметры;

π, e - константы;

x - переменная.

Различают экзогенные (являющиеся для модели входными и порождаемые вне системы) и эндогенные (возникающие в системе в результате воздействия внутренних причин) переменные. Эндогенные переменные иногда называют переменными состояния.

Функциональные зависимости описывают поведение параметров и переменных в пределах компонента или же выражают соотношения между компонентами системы. Эти соотношения могут быть либо детерминированными, либо стохастическими.

Ограничения - устанавливаемые пределы изменения значений переменных или ограничивающие условия их изменения. Они могут вводиться разработчиком (искусственные) или определяться самой системой вследствие присущих ей свойств (естественные).

Целевая функция предназначена для измерения степени достижения системой желаемой (требуемой) цели и вынесения оценочного суждения по результатам моделирования. Эту функцию также называют функцией критерия.

По сути, весь машинный эксперимент с имитационной моделью заключается в поиске таких стратегий управления системой, которые удовлетворяли бы одной из трех концепций ее рационального поведения: оптимизации, пригодности или адаптивизации.

При реализации имитационной модели, как правило, рассматриваются не все реально осуществляемые функциональные действия системы ($\Phi Д'$), а только те из них, которые являются наиболее существенными для исследуемой операции. Кроме того, реальные $\Phi Д$ аппроксимируются упрощенными действиями $\Phi Д'$ причем степень этих упрощений определяется уровнем детализации учитываемых в модели факторов.

Названные обстоятельства порождают ошибки имитации процесса функционирования реальной системы, что, в свою очередь, обуславливает адекватность модели объекту-оригиналу и достоверность получаемых в ходе моделирования результатов.

На **рис.1.1** схематично представлен пример выполнения некоторых $\Phi Д$ в i -ом компоненте реальной системы и $\Phi Д'$ в i -ом компоненте ее модели.

В i -ом компоненте реальной системы последовательно выполняются $\Phi Д_{i1}$, $\Phi Д_{i2}$, $\Phi Д_{i3}$,... за время τ_{i1} , τ_{i2} , τ_{i3} ,... соответственно. На рисунке эти действия условно изображены пунктирными («непрямыми») стрелками. В результате $\Phi Д$ наступают соответствующие события: C_{i1} , C_{i2} , C_{i3} ,...

В модели последовательность имитации иная: выполняется $\Phi Д'_{i1}$ при неизменном времени, наступает модельное событие a , после чего время сдвигается на величину τ_{i1} , инициируя наступление события C_{i1} и т.д.

Иными словами, модельной реализации упрощенных $\Phi Д$ ($\Phi Д'$) соответствует ломаная $(0, a, C_{i1}, b, C_{i2}, d, C_{i3}, \dots)$.

Очевидно, что в реальной системе в различных ее компонентах могут одновременно (параллельно) производиться функциональные действия и соответственно наступать события.

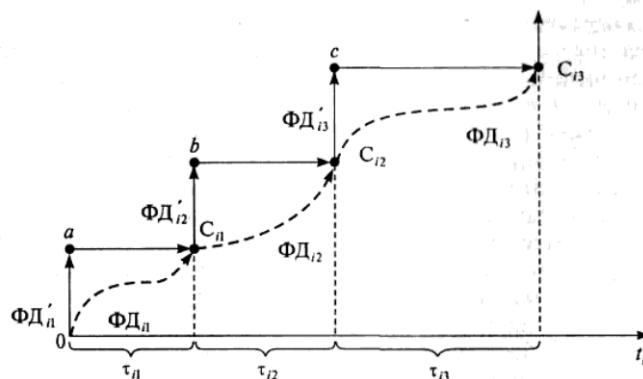


Рис.1.1. Моделирование функциональных действий в i -ом компоненте

В большинстве же современных ЭВМ в каждый из моментов времени можно обрабатывать лишь один алгоритм какого-либо $\Phi Д$. Возникает вопрос: каким образом учесть параллельность протекания процессов в реальной системе без потери существенной информации о ней?

Для обеспечения имитации наступления параллельных событий в реальной системе вводят специальную глобальную переменную t_0 , которую называют **модельным (системным) временем**. Именно с помощью этой переменной организуется синхронизация наступления всех событий в модели АИС и выполнение алгоритмов функционирования ее компонентов.

Принцип такой организации моделирования называется принципом квазипараллелизма.

Таким образом, при реализации имитационных моделей используют три представления времени:

t_p - реальное время системы;

t_0 - модельное (системное) время;

t_M - машинное время имитации.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Имитационные модели принято классифицировать по четырем наиболее распространенным признакам:

типу используемой ЭВМ;

способу взаимодействия с пользователем;

способу управления системным временем (механизму системного времени);

способу организации квазипараллелизма (схеме формализации моделируемой системы).

Первые два признака позволяют разделить имитационные модели на совершенно понятные (очевидные) классы.

По типу используемой ЭВМ различают аналоговые, цифровые и гибридные имитационные модели. Достоинства и недостатки моделей каждого класса общеизвестны. В дальнейшем будем рассматривать только цифровые модели.

По способу взаимодействия с пользователем имитационные модели могут быть автоматическими (не требующими вмешательства исследователя после определения режима моделирования и задания исходных данных) и интерактивными (предусматривающими диалог с пользователем в том или ином режиме в соответствии со сценарием моделирования). Моделирование сложных систем, относящихся, как уже отмечалось, к классу эргатических систем, как правило, требует применения диалоговых моделей.

Различают два механизма системного времени:

задание времени с помощью постоянных временных интервалов (шагов);

задание времени с помощью переменных временных интервалов (моделирование по особым состояниям).

При реализации первого механизма системное время сдвигается на один и тот же интервал (шаг моделирования) независимо от того, какие события должны наступать в системе. При этом наступление всех событий, имевших место на очередном шаге, относят к его окончанию.

Рис.2.1, а содержит иллюстрацию данного механизма. Так, для этого механизма считают, что событие A_1 наступило в момент окончания первого шага; событие A_2 - в момент окончания второго шага; события A_3 , A_4 , A_5 - в момент окончания четвертого шага (эти моменты показаны стрелками) и т.д.

При моделировании по особым состояниям системное время каждый раз изменяет-

ся на величину, соответствующую интервалу времени до планируемого момента наступления следующего события, т.е. события обрабатываются поочередно - каждое «в свое время». Если в реальной системе какие-либо события наступают одновременно, это фиксируется в модели. Для реализации этого механизма требуется специальная процедура, в которой отслеживаются времена наступления всех событий и из них выделяется ближайшее по времени. Такую процедуру называют календарем событий.

На *рис.2.1*, б стрелками обозначены моменты изменения системного времени.

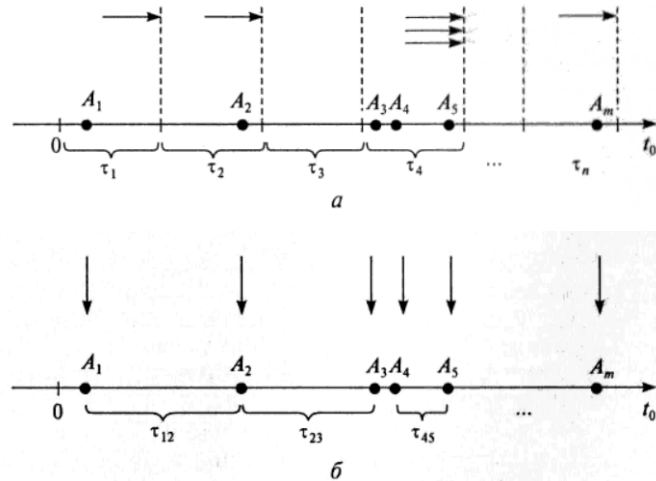


Рис.2.1. Реализация механизмов системного времени:

а) - с постоянным шагом; б) - с переменным шагом

Существует не столь распространенная разновидность механизма моделирования по особым состояниям, предусматривающая возможность изменения порядка обработки событий, так называемый механизм моделирования с реверсированием (обращением) шага по времени.

Согласно этому механизму, все события в системе разбиваются на два класса: фазовые и простые. К первым относят события, порядок моделирования которых нельзя изменять во избежание нарушения причинно-следственных связей в моделируемой системе. Остальные события относят к простым. Таким образом, сначала моделируют очередное фазовое событие, а затем все простые события до этого фазового, причем в произвольном порядке.

На *рис.2.2* приведены перечисленные способы управления системным временем.



Рис.2.2. Механизмы управления системным временем

Очевидно, что механизм системного времени с постоянным шагом легко реализуем: достаточно менять временную координату на фиксированный шаг и проверять, какие события уже наступили.

Метод фиксированного шага целесообразно применять в следующих случаях:

события в системе появляются регулярно;

число событий велико;

все события являются для исследователя существенными (или заранее неизвестно,

какие из них существенны).

Важнейшим классификационным признаком имитационных моделей является схема формализации моделируемой системы (способ организации квазипараллелизма).

Наибольшее распространение получили пять способов:

просмотр активностей;

составление расписания событий;

управление обслуживанием транзактов;

управление агрегатами; синхронизация процессов.

Характеристика этих способов требует введения ряда понятий.

Для задания свойств объектов используются **атрибуты (параметры)**.

Совокупность объектов с одним и тем же набором атрибутов называют **классом объектов**. Все объекты делят на **активные** (представляющие в модели те объекты реальной системы, которые способны функционировать самостоятельно и выполнять некоторые действия над другими объектами) и **пассивные** (представляющие реальные объекты, самостоятельно в рамках данной модели не функционирующие).

Работа (активность) представляется в модели набором операторов, выполняемых в течение некоторого времени и приводящих к изменению состояний объектов системы. В рамках конкретной модели любая работа рассматривается как единый дискретный шаг (возможно, состоящий из других работ). Каждая работа характеризуется временем выполнения и потребляемыми ресурсами.

Событие представляет собой мгновенное изменение состояния некоторого объекта системы (т.е. изменение значений его атрибутов). Окончание любой активности в системе является событием, так как приводит к изменению состояния объекта (объектов), а также может служить инициатором другой работы в системе.

Под процессом понимают логически связанный набор активностей, относящихся к одному объекту. Выполнение таких активностей называют **фазой процесса**.

Различие между понятиями «активность» и «процесс» полностью определяется степенью детализации модели. Например, смена позиций мобильным объектом в одних моделях может рассматриваться как сложный процесс, а в других - как работа по изменению за некоторое время номера позиции.

Процессы, включающие одни и те же типы работ и событий, относят к одному классу. Таким образом, моделируемую систему можно представить соответствующим числом классов процессов. Между двумя последовательными фазами (работами) некоторого процесса может иметь место любое число фаз других процессов, а их чередование в модели, собственно, и выражает суть квазипараллелизма.

Способ просмотра активностей применяется при следующих условиях:

все ФД компонента реальной системы различны, причем для выполнения каждого из них требуется выполнение некоторых (своих) условий;

условия выполнимости известны исследователю заранее и могут быть заданы алгоритмически;

в результате ФД в системе наступают различные события;

связи между ФД отсутствуют, и они осуществляются независимо друг от друга.

В этом случае имитационная модель состоит из двух частей:

множества активностей (работ);

набора процедур проверки выполнимости условий инициализации активностей, т.е. возможности передачи управления на реализацию алгоритма этой активности.

Проверка выполнимости условия инициализации работы основана либо на анализе значений параметров и/или переменных модели, либо вычислении моментов времени, когда должно осуществляться данное ФД.

После выполнения каждой активности производится модификация системного времени для данного компонента и управление передается в специальный управляющий модуль, что и составляет суть имитации для этого способа организации квазипараллелиз-

ма.

Составление расписания событий применяется в тех случаях, когда реальные процессы характеризуются рядом достаточно строгих ограничений:

различные компоненты выполняют одни и те же ФД;

начало выполнения этих ФД определяются одними и теми же условиями, причем они известны исследователю и заданы алгоритмически;

в результате ФД происходят одинаковые события независимо друг от друга;

связи между ФД отсутствуют, а каждое ФД выполняется независимо.

В таких условиях имитационная модель, по сути, состоит из двух процедур:

проверки выполнимости событий;

обслуживания (обработки) событий.

Выполнение этих процедур синхронизируется в модельном времени так называемым списковым механизмом планирования.

Процедура проверки выполнимости событий схожа с ранее рассмотренными для просмотра активностей (напомним, что окончание любой работы является событием и может инициализировать другую активность) с учетом того, что при выполнении условия происходит не инициализация работы, а обслуживание (розыгрыш) события с последующим изменением системного времени для данного компонента.

Условия применимости транзактного способа организации квазипараллелизма были приведены при определении понятия «транзакт». Связь между приборами массового обслуживания устанавливается с помощью системы очередей, выбранных способов генерации, обслуживания и извлечения транзактов. Так организуется появление транзактов, управление их движением, нахождение в очереди, задержки в обслуживании, уход транзакта из системы и т.п. Событием в такой имитационной модели является момент инициализации любого транзакта.

Типовыми структурными элементами модели являются:

источники транзактов;

их поглотители;

блоки, имитирующие обслуживание заявок;

управляющий модуль.

Имитация функционирования реальной системы производится путем выявления очередной (ближайшей по времени) заявки, ее обслуживания, обработки итогов обслуживания (появления нового транзакта; поглощения заявки; изменения возможного времени поступления следующего транзакта и т.п.), изменения системного времени до момента наступления следующего события.

В случае построения имитационной модели с агрегатным способом организации квазипараллелизма особое внимание следует уделять оператору перехода системы из одного состояния в другое. Имитация производится за счет передачи управления от агрегата к агрегату при выполнении определенных условий, формирования различных сигналов и их доставки адресату, отработки внешних сигналов, изменения состояния агрегата и т.п. При этом в управляющем модуле осуществляется временная синхронизация состояний всех агрегатов.

Агрегатный способ прежде всего ориентирован на использование типовых математических схем (типовых агрегатов) для описания компонентов системы и организации их взаимодействия одним из перечисленных способов.

Процессный способ организации квазипараллелизма применяется в следующих случаях:

все ФД компонентов реальной системы различны;

условия инициализации ФД также различны;

в любой момент времени в данном компоненте может выполняться только одно

ФД;

последовательность ФД в каждом компоненте определена.

Принято считать, что процессный подход объединяет лучшие черты других способов: краткость описания активностей и эффективность событийного представления имитации.

Процессным способом можно организовать имитацию АИС любой сложности, но такой способ особенно эффективен в тех случаях, когда требуется высокий уровень детализации выполнения *ФД*, а сама имитационная модель используется для поиска «узких» мест в работе системы.



Рис.2.3. Классификация имитационных моделей по способу организации квазипараллелизма

На *рис.2.3* представлена классификация способов организации квазипараллелизма.

Отметим, что в настоящее время для реализации всех перечисленных схем формализации моделируемой системы созданы специализированные программные средства, ориентированные на данный способ организации квазипараллелизма, что, с одной стороны, облегчает программную реализацию модели, но, с другой стороны, повышает ответственность исследователя за правильность выбора соответствующей схемы.

3. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Как уже отмечалось, имитационное моделирование применяют для исследования сложных экономических систем. Естественно, что и имитационные модели оказываются достаточно сложными как с точки зрения заложенного в них математического аппарата, так и в плане машинной реализации.

При этом сложность любой модели определяется двумя факторами:

- сложностью исследуемого объекта-оригинала;
- точностью, предъявляемой к результатам расчетов.

Использование машинного эксперимента как средства решения сложных прикладных проблем, несмотря на присущую каждой конкретной задаче специфику, имеет ряд общих черт (этапов).

На *рис.3.1* представлены этапы применения математической (имитационной) модели (по взглядам академика А.А.Самарского).

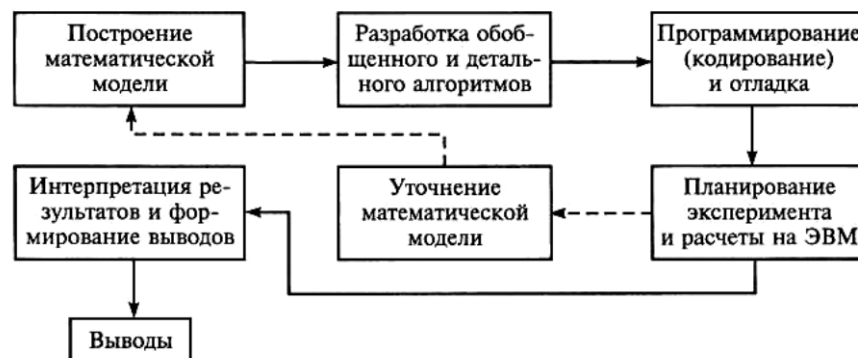


Рис.3.1. Этапы машинного эксперимента

Каждому из показанных на рисунке этапов присущи собственные приемы, методы,

технологии.

После того как имитационная модель реализована на ЭВМ, исследователь должен выполнить последовательность следующих этапов (их часто называют технологическими):

- испытание модели;
- исследование свойств модели;
- планирование имитационного эксперимента;
- эксплуатация модели (проведение расчетов).

Кратко охарактеризуем первые два этапа (изложение методов математической теории планирования эксперимента и организации проведения модельных расчетов и обработки их результатов выходят за рамки настоящего учебника).

Испытание имитационной модели включает в себя следующее:

- задание исходной информации;
- верификацию имитационной модели;
- проверку адекватности модели;
- калибровку имитационной модели.

Задание исходной информации. Процедура задания исходной информации полностью определяется типом моделируемой системы:

если моделируется функционирующая (существующая) система, проводят измерение характеристик ее функционирования и затем используют эти данные в качестве исходных при моделировании;

если моделируется проектируемая система, проводят измерения на прототипах;

если прототипов нет, используют экспертные оценки параметров и переменных модели, формализующих характеристики реальной системы.

Верификация имитационной модели. Она состоит в доказательстве утверждений соответствия алгоритма ее функционирования цели моделирования путем формальных и неформальных исследований реализованной программы модели.

Неформальные исследования представляют собой ряд процедур, входящих в автономную и комплексную отладку.

Формальные методы включают:

- использование специальных процессоров-«читателей» программ;
- замену стохастических элементов модели детерминированными;
- тест на так называемую непрерывность моделирования и др.

Проверка адекватности модели. Количественную оценку адекватности модели объекту исследования проводят для случая, когда можно определить значения отклика системы в ходе натурных испытаний.

Наиболее распространены три способа проверки:

- по средним значениям откликов модели и системы;
- по дисперсиям отклонений откликов;
- по максимальному значению абсолютных отклонений откликов.

Если возможность измерения отклика реальной системы отсутствует, оценку адекватности модели проводят на основе субъективного суждения соответствующего должностного лица о возможности использования результатов, полученных с использованием этой модели, при выполнении им служебных обязанностей (в частности, при обосновании решений - подробнее см.

Калибровка имитационной модели. К калибровке имитационной модели приступают в случае, когда модель оказывается неадекватной реальной системе. За счет калибровки иногда удается уменьшить неточности описания отдельных подсистем (элементов) реальной системы и тем самым повысить достоверность получаемых модельных результатов.

В модели при калибровке возможны изменения трех типов:
глобальные структурные изменения;

локальные структурные изменения;

изменение так называемых калибровочных параметров в результате реализации достаточно сложной итерационной процедуры, включающей многократное построение регрессионных зависимостей и статистическую оценку значимости улучшения модели на очередном шаге.

При необходимости проведения некоторых локальных и особенно глобальных структурных изменений приходится возвращаться к содержательному описанию моделируемой системы и искать дополнительную информацию о ней.

Исследование свойств имитационной модели. После испытаний имитационной модели переходят к изучению ее свойств.

При этом наиболее важны четыре процедуры:

оценка погрешности имитации;

определение длительности переходного режима в имитационной модели;

оценка устойчивости результатов имитации;

исследование чувствительности имитационной модели.

Оценка погрешности имитации, связанной с использованием в модели генераторов ПСЧ. Исследование качества генераторов ПСЧ проводится известными методами теории вероятностей и математической статистики. Важнейшим показателем качества любого генератора ПСЧ является период последовательности ПСЧ (при требуемых статистических свойствах). В большинстве случаев о качестве генератора ПСЧ судят по оценкам математических ожиданий и дисперсий отклонений компонент функции отклика. Как уже отмечалось, для подавляющего числа практических задач стандартные (встроенные) генераторы дают вполне пригодные последовательности ПСЧ.

Определение длительности переходного режима. Обычно имитационные модели применяются для изучения системы в типичных для нее и повторяющихся условиях. В большинстве стохастических моделей требуется некоторое время T_0 для достижения моделью установившегося состояния.

Под статистическим равновесием или установившимся состоянием модели понимают такое состояние, в котором противодействующие влияния сбалансированы и компенсируют друг друга. Иными словами: модель находится в равновесии, если ее отклик не выходит за предельные значения.

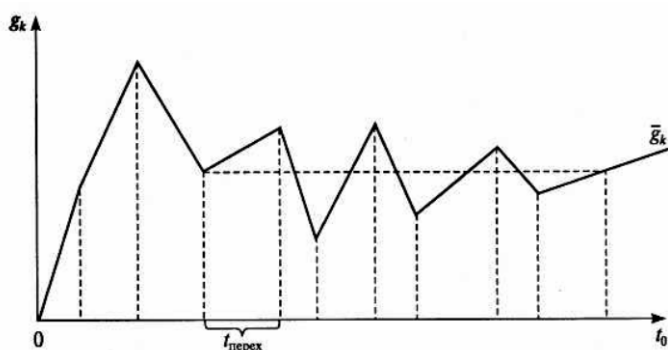


Рис.3.2. Определение длительности переходного периода

Существует три способа уменьшения влияния начального периода на динамику моделирования сложной системы:

использование «длинных прогонов», позволяющих получать результаты после заведомого выхода модели на установившийся режим;

исключение из рассмотрения начального периода прогона;

выбор таких начальных условий, которые ближе всего к типичным.

Для отделения переходного режима от стационарного у исследователя должна быть возможность наблюдения за моментом входа контролируемого параметра в стационарный режим. Часто используют такой метод: строят графики изменения контроли-

руемого параметра в модельном времени и на нем выявляют переходный режим.

На **рис.3.2** представлен график изменения $k - z_0$ контролируемого параметра модели g_k в зависимости от модельного времени t_0 .

На рисунке видно, что, начиная со времени $t_{перех}$ этот параметр «вошел» в установившийся режим со средним значением \bar{g}_k .

Если построить подобные графики для всех (или большинства существенных) контролируемых параметров модели, определить для каждого из них длительность переходного режима и выбрать из них наибольшую, в большинстве случаев можно считать, что после этого времени все интересующие исследователя параметры находятся в установившемся режиме.

Оценка устойчивости результатов имитации. Под устойчивостью результатов имитации понимают степень их нечувствительности к изменению входных условий.

Универсальной процедуры оценки устойчивости нет. Практически часто находят дисперсию отклика модели Y по нескольким компонентам и проверяют, увеличивается ли она с ростом интервала моделирования. Если увеличения дисперсии отклика не наблюдается, результаты имитации считают устойчивыми.

Важная практическая рекомендация: чем ближе структура модели к структуре реальной системы и чем выше степень детализации учитываемых в модели факторов, тем шире область устойчивости (пригодности) результатов имитации.

Исследование чувствительности модели.

Работы на этом этапе имеют два направления:

установление диапазона изменения отклика модели при варьировании каждого параметра;

проверка зависимости отклика модели от изменения параметров внешней среды.

В зависимости от диапазона изменения откликов Y при изменении каждой компоненты вектора параметров X определяется стратегия планирования экспериментов на модели.

Если при значительной амплитуде изменения некоторого компонента вектора параметров модели отклик меняется незначительно, то точность представления ее в модели не играет существенной роли.

Проверка зависимости отклика модели Y от изменений параметров внешней среды основана на расчете соответствующих частных производных и их анализе.