



Textbook for the Master Programme  
"Complex Usage of Water Resources"

**Water engineering, hydraulic processes,  
equipment and control devices**

**Водная инженерия: гидравлические  
процессы, оборудование  
и приборы контроля**

Учебное пособие для магистерской программы  
"Комплексное использование водных ресурсов"



Joint Project TEMPUS "Network for Master Training in Technologies of  
Water Resources Management"

Совместный проект ТЕМПУС "Сеть университетов для обучения  
магистров в области технологий управления водными ресурсами"

Совместный проект ТЕМПУС  
«Сеть университетов для обучения магистров в области технологий  
управления водными ресурсами» (NETWATER)

Редакционный совет серии  
учебных пособий проекта «Netwater»:  
профессор Г. Капаннагли  
Университет г. Генуи, Италия  
профессор Г. Павлихин  
Московский государственный технический  
университет им. Н.Э. Баумана  
профессор Н. Попов  
Тамбовский государственный технический  
университет  
профессор Х. Гарелик  
Университет Мидлендс, Великобритания

## ВОДНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ: ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ КОНТРОЛЯ

Учебное пособие

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому  
политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших  
учебных заведений, обучающихся по направлению 280700  
«Технофермерская безопасность» (кафедра/степень - магистр)

**Рецензенты:**  
доктор технических наук, профессор Б.С. Ксенофонтов  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
доктор технических наук, профессор М.А. Промтров  
Тамбовский государственный технический университет

**Авторы:**  
Павлихин Г.П., Попов Н.С., Иванов М.В., Пещерова О.В., Христофорова И.А.

**Ответственный редактор:**  
д.т.н., профессор Г.П. Павлихин.

**8 - 623 Водная инженерия: гидравлические процессы, оборудование и приборы контроля:** учебное пособие / Под общ. ред. Г.П. Павлихина, Н.С. Попова. – Тамбов: Изд-во ИП Чеснокова А.В., 2011. – 128 с.

ISBN 978-5-903435-83-8

Настоящее учебное пособие, написанное преподавателями Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (Павлихин Г.П., Иванов М.В., разделы 1 - 6) совместно с коллегами из Тамбовского государственного технического университета (Попов Н.С., Пещерова О.В., разделы 7,8), Владимира государственного университета (Христофорова И.А., раздел 9), входит в состав серии пособий по специальным дисциплинам проекта «Сети университетов для обучения магистров в области технологий управления водными ресурсами» (Netmaster).

В предлагаемом пособии рассмотрены фундаментальные вопросы течения жидкости в стационарных и нестационарных условиях. Приведены формулы расчета основного оборудования, используемого для транспортировки жидкости: трубопроводов, насосов и гидромашин. Продемонстрирована техника эквивалентных структурных преобразований гидродинамических модулей, имеющих значение при математическом моделировании гидравлических процессов. Показаны типовые элементы контроля режимов работы гидравлического оборудования.  
Пособие предназначено для бакалавров и магистрантов, обучающихся по направлениям 280700 «Техносфера безопасности», 022000 «Экология и природопользование» и 241000 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии», а также для аспирантов, преподавателей и научно-технических работников, специализирующихся в области промышленной экологии.

УДК 556.07 (075.8)  
ББК 8253.31я73

© Авторы публикаций, 2011  
© Дизайн обложки Кобзева С.В., 2011  
© Оформление Изд-ва ИП Чеснокова А.В., 2011

ISBN 978-5-903435-83-8

## СОДЕРЖАНИЕ

Foreword (вступительное слово научного координатора проекта)	5
Вступительное слово	6
Введение	8
1. Основные свойства жидкости	9
2. Одномерное движение нескимаемой жидкости	12
2.1. Основные понятия и уравнения	12
2.2. Истечения жидкости из отверстия	17
2.3. Внезапное расширение и сжатие потока	19
3. Ламинарное и турбулентное движение потока жидкости	22
3.1. Ламинарное движение жидкости	22
3.2. Турбулентное движение жидкости	25
3.3. Уравнения энергии	27
4. Течение жидкости в трубопроводах	30
4.1. Гидродинамическое подобие	30
4.2. Расчет трубопроводов	34
4.2.1. Расчет простых трубопроводов	34
4.2.2. Примеры расчетов простых трубопроводов	41
4.2.3. Расчет сложных трубопроводов	44
4.2.3.1. Трубопроводы с параллельными ветвями	45
4.2.3.2. Трубопроводы с концевой раздачей	48
4.2.3.3. Трубопроводы с непрерывной раздачей	52
4.2.3.4. Трубопроводы с кольцевыми участками	52
4.2.3.5. Примеры расчета сложных трубопроводов	55
5. Неустоинчивое движение жидкости	58
5.1. Неустоинчивое напорное движение жидкости	58
5.2. Гидравлический удар	61
6. Гидравлическое оборудование	67
6.1. Лопастные насосы	67
6.2. Насосная установка и ее характеристика	72
6.3. Вихревые и струйные насосы	77
6.4. Объемные гидромашины	80
6.5. Поршневые насосы	81
6.5.1. Неравномерность подачи поршневых насосов и методы ее выравнивания	82
7. Методика эквивалентных структурных преобразований гидродинамических звеньев	88
8. Определение гидродинамической структуры объектов в нестационарных условиях	101
9. Измерительное оборудование	108
9.1. Измерение расхода жидкости в трубопроводе	108
9.1.1. Расходомеры на основе измерения активного давления	108
9.1.2. Расходомеры на основе гидродинамического сопротивления	111
9.1.3. Магнитно-индуктивные расходомеры	111
Контрольные вопросы	113
9.2. Измерение давления жидкостей	113
9.2.1. Манометры, основанные на уравновешивании измеряемого давления столбом запирающей жидкости	113

9.2.2. Манометры, основанные на компенсации давления силой упругой деформации трубчатой пружины .....	114
9.2.3. Мембранные манометры .....	116
9.2.4. Цифровые манометры .....	117
Контрольные вопросы.....	117
9.3. Измерение разности давлений .....	118
9.3.1. Дифференциальные манометры в виде кольцевых весов .....	118
9.3.2. Дифференциальные манометры с подпружиненным датчиком .....	118
9.3.3. Дифференциальные манометры с гофрированными сильфонными преобразователями.....	119
Контрольные вопросы.....	119
9.4. Измерение уровня наполнения жидкостями .....	121
Контрольные вопросы.....	121
Заключение.....	123
Список литературы .....	124
	125

## FOREWORD

---

The world population is estimated to be around 7 billions, while about 1.1 billions of people have no access to safe drinking water. The actual world water consumption is approximately 4500 billions cubic meters per year, and although water resources are becoming scarce, more than 80% of sewage in developing countries is discharged untreated, polluting rivers, lakes and coastal areas. From the above statistics emerge an enormous volume of water, which requires an appropriate treatment and management. Thus, I am very proud to introduce this set of volumes on water treatment technologies. I believe in their invaluable contribution to technical knowledge dissemination, and therefore, to a more eco-sustainable water cycle.

The presented set of books was born within the framework of the Tempus Project "Network for master training in technologies of water resources management - NETWATER" (159311-TEMPUS-1-2009-IT-JPCR). The NETWATER project pursues several objectives. In particular focuses on reforming existing curricula inside six Russian Universities, for a uniform study programs and joint degrees at Russian and at E.U. levels, and on widening and improving lecturers' knowledge of environment and technologies for treatment and management of water resources. Those aims will be achieved by the cooperation of public authorities and industrial partners exploiting new teaching methods and mobility for knowledge transfer and training.

As the coordinator of the NETWATER Project I am very proud of this set of books, which for me is also a fruit of a hard work started already few years ago at Genoa University with the establishment of the Second Level University Master in "Water Treatment - Innovative Membrane Technologies & Conventional Processes for Waste and Drinking Water Treatment". During its fifth edition the NETWATER Tempus Project was implemented for a first time, by an intense exchange of students, professors, researchers and experts from academic and industrial platforms, for a fruitful enchantment of experience and knowledge. Presented volumes, being a result of the international teaching experience, will be a useful tool for students involved in the NETWATER project, and those who wants to approach those topics, and at the same time a valid professional support for technicians, engineers and chemists. This set of volumes gains its additional value from being published in two languages: English and Russian. This fact is a response to a need of Russian Universities, being nowadays under transition, for adaptation to academic standards of European Union.

I would like to thank all who have participated in the creation of the presented volumes, the authors of chapters and the NETWATER Project's partners. Without them it would be not possible to accomplish this useful book series. I strongly believe that this set of books will be a valid tool to train a new generation of professionals and researchers in new developed curricula to face emerging environmental challenges.

• Gustavo Capannelli  
University of Genoa  
Genoa, Italy, September 2011

## ВСТУПИТЕЛЬНОЕ СЛОВО

Проблема качества и доступности водных ресурсов относится к числу приоритетных проблем современного развития общества. Из всего объема пресноводных ресурсов планеты для питьевого использования человеком доступно порядка 1%. Более 1 млрд. человек (при мерно 18% населения Земли) испытывают серьезный недостаток в обеспечении питьевой водой, а 2,6 млрд. живут в условиях, не соответствующих базовым стандартам санитарии.

В Целях развития тысячелетия, принятых Генеральной Ассамблеей ООН в 2000 г. содержится призыв вдвое сократить к 2015 году долю населения, не имеющего постоянного доступа к чистой питьевой воде и живущих в антисанитарных условиях, а также к прекращению экологически несовершенной эксплуатации водных ресурсов. В 2002 г. на Всемирном саммите ООН по устойчивому развитию в Йоханнесбурге была зафиксирована необходимость улучшения систем комплексного управления водными ресурсами и разработки планов эффективного водопользования.

Как следствие этого Комиссия ООН по устойчивому развитию, руководствуясь много летней программой работы, призывает правительства государств мира включить сектор водных ресурсов в число национальных приоритетов, задействовать весь спектр стратегических возможностей для укрепления потенциала национальных и местных органов власти в планировании и обеспечении доступа населения к водным ресурсам, привлекать к решению водных проблем все заинтересованные стороны, в том числе и молодежь, развивать мониторинговую составляющую систем управления, разрабатывать и передавать для внедрения новые малозатратные технологии водоочистки и водоснабжения, увеличивать инвестиции в данную отрасль экономики.

В 2003 году ООН объявила 2005-2015 гг. Международным десятилетием действий «Вода для жизни», к основным проблемам, которого отнесены: дефицит воды, доступ к санитарии и медицинскому обслуживанию, гендерные аспекты в водопотреблении, стоимостные оценки, комплексное управление водными ресурсами, загрязнение и энергетика, окружающая среда и биоразнообразие и целый ряд других.

В Российской Федерации снабжение населения чистой питьевой водой относится к важнейшим задачам ее социально-экономического развития. В декабре 2010 г. постановлением Правительства Российской Федерации на 2011-2017 гг. утверждена Федеральная целевая программа «Чистая вода», целями которой является обеспечение населения питьевой водой, соответствующей требованиям безопасности и безопасности, а одной из ее главных задач - модернизация систем водоснабжения, водоотведения и очистки сточных вод. Реализация этой программы должна способствовать не только качественному обновлению инфраструктуры водной отрасли России, но и развитию экологически значимого мышления у населения.

К важнейшим аспектам реализации программы «Чистая вода» относится задача подготовки высококвалифицированных кадров, обладающих знаниями современного оборудования, технологий и методов управления водными ресурсами. В этой связи совместный международный проект ТЕМПУС «Сеть университетов для обучения магистров в области технологий управления водными ресурсами» (NETWATER), поддержанный Европейской комиссией и реализуемый консорциумом отечественных и зарубежных университетов ставит задачу проектирования и реализации новой проблемно-ориентированной магистерской программы для подготовки специалистов к работе в водном секторе экономики.

К отличительным признакам проекта «NETWATER» относятся: изучение новейших технологий и оборудования, используемых для водоподготовки и очистки сточных вод, при-

боров контроля качества воды и аналитических центров мониторинга водных ресурсов; обмен опытом подготовки научных кадров и персонала, занятых в водной отрасли; применение мембранных технологий и оборудования для очистки жидких отходов; проведение международной научно-практической конференции по вопросам экологического образования и управления водным хозяйством. Важным обстоятельством является и тесная связь проектировщиков программы с работниками водной отрасли.

Серия из 7 учебников, подготовленных авторами в рамках проекта «NETWATER», предназначена для подготовки магистров, способных развивать и на практике реализовывать концепцию устойчивого развития водных ресурсов. При изложении материала в учебниках авторы уделяли особое внимание системным вопросам водопользования, европейской и международной практике решения экологических проблем, технологиям и оборудованию водоочистки.

Научные редакторы издания благодарят Европейскую комиссию за финансовую поддержку проекта 159311-TEMPUS-IT-TEMPUS-JPCR «Сеть университетов для обучения магистров в области технологий управления водными ресурсами» и выражают глубокую признательность всем его авторам и участникам за подготовку настоящих учебных пособий.

Редакционный совет  
профессор Г. Капанелли  
Университет г. Генуя, Италия  
профессор Г. Павлихин  
Московский государственный технический  
университет им. Н.Э. Баумана  
профессор Н. Попов  
Тамбовский государственный технический  
университет  
профессор Х. Гарелик  
Университет Мидсекс, Великобритания

Первые обобщенные наблюдения за движением воды были сделаны еще до нашей эры. Например, некоторые результаты наблюдений определенных закономерностей движений жидкостей встречаются в трудах греческого философа Аристотеля (четвертый век до нашей эры). Отдельные законы гидростатики были сформулированы в трудах Архимеда (третий век до нашей эры), которые остаются актуальными и по сей день.

Большой вклад в становление и развитие гидромеханики внесли Леонардо да Винчи (15 век нашей эры), Галилей, Паскаль, Гейгенс и некоторые другие ученые.

И. Ньютона в своем труде «Математические начала естественно-научной философии» по результатам собственных опытов показал, что сопротивление тел при движении жидкостей пропорционально квадрату скорости. Кроме того, он применил некоторые законы механики твердых тел для оценки закономерностей течения различных жидкостей.

Можно считать, что начало гидромеханики как науки было сделано трудами академиков Российской Академии наук М.В. Ломоносовым, Л. Эйлером, а также Д. Бернулли.

Дальнейший этап развития гидромеханики (конец 18 и начало 19) веков характеризовался математической разработкой гидродинамики идеальной жидкости. В частности, французские математики Лагранж и Коши опубликовали несколько фундаментальных работ по потенциальным плоским течениям, теории волн малой амплитуды и др.

Основы теории движения вязкой жидкости были разработаны в 19 веке выдающимися учеными французом Навье и английским физиком Стоксом. Именно поэтому уравнения движения вязкой жидкости называют уравнениями Навье-Стокса.

Профессор Казанского университета И.С. Громеко по результатам своих многочисленных исследований в 1881 г. опубликовал работу «Некоторые случаи движения несжимаемой жидкости», в которой он предложил новую форму уравнений движения жидкостей. Он же первым опубликовал результаты теоретического исследования движения жидкостей в каналах каналах.

Английский физик Рейнольдс в 1883 г. выявил закон подобия течений в трубах.

Большой вклад в дальнейшее развитие гидромеханики внесли выдающиеся российские ученые Д.И. Минчалев, Н.Е. Жуковский и С.А. Чаплыгин. Их исследования продолжили впоследствии Н.Е. Кочин, А.И. Некрасов, М.В. Келдыш, М.А. Лаврентьев, Л.И. Седов и многие другие выдающиеся советские ученые.

Отличный вклад в развитие теоретической и практической гидромеханики внесли советские ученые во время разработки отечественных самолетов и различного типа космических аппаратов.

Заметный вклад в развитие гидравлики внесли и ученые МГТУ им. Н.Э. Баумана: основатель кафедры гидравлики профессор И.И. Куклевский, профессор С.С. Руднев. Большой вклад в развитие исследований нестационарного движения жидкости внес работающий и покойный профессор Д.Н. Полоз.

## 1. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ

Для понимания любых физических процессов, происходящих в различных условиях движения жидкостей необходимо знать основные ее свойства, которые во многом определяют параметры течения жидкости.

Основными свойствами жидкости являются: плотность, сжимаемость, температурное расширение, сопротивление растяжению, поверхностное натяжение, вязкость, испаримость и растворимость газов в жидкости.

**Плотностью** называют массу жидкости, заключенную в единице ее объема. Применяют также понятие относительной плотности, под которой понимают отношение плотности жидкости при конкретной температуре к ее плотности при температуре 4°C.

Под **сжимаемостью** понимают свойство жидкости изменять свой объем под воздействием давления, что характеризуется коэффициентом объемного сжатия

$$\beta = \frac{dV}{dp} \frac{1}{V}. \quad (1.1)$$

Считая конечные приращения  $\Delta p = p - p_1$  и  $\Delta V = V - V_1$  и  $\beta$  постоянным, получим  $V \approx V_1(1 - \beta\Delta p)$  и находим приближенную формулу для определения плотности

$$\rho \approx \frac{\rho_1}{1 - \beta\Delta p}. \quad (1.2)$$

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется объемным модулем упругости  $K$ . С учетом этого понятия уравнение (1.1) принимает вид

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K}, \quad (1.3)$$

При этом формула (1.2) выражает собой обобщенный закон Гука. Выразив объем через плотность и массу, получим

$$\frac{K}{\rho} = \frac{dp}{d\rho} = c^2, \quad (1.4)$$

где  $c$  – скорость распространения продольных волн в упругой среде, равная скорости звука.

Объемный модуль упругости для калельных жидкостей незначительно уменьшается при увеличении температуры и возрастает при увеличении давления. Для воды он составляет при атмосферном давлении величину 2000 МПа. Следовательно, при увеличении давления на 0,1 МПа объем воды уменьшается на 1/20000 часть.

Из формулы (1.2) следует, что при увеличении давления воды, в частности, на 40 МПа ее плотность повышается всего лишь на 2%, поэтому воду можно считать несжимаемой жидкостью. Следовательно, можно принимать, что ее плотность не зависит от величины давления. Но при очень больших давлениях и упругих колебаниях следует учитывать сжимание жидкостей.

Используют изотермический и адабатный модули упругости. Адиабатное значение  $K$  превышает изотермическое примерно в 1,5 раза и проявляется при быстротекущих процессах сжатия жидкостей в условиях отсутствия теплообмена.

**Температурное расширение жидкости** ( $\alpha$ ) характеризует собой относительное изменение ее объема при изменении температуры на 1°C при постоянном давлении.

$$\beta = \frac{1}{V_1} \frac{\partial V}{\partial T}. \quad (1.5)$$

Вводя конечные приращения  $\Delta V = V - V_1$  и  $\Delta T = T - T_1$  и принимая температурное расширение постоянным, получим

$$V = V_1(1 + \beta \Delta T).$$

Из этой формулы можно получить приближенное выражение для определения плотности

$$\rho = \rho_1(1 + \beta \Delta T), \quad (1.6)$$

где  $\rho$  и  $\rho_1$  – плотности при температурах  $T$  и  $T_1$ ,

**Сопротивление растяжению** внутри воды является весьма незначительным. В частности, во время опытов с чистой дегазированной водой в ней были выявлены кратковременные напряжения 23–28 МПа. Однако техническая вода, содержащая взвешенные твердые частицы и мельчайшие пузырьки газа, не выдерживает даже незначительных напряжений растяжения. Поэтому принято считать, что напряжения растяжения в капельных жидкостях невозможны.

**Силы поверхностного напряжения**, действующие на поверхности раздела жидкости и газа, стремятся придать объему жидкости сферическую поверхность и вызывают некоторое дополнительное давление. Но это давление заметно лишь при малых объемах жидкости. Для сферических капель это давление определяется формулой  $p = 2\sigma/r$ , где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного напряжения жидкости и  $r$  – радиус сферы.

С увеличением температуры поверхностное напряжение уменьшается.

В трубках малого диаметра дополнительное давление вследствие поверхностного напряжения является причиной подъема (опускания) жидкости относительно нормального уровня и является характеристикой капиллярности жидкости.

Это явление проявляется в стеклянных трубках приборов для измерения давления, а также в некоторых случаях истечения жидкостей. Такого рода силы играют важную роль в жидкости, используемой в условиях невесомости.

**Вязкость** характеризует свойство жидкости сопротивляться сдвигу (скольжению) ее слоев. Течение вязкой жидкости вдоль твердой стенки сопровождается торможением потока, обусловленное вязкостью. По мере приближения к стенке скорость жидкости уменьшается, а между ее слоями происходит проскальзывание, сопровождающееся возникновением касательных напряжений (напряжений трения).

В соответствии с впервые высказанной И. Ньютоном гипотезой (экспериментально подтвержденной в 1883 г.) касательные напряжения в жидкости зависят от ее вида и характера течения и изменяются прямо пропорционально попарочному градиенту скорости

$$\tau = \mu dW/dy, \quad (1.7)$$

где  $\mu$  – коэффициент пропорциональности, называемый динамической вязкостью жидкости и  $dW$  – приращение скорости в соответствии с приращением координаты  $dy$ .

Из этого уравнения следует, что напряжения трения возможны только в движущейся жидкости, то есть вязкость жидкости проявляется только при ее течении.

Преобразовав уравнение (1.7), получим

$$\mu = \tau \frac{dy}{dW}.$$

Единицей измерения динамической вязкости является Па·с.

Наряду с динамической применяют и кинематическую вязкость  $v = \mu/\rho$ , которую измеряют в стоксах (1 стокс = 1 см<sup>2</sup>/с).

Вязкость капельных жидкостей в значительной степени зависит от температуры и уменьшается при ее увеличении. Для газов же вязкость в этом случае увеличивается. Это объясняется различным происхождением вязкости в жидкостях и газах. Молекулы жидкости расположены гораздо ближе друг к другу, чем в газах и их вязкость вызывается силами молекулярного сцепления. Эти силы уменьшаются при увеличении температуры, поэтому уменьшается и вязкость. В свою очередь в газах вязкость обусловлена, главным образом, беспорядочным тепловым движением молекул, интенсивность которого увеличивается с повышением температуры. Поэтому с ее повышением вязкость газа увеличивается.

На вязкость жидкостей влияет и давление. Однако это влияние проявляется лишь при больших значениях (несколько десятков МПа) давления. С увеличением давления вязкость большинства жидкостей увеличивается [1].

**Испаряемость** свойственна практически всем капельным жидкостям. Одним из ее показателей является температура кипения, и чем она больше, тем меньше испаряемость.

Более интегральной характеристикой испаряемости является давление (упругость) насыщенных паров и чем оно больше, тем больше испаряемость жидкости при конкретной температуре. С увеличением температуры давление насыщенных паров увеличивается.

Для сложных жидкостей, представляющих из себя многокомпонентные смеси, давление насыщенных паров зависит не только от ее физико-химических свойств и температуры, но от соотношения объемов жидкой и паровой фаз. Для всех таких жидкостей давление насыщенных паров увеличивается с увеличением относительного объема жидкой фазы. Как правило, значения упругости паров сложных жидкостей указываются для соотношения паровой и жидкой фаз, равного 4:1.

**Расторимость газов в жидкостях** оценивается количеством растворенного газа в единице объема жидкости и различается в зависимости от значений давления.

Объем растворенного газа в жидкости до ее полного насыщения можно рассчитать по закону Генри:

$$\frac{V_r}{V_\infty} = \frac{kp}{p_0},$$

где  $V_r$  – объем растворенного газа, приведенный к нормальным условиям;  $V_\infty$  – объем жидкости,  $k$  – коэффициент растворимости,  $p_0$  – давление жидкости при нормальных условиях.

При уменьшении давления из жидкости выделяется растворенный в ней газ, причем с большей скоростью, чем при растворении. Указанное явление может отрицательно сказываться на работе гидравлических систем и приборов [2].

## 2. ОДНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В данной главе приведены основные сведения, касающиеся закономерностей движения жидкости, в том числе воды, в гидравлических трактах установок по очистке воды.

### 2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

Одномерным считают движение, при котором скорость, давление, плотность, температура и другие параметры жидкости зависят только от одной координаты, направление которой совпадает с направлением вектора скорости.

В идеальном случае не существует одномерного течения, но при движении жидкостей в трубопроводах и проточных частях гидравлических машин с большими скоростями максимальная скорость потока (с большими числами Рейнольдса) в любом поперечном сечении потока в большинстве случаев незначительно отличается от средней скорости движущегося потока. Поэтому с достаточной степенью приближения движение можно рассматривать как одномерное с некоторой средней по сечению скоростью. Если параметры одномерного движения не зависят от времени, движение является стационарным, если зависят – нестационарным [3].

Использование понятия одномерного движения позволяет упрощенно решать многие задачи. Этим представлением движения жидкости широко пользуются в гидравлике. В частности, еще Л. Прандтль указывал, что: «...совокупность задач о движении жидкости, рассматриваемых путем одномерного представления, принято называть гидравликой. Задачи же, рассматриваемые путем трехмерного или двухмерного представления, составляют предмет гидродинамики».

В данной главе рассматривается одномерное движение несжимаемой жидкости при скоростях течения достаточно малых по сравнению с соответствующими скоростями звука.

Основными уравнениями одномерного движения несжимаемой жидкости являются уравнение сохранения массы, уравнение импульса, моментов импульсов и уравнение энергии или уравнение Бернулли.

Для вывода уравнения сохранения массы рассмотрим движение жидкости в трубке тока (рис. 2.1).



Рис. 2.1. Трубка движения тока жидкости

Известно, что жидкость не перетекает через боковую поверхность тока и поэтому масса жидкости, а при ее постоянной плотности, и объемный расход по длине трубопровода остаются постоянными.

$$\rho W_1 S_1 = \rho W_2 S_2$$

или

$$W_1 S_1 = W_2 S_2.$$

Последнее выражение представляет собой уравнение сохранения массы или уравнение неразрывности движения для трубы тока.

В соответствии с последним уравнением скорость в поперечном сечении трубы обратно пропорциональна площади поперечного сечения. Из анализа размерности

$$\rho W S = m,$$

$$WS = Q.$$

(2.1)

Если весь поток разделить на трубы тока, то в местах потока с большей скоростью поперечные сечения трубок тока будут меньше и, следовательно, трубы будут расположены с большей густотой. Продифференцировав равенство (2.1), получим:

$$\frac{1}{W} \frac{dW}{dx} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = 0.$$

Для постоянной площади поперечного сечения трубы и, в частности, для одномерного движения в цилиндрическом трубопроводе будем иметь

$$\frac{dW}{dx} = 0 \quad \text{и} \quad W = \text{Const}$$

Если скорость движения жидкости зависит и от координаты и от времени, то уравнение неразрывности в дифференциальном виде будет иметь вид:

$$\frac{1}{W} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{W} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = 0. \quad (2.2)$$

Еще одним основным уравнением одномерного движения жидкости является уравнение изменения количества движения для трубы тока. Применим к ней известную в механике теорему о том, что изменение главного вектора количества движения  $\vec{K}$  во времени равно результирующей всех внешних сил, приложенных к рассматриваемому объему  $d\vec{K}/dt = \vec{R}$ .

Рассмотрим течение жидкости в трубке тока с меняющейся по длине площадью поперечного сечения (рис. 2.1). Проведем поперечные сечения 1-1' с площадью  $S_1$  и 2-2' с площадью  $S_2$ . Пусть средние скорости в соответствующих сечениях будут  $W_1$  и  $W_2$ .

Рассчитаем изменение количества движения или импульса выделенного объема за время  $dt$ . Очевидно, что за это время частицы жидкости переместятся, заняв в трубке тока пространство между сечениями 1-1' и 2-2'. Если движение стационарное, то между сечениями 1-1' и 2-2' объем жидкости и импульс останутся теми же, что и прежде. Изменение импульса произойдет лишь за счет потерь импульса между сечениями 1-1' и 2-2' и увеличения его между сечениями 2-2' и 2'-2''.

Следовательно, изменение вектора импульса  $d\vec{K}$  за время  $dt$  будет равно:

$$d\vec{K} = \rho S_1 \vec{W}_1 \vec{W}_1 d\tau - \rho S_2 \vec{W}_2 \vec{W}_2 d\tau$$

или

$$\frac{d\vec{K}}{d\tau} = m(\vec{W}_1 - \vec{W}_2).$$

Таким образом, в соответствии с теоремой об изменении импульса окончательно получим:

$$\frac{d\vec{K}}{d\tau} = m(\vec{W}_1 - \vec{W}_2) = \vec{R} \text{ или } m\vec{W}_1 - m\vec{W}_2 = \vec{R}.$$

Теорема об изменении импульса для трубы тока при стационарном течении жидкости может быть сформулирована следующим образом.

Разность векторов импульса жидкости, входящей и выходящей из некоторого выделенного объема трубы тока в единицу времени, равна главному вектору внешних сил, приложенных к этому объему.

В соответствии с теоремой об изменении импульса, полученной для сплошных сред

$$\int_S \rho \vec{W}_n dS = \vec{R}.$$

Для трубы тока этот интеграл, по боковым поверхностям обращаящийся в ноль, примет вид:

$$\int_{S_1} \vec{W}_1 \rho W_{1n} dS - \int_{S_2} \vec{W}_2 \rho W_{2n} dS = \vec{R}.$$

Так как при одномерном движении все параметры потока движущейся жидкости не меняются в поперечном сечении трубы тока, то есть их можно вынести за знак интеграла, и предыдущее выражение примет вид

$$\rho_1 W_{1n} S_1 = \rho_2 W_{2n} S_2 = m,$$

и окончательно получим следующее:

$$(\vec{W}_1 - \vec{W}_2)m = \vec{R}.$$

Разность векторов импульса жидкости, входящей и выходящей из некоторого выделенного объема трубы тока в единицу времени, равна главному вектору внешних сил, приложенных к этому объему.

Эту теорему можно применить к трубке тока, образованной межлопаточным каналом колеса турбины (рис. 2.2).

Если секундная масса воды  $m'$  втекает в канал с абсолютной скоростью  $\vec{W}_1$  во входном сечении, расположенным на расстоянии  $r_1$  от оси, то секундный момент импульса жидкости, входящей в межлопаточный канал, относительно оси О будет равен:

$$m' W_1 r_1 \cos \beta_1.$$

Обозначив радиус, угол и скорость в выходном сечении канала соответствующими буквами с индексом 2, получим в выходном сечении:

$$m' W_2 r_2 \cos \beta_2.$$

Следовательно, на колесо согласно теореме о моменте импульса будет действовать момент, равный разности моментов импульса на входе и выходе из межлопаточного канала, то есть:

$$|M| = m'(W_1 r_1 \cos \beta_1 - W_2 r_2 \cos \beta_2).$$

Величина суммарного вращающего момента, передаваемого водой турбине, будет равна

$$|M| = m(W_1 r_1 \cos \beta_1 - W_2 r_2 \cos \beta_2), \quad (2.3)$$

где  $m$  – суммарный расход воды, протекающей через все межлопаточные каналы колеса турбины.

Уравнение (2.3) называют турбинским уравнением или уравнением Эйлера для турбин. Это уравнение получено в предположении, что скорости на входе и выходе постоянны, а в межлопаточном канале скорость в каждом сечении зависит только от площади этого сечения. Такое допущение весьма приближенно отражает действительную картину потока.

Уравнение (2.3) можно использовать для анализа движения в неподвижной спиральной камере.

Пусть в спиральной камере (рис. 2.3) поток жидкости входит в канал с поперечным сечением A-A и после вращения по спирали выходит из центрального отверстия неподвижной камеры. Если  $\beta$  – угол между вектором скорости и нормалью к радиусу, то из-за малости этого угла  $\cos \beta \approx 1$  и условие (2.3) примет вид:

$$M = (W_1 r_1 - W_2 r_2)m.$$

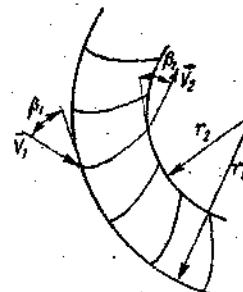


Рис. 2.2. Трубка движения тока жидкости, образованного межлопаточным каналом колеса турбины

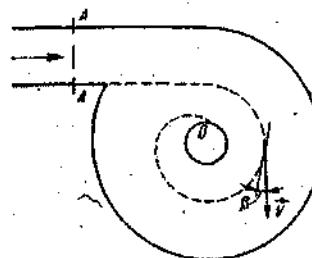


Рис. 2.3. Схема спиральной камеры

Так как жидкость считается идеальной, то момент внешних сил относительно центра можно считать равным нулю. В этом случае окончательно получим:

$$W_1 r_1 = W_2 r_2 = WR = const.$$

Далее можно будет показать, что такое вращательное движение жидкости будет безвихревым течением.

Главной особенностью теоремы импульса при установившемся движении сплошных сред заключается в том, что ее применение к некоторому объему, ограниченному контрольной поверхностью, не требует знания того, что происходит внутри выбранного объема. Все изменения определяются переносом импульса через контрольную поверхность.

Третьим основным уравнением одномерного несжимаемого движения жидкости является уравнение сохранения энергии или уравнение Бернулли для трубы тока. Используя

закон сохранения энергии, рассмотрим вывод уравнения Бернулли для трубы тока в случае одномерного движения.

Для этой цели выделим участок трубы тока, расположенный между сечениями 1-1 и 2-2 (рис. 2.1). Определим количество энергии, перенесенной за время  $dt$  через эту трубку. Считая скорость движения в поперечном сечении трубы постоянной, получим, что за время  $dt$  жидкость из первого сечения переместится в сечение 1'-1' на расстояние  $W_1 dt$ , а из сечения 2-2' в сечение 2'-2' на расстояние  $W_2 dt$ . Массы поступающей и вытекающей жидкостей одинаковы и равны

$$\rho_1 W_1 S_1 dt = \rho_2 W_2 S_2 dt = m dt.$$

Энергия потока, прошедшего через сечение 1-1 за время  $dt$ , состоит из следующих величин:

- кинетической энергии массы  $m dt$ , движущейся со скоростью  $W_1$ , значение которой равно  $\frac{m W_1^2}{2} dt$ ;

- потенциальной энергии давления, равной произведению силы давления  $p_1 S_1$  на перемещение  $W_1 dt$ , то есть

$$p_1 S_1 W_1 dt = p m dt / \rho;$$

- потенциальной энергии веса жидкости, определяемой относительно условно выбранной плоскости отчета.

Если обозначить расстояние от плоскости отчета до центра тяжести сечения 1-1 через  $z$ , то расположенная потенциальная энергия будет равна произведению  $gmz_1 dt$ . Следовательно, полная энергия потока, прошедшего через сечение 1-1, равна сумме

$$\frac{m W_1^2 dt}{2} + \frac{p_1 m dt}{\rho} + gmz_1 dt.$$

Для энергии потока, прошедшего через сечение 2-2 за время  $dt$ , аналогичным образом получим  $\frac{m W_2^2 dt}{2} + \frac{p_2 m dt}{\rho} + gmz_2 dt$ .

Если жидкость идеальна, то не существует никаких потерь в трубке тока и полная энергия на входе и выходе должны быть равны между собой. Разделив полученное выражение на  $dm dt$ , получим уравнение Бернулли для нескжимаемой жидкости

$$\frac{W_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{W_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2. \quad (2.4)$$

Так как сечения трубы тока были выбраны произвольно, то полная энергия остается постоянной по всей длине трубы тока и выражается тремя составляющими: динамической высотой  $W^2/2g$ , гидростатической высотой  $p/\gamma$  и высотой уровня  $z$ .

Если жидкость не идеальная, то на участке от сечения 1-1 до другого произвольного сечения имеются потери энергии, и уравнение Бернулли принимает вид

$$\frac{W_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{W_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta z, \quad (2.5)$$

где  $\Delta z$  – потери энергии, отнесенные к единице массы.

Величина потерь  $\Delta z$  для заданного потока будет зависеть от расстояния между выбранными сечениями. Она будет тем больше, чем длиннее выбранный участок трубопровода.

## 2.2. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЯ

Пусть жидкость истекает через малое круглое отверстие из днища сосуда (рис. 2.4). При этом считаем, что диаметр отверстия мал по сравнению с диаметром сосуда и высотой стояка жидкости  $h$ .

Если отверстие расположено на оси цилиндрического сосуда, то подтекание жидкости к нему будет происходить одинаково со всех сторон. Таким образом, трубы тока (рис. 2.4) при приближении к отверстию будут сужаться. Струйка тока при прохождении через плоскость отверстия постепенно уменьшается в поперечном сечении и лишь на некотором расстоянии от стены становится цилиндрической [4].

Наиболее узкое поперечное сечение струйки реализуется на расстоянии  $l$ , составляющем около половины диаметра отверстия. Сжатие поперечного сечения струи при истечении жидкости из отверстия происходит вследствие того, что жидкость внутри сосуда подтекает к отверстию в радиальном направлении и, достигнув края отверстия, не может вновь изменить своего направления. При этом величина сжатия определяется коэффициентом сжатия:

$$\varepsilon = S_c/S,$$

Указанный коэффициент определяется экспериментально и его числовое значение зависит от формы сечения отверстия, расположения его относительно стенок, величины критерия Рейнольдса и т.п.

Для расчета скорости истечения жидкости из сосуда будем считать жидкость идеальной и используем уравнение Бернулли для трубы тока между сечениями 0-0 и 1-1 (рис. 2.4) в самом узком месте струйки. При этом уравнение будет иметь вид

$$\frac{W_0^2}{2g} + z_0 + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{W_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma},$$

С учетом малости поперечного сечения отверстия по сравнению с площадью сосуда  $S$  можно положить  $W=0$ . В этом случае скорость истечения будет определяться как

$$W_1 = \sqrt{2g[(z_0 - z_1) + (p_0 - p_1)/\gamma]}. \quad (2.6)$$

Считая, что  $p_0 = p_1 = P_{\text{атм}}$  ( $P_{\text{атм}}$  – атмосферное давление) и выполняя отсчет уровня от плоскости сравнения (сечение 1-1), то есть  $z_1=0$ , а  $z_0 = h$ , окончательно получим выражение для расчета величины скорости истечения жидкости из отверстия:

$$W_1 = \sqrt{2gh}. \quad (2.7)$$

Уравнение (2.7) называют формулой Торичелли, которая показывает, что скорость истечения идеальной жидкости не зависит от ее физических свойств и определяется только высотой ее столба  $h$ .

В реальных случаях скорость истечения зависит от геометрических характеристик отверстия, его расположения на стенке, критерия Рейнольдса и т.п. Поэтому на практике в формуле Торичелли используют поправку, называемую коэффициентом скорости  $\phi$ . С учетом этого коэффициента формула Торичелли принимает вид:

$$W = \phi \sqrt{2gh}. \quad (2.8)$$

Величина  $\phi$  является функцией Рейнольдса и изменяется в диапазоне 0,94 – 0,99. Конкретные значения этого коэффициента приведены в справочниках по гидравлике.

На практике специалистов по проектированию гидравлических систем интересует, как правило, не скорость истечения, а объемный расход жидкости, вытекающей из сосуда

$$Q = W_1 S_1 = \phi \epsilon S \sqrt{2gh}.$$

Для сосуда с крышкой  $P_1 \neq P_0$  вышеуказанное выражение принимает вид:

$$Q = \phi \epsilon S \sqrt{2g(h + (P_0 - P_1)/\gamma)} = \phi \epsilon S \sqrt{2gH}, \quad (2.9)$$

где  $H = h + \frac{P_0 - P_1}{\gamma}$ , а  $\phi \epsilon = \mu$  – коэффициент расхода.

Наиболее широко используется для расчета коэффициента расхода следующая формула  $\mu = a + \frac{B}{Re}$ , где  $a$  и  $B$  – постоянные коэффициенты.

Для  $Re > 10^5$   $a = 0,58 - 0,59$  и  $B = 0,89$ .

При значениях критерия Рейнольдса более  $10^5$  считают, что коэффициент расхода не зависит от  $Re$ . Эту область значений  $Re$  называют квадратичной. Для оценки потерь энергии при истечении жидкости используют понятие КПД отверстия, определяемого отношением удельной кинетической энергии струи в узком сечении к величине напора  $h$ . Тогда из формулы (8) следует, что

$$КПД = W_1^2 / 2gh = \phi^2.$$

Рассмотрим истечение жидкости из насадков, используемых для спирожжания сосудов. В качестве этих насадков (рис. 2.5.) применяют цилиндрические, сходящиеся и расходящиеся насадки. Первые два из них (а и б) называют внешними, вторые (в и г) – внутренними. Течение в относительно длинных насадках (с длиной более 3-4 диаметров) происходит в соответствии с рис. 2.5. В этом случае несмотря на сужение сечения потока, истечение происходит при полном заполнении всего поперечного сечения насадка, то есть коэффициент сжатия такого насадка  $\epsilon = 1$ .

Истечению жидкости из коротких насадков (рис. 2.5. б и г) происходит при больших напорах и струя при этом пролетает насадок, не касаясь его стенок. Коэффициент сжатия будет таким же, как и в тонкой стенке без насадка ( $\epsilon \approx 0,62$ ).

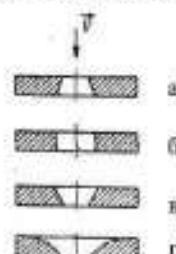


Рис. 2.5. Схемы внешних и внутренних цилиндрических насадков

### 2.3. ВНЕЗАПНОЕ РАСШИРЕНИЕ И СЖАТИЕ ПОТОКА

Если при течении жидкости в круглом цилиндрическом трубопроводе поток со скоростью  $W_1$  внезапно переходит (рис. 2.6, а) в цилиндрическую трубу со значительно большим диаметром, то образуется струя, которая постепенно заполняет все поперечное сечение большей трубы. При этом на некотором расстоянии от входа устанавливается поток со скоростью  $W_2$  меньшей по сравнению со значением  $W_1$ . Тогда давление  $p_2$  в сечении 2-2 (рис. 2.6, а) будет больше давления  $p_1$  в сечении 1-1.

Указанное изменение давления происходит по двум причинам. Во-первых, из-за увеличения поперечного сечения потока. Во-вторых, при внезапном расширении вязкой жидкости часть энергии потока теряется на интенсивное перемешивание жидкости [5].

Для оценки разности давлений в сечениях 1-1 и 2-2 используем уравнение импульса, значение которого в этих сечениях соответственно равно  $K_1 = \rho W_1^2 S_1$  и  $K_2 = \rho W_2^2 S_2$ .

Указанное изменение импульса в контрольном объеме между сечениями 1-1 и 2-2 равняется внешней силе, приложенной к рассматриваемому объему. А эта сила определяется разностью давлений, умноженной на площадь поперечного сечения:

$$\rho S_1 W_1^2 - \rho S_2 W_2^2 = (p_2 - p_1) S_2.$$

Учитывая, что масса жидкости остается постоянной

$$\rho S_1 W_1 = \rho S_2 W_2$$

и сокращая на величину площади поперечного сечения  $S$ , получим:

$$p_2 - p_1 = \rho W_2 (W_1 - W_2). \quad (2.10)$$

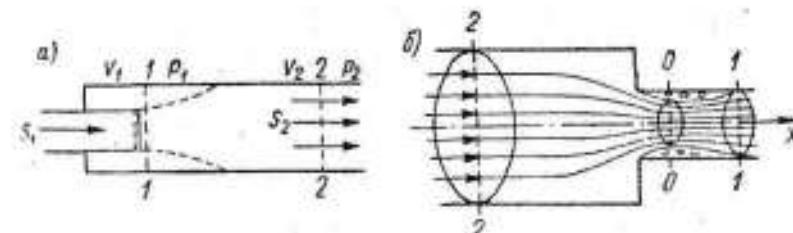


Рис. 2.6. Схемы расширения и сужения потока жидкости в цилиндрических каналах

Если бы внезапное расширение потока происходило без потерь и часть кинетической энергии превращалась бы в потенциальную энергию давления, то изменение давления жидкости можно было бы определить по уравнению Бернулли для идеальной жидкости:

$$p_2^i - p_1 = \rho (W_1^2 - W_2^2) / 2. \quad (2.11)$$

Таким образом, изменение давления вследствие потерь энергии, то есть необратимое превращение механической энергии в тепловую будет равно разности выражений (2.11) и (2.10):

$$\Delta p = p_2^i - p_1 = \rho (W_1 - W_2) / 2. \quad (2.12)$$

Таблица 2.1

Значения коэффициентов потерь при различной степени расширения потока

$S_2/S_1$	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,01
$\zeta_1$ при расширении	0	0,04	0,16	0,36	0,64	0,81	0,98
$\zeta_2$ при сжатии	0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Представленные данные показывают, что потери энергии при уменьшении скорости движения потока жидкости значительно превышают значение потерь при увеличении скорости ее движения.

Это относится и к неодномерным потокам с постепенным расширением (в диффузоре) и сжатием (в конфузоре).

По аналогичной формуле в теоретической механике определяют потерю кинетической энергии при неупругом ударе твердых тел. Именно поэтому потери давления жидкости при внезапном ее расширении иногда называют потерями давления на удар. Вышеуказанное выражение в гидравлике называют формулой Борда.

Для установления закономерностей течения жидкостей необходимо знать не только абсолютное значение потерь давления, но и безразмерные коэффициенты, характеризующие эти потери. Вследствие того, что внезапное расширение жидкости происходит на очень коротком участке, потери энергии при этом называют местными потерями.

При внезапном расширении жидкости потери могут быть выражены долей ее кинетической энергии в трубопроводе с малым диаметром и аналогично в трубопроводе с большим диаметром

$$\Delta p = \zeta_1 \rho W_1^2 / 2 = \zeta_2 \rho W_2^2 / 2.$$

Очевидно, что при этом численные значения коэффициентов  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  будут различными. Если формулу Борда (2.12) представить в виде:

$$\Delta p = \frac{\rho W_1^2}{2} \left(1 - \frac{W_2}{W_1}\right)^2 = \frac{\rho W_1^2}{2} \left(\frac{W_2}{W_1} - 1\right)^2,$$

и принимая во внимание, что  $S_1 W_1 = S_2 W_2$ , получим выражения для коэффициентов потерь при внезапном расширении:

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= \left(1 - \frac{W_2}{W_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = (1 - 1/n)^2, \\ \zeta_2 &= \left(\frac{W_2}{W_1} - 1\right)^2 = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2 = (n - 1)^2,\end{aligned}$$

где  $n = S_2/S_1$  — степень расширения потока, значение которой приводится в справочниках по гидравлике.

Результаты многочисленных опытов свидетельствуют о применимости формулы Борда для расчета потерь давления при внезапном расширении.

Классическим примером сужения потока можно считать рассмотренное выше истечение жидкости из сосуда. При этом (рис. 2.6) главной особенностью такого процесса является сужение потока за острой входной кромкой до некоторого поперечного сечения  $S_1$  и последующее затем его расширение до полного поперечного сечения трубопровода  $S$ .

При сжатии потоков жидкости, как и при их сужении можно использовать два значения коэффициента потерь

$$P = \zeta_1 \rho W_1^2 / 2 = \zeta_2 \rho W_2^2 / 2.$$

Потери потока жидкости и коэффициенты потерь можно представить в виде суммы: потери потока при сужении до поперечного сечения  $S$  и потери на расширение потока жидкости от  $S$  до  $S$ . Для коэффициентов потерь это соотношение составит:

$$\zeta_1 = \zeta_{\text{сж}} + \zeta_{\text{рас}}$$

При этом следует отметить, что величина потерь на расширение потока жидкости заметно превосходит величину потерь на сжатие. В табл. 2.1 приведены значения коэффициентов потерь потоков жидкости, отнесенные к скоростному напору в широком сечении. Результаты получены для турбулентных потоков со значением  $Re = 10^5$ .

### 3. ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОТОКА ЖИДКОСТИ

Движение потока жидкости в трубах, равно как и в каналах другой формы поперечного сечения, в зависимости от условий, при которых реализуется течение, может происходить как на ламинарном, так и на турбулентном режимах. Кратко рассмотрим особенности каждого из этих режимов движения жидкости.

#### 3.1. ЛАМИНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Теория ламинарного движения жидкости основывается на законе трения Ньютона, в соответствии с которым трение между слоями движущейся жидкости является единственным источником потерь энергии.

Рассмотрим уставновившееся ламинарное течение жидкости в прямой цилиндрической трубе диаметром  $d = 2r_0$ . Для исключения влияния силы тяжести и, следовательно, упрощения расчета предполагаем, что труба расположена горизонтально. Выделим на участке (рис. 3.1), где поток уже сформировался, отрезок длиной  $l$  между сечениями 1-1 и 2-2.

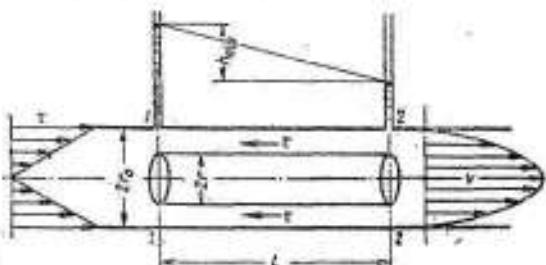


Рис. 3.1. Схема ламинарного потока в трубе

Предположим, что в сечении 1-1 давление  $p_1$ , а в сечении 2-2 —  $p_2$ . Уравнение Бернулли для участка между двумя сечениями имеет вид:

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + h_{tr},$$

где  $h_{tr}$  — потеря напора на трение по длине  $l$ .

Из последнего уравнения следует, что

$$h_{tr} = \frac{(p_1 - p_2)}{\rho g} = \frac{P_{tr}}{\rho g},$$

Выберем в рассматриваемом потоке цилиндрический объем радиусом  $r$ , соосный с трубой и имеющий основания в выбранных сечениях. Обозначив касательное напряжение на боковой поверхности цилиндра через  $\tau$ , запишем соотношение между силами давления и сопротивления:

$$(p_1 - p_2) \pi r^2 - 2\tau l r = 0,$$

откуда

$$\tau = P_{tr} r / 2l. \quad (3.1)$$

Выразим касательное напряжение  $\tau$  по закону трения Ньютона через динамическую вязкость и поперечный градиент скорости.

$$\tau = \mu \frac{dW}{dr} = -\mu \frac{dW}{dr}.$$

Подставив последнее выражение в уравнение (3.1), получим:

$$\frac{P_{tr}}{2l} = -\mu \frac{dW}{dr}. \quad (3.2)$$

Из последнего уравнения выразим приращение скорости:

$$dW = -\frac{P_{tr}}{2\mu l} \frac{r dr}{r^2}. \quad (3.3)$$

В результате интегрирования уравнения (3.3) получим

$$W = -\left(\frac{P_{tr}}{2\mu l}\right) \frac{r^2}{2} + C. \quad (3.4)$$

Постоянную интегрирования находим из условия, что на стенке трубы при  $r = r_0$ ,  $W = 0$

$$C = \frac{P_{tr} r_0}{4\mu l},$$

тогда уравнение для расчета скорости в трубе имеет вид:

$$W = P_{tr} \frac{(r_0^2 - r^2)}{4\mu l}. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) представляет собой закон распределения скоростей по сечению круглой трубы при ламинарном движении жидкости. Линия, изображающая зону скоростей по сечению трубы, является параболой.

Максимальная скорость в сечении трубопровода (при  $r = 0$ ) будет равна

$$W_{max} = P_{tr} \frac{r_0^2}{4\mu l}. \quad (3.6)$$

Используем уравнение (3.5) для расчета расхода жидкости в трубе, выразив элементарный расход через бесконечно малую площадку  $dS$ :  $dQ = W dS$ .

Подставив значение  $dS$ , получим:

$$dQ = P_{tr} \frac{(r_0^2 - r^2) 2\pi r dr}{4\mu l},$$

Пронтегрировав по всей площади поперечного сечения, получим:

$$Q = \left(\frac{\pi P_{tr}}{2\mu l}\right) \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) r dr = \left(\frac{\pi P_{tr}}{8\mu l}\right) r_0^4. \quad (3.7)$$

Среднюю по сечению скорость определим из соотношения

$$W_{cp} = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{P_{np} r_0^2}{8 \mu d}. \quad (3.8)$$

Сравнение формул (6) и (8) показывает, что средняя скорость при ламинарном течении жидкости в трубопроводе в два раза меньше ее максимального значения.

Для нахождения величины потерь на трение определим  $P_{np}$  из формулы (3.6)

$$P_{np} = \frac{8 \mu Q}{\pi r_0^4}.$$

После несложных преобразований получим:

$$h_{np} = \frac{128 \mu Q}{\pi g d^4}. \quad (3.9)$$

Формула (3.9) представляет выражение для закона сопротивления, который показывает, что при ламинарном течении жидкости в трубе круглого сечения потери напора на трение пропорциональны расходу и вязкости и обратно пропорциональны значениям диаметра в четвертой степени. Указанное выражение называется законом Пузейля, который широко используется для расчета трубопроводов с ламинарным движением жидкости во многих типах гидравлических систем, в том числе в установках по очистке воды различного назначения.

Используя формулу Дарси-Вейбаха:

$$h_{np} = \lambda \frac{l W_{cp}^2}{d} \frac{2g}{},$$

после преобразования уравнения (3.9) получим

$$h_{np} = \lambda_c \frac{l W_{cp}^2}{d} \frac{2g}{}, \quad (3.10)$$

где  $\lambda_c$  - коэффициент потерь на трение; для ламинарного режима течения  $\lambda_c = 64 / Re$ .

При известном законе распределения скоростей течения жидкости в трубе можно определить коэффициент Кориолиса  $\alpha$ , учитывающий неравномерность распределения скоростей в уравнении Бернулли для случая стабилизированного ламинарного течения жидкости в круглой трубе. Учитывая, что  $S = \pi r_0^2$  и  $dS = 2\pi r dr$ , после преобразований получим:

$$\alpha = \frac{1}{W_{cp}^3 S} \int W^3 dS = 16 \left( 1 - r^2 / r_0^2 \right) \frac{r dr}{r_0^2}. \quad (3.11)$$

После интегрирования получим  $\alpha = 2$ , то есть действительная кинетическая энергия ламинарного потока с параболическим распределением скоростей в два раза превышает кинетическую энергию того же потока при равномерном распределении скоростей.

Приведенная теория ламинарного движения жидкости в трубах требует внесения поправок в следующих случаях:

- при течении на начальном участке трубы, на котором происходит постепенное формирование параболического профиля скоростей;
- при течении жидкости с теплообменом;
- при течении в капиллярных каналах и в каналах, в которых имеет место облитерация;
- при течении жидкости в условиях больших перепадов давлений.

## 3.2. ТУРБУЛЕНТНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Указанный режим движения характеризуется перемешиванием слоев жидкости, а также наличием пульсаций скоростей движения и давления.

Распределение осредненных по времени скоростей в поперечном сечении турбулентного потока существенно отличается от распределения при ламинарном течении (рис. 3.2). Распределение скоростей при турбулентном течении более равномерное, а увеличение скорости у стени более интенсивное, чем при ламинарном течении [6].

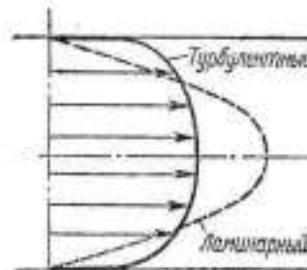


Рис. 3.2. Профили скоростей течения жидкости при ламинарном и турбулентном движении

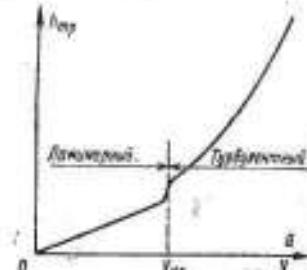


Рис. 3.3. Зависимость потерь на трение в трубе от скорости (расхода) движения жидкости

Значения коэффициента Кориолиса ( $\alpha$ ) при турбулентном течении заметно меньше.

Вследствие того, что при турбулентном течении отсутствует сплошность потока и происходит непрерывное перемешивание жидкости, то закон Ньютона в этом случае выражает лишь малую часть полного касательного напряжения. Из-за перемешивания жидкости и непрерывного переноса количества движения в поперечном направлении касательное напряжение  $\tau$  на стенке трубы в турбулентном потоке значительно больше, чем в ламинарном при тех же значениях критерия Рейнольдса и динамического давления  $\rho W^2 / 2$ , рассчитанных по средней скорости потока.

Следовательно, потери энергии при турбулентном течении жидкости в трубах также получаются иными. В турбулентном потоке при  $Re > Re_c$  потери напора на трение по длине значительно больше, чем при ламинарном течении при тех же размерах трубы, расходе и вязкости жидкости.

В частности, если при ламинарном течении потери напора на трение увеличиваются пропорционально скорости в первой степени, то при турбулентном заметен некоторый скачок (рис. 3.3) сопротивления и затем более интенсивное увеличение величины  $h_{np}$  по линии, близкой к параболической.

Вследствие сложности процессов турбулентного течения и трудностей его аналитического исследования до сих пор не существует достаточно строгой и точной теории.

Практически во всех случаях расчетов параметров турбулентного течения используют экспериментальные данные, систематизированные на основе теории гидродинамического подобия.

Основной формулой для расчета потерь напора при турбулентном течении жидкости в круглых трубах является формула Вейбаха-Дарси

$$h_{tr} = \lambda \frac{l W^2}{d 2g}, \quad (3.12)$$

где  $\lambda$  - коэффициент потерь на трение при турбулентном течении жидкости (коэффициент Дарси).

Уравнение (3.12) применимо и для турбулентного и для ламинарного течения. При этом для турбулентного течения коэффициент потерь на трение для данной трубы можно считать постоянной величиной.

Из уравнений гидродинамического подобия следует, что коэффициент  $\lambda_l$ , так же как и  $\lambda_t$ , должен быть функцией основного критерия подобия напорных потоков - Рейнольдса. Он также может зависеть от безразмерного геометрического фактора - относительной шероховатости.

Если шероховатость трубы не влияет на ее сопротивление ( $\lambda_l$ ), такую трубу называют гидравлически гладкой. В таких случаях  $\lambda_l$  является функцией лишь критерия Рейнольдса (рис. 3.4).

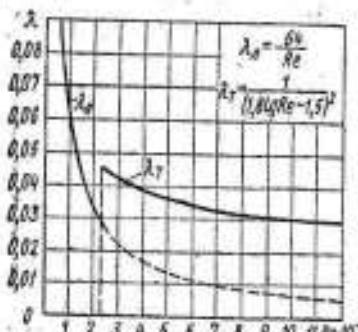


Рис. 3.4. Зависимость коэффициента потерь на трение от критерия Рейнольдса

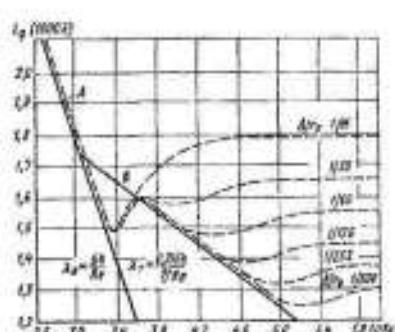


Рис. 3.5. Зависимость коэффициента потерь на трение труб с искусственной шероховатостью от критерия Рейнольдса

К гидравлически гладким трубам можно отнести цельнотянутые трубы из цветных металлов, высококачественные бесшовные стальные и пластиковые трубы. Существующие до сих пор водопроводные стальные и чугунные трубы не относятся к гидравлически гладким трубам.

Для шероховатых труб коэффициент потерь на трение зависит не только от критерия Рейнольдса, но и от шероховатости внутренних стенок трубы, а точнее от ее относительного значения -  $\Delta/d$ .

Результаты проведенных И.И. Никурадзе экспериментальных исследований гидравлического сопротивления труб с различной шероховатостью представлены на рис. 3.5.

Представленные на данном рисунке результаты исследований позволяют сделать следующие выводы:

- при ламинарном течении шероховатость трубы не влияет на гидравлическое сопротивление;
- критическое значение критерия Рейнольдса практически не зависит от шероховатости;

- при небольших значениях критерия Рейнольдса в области турбулентного течения шероховатость не влияет на сопротивление трубопровода;

- при больших значениях  $Re$  и относительных шероховатостей коэффициент  $\lambda$  перестает зависеть от  $Re$  и становится постоянным для данной относительной шероховатости.

Следовательно, для каждой из зависимостей коэффициента сопротивления от критерия Рейнольдса для шероховатых труб можно выделить три области значений  $Re$  и  $\Delta/d$ :

- область малых значений  $Re$  и  $\Delta/d$ , в которой коэффициент  $\lambda$ , от шероховатости не зависит и определяется только критерием  $Re$  - область гидравлически гладких труб;

- во второй области коэффициент  $\lambda$ , зависит одновременно от двух параметров - критерия Рейнольдса и относительной шероховатости;

- в третьей области с большими значениями критерия Рейнольдса и относительной шероховатости коэффициент  $\lambda$ , не зависит от  $Re$ , а определяется лишь относительной шероховатостью стенок трубопровода. Этую область называют зоной автомодельности или режимом квадратичного сопротивления.

Такой характер зависимости коэффициента сопротивления от  $Re$  и относительной шероховатости достаточно логично объясняется наличием в турбулентном потоке пограничного ламинарного слоя. При небольших значениях  $Re$  толщина ламинарного слоя больше высоты шероховатости. Таким образом, эти шероховатости находятся внутри ламинарного слоя и плавно обтекаются потоком, не влияя на величину сопротивления. По мере увеличения  $Re$  толщина ламинарного слоя уменьшается, и шероховатости находятся вне этого слоя, оказывая значительное влияние на сопротивление потока.

При очень больших значениях  $Re$  толщина ламинарного слоя становится очень малой и шероховатости обтекаются турбулентным потоком с вихревыми образованиями за каждым из них. Именно этим и объясняется квадратичный закон сопротивления движению потока для данной области.

Для практических расчетов по определению сопротивления реальных шероховатых труб целесообразно использовать универсальную формулу А.Д. Альтшуля

$$\lambda_i = 0.11 \left( \frac{\Delta_i}{d} + 68/Re \right)^{1/4}, \quad (3.13)$$

где  $\lambda_i$  - эквивалентная абсолютная шероховатость;  $d$  - диаметр трубы.

При значениях  $Re < 20d/\Delta_i$  выражение (3.13) переходит в приведенную выше формулу Блазиуса для гладких труб, а при  $Re > 500d/\Delta_i$  - в формулу для шероховатых труб с квадратичным сопротивлением:

$$\lambda_i = 0.11 \left( \frac{\Delta_i}{d} \right)^{1/4}.$$

Следовательно, зная численные значения критерия Рейнольдса и относительной шероховатости, можно выявить границы вышерассмотренных трех областей течения жидкости в шероховатых трубах.

### 3.3. УРАВНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

При движении любого потока жидкости должен соблюдаться закон сохранения энергии: изменение во времени полной энергии объема жидкости равно сумме работ в единице времени внешних массовых и поверхностных сил, приложенных к этому объему и его по-

верности, сложенном с относительным к единице времени количеством подведенной извне теплоты:

$$dT/d\tau = A_n + A_m + Q, \quad (3.14)$$

Полная энергия объема  $V$  представляет собой сумму кинетической  $E_c$  и внутренней  $E_i$  энергий, определяемых по формулам

$$E_c = \frac{1}{2} \rho W^2 dV; \quad E_i = \int_V \rho e dV = \int_V \rho c_v T dV,$$

где  $e = c_v T$  – внутренняя энергия единицы массы.

Работа массовых  $A_n$  и поверхностных  $A_m$  сил за единицу времени, то есть мощность, определяется как:

$$A_n = \int_V \rho \vec{F} \cdot \vec{U} dV \quad \text{и} \quad A_m = \int_S \bar{\rho}_n \vec{U} dS,$$

где  $\vec{F} \cdot \vec{U}$  и  $\bar{\rho}_n \vec{U}$  – мощности сил, отнесенных к единице массы и единице поверхности.

Подведенные теплоты к объему жидкости извне в общем случае может складываться из молекулярного и конвективного переносов через поверхность этого объема  $Q_k$  и радиационного переноса  $Q_R$ , равных:

$$Q_k = \int_S \lambda (\partial T / \partial n) dS = \int_S (\lambda \operatorname{grad} T)_n dS; \quad Q_R = \int_V \rho q_R dV,$$

где  $q_R$  – плотность радиационного переноса теплоты.

Рассмотрим случай  $E_i = \text{const}$ ,  $A_n = A_m = q_R = 0$ . В этом случае внутренняя энергия жидкости будет изменяться только за счет переноса теплоты через поверхность. При этом уравнение энергии примет вид:

$$d(\int_V \rho c_v T dV) / d\tau = \int_S \lambda \operatorname{grad} T dS.$$

Преобразовав правую часть по формуле Остроградского-Гаусса, получим:

$$\int_V (d(\rho c_v T) / d\tau - \operatorname{div} \lambda \operatorname{grad} T) dV = 0.$$

С учетом произвольности объема и постоянства величин  $\rho$ ,  $c_v$  и  $\lambda$  уравнение переноса теплоты принимает вид:

$$dT / d\tau = a \operatorname{div} \operatorname{grad} T \quad (3.15)$$

или

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + W \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial z} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (3.16)$$

где  $a = \frac{\lambda}{\rho c_v}$  – коэффициент температуропроводности.

При наличии только молекулярного переноса теплоты, когда  $W = v = \omega = 0$ , уравнение (3.16) принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (3.17)$$

Подставив найденные значения  $A_n$  и  $A_m$  в (3.14), получим уравнение закона сохранения энергии в виде:

$$\int_V (d(c_v T + W^2 / 2) / d\tau) dV = \int_V \rho \vec{F} \cdot \vec{U} dV + \int_S \bar{\rho}_n \vec{U} dS + \int_S \lambda (\partial T / \partial n) dS + \int_V \rho q_R dV. \quad (3.18)$$

Выполнив некоторые преобразования с использованием формулы Остроградского-Гаусса преобразуем уравнение энергии (3.18) к следующему виду:

$$\rho c_v \frac{dT}{d\tau} = \bar{\rho}_x \frac{\partial \vec{W}}{\partial x} + \bar{\rho}_y \frac{\partial \vec{W}}{\partial y} + \bar{\rho}_z \frac{\partial \vec{W}}{\partial z} + \operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} T) + pq_R,$$

где  $\bar{\rho}_i = p_{xi} \hat{i} + p_{yi} \hat{j} + p_{zi} \hat{k}$ .

Заменив векторы напряжений компонентами скоростей деформации в соответствии с общепринятым законом Ньютона и выполнив необходимые преобразования, получим уравнение энергии в скалярной форме:

$$\rho d(c_v T) / d\tau = \psi - \rho \operatorname{div} \vec{W} - (2/3) \mu (\operatorname{div} \vec{W})^2 + \operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} T) + pq_R,$$

где функция  $\psi$  характеризует величину диссипации энергии и называется функцией диссипации [7].

## 4. ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДАХ

Возможны два вида (режима) течения в трубопроводе: ламинарный и турбулентный. Ламинарным является спокойное течение без перемешивания частиц жидкости и без колебаний скорости и давления. В этом течении все линии тока вполне определяются формой русла, по которому движется жидкость. При ламинарном течении жидкости в прямом трубопроводе постоянного сечения все линии тока параллельны оси трубы, при этом отсутствуют поперечные перемещения жидкости. Но его нельзя считать безвихревым, так как одновременно с поступательным движением имеет место и упорядоченное вращательное движение отдельных частиц жидкости вокруг своих мгновенных центров с некоторыми условными скоростями.

Турбулентным считают течение с интенсивным перемешиванием жидкости и колебаниями скоростей и давлений. При этом течении векторы скоростей имеют не только осевые, но и нормальные к оси потока составляющие.

### 4.1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

Подобными считают такие потоки жидкости, у которых любая характеризующая их физическая величина находится для каждой сходственной точки в одинаковом отношении. Гидродинамическое подобие включает в себя:

- подобие поверхностей, ограничивающих потоки (геометрическое подобие);
- пропорциональность скоростей в сходственных точках и подобие траекторий движения сходственных частиц жидкости (кинематическое подобие);
- пропорциональность сил, действующих на сходственные частицы жидкости, и пропорциональность масс этих частиц (динамическое подобие).

Отношения однородных физических величин, постоянных для сходственных точек, называют коэффициентами (масштабами) подобия. В теории подобия выделяют три основных коэффициента подобия:

- линейный –  $K_L = L_1 / L_2$ ;
- временной –  $K_t = \tau_1 / \tau_2$ ;
- массовый –  $K_M = M_1 / M_2$ .

Масштабы всех остальных физических величин выражают через приведенные три основные в соответствии с формулами размерностей этих величин.

Для установившихся течений однородных несжимаемых жидкостей необходимыми и достаточными условиями гидродинамического подобия являются:

- геометрическое подобие граничных поверхностей, омыываемых потоками (включая в некоторых случаях и подобие шероховатостей стенок);
- подобие кинематических краевых условий (подобное распределение скоростей во входных и выходных сечениях каналов, местных сопротивлений и т.п.);
- одинаковое значение критерия динамического подобия – безразмерных величин, пропорциональных отношениям сил инерции частиц жидкости к действующим на них силам вязкого трения (критерий Рейнольдса) и силам тяжести (критерий Фруда).

Условием пропорциональности сил инерции и вязкостного трения является одинаковое значение критерия Рейнольдса для натурных и модельных потоков:

$$Re = WL / \nu = idem, \quad (4.1)$$

где  $W$  – характеристическая (средняя по сечению) скорость движения жидкости,  $L$  – характерный размер (диаметр трубопровода).

Из условия (4.1) соотношение коэффициентов подобия принимает вид

$$\frac{k_L \cdot k_w}{k_t} = 1, \quad (4.2)$$

а для скоростей в натурном канале и модели

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{L \nu_1}{L \nu_2}. \quad (4.3)$$

Главным условием пропорциональности сил инерции и силы тяжести является однинаковое значение числа Фруда

$$Fr = W^2 / gL = idem. \quad (4.4)$$

Вследствие того, что ускорение свободного падения в реальном канале и в модели практически всегда одинаковы (масштаб ускорений  $k = 1$ ), условие (4.2) приводит к следующему соотношению коэффициентов подобия

$$k_w^2 / k_t = 1 \quad (4.5)$$

и для скоростей в реальном канале и модели

$$W_1 / W_2 = \sqrt{L_1 / L_2}. \quad (4.6)$$

Подобие потоков в реальном канале и на модели требует одновременного выполнения условий (4.1) и (4.4) для чисел Рейнольдса и Фруда или условий (4.2) и (4.5) для коэффициентов подобия. А последнее возможно только тогда, когда масштабы линейных размеров и вязкостей имеют соотношение:

$$\frac{k_L^{3/2}}{k_t} = 1,$$

из которого следует, что в модели меньших размеров (по сравнению с реальным каналом) должна применяться менее вязкая жидкость.

$$\nu_1 / \nu_2 = (L_1 / L_2)^{3/2}. \quad (4.7)$$

При моделировании потока конкретной жидкости при заданном геометрическом масштабе объектов необходимо использовать в модели другую жидкость, вязкость которой будет удовлетворять условию (4.7).

В большинстве случаев выполнение условия (4.7) очень затруднено или даже невозможно. Поэтому на практике обычно осуществляют частичное моделирование потоков, при котором выполняется условие подобия главных сил – наиболее существенных для рассматриваемого гидравлического процесса.

Если характер движения в реальном канале определяется главным образом свойствами инерции и вязкости жидкости, а влияние вязкости относительно мало (безнапорные руслообразные потоки, истечение маловязких жидкостей через большие отверстия и водосливы и т.п.), то моделирование реализуется по критерию гравитационного подобия. При этом должно выполняться условие (4.6) для скоростей, а условие равенства критерия Рей-

Потоки, характеристики которых определяются свойством инертности жидкости и не зависят от ее вязкости, называют инерционными. Для таких потоков отсутствуют условия подобия, выражаемые уравнениями (4.2) и (4.5), и, следовательно, масштабы  $k_L$ ,  $k_v$  и  $k_H$  независимы.

Выбор при моделировании значений  $k_L$ ,  $k_v$  и  $k_H$  определяют масштаб времени ( $k_T = k_L / k_H$ ) и, следовательно, масштабы всех производных физических величин по их размерностям (табл. 4.1).

Располагаемые гидростатические напоры реального объекта и его модели должны находиться в соотношении, определяемом масштабом скоростей  $k_v$ :

$$H_1 / H_2 = (W_1 / W_2)^2.$$

В этом же соотношении будут находиться перепады пьезометрических уровней и потери напора.

Соотношения коэффициентов подобия ряда величин при различных законах моделирования приведены в табл. 4.1. Исходными коэффициентами, через которые определяются все остальные, выбраны масштабы линейных размеров, плотностей и вязкостей. Данные табл. 4.1 существенно облегчают решение задач по гидравлическому моделированию разрабатываемых гидравлических систем.

## 4.2. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ

На практике используют простые и сложные трубопроводы. Простым считают трубопровод, в котором жидкость транспортируется от питателя к приемнику без промежуточных ответвлений потока.

### 4.2.1. РАСЧЕТ ПРОСТОХ ТРУБОПРОВОДОВ

Трубопроводы широко используют в гидравлических установках для транспортировки жидкостей, газов, различных смесей и т.п. Различного типа трубопроводы являются неотъемлемыми элементами любой системы подготовки воды и очистки сточных вод.

Исходным уравнением для расчета простого трубопровода является уравнение баланса напоров (уравнение Бернулли) от входного до выходного сечений (рис. 4.1).

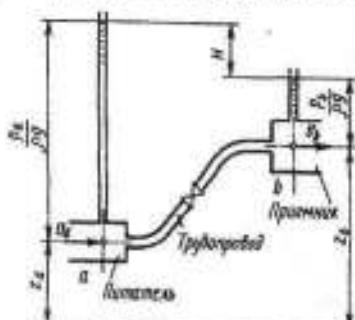


Рис. 4.1. Схема простого трубопровода

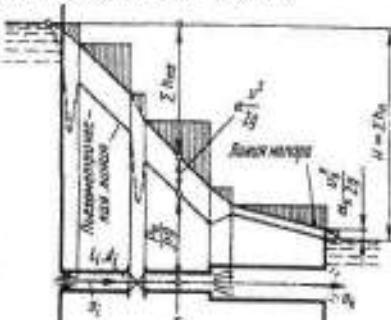


Рис. 4.2. Расчетная схема простого трубопровода

При установившемся движении жидкости

$$z_a + p_a / \rho g + \alpha_k W_a^2 / 2g = z_b + p_b / \rho g + \alpha_k W_b^2 / 2g + \Sigma h_{\text{тр}},$$

где  $\Sigma h_{\text{тр}}$  — сумма потерь напора жидкости на пути между выбранными сечениями, которая включает потери на трение по длине и потери в местных сопротивлениях, расположенных в трубопроводе (к ним же относятся потери при входе потока из питателя в трубопровод и при выходе потока в приемник).

Для удобства расчетов воспользуемся понятием располагаемого напора трубопровода

$$H = (z_a + p_a / \rho g) - (z_b + p_b / \rho g),$$

который представляет собой перепад гидростатических напоров в питателе и приемнике и выражается разностью пьезометрических уровней в сечениях а и б.

Преобразуя уравнение баланса напоров, получим общий вид расчетного уравнения для трубопровода

$$H = \alpha_k W_b^2 / 2g - \alpha_k W_a^2 / 2g = \Sigma h_{\text{тр}}. \quad (4.10)$$

Если площади сечений питателя и приемника достаточно велики по сравнению с сечениями трубопровода (например, для трубопровода, соединяющего два больших резервуара), то гидростатическими напорами жидкости в этих сечениях можно пренебречь при составлении баланса напоров. В таком случае расчетное уравнение принимает вид:

$$H = \Sigma h_{\text{тр}}. \quad (4.11)$$

И это соответствует процессу, в котором весь располагаемый напор затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений.

Уравнение (4.11) можно также применять независимо от размеров питателя и приемника, когда трубопровод имеет достаточно большую длину, при которой скоростные напоры на входе и выходе из трубопровода оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с потерями напора на трение по его длине.

Используем уравнение (4.11) для простого трубопровода, который соединяет два больших резервуара с постоянными уровнями жидкости (рис. 4.2) и трубопровод состоит из последовательных участков длиной  $l_i$  и диаметром  $d_i$ . При этом показанные на схеме уровни жидкости в резервуарах следует рассматривать в более общем смысле, как пьезометрические уровни в питателе и приемнике.

Приравняв потери на трение по длине трубопровода и местные потери напора,

$$h_{\text{тр}} = \lambda l W^2 / d^2 g; h_{\text{мест}} = \zeta W^2 / 2g,$$

получим

$$H = \sum_i (\lambda l_i / d_i + \zeta_i) W_i^2 / 2g + \alpha_k W_b^2 / 2g,$$

где  $\lambda_i$  и  $\zeta_i$  — коэффициент сопротивления трения и суммарный коэффициент местных сопротивлений на каждом участке;  $W_i$  — средняя скорость потока в выходном сечении трубопровода;  $\alpha_k W_b^2 / 2g$  — потеря напора при выходе из трубопровода в резервуар, разная скоростному напору потока в выходном сечении трубопровода (для турбулентного режима коэффициент кинетической энергии  $\alpha_k = 1$ ; для ламинарного режима в круглой трубе  $\alpha_k \approx 2$ ).

Используя уравнение расхода,

$$Q = W_1 S_1 = \dots = W_i S_i = \dots = W_k F_k, \quad (4.12)$$

получим расчетное уравнение простого трубопровода в виде:

$$H = (W_i^2 / 2g) (\alpha_i + \sum_{j=1}^i (\lambda_j l_j / d_j + \zeta_j) (S_j / S_i)^2), \quad (4.13)$$

где  $S_i$  - площадь выходного сечения трубопровода;  $S_j$  - площадь сечения участка диаметром  $d_j$ .

Для простого трубопровода длиной  $l$  и постоянного диаметра уравнение (4.13) при турбулентном режиме движения жидкости имеет вид:

$$H = (W^2 / 2g) (1 + \lambda l / d + \Sigma \zeta), \quad (4.14)$$

где  $\Sigma \zeta$  - сумма коэффициентов местных сопротивлений в трубопроводе.

Выразив скорость движения жидкости через расход и определив числовой множитель при  $g = 9,81 \text{ м/с}$ , получим для круглого трубопровода:

$$H = 0,0827 \frac{Q^2}{d^4} (1 + \frac{\lambda l}{d} + \Sigma \zeta). \quad (4.15)$$

В некоторых задачах на определение пропускной способности трубопровода при турбулентном режиме движения целесообразно использовать уравнение (4.14) в виде:

$$W = \phi \sqrt{2gH},$$

где  $\phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\lambda l}{d} + \Sigma \zeta}}$  - коэффициент скорости в трубопроводе.

При этом расход жидкости выражается формулой:

$$Q = \mu S \sqrt{gH}, \quad (4.16)$$

где  $\mu = \phi$  - коэффициент расхода и  $S$  - площадь поперечного сечения трубопровода.

При истечении жидкости из большого резервуара через трубопровод в атмосферу (рис. 4.3) уравнение Бернулли имеет вид:

$$H = \alpha_i W_i^2 / 2g + \Sigma h_{i,j}, \quad (4.17)$$

где  $H$  - расплаталяемый напор трубопровода, определяемый высотой пьезометрического уровня в резервуаре-питателе над центром выходного сечения трубопровода,  $\alpha_i W_i^2 / 2g$  - скоростной напор в выходном сечении и  $\Sigma h_{i,j}$  - сумма потерь напора в трубопроводе.

Вследствие того, что потеря напора при выходе потока из трубопровода в данном случае равна нулю, уравнение (4.17) при подстановке в него выражений для определения потери преобразуется в уравнение (4.13). Следовательно, вышеизложенные расчетные зависимости являются общими для трубопровода при истечении и под уровнем и в атмосферу.

Графики напоров, представленные на рис. 4.2 и 4.3, показывают изменение полного напора и его составляющих по длине трубопровода. Линию напора (удельной механической энергии потока) можно построить путем последовательного вычитания потерь, нарастающих по направлению движения потока (заданного пьезометрическим уровнем в питавшем резервуаре).

Пьезометрическая линия (дающая изменение гидростатического напора потока жидкости) строится путем вычитания скоростного напора из полного напора в каждом сечении.

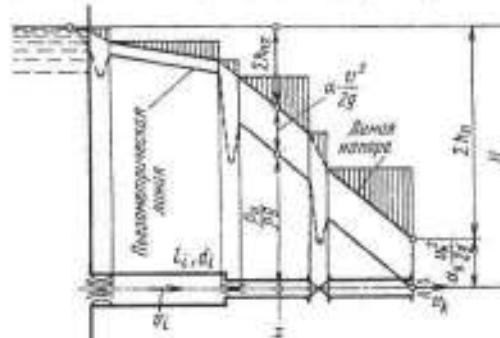


Рис. 4.3. Расчетная схема горизонтального трубопровода

Пьезометрический напор  $p_i / \rho g$  в каждом сечении ( $p_0$  - избыточное давление) определяется на графике заглублением центра сечения под пьезометрической линией, скоростной напор  $\alpha W^2 / 2g$  - вертикальным расстоянием между пьезометрической линией и линией напора. Построение графиков напоров для вертикального трубопровода представлено на рис. 4.4. Напоры в каждом сечении складываются по горизонтали таким образом, чтобы вся труба являлась начальном отсчета пьезометрических напоров.

Если часть длины трубопровода находится под вакуумом (например, сифонный трубопровод) (рис. 4.5), то необходимо определить значение вакуума в опасном сечении  $C$ :

$$(p_i / \rho g)_c = h + W^2 / 2g + \Sigma h_{i,c}, \quad (4.18)$$

где  $h$  - высота сечения  $C$  над начальным пьезометрическим уровнем жидкости в бак-питателе,  $W$  - скорость движения жидкости в этом сечении,  $\Sigma h_{i,c}$  - сумма потерь напора на участке трубопровода для этого сечения.

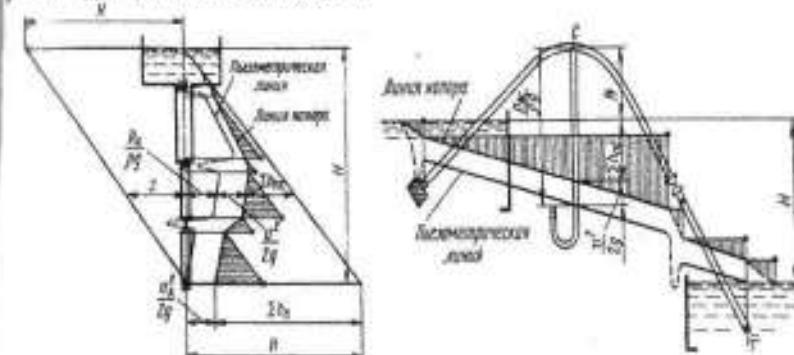


Рис. 4.4. Расчетная схема вертикального трубопровода

Рис. 4.5. Схема сифонного трубопровода

Для обеспечения бескавитационной работы трубопровода должно выполняться условие

$$p_{\infty} < p_{atm} - p_{sat},$$

где  $p_{atm}$  – атмосферное давление,  $p_{sat}$  – давление насыщенных паров жидкости при данной температуре.

При достаточно большой относительной длине  $l/d$  трубопровода скоростной напор  $H^2/2g$  пренебрежимо мал по сравнению с общей потерей напора в трубопроводе. Поэтому для длинного трубопровода постоянного диаметра расчетное уравнение (4.14) или (4.15) можно заменить приближенным:

$$H = \frac{W^2}{2g} \left( \frac{\lambda l}{d} + \sum \zeta' \right) = 0,0827 \frac{Q^2}{d^4} \left( \frac{\lambda l}{d} + \sum \zeta' \right). \quad (4.19)$$

При расчете длинных трубопроводов, в которых преобладают потери на трение по длине, целесообразно заменить местные сопротивления эквивалентными длинами по формуле:

$$l_e = \zeta d / \lambda. \quad (4.20)$$

При этой замене расчетное уравнение (4.19) можно представить в форме, характерной для трубопровода без местных сопротивлений:

$$H = \lambda \frac{LW}{d^2 g} = 0,0827 \lambda \frac{LQ^2}{d^5}. \quad (4.21)$$

где  $L = l + \sum l_e$  – приведенная длина трубопровода.

Для трубопровода, включающего  $k$  последовательных участков различного диаметра имеем аналогичное соотношение:

$$H = 0,0827 Q^2 \sum_i \lambda_i L_i / d_i^5. \quad (4.22)$$

График напоров длинного трубопровода строят упрощенно (рис. 4.6), так как относительная малость скоростных напоров позволяет рассматривать линию напора и пьезометрическую линию практически совпадающими.

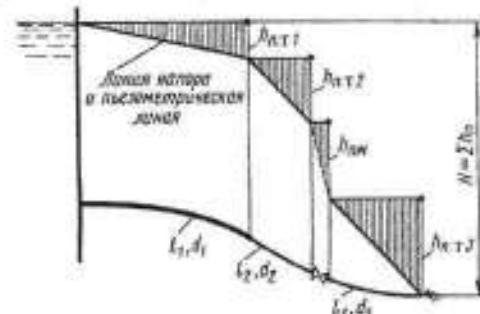


Рис. 4.6. График напоров длинного трубопровода

При расчете трубопровода на основе вышеприведенных соотношений необходимо выбирать коэффициенты местных сопротивлений  $\zeta$  и коэффициенты сопротивления трения  $\lambda$ . Значения  $\lambda$  при различных режимах движения жидкости определяются следующими зависимостями:

1. Нимидный режим ( $Re < 2000$ ) – коэффициент сопротивления трения  $\lambda = 64/Re$  и потеря напора на трение рассчитываются по формуле:

$$h_{hy} = 32 \frac{W^2}{gd^2} = 128 \frac{IQ}{\pi gd^3}. \quad (4.23)$$

2. Турублентный режим ( $Re > 3000$ ), для которого необходимо рассматривать три варианта:

A. Область гидравлических гладких труб, для которых коэффициент сопротивления трения определяется по формуле Коэнкова:

$$\lambda = \frac{1}{(1.8 \lg Re - 1.5)^2} \quad (4.24)$$

или по формуле Блазиуса ( $Re \leq 10^5$ )

$$\lambda = 0,316 / \sqrt{Re}, \quad (4.25)$$

в соответствии с которой потери на трение составляют:

$$h_{hy} = 0,0246 \frac{V^{0.25} IQ^{1.15}}{d^{0.75}}. \quad (4.26)$$

В табл. 4.2. приведены значения коэффициента сопротивления для технических гладких труб (цельнотянутые из меди, латуни, свинца, стекла), а также стальные трубы.

Таблица 4.2.

Значения  $\lambda$  и  $Re$  для гидравлических гладких труб

Re	$\lambda$	Re	$\lambda$	Re	$\lambda$
4000	0,04	40000	0,0225	400000	0,014
6000	0,036	60000	0,02	600000	0,013
8000	0,0355	80000	0,019	800000	0,012
10000	0,0315	100000	0,018	1000000	0,011
15000	0,0285	150000	0,0165	2000000	0,0105
20000	0,027	200000	0,0155	3000000	0,01

Б. Переходная область. Можно использовать универсальную формулу Альтшуля, которая применима для всех областей турбулентного режима:

$$\lambda = 0,1 \left( \frac{1,46 \Delta}{d} + \frac{100}{Re} \right)^{0.25}. \quad (4.27)$$

Средние значения эквивалентной шероховатости составляют: для новых стальных цельнотянутых труб – 0,1 мм и бывших в употреблении (незначительно корродированных) 0,2 мм. При этом верхняя граница переходной области ориентировочно может быть оценена формулой:

$$Re = \frac{500d}{\Delta}. \quad (4.28)$$

В. Область гидравлических шероховатых труб (квадратичная область), в которой значения  $\lambda$  определяются формулой Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left( \frac{2 \lg d}{\Delta} + 1,14 \right)^2}, \quad (4.29)$$

Или близкой к ней формулой Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{d}{\Delta} \right)^{0.25}. \quad (4.30)$$

Для старых водопроводных (стальных и чугунных) труб, существенно корродированных в результате длительной эксплуатации ( $\Delta = 1 \text{ мм}$ ), применима также формула:

$$\lambda = \frac{0.02}{d^{1/3}}.$$

Для ненаружных труб (прямоугольного, овального и т.п. сечений) потери напора на трение выражаются общей формулой:

$$h_{tr} = \frac{\lambda I W^2}{D_r 2 g},$$

где  $W$  – средняя по сечению скорость,  $D_r$  – гидравлический диаметр сечения (4F/S),  $S$  – периметр трубопровода.

Значения коэффициента сопротивления трению определяются по вышеприведенным формулам, в которых вместо диаметра  $d$  используют  $D_r$ .

В табл. 4.3 приведены расчетные значения  $\lambda$  в зависимости от отношения  $d/\Delta$ .

Таблица 4.3

Зависимость  $\lambda$  от  $d/\Delta$  для квадратичной области

$d/\Delta$	$\lambda$	$d/\Delta$	$\lambda$	$d/\Delta$	$\lambda$
100	0,0379	1100	0,0192	2500	0,0159
200	0,0304	1200	0,0188	3000	0,0153
300	0,0269	1300	0,0184	3600	0,0148
400	0,0245	1400	0,0181	4000	0,0144
500	0,0234	1500	0,0178	5000	0,0137
600	0,0223	1600	0,0176	6000	0,0132
700	0,0216	1700	0,0173	7000	0,0128
800	0,0207	1800	0,0171	8000	0,0125
900	0,0202	1900	0,0169	9000	0,0122
1000	0,0197	2000	0,0167	10000	0,012

На практике используют три основные задачи расчета простого трубопровода. Рассмотрим методику решения каждой из них.

## 4.2.2. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ ПРОСТЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Задача № 1. Задано: расход жидкости ( $Q$ ), ее свойства ( $v$ ), размеры трубопровода ( $I, d$ ) и шероховатость его стенок.

Необходимо найти требуемый напор.  
1. По известным значениям  $Q, D, v$  рассчитываем критерий Рейнольдса  $Re = 4Q / \pi d v$  и определяют режим движения жидкости.

2. При ламинарном режиме напор определяют по формуле:

$$H = 128vLQ / \pi d^4. \quad (4.31)$$

$L = I + \sum l_i$  – приведенная длина трубопровода. Эквивалентные длины  $l$  местных сопротивлений при ламинарном режиме движения жидкости в трубопроводе существенно зависят от числа Рейнольдса  $l/d = f(Re)$ .

При турбулентном режиме движения жидкости напор определяют по формулам (4.15) – для короткого трубопровода и (4.21) – для длинного с преобладающими потерями на трение, в которых по известным  $Re, d$  и  $H$  выбираем соответствующие величины  $\lambda, \zeta$  и  $l$ .

Задача № 2. Задано: расположенный напор  $H$ , размеры трубопровода  $I$  и  $d$ , шероховатость его стенок  $\Delta$  и свойства жидкости ( $v$ ).

Необходимо найти расход жидкости  $Q$ . Определяем режим движения жидкости сравнением напора  $H$  с его критическим значением:

$$H_{cr} = 32vL Re_{cr} / \pi d^3.$$

Если  $H < H_{cr}$ , то режим движения жидкости ламинарный и если  $H > H_{cr}$  – турбулентный.

Далее задача решается методом последовательных приближений. При ламинарном режиме расход определяют по формуле (4.31), в которой последовательными приближениями уточняют выбранные значения эквивалентных длин местных сопротивлений и приведенную длину трубопровода  $L$ .

При турбулентном режиме в качестве первого приближения принимаем квадратичную модель сопротивления, в которой по известным значениям  $d$  и  $\Delta$  определяют значения  $\lambda$  и  $\zeta$ , используя найденные из формул (4.15) или (4.21) расход  $Q$ . Расчет  $Re$  по найденному значению  $Q$  дает возможность уточнить значения коэффициентов сопротивлений и определить режим во втором приближении, что, как правило, оказывается достаточным.

Для технических гладких труб в качестве первого приближения следует использовать для находящегося расхода формулу Бланзуза, в соответствии с которой:

$$H = 0,0246v^{0.25} L Q^{1.75} / d^{4.75}. \quad (4.32)$$

При этом следует предварительно оценить приведенную длину трубопровода  $L$  с учетом имеющихся местных сопротивлений.

Целесообразно проводить и графическое решение задачи, основанное на построении характеристики трубопровода – зависимости требуемого перепада гидростатических напоров ( $H$ ) от расхода  $Q$  (рис. 4.7). Характеристика строится по уравнениям зависимости между  $H$  и  $Q$ , приведенным выше для ламинарного и турбулентного режимов течения жидкости, а также зависимостей  $\lambda$  и  $\zeta$  от  $Re$ , то есть от расхода  $Q$ .

При этом учитываем, что при турбулентном режиме течения в трубопроводе значение  $\zeta$  в большинстве случаев очень слабо зависит от критерия Рейнольдса и в расчетах их можно считать постоянными.

Для длинного трубопровода указанную характеристику можно рассматривать как зависимость суммарных потерь напора в трубопроводе от расхода.

$$\sum h_z = f(Q)$$

Графический способ, исключающий необходимость в последовательных приближениях, особенно удобен для трубопровода, состоящего из нескольких участков различного диаметра, характеристика которого позволяет найти расход  $Q$  по известному значению напора  $H$ , получается суммированием ординат характеристик отдельных участков (рис. 4.8).

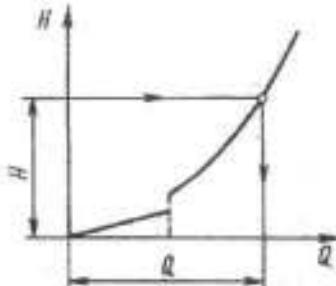


Рис. 4.7. Зависимость напора в трубопроводе от расхода жидкости

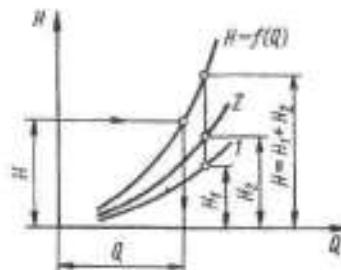


Рис. 4.8. Зависимость напора в трубопроводах различного диаметра от расхода жидкости

**Задача № 3.** Задано: расположенный напор  $H$ , расход  $Q$ , длина трубопровода  $l$ , шероховатость его стенок  $\lambda$  и свойства жидкости ( $\nu$ ).

Необходимо найти диаметр трубопровода  $d$ .

Определяем режим движения жидкости в трубопроводе путем сравнения напора  $H$  с его критическим значением.

$$H_{cr} = \pi^2 \nu^2 L \operatorname{Re}_{cr}^2 / 2gQ^2. \quad (4.33)$$

Если  $H < H_{cr}$ , то режим движения плавильный. Если  $H > H_{cr}$  - турбулентный.

Задачу, как правило, решают графическим способом - построением зависимости требуемого напора  $H$  от диаметра трубопровода  $d$  при заданном расходе  $Q$ .

Задавая различные значения  $d$ , для каждого из которых определяются величины  $\zeta$  и  $H$  с учетом области сопротивления, вычисляем соответствующие значения напора  $H$  из приведенных выше соотношений между  $H$  и  $Q$ .

Результаты расчетов представляют в графической форме  $H = f(d)$  и по полученному графику по заданному значению  $H$  определяют  $d$  и далее уточняют необходимую величину  $H$  при выборе ближайшего большего стандартного диаметра (рис. 4.9).

В качестве примера расчета короткого трубопровода определим скорость истечения и расход для трубопровода длиной  $l$  и диаметром  $d$  при заданном напоре  $H$  (рис. 4.10) и для той же трубы с приподнятым к ней сходящимся или расходящимся насадком (рис. 4.11 и 4.12). Режим движения жидкости в трубопроводе – турбулентный.

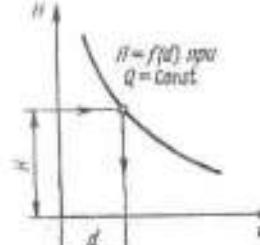


Рис. 4.9. Зависимость напора трубопровода от его диаметра

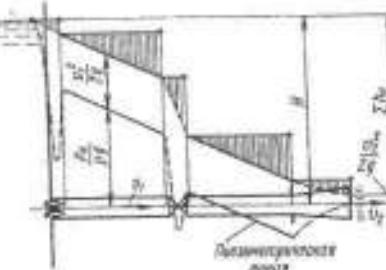


Рис. 4.10. Зависимость скорости истечения и расхода жидкости от потерь давления в трубопроводе

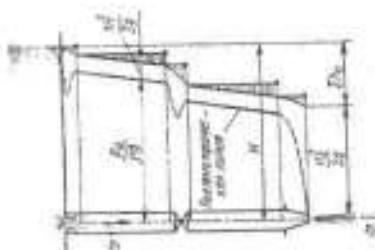


Рис. 4.11. Зависимость скорости истечения и расхода жидкости от потерь давления в трубопроводе с сходящимся насадком

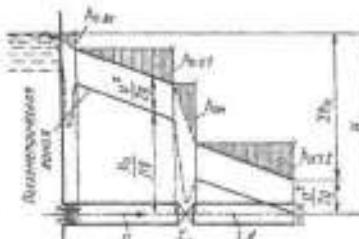


Рис. 4.12. Зависимость скорости истечения и расхода жидкости от потерь давления в трубопроводе с расходящимся насадком

Для трубы без насадка получим:

$$H = \frac{W^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + \zeta_{in} + \zeta_s \right),$$

откуда получим выражение для скорости истечения:

$$W = \phi \sqrt{2gH}$$

и расход:

$$Q = \mu S \sqrt{2gH},$$

где

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda l / d + \zeta_{in} + \zeta_s}}; \quad \mu = \phi.$$

Значения коэффициентов местных сопротивлений (входа  $\zeta_{in}$  и вентилей  $\zeta_s$ ) и коэффициента сопротивления трения  $\lambda$  в первом приближении определим в предположении, что в трубопроводе реализуется квадратичная область сопротивления.

Для трубопровода с насадком выходной площадью  $S_2$  и коэффициентом сопротивления  $\zeta_s$  получим:

$$H = \frac{W_2^2}{2g} \left( 1 + \zeta_s + \left( \frac{\lambda}{d} + \zeta_m + \zeta_s \right) \frac{S_1^2}{S_2^2} \right)$$

откуда скорость истечения  $W_2 = \sqrt{2gH}$  и расход  $Q = \mu S_2 \sqrt{2gH}$ .

где  $\phi = \frac{1}{\sqrt{\left( 1 + \zeta_s + \left( \frac{\lambda}{d} + \zeta_m + \zeta_s \right) \right) \left( \frac{S_2}{S_1} \right)^2}}$

$\mu = \phi$  - (при отсутствии сжатия струи на выходе из насадка).

Сравнение формул для коэффициента скорости показывает, что присоединение сходящегося насадка ( $S_2 < S_1$ ), коэффициент сопротивления которого всегда представляет малую величину, увеличивает скорость истечения ( $W_2 > W_1$ ). Следовательно, что при расчете трубопровода с таким насадком нельзя пренебрегать скоростным напором выхода даже при большой относительной длине  $l/d$  трубопровода.

Присоединение расходящегося насадка ( $S_2 > S_1$ ) уменьшает скорость стечения ( $W_2 < W_1$ ).

Для выяснения характера изменения расхода жидкости находим скорость ее течения в трубопроводе

$$W = \frac{W_2 S_2}{S_1} = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{\left( 1 + \zeta_s \right) \frac{S_1^2}{S_2^2} + \frac{\lambda l}{d} + \zeta_m + \zeta_s}}$$

Присоединение сходящегося насадка уменьшает скорость в трубопроводе ( $W_1 < W_2$ ) и, следовательно расход  $Q$  ( $W_1 \rightarrow 0$  при  $S_2 \rightarrow 0$ ). Для расходящегося насадка  $W_1 > W_2$  и расход увеличивается.

Такие изменения расхода объясняются тем, что в концевом сечении трубопровода перед расходящимся насадком возникает избыточное давление, а перед расходящимся – вакуум.

#### 4.2.3. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Различают следующие основные виды сложных трубопроводов:

- с параллельными ветвями;
- с концевой раздачей жидкости;
- с непрерывной раздачей жидкости;
- с кольцевыми участками.

На практике в некоторых случаях применяют также разнообразные сложные трубопроводы комбинированного типа.

Существуют три основные группы задач расчета сложных трубопроводов:

- определение размеров труб по заданным в них расходам и перепадам давлений в питателях и приемниках;
- определение перепадов напоров в питателях и приемниках по заданным расходам жидкости в трубах заданных размеров;
- определение расходов в трубах заданных размеров по известным перепадам давлений.

Последние два типа расчетов являются поверочными расчетами действующих трубопроводов для выяснения условий его работы при различных значениях гидравлических параметров.

Обычно сложные трубопроводы имеют большую длину и в уравнениях Бернулли можно пренебречь скоростными напорами. При этом полный напор потока в каждом расчетном трубопроводе принимают практически равным гидростатическому и выражают полный пьезометрического уровня над принятой плоскостью сравнения. В сложных трубопроводах можно также пренебречь относительно малыми местными потерями в узлах. И существенно упрощает расчеты, поскольку можно считать одинаковыми напоры потоков в сечениях труб, примыкающих к данному узлу.

Потери напора в трубах выражаются формулой:

$$h_{Dj} = (\lambda_j l_j / d_j + \sum_k \zeta_k) W_i^2 / 2g,$$

из которой для удобства расчетов можно преобразовать к виду:

$$h_{Dj} = 0,0827 \lambda_j L_j Q_i^2 / d_j^3, \quad (4.34)$$

где  $l_j$  и  $d_j$  – длина и диаметр трубы,  $\zeta_k$  – коэффициент местного сопротивления,  $W_i$  – средняя скорость потока в трубе,  $\lambda_j$  – коэффициент сопротивления трения,  $L_j$  – приведенная длина трубы (учитывает местные сопротивления с помощью эквивалентных длин  $l_{eq}$ ):  $L_j = l_j + l_{eq}$ ,  $l_{eq} = \sum_k \zeta_k d_j / \lambda_j$ .

Рассмотрим способы расчета основных типов сложных трубопроводов.

##### 4.2.3.1. ТРУБОПРОВОДЫ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ВЕТВЯМИ

Характерный трубопровод такого типа (рис. 4.13) включает в себя питатель, трубу, параллельные трубы на разветвленном участке и трубу для отвода жидкости от него.

Уравнение баланса расходов жидкости в узлах имеет вид:

$$Q = Q_1 + \dots + Q_i + \dots + Q_n. \quad (4.35)$$

Составляем уравнение Бернулли для каждой из труб

$$\begin{aligned} H - y_A &= h_{D, \text{пит}}, \\ y_A - y_B &= h_{Dj}, \\ y_B - h_{D, \text{отв}}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

где  $H$  – напор трубопровода (перепад давлений между питателем и приемником);  $y_A$  и  $y_B$  – напоры в узлах (по отношению уровня жидкости в приемнике).

Сравнивая уравнения Бернулли для каждой из параллельных труб, получим соотношение:

$$h_{D1} = \dots = h_{Di} = \dots = h_{Dn}.$$

которое показывает, что потери напора в параллельных трубах равны между собой. Поэтому потеря напора в разветвленном участке между узлами равна потере напора в любой из параллельных труб, соединяющих эти узлы.

$$h_{\pi} = h_{\pi_1}$$

При суммировании потерь напора в последовательно расположенных участках сложного трубопровода (подводящая труба, разветвленный участок, отводящая труба) получим:

$$H = h_{\pi_{под}} + h_{\pi} + h_{\pi_{отв}} = h_{\pi_{под}} + h_{\pi_{\pi}} + h_{\pi_{отв}} \quad (4.3)$$

Уравнение 4.37 представляет собой баланс напоров в сложном трубопроводе с параллельными ветвями.

Таким образом, система расчетных уравнений с учетом уравнения (4.37) может быть приведена к виду:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + \dots + Q_i + \dots + Q_n, \\ 0.0827 \lambda_i L_i \frac{Q_i^2}{d_i^5} &= \dots = 0.0827 \lambda_i L_i \frac{Q_i^2}{d_i^5} = \dots = 0.0827 \lambda_n L_n \frac{Q_n^2}{d_n^5}, \quad (4.38) \\ H &= 0.0827 \lambda_{под} L_{под} \frac{Q_{под}^2}{d_{под}^5} + 0.0827 \lambda_i L_i \frac{Q_i^2}{d_i^5} + 0.0827 \lambda_{отв} L_{отв} \frac{Q_{отв}^2}{d_{отв}^5}. \end{aligned}$$

Поскольку в длинных трубах можно пренебречь скоростными напорами, потеря напора в каждой из параллельных труб практически равна разности  $h$  пьезометрических уровней в узлах.

$$h_{\pi_1} = \dots = h_{\pi_i} = \dots = h_{\pi_n} = h. \quad (4.39)$$

Система уравнений 4.39 позволяет решить любую из сформулированных выше задач.

Решение такой системы, как правило, выполняют методом последовательных приближений, так как, не зная размеров труб или текущих по ним расходов жидкости, нельзя точно определить коэффициенты сопротивления  $\zeta_i$  и  $\lambda_i$  в этих трубах.

Для решения в первом приближении принимают, что в трубах имеет место квадратичный закон распределения и значения  $\zeta_i$  и  $\lambda_i$  определяются только относительной шероховатостью труб.

Решением соответствующих уравнений с выбранными значениями коэффициентов сопротивлений определяют искомые величины и повторяют решение во втором приближении, используя более точные значения  $\zeta_i$  и  $\lambda_i$ , рассчитанными по расходам из решения в первом приближении. Таким образом, приближения повторяют до практического совпадения получаемых результатов (в большинстве случаев достаточно двух приближений).

В некоторых случаях при аналитическом решении системы уравнений (4.39) удобно заменить пучок параллельных труб одной эквивалентной трубой, которая пропускает весь расход, текущий через параллельные трубы. При этом принимают потери напора, равные потерям на разветвленном участке. Размеры эквивалентной трубы можно определить из следующего соотношения

$$\sqrt{d_{\pi}^5 / \lambda_{\pi} L_{\pi}} = \sum_i^n \sqrt{d_i^5 / \lambda_i L_i}.$$

При решении этим методом схема трубопровода с параллельными ветвями сворачивается в линию простого трубопровода, в которую эквивалентная труба входит как один из последовательных неразветвленных участков (рис. 4.14). Уравнение баланса напоров в этом случае имеет вид:

$$H = 0.0827 \lambda_{под} L_{под} \frac{Q_{под}^2}{d_{под}^5} + 0.0827 \lambda_{\pi} L_{\pi} \frac{Q_{\pi}^2}{d_{\pi}^5} + 0.0827 \lambda_{отв} L_{отв} \frac{Q_{отв}^2}{d_{отв}^5}. \quad (4.40)$$

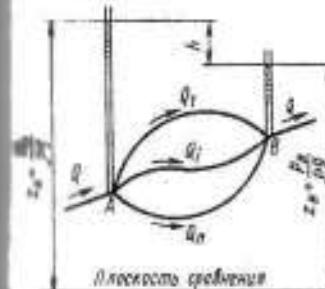


Рис. 4.13. Схема сложного трубопровода с параллельными ветвями

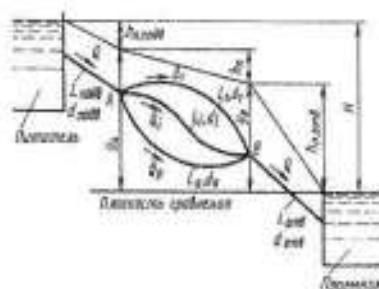


Рис. 4.14. Общая схема трубопровода с параллельными ветвями

Решение системы уравнений (4.40) для трубопровода с известными размерами удобно проводить графическим методом. Для этого строят характеристики всех труб. Таким образом, суммарная характеристика будет представлять собой зависимость потерь напора в трубе от расхода. При турбулентном движении жидкости в трубе ее характеристика является практически параболой; при ламинарном движении – прямой линией.

Затем суммируют характеристики параллельно работающей ветвой в соответствии с вышеизложенным уравнением. Полученную характеристику разветвленного участка можно считать характеристикой эквивалентной трубы, заменяющей рассматриваемы параллельные ветви.

На рис. 4.15 представлена характеристика разветвленного участка, состоящего из двух параллельных труб.

Характеристику разветвленного участка суммируют затем с характеристиками подводящей и отводящей труб, то есть сложением ординат (напоров) при одинаковых абсциссах (расходах). Итоговая кривая является характеристикой сложного трубопровода (рис. 4.16).

Полная схема графического расчета сложного трубопровода с двумя параллельными ветвями представлена на рис. 4.17.

Построенные таким образом характеристики позволяют по заданному расходу жидкости в одной из ветвей определить потребный напор сложного трубопровода или по заданному расходу определить напор в других ветвях.

Для решения первой задачи необходимо известный расход (например,  $Q_1$ ) отложить на оси абсцисс и через полученную точку А провести вертикальную линию до пересечения с характеристикой первой ветви. Ордината полученной точки В<sub>1</sub> будет выражать потерю напора в параллельных ветвях:  $h_{\pi_1} = h_m = h_{\pi}$ .

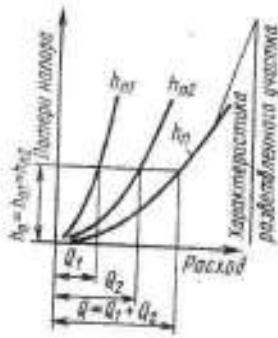


Рис. 4.15. Характеристика разветвленного участка трубопровода

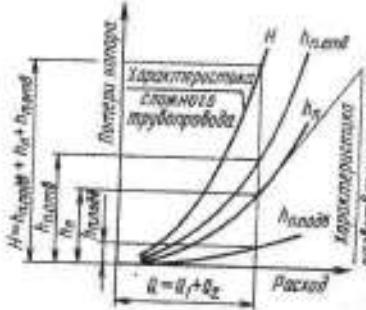


Рис. 4.16. Характеристика сложного трубопровода



Рис. 4.17. Схема графического расчета сложного трубопровода с двумя параллельными ветвями

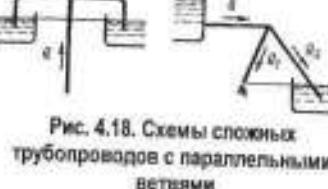


Рис. 4.18. Схемы сложных трубопроводов с параллельными ветвями

Если через т. В<sub>1</sub> провести горизонтальную линию до пересечения с характеристикой разветвленного участка, то абсцисса образованной при этом т. С будет выражать суммарный расход  $Q = Q_1 + Q_2$ . Проведя через т. С вертикальную линию до пересечения с характеристикой сложного трубопровода, получим т. д., ордината которой численно равна исходному напору Н.

Соотношения (4.11) и (4.15) могут быть использованы также для расчета сложных трубопроводов с концевой раздачей в тех случаях, когда перепады напоров в ветвях, расходящихся из одного узла, оказываются равными (рис. 4.18).

#### 4.2.3.2. ТРУБОПРОВОДЫ С КОНЦЕВОЙ РАЗДАЧЕЙ

В трубопроводах такого типа жидкость, поступающая к узлам из питателей, распределяется между несколькими ветвями, по которым она направляется к приемникам с различными напорами (рис. 4.19).

Рассмотрим расчет трубопровода с концевой раздачей на простейшем примере трубопровода с одним узлом, соединяющего три резервуара (рис. 4.20). Особенностью такой схемы

является то, что система расчетных уравнений получается различной в зависимости от направления потока в трубе, соединяющей узел со средним резервуаром 2. Верхний резервуар 1 всегда является питателем и жидкость из него поступает к узлу А. Нижний резервуар 3 является приемником, а резервуар 2 может быть и приемником и питателем.

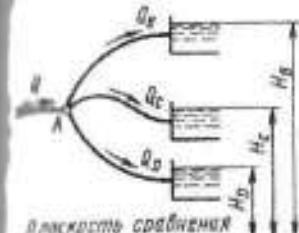


Рис. 4.19. Схема сложного трубопровода с концевой раздачей

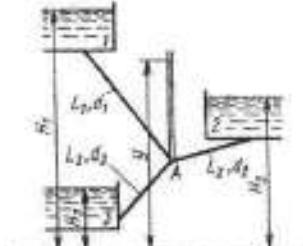


Рис. 4.20. Схема сложного трубопровода с концевой раздачей

направлению потока в трубе 2 определяется разностью напоров  $y$  в узле и  $H$  в среднем резервуаре. В зависимости от этой разности возможны три случая распределения расходов в трубах и, соответственно, три различные системы расчетных уравнений.

Если  $y < H_2$ , то жидкость из резервуаров 1 и 2 перетекает в резервуар 3 и система уравнений для решения задачи будет иметь вид:

$$\begin{aligned} H_1 - y &= 0,0827 \lambda_1 L_1 Q_1^2 / d_1^5, \\ H_2 - y &= 0,0827 \lambda_2 L_2 Q_2^2 / d_2^5, \\ y - H_3 &= 0,0827 \lambda_3 L_3 Q_3^2 / d_3^5, \\ Q_1 + Q_2 &= Q_3. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Если  $y > H_2$ , то жидкость из резервуара 1 перетекает в резервуары 2 и 3 и система уравнений принимает вид:

$$\begin{aligned} H_1 - y &= 0,0827 \lambda_1 L_1 Q_1^2 / d_1^5, \\ y - H_2 &= 0,0827 \lambda_2 L_2 Q_2^2 / d_2^5, \\ y - H_3 &= 0,0827 \lambda_3 L_3 Q_3^2 / d_3^5, \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Если  $y = H_2$ , то расход  $Q_2 = 0$ ,  $Q_1 = Q_3 = Q$  и жидкость перетекает из резервуара 1 в резервуар 3. В этом случае система уравнений принимает вид:

$$\begin{aligned} H_1 - H_2 &= 0,0827 \lambda_1 L_1 Q_1^2 / d_1^5, \\ H_2 - H_3 &= 0,0827 \lambda_3 L_3 Q_3^2 / d_3^5. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Если в системе имеются трубы, которые оканчиваются сходящимися насадками, — крытыми в атмосферу, то при составлении уравнений баланса напоров для таких труб следует учитывать скоростные напоры на выходе из насадок.

Системы расчетных уравнений выбирают в зависимости от постановки задачи. Направление потока в трубе 2 может быть заранее задано условиями задачи или же, если оно заранее неизвестно, то определяется в процессе самого решения.

Рассмотрим пример, когда требуется определить расходы во всех трубопроводах. При этом известны напоры в резервуарах и размеры всех трубопроводов.

Решение начинаем с определения направления потока в трубопроводе 2, для чего используем прием «выключки» ветвей. При этом вычисляют напор  $y^*$  в узле при выключенном трубопроводе 2, когда  $Q_2 = 0$  и  $Q_1 = Q_T$ . Составляем уравнение Бернулли для труб 1 и 3 и решая их относительно  $y$ , получим

$$y = H_1 - \frac{H_3 - H_1}{\frac{\lambda_1 L_1 d_1^5}{d_1^5} + 1}$$

Если это уравнение дает значения  $y^* < H_2$ , то при включении трубы 2 работа сложного трубопровода будет соответствовать рассмотренному выше первому расчетному случаю и для решения задачи нужно использовать систему уравнений (4.41).

Если  $y^* > H_2$ , то при включении трубы 2 получим второй случай и для решения задачи будем использовать систему уравнений (4.42).

Если  $y^* = H_2$ , то при включении трубы 2 расход в ней становится равным нулю и расчет проводится соответственно третьему случаю с использованием системы уравнений (4.43).

В этой задаче расходы являются неизвестными величинами, поэтому значения коэффициентов сопротивления труб заранее нельзя определить с требуемой точностью. В этом случае аналитическое решение задачи необходимо проводить методом последовательных приближений.

Рассматриваемая задача может быть решена и графическим методом, который проводится путем графического решения приведенных выше систем уравнений. При этом определяют напор  $y^*$  в узле, при котором выполняется баланс расходов жидкости. Вначале вычисляют напор  $y^*$  в узле при выключенном трубе 2, для чего строят зависимости  $y = f(Q)$  для ветвей 1 и 3 в соответствии с уравнениями:

$$y = H_1 - 0.0827 \lambda_1 L_1 Q_1^2 / d_1^5$$

$$y = H_3 + 0.0827 \lambda_3 L_3 Q_3^2 / d_3^5$$

Ордината точки А (рис. 4.21) пересечения линий дает значение напора  $y^*$ .

При  $y^* = H_2$  абсцисса точки А дает величину действительного расхода в ветвях 1 и 3 ( $Q_1 = Q_3$ ). Расход  $Q_2$  при этом равен нулю.

Если  $y^* < H_2$ , то распределение расходов в ветвях соответствует первому расчетному случаю. Для определения расходов в данном случае следует построить графическую зависимость  $y = f(Q)$  для ветви 2 по уравнению (4.42). И затем суммировать графические зависимости, построенные для ветвей 1 и 2 (рис. 4.22) в соответствии с последним уравнением системы (4.42).

Ордината и абсцисса точки В пересечения суммарной зависимости ветвей 1 и 2 с линией ветви 3 равны соответственно действительному напору  $y$  в узле и расходу  $Q_2$ , равному в этом случае  $Q_1 + Q_3$ .

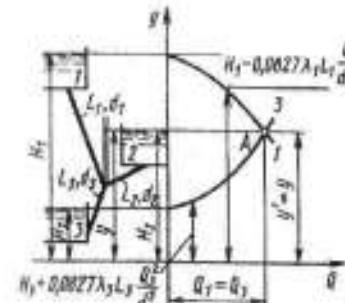


Рис. 4.21. Схема графического решения системы уравнений (4.41)

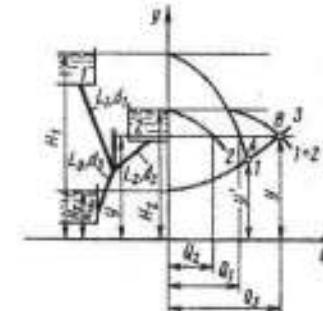


Рис. 4.22. Схема графического решения системы уравнений (4.42)

Если  $y^* > H_2$  (рис. 4.23), то имеет место распределение потоков в ветвях, соответствующее второму расчетному случаю. При этом для определения величин расходов следует пользоваться графической зависимостью  $y = f(Q)$  для ветви 2 согласно второму уравнению системы (4.43) и суммировать значения ветвей 3 и 2 согласно последнему уравнению той же системы.

Ордината и абсцисса точки пересечения суммарной кривой ветвей 3 и 2, построенной для ветви 1, численно равны значениям напора  $y$  в узле и расхода  $Q_1$ , который будет равен  $Q_1 + Q_3$ .

В случае графического решения рассматриваемой задачи отпадает необходимость в последовательных приближениях, так как характеристики можно строить с учетом изменения коэффициентов сопротивлений в зависимости от режимов движения жидкости в трубопроводах.

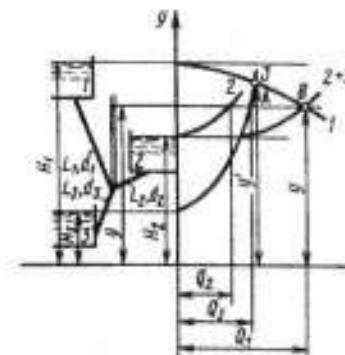


Рис. 4.23. Схема графического решения системы уравнений (4.43)

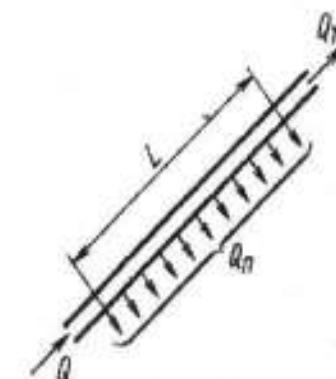


Рис. 4.24. Схема трубопровода с непрерывной раздачей жидкости

Такой, в частности, является задача проектирования трубопровода с концевой раздачей (рис. 4.20), когда необходимо определить размеры ветвей (как правило, диаметры) так, чтобы при заданных напорах в резервуарах обеспечить подачу из верхнего резервуара 1 в нижние 2 и 3 с заданными расходами жидкости. При этом следует, что в расчетной системе уравнений (4.42) количество искомых неизвестных больше числа уравнений. Для решения задач такого типа используют дополнительные условия технико-экономического характера.

#### 4.2.3.3. ТРУБОПРОВОДЫ С НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗДАЧЕЙ

К ним относятся такие трубопроводы, в которых на некоторой длине  $L$  часть расхода  $Q_n$  равномерно отводится из основного трубопровода в большом количестве ответвлений по одинаковых расстояниях друг от друга (рис. 4.24). Остальная часть расхода  $Q_n$  (транзитная) движется по участку  $L$ . Расчет трубопроводов с непрерывной раздачей выполняют в предположении, что жидкость отбирается из трубопровода непрерывно и равномерно с интенсивностью  $q$  по всей длине разветвленного участка. При этом путевой расход

$$Q_n = qL \quad (4.44)$$

и суммарный расход в начальном сечении участка

$$Q = Q_n + Q_t = qL + Q_t. \quad (4.45)$$

Потери напора на разветвленном участке трубопровода  $L$  можно определить по формуле:

$$H_n = 0,0827 \lambda \frac{(Q_1^2 + Q_2^2 / 3 + Q_n Q_t)}{d^5} = 0,0827 \lambda L \frac{(Q_1^2 + q^2 L^2 / 3 + q Q_t)}{d^5}, \quad (4.46)$$

#### 4.2.3.4. ТРУБОПРОВОДЫ С КОЛЬЦЕВЫМИ УЧАСТКАМИ

В простейшем случае он представляет из себя (рис. 4.25) две параллельные трубы между узлами А и В с одной или несколькими перемычками, соединяющими промежуточные сечения этих трубопроводов. По таким перемычкам некоторое количество жидкости перетекает из одной трубы в другую, при этом направление потока определяется величинами напоров в соединяемых перемычках сечениях.

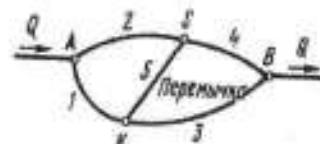


Рис. 4.25. Схема трубопровода с кольцевым разветвленным участком

Жидкость подается в кольцевой разветвленный участок или отбирается из него через узлы А и В смыкания участка с подводящим и отводящим трубопроводами или через узлы К и ІІ на концах перемычек. При выполнении аналитического расчета трубопровода с кольцевыми участками используют метод последовательных приближений. В частности, если при заданных размерах трубопроводов кольцевого участка известны величины расхода подводимой и отводимой жидкостей в узлах и требуется определить расходы в трубах, то в качестве первого приближения эти расходы  $Q_{n1}$  выбирают удовлетворяющими условиям

расходов в узлах. Расходы считаются заданными правильно, если алгебраическая величина напора в кольце равна нулю. В противном случае следует повторить выкладки для определения расходов в трубопроводе.

$$Q_{n1} = Q_n \pm \Delta Q_1,$$

где  $\Delta Q_1$  должна удовлетворять условию:

$$\Delta Q_1 = \frac{\sum_i \lambda_i \frac{L_i}{d_i^5} Q_{n1}^2}{2 \sum_i \lambda_i \frac{L_i}{d_i^5} Q_n}.$$

Выбор расходов следует продолжать до тех пор, пока алгебраическая сумма потерь напора в трубопроводах не станет равной нулю. Далее аналогичные вычисления повторяют аналогично для каждого из замкнутых контуров разветвленного участка.

Расчет кольцевых трубопроводов с заданными размерами в простейших случаях можно проводить графическим способом. В качестве примера рассмотрим указанный способ для кольцевого участка (рис. 4.26). При этом предполагаем, что жидкость подается в кольцо между узлами А и отбирается из кольца через узел В.

При графическом решения задачи первоначально предположим, что перемычка КС закрыта. Для такого предположения  $Q_1 = Q_2$ ;  $Q_3 = Q_4$ . Кроме того,  $Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$ .

Для определения направления потока в перемычке составим уравнения характеристик трубопроводов 1–4.

$$y_A - y_K = h_{n1}; \quad y_A - y_B = h_{n2}; \\ y_K - y_B = h_{n3}; \quad y_B - y_B = h_{n4},$$

где  $y_A$ ,  $y_K$  – напоры в узлах,  $h_n$  – потери напора в трубопроводах, рассчитываемые по выражению (4.34).

Графическое построение выполняем в следующем порядке.

Если известен перепад напоров  $H = y_A - y_B$  и требуется определить расходы в трубопроводах, выбираем вертикальную ось  $y$  и пересекаем ее горизонтальными сечениями 1–4, расстояние между которыми  $H$ .

Обозначим точки пересечения через  $O_1$  и  $O_2$ .

Строим кривые потерь в трубопроводах 1, 2, 3 и 4 из точек  $O_1$  и  $O_2$ , как показано на рис. 4.26.

Абсцисса точки  $m$  пересечения кривых 1 и 3 дает при этом значение расхода в ветви АВ ( $Q_1 = Q_3$ ), а абсцисса точки  $n$  пересечения линий 2 и 4 дает значение расхода в ветви АВ ( $Q_2 = Q_4$ ) (рис. 4.25). Ординаты точек  $m$  и  $n$ , отсчитанные соответственно от осей  $x$  и  $y$  (рис. 4.26), дают значения напоров, потерянных на участках 1, 2, 3 и 4. По соотношению напоров, теряемых на участках 1 и 2, можно установить направление потока в перемычке после ее открытия. Расход  $Q_3$  и потеря напора  $h_{n3}$  в перемычке должны удовлетворять следующим уравнениям:

$$Q_1 = Q_3 + Q_5; \quad Q_4 = Q_2 + Q_5, \\ h_{n1} + h_{n3} = h_{n2}, \\ h_{n1} + h_{n5} = h_{n2}. \quad (4.47)$$

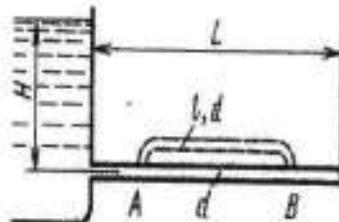


Рис. 4.27. Схема трубопровода с параллельной ветвью

Относительно тех же осей строим характеристику второго трубопровода.

$$h_{s2} = 0,0827 \lambda_2 L_2 Q_2^2 / d_2^2.$$

Складывая построенные графические зависимости по правилу суммирования параллельных трубопроводов, получим характеристику разветвленного участка.

Далее на оси расходов находим точку, соответствующую суммарному расходу  $Q$ , и проводим через нее вертикаль до пересечения с характеристикой разветвленного участка. Через полученную точку В проходим горизонталь до пересечения с характеристиками первого (точка В<sub>1</sub>) и второго (точка В<sub>2</sub>) трубопровода. Абсциссы полученных точек пересечения численно равны исходным расходам  $Q_1$  в первом и  $Q_2$  во втором трубопроводах.

Задача № 3. Вода поступает из магистрали (рис. 4.29) по трубопроводам заданных размеров ( $l_1, d_1, l_2, d_2, l_3, d_3$ ) и шероховатостей ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) в два резервуара, уровни в которых расположены на отметках A и В выше уровня оси магистрального трубопровода.

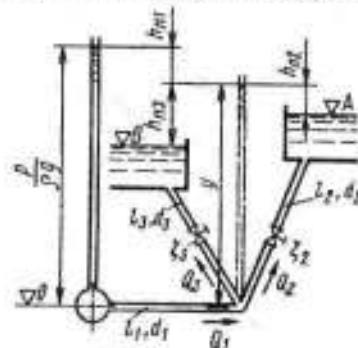


Рис. 4.29. Схема трубопровода с концевой раздачей

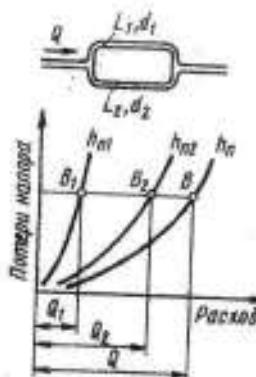


Рис. 4.28. Характеристика параллельного трубопровода

Необходимо рассчитать при каком давлении  $p$  в магистрали в верхний резервуар будет поступать вода расходом  $Q_2$ .

По заданному значению расхода воды  $Q_2$  и шероховатости трубопровода определим коэффициент сопротивления трения ( $\lambda_2$ ) и эквивалентную длину местных сопротивлений, вычисленных во втором трубопроводе ( $L_{2s} = \zeta_2 d_2 / \lambda_2$ ). Затем вычислим напор у в узле B для третьего трубопровода

$$y = A + 0,0827 \lambda_2 L_2 Q_2^2 / d_2^5,$$

$L_2 = l_2 + L_{2s}$  - приведенная длина второго трубопровода.

Расход  $Q_3$  определим методом последовательных приближений из уравнения Бернулли для третьего трубопровода

$$y - B = 0,0827 \lambda_3 L_3 \frac{Q_3^2}{d_3^5},$$

$L_3 = l_3 + L_{3s}$  - приведенная длина третьего трубопровода ( $L_{3s} = \zeta_3 d_3 / \lambda_3$ ).

Очевидно, что  $Q_1 = Q_2 + Q_3$ .

Тогда напор в магистрали определится как:

$$\frac{p}{\rho g} = y + 0,0827 \lambda_1 L_1 \frac{Q_1^2}{d_1^5}.$$

Величина  $\lambda_1$  определяется по вычисленному значению расхода  $Q_1$  и заданной шероховатости  $\Delta_1$ .

## 5. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

В данной главе рассмотрены математические модели общего случая неустановившегося движения жидкости в магистралах, а также частного случая возникновения гидравлического удара в трубопроводах различных гидравлических систем, в том числе в системах водоподачи и водоотведения.

### 5.1. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Движение жидкости называют неустановившимся, если давление и скорость в каждой точке потока зависят и от координат и от времени. Для одномерного движения таким образом  $W = W(x, t)$ ,  $p = p(S, t)$ .

Применив закон Ньютона к элементу массы жидкости с размерами  $dl \cdot dS$  ( $dS$  – площадь поперечного сечения трубопровода), получим дифференциальное уравнение неустановившегося движения жидкости. Проектируя силы давления и силу тяжести на направление касательной к линии тока и считая жидкость невязкой, получим [3]:

$$pdS - \left( p + p \frac{dl}{l} \right) dS + g \rho dl dS \cos \alpha = dl dS \rho \frac{dW}{dt}$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial l} + \rho g \cos \alpha = \rho \frac{\partial W}{\partial t}.$$

Учитывая, что  $\cos \alpha = -\frac{dz}{dl}$  и  $\frac{dW}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + W \frac{\partial W}{\partial S}$ , где  $z$  – вертикальная координата, получим:

$$\frac{\partial p}{\partial l} + \rho g \frac{\partial z}{\partial l} + \rho \frac{\partial (W^2 / 2)}{\partial l} + \rho \frac{\partial W}{\partial t} = 0.$$

Умножая на  $dS$  и интегрируя вдоль линии тока в некоторый фиксированный момент времени, получим (при условии  $\rho = \text{const}$ )

$$\rho \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial p}{\partial l} dl + g \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial z}{\partial l} dl + \int_{W_1}^{W_2} \frac{\partial (W^2 / 2)}{\partial l} dl + \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial W}{\partial t} dl = 0$$

или

$$\frac{1}{2} (p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial W}{\partial t} dl = 0.$$

Разделив все члены уравнения на  $g$  и сделав простейшие преобразования, получим

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{W_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{W_2^2}{2g} + \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{g} \frac{\partial W}{\partial t} dl. \quad (5.1)$$

Полученное выражение представляет собой обобщенное уравнение Бернулли для неустановившегося одномерного движения навязкой несжимаемой жидкости, последний член которого можно представить:

$$h_m = \frac{1}{g} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial W}{\partial t} dl. \quad (5.2)$$

Выражение (5.2) представляет собой изменение кинетической энергии жидкости в течение между фиксированными сечениями 1 и 2 в единицу времени, относенное к мгновенному весовому расходу. И это выражение называется инерционным напором.

При неустановившемся движении реальной (вязкой) жидкости уравнение Бернулли содержит и член, учитывающий потери напора на рассматриваемом участке потока. Следовательно, для реального потока (с условием пренебрежения неравномерностью скоростей по сечению) будем иметь:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{W_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{W_2^2}{2g} + h_m + h_n, \quad (5.3)$$

где  $h_n$  – мгновенное значение потери напора, которое обычно рассчитывают приближенно по уравнениям установленного движения,  $W$  – мгновенная средняя скорость потока жидкости.

Инерционный напор реального потока определяется по уравнению (5.2), в которое подставляют приближенные значения локальных ускорений, рассчитанных по изменению мгновенной скорости потока  $W$ .

При этом предполагают, что на участке 1-2 движения является плавно изменяющимся и при расчете  $h_m$  можно во всех сечениях этого участка пренебречь неравномерностью распределения скоростей потока жидкости.

Для неустановившегося движения жидкости в трубопроводе постоянного сечения локальное ускорение:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{dW}{dt} = j,$$

в каждый рассматриваемый момент времени одинаково для всех сечений по длине потока и потому инерционный напор составит

$$h_m = \frac{1}{g} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial W}{\partial t} dl = \frac{j}{g} (l_2 - l_1) = j \frac{l}{g}, \quad (5.4)$$

где  $l = l_2 - l_1$  – длина трубопровода между сечениями 1 и 2.

Рассмотрим конкретный пример, в котором поршень, приводимый в движение с постоянным положительным ускорением  $j$ , перемещает жидкость в трубопроводе диаметром  $d$ , подключенному к резервуару с уровнем жидкости  $H_0$ .

Определим давление у поршня в момент, когда он при нахождении от резервуара на расстояние  $l$  движется со скоростью  $W$ . Составим для заданного момента времени уравнение Бернулли для потока жидкости от сечения 1 (уровень жидкости в баке) до сечения 2-2 (у поршня).

Учитывая, что  $W_1 \approx 0$ , получим:

$$\frac{p_1}{\rho g} + H_0 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g} + j \frac{W_2^2}{d^2 g} + l \frac{j}{g}.$$

Так как  $p_1 = p_{\text{атм}}$ , то вакуум у поршня составит:

$$V = \frac{p_{\text{атм}} - p_1}{\rho g} = (1 + \lambda \frac{l}{d}) \frac{W_1^2}{2g} + l \frac{j}{g} - H_0,$$

где  $W = W_1$  - скорость поршня.

В рассмотренном случае инерция столба жидкости вызывает уменьшение давления (увеличение вакуума) у поршня. Когда ускорение поршня будет направлено в противоположную сторону - к баку, то возникнет отрицательное ускорение и инерция столба жидкости вызовет увеличение давления.

Достаточно распространенным примером неустановившегося движения жидкости является колебательное движение ее потока. Пусть два резервуара переменных сечений  $S_1$  и  $S_2$  соединены между собой трубопроводом. Уровни жидкости в резервуарах выведены из положения равновесия так, что уровень в левом резервуаре находится на расстоянии  $z_1$  от положительного равновесия, а в правом - на расстоянии  $z_2$ .

В таких условиях жидкость совершает свободные колебания и необходимо составить дифференциальное уравнение колебаний.

Применим уравнение Бернулли (5.3) для некоторого момента времени  $\tau$  для потока между уровнями в резервуаре. Принимая распределение скоростей потока равномерным по сечению трубопровода, получим:

$$\frac{W_1^2}{2g} + z_1 = \frac{W_2^2}{2g} - z_2 + h_0 + h_{\text{ин}}, \quad (5.5)$$

где  $W_1$  - скорость движения левого уровня,  $W_2$  - скорость движения правого уровня,  $h_0$  - потери напора между сечениями 1 и 2,  $h_{\text{ин}}$  - инерционный напор.

$$h_{\text{ин}} = \frac{1}{g} \int \frac{\partial W}{\partial \tau} dl,$$

где  $W$  - скорость жидкости в сечении трубопровода, находящемся на расстоянии 1 от положений уровней в состояниях равновесия. Так как  $z_1 + z_2 = z$ , то:

$$\frac{dz_1}{dt} + \frac{dz_2}{dt} = \frac{dz}{dt}.$$

Используя уравнение постоянства расходов

$$S_1 W_1 = S_2 W_2 \quad \text{или} \quad S_1 \frac{dz_1}{dt} = S_2 \frac{dz_2}{dt},$$

получим

$$\frac{dz_1}{dt} = \frac{S_2}{S_1 + S_2} \frac{dz}{dt};$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \frac{S_1}{S_1 + S_2} \frac{dz}{dt}.$$

Поэтому уравнение (5.5) принимает вид:

$$-\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \frac{1}{2g} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + z = h_0 + \frac{1}{g} \int \frac{\partial W}{\partial \tau} dl. \quad (5.6)$$

Скорость  $W$  в рассматриваемом сечении трубопровода можно выразить через  $\frac{dz}{dt}$  и после преобразования получим:

$$h_{\text{ин}} = \frac{1}{g} \int \frac{\partial W}{\partial \tau} dl = -\frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \frac{d^2 z}{d\tau^2} \int \frac{dl}{f}.$$

Подставляя значение инерционного напора в уравнение (5.6), получим дифференциальное уравнение колебаний жидкости в трубопроводе в виде (5.7)

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} \frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \int \frac{dl}{f} - \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{d\tau} \right)^2 \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} + gz = gh_0. \quad (5.7)$$

Для интегрирования уравнения (7) необходимо знать зависимость изменения площади поперечного сечения трубопровода от его длины.

В случае, если два резервуара соединены трубопроводом постоянного сечения, то можно считать:

$$\int \frac{dl}{f} = \frac{l}{f}$$

и уравнение (5.7) принимает вид:

$$\frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \frac{l}{f} \frac{d^2 z}{d\tau^2} - \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{d\tau} \right)^2 + gz = gh_0. \quad (5.8)$$

Площади  $S_1$  и  $S_2$  следует задавать функциями  $z$ . Однако для случая колебаний с малой амплитудой эти площади можно принимать постоянными.

## 5.2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР

В некоторых случаях эксплуатации гидравлических систем резко изменяется скорость течения в трубопроводе (при открытии или закрытии вентилей, выключении насоса и т.п.). В таких случаях в трубопроводе возникает гидравлический удар, вызванный изменением давления, который во многих случаях вызывает даже разрушение трубопровода или других элементов гидравлических систем.

Наиболее полное изучение гидравлического удара было проведено Н.Е. Жуковским при обследовании работы московского метрополитена во второй половине 19 века, и он же одним из первых разработал реальный комплекс технических мероприятий по предотвращению этого явления и защите гидравлического оборудования от его воздействия. Физическая картина явлений, возникающих при закрытии, например, вентиля, выглядит следующим образом. После закрытия вентиля не вся масса жидкости мгновенно прекращает течение. Вначале движение прекращают слой жидкости, непосредственно соприкасающейся с закрытым вентилем.

Затем последовательно прекращают движение слои жидкости на увеличивающемся по времени расстоянии от вентиля. При этом имеет место уплотнение (сжимание) ранее остававшейся массы жидкости и в результате увеличения давления несколько расширяется трубопровод. Вследствие этого в трубе поступает дополнительный объем жидкости.

Граница области повышенного давления будет распространяться по трубопроводу в направлении, противоположном первоначальному движению жидкости. В течение определенного времени волна повышенного давления достигнет начального сечения трубопровода. Если имеется резервуар большой емкости, в котором уровень жидкости можно считать неизменным, то давление в начальном сечении трубопровода будет сохраняться примерно постоянным ( $p = \text{Const}$ ). Поэтому при достижении волной давления начального сечения закончится первая фаза процесса гидравлического удара – распространение повышения давления в трубопроводе.

Во второй фазе процесса начинается течение жидкости по трубопроводу из зоны более высокого давления в резервуар, а от резервуара – к вентилю будет двигаться волна пониженного давления. Вторая фаза процесса гидравлического удара заканчивается при достижении волной пониженного давления вентиля в трубопроводе.

В третьей фазе процесса продолжается течение жидкости по трубопроводу по направлению к резервуару. В течение второй и третьей фаз из трубопровода обратно в резервуар обратно выплывает объем жидкости, вошедший в трубопровод в первой фазе. Поэтому в третьей фазе продолжается уменьшение давления у вентиля и вдоль по трубопроводу по направлению к резервуару распространяется волна пониженного давления.

При достижении этой волной начального сечения начинается четвертая фаза, которая сопровождается распространением по трубопроводу волны повышенного давления по направлению к вентилю. При этом жидкость вновь потечет в трубопровод и к окончанию четвертой фазы в трубопроводе реализуются условия течения, близкие к началу первой фазы. Затем весь процесс начинает повторяться.

Таким образом, в каждом сечении трубопровода будут возникать колебания давления и с учетом существования сопротивлений эти колебания будут затухающими.

При эксплуатации гидравлических систем необходимо уметь рассчитывать максимальное увеличение ударного давления в случае внезапной остановки потока или безопасное время закрытия вентиля, соответствующее предельно допустимому повышению давления.

Это максимальное увеличение гидравлического давления и называется гидравлическим ударом, который может возникать не только при полном, но и при частичном закрытии вентиля или клапана.

Рассмотрим основные характеристики этого процесса. Пусть из некоторого объема жидкости движется по трубе длиной  $l$  со скоростью  $W$ . При этом на конце трубопровода имеется вентиль  $A$ . Если в момент времени  $t$  вентиль  $A$  будет частично закрыт, то скорость протекания воды уменьшится и станет равной  $W = W_0 - \Delta W$ . Такое уменьшение скорости в первый момент времени произойдет лишь в непосредственной близости около вентиля и затем будет постепенно и непрерывно распространяться по трубопроводу.

В некоторый момент времени  $t$  это изменение скорости достигнет сечения 1-1, а через весьма малый промежуток времени  $\Delta t$  – сечения 2-2. При этом вместе с изменением скорости будут изменяться и другие параметры движущегося потока (давление, плотность и т.п.). В частности, пусть давление при этом возрастет на величину  $\Delta p$  и станет равным  $p + \Delta p$ . Тогда значение плотности также изменится и будет равной  $\rho + \Delta \rho$ .

Если за сеченья малый промежуток времени  $\Delta t$  возмущение распространяется от сечения 1-1 до сечения 2-2 на расстояние  $\Delta x$ , то скорость распространения возмущений  $a$ , вызван-

ним закрытием вентиля, определится как:

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (5.9)$$

Выражаем  $\Delta x$  и  $\Delta t$  через параметры, определяющие величину возмущения. Если обозначить площадь поперечного сечения трубопровода через  $S$ , то в момент времени  $t$ , масса жидкости  $m$ , находящаяся между сечениями 1-1 и 2-2, равна

$$m = \rho S \Delta x. \quad (5.10)$$

Через время  $\Delta t$  эта масса увеличится и будет равной:

$$m + \Delta m = (\rho + \Delta \rho) S \Delta x, \quad (5.11)$$

где  $\Delta m$  может быть определена, как разность выражений (5.11) и (5.10)

$$\Delta m = \Delta \rho S \Delta x. \quad (5.12)$$

В то же время  $\Delta m$  может быть определена как разность масс жидкости, втекающей через сечение 1-1 со скоростью  $W_0$  и через сечение 2-2 со скоростью  $W_0 - \Delta W$ , то есть:

$$\Delta m = \rho S \Delta W \Delta t. \quad (5.13)$$

Приравнивая (5.12) и (5.13) и сократив на  $S$ , получим:

$$\rho \Delta V \Delta t = \Delta \rho \Delta x.$$

Выполним необходимые преобразования, получим формулу для расчета скорости распространения возмущений, вызванных закрытием вентиля

$$a = \rho \frac{\Delta W}{\Delta \rho}. \quad (5.14)$$

Для нахождения величины  $\Delta W$  применим к массам жидкостей, находящимся между сечениями 1-1 и 2-2, принцип Даламбера. Суть его сводится к тому, что если к силам, действующим на некоторую массу, прибавить силу инерции, то задачу динамики можно рассматривать как статическую задачу. Внешняя сила, под воздействием которой частицы жидкости приходят в движение между сечениями 1-1 и 2-2, равна разности давлений, умноженной на площадь поперечного сечения трубы. После соответствующих преобразований получим:

$$S \Delta p = \rho_0 S \Delta W \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Заменив  $\Delta x / \Delta t$  на  $a$  и разделив на  $S$ , получим

$$\Delta W = \frac{\Delta p}{a \rho}.$$

Предположим, что изменение плотности весьма мало по сравнению с  $\rho_0$ . В этом случае величину средней плотности заменим на  $\rho$  и последнее уравнение примет вид

$$\Delta W = \frac{\Delta p}{a \rho}. \quad (5.15)$$

Подставив соотношение (5.15) в уравнение (5.14), окончательно получим формулу для расчета скорости распространения возмущения, вызванного изменением положения вентиля в трубопроводе:

$$a^2 = \frac{\Delta p}{\rho}. \quad (5.16)$$

При выводе уравнения (5.16) не накладывалось никаких условий в отношении величины изменения скорости и никаких ограничений на физические свойства жидкости. Поэтому формула (5.16) справедлива для любого малого возмущения, возникающего в потоке жидкости.

Из формулы (5.16) видно, что малые возмущения в потоке жидкости распространяются со скоростью звука. Тогда скорость звука в потоке определяет упругие свойства жидкостей.

Известно, что  $\Delta p/\rho$  представляет собой квадрат скорости звука в данной среде при заданных температуре и давлении жидкости. Следовательно, малые возмущения в потоке жидкости распространяются со скоростью звука.

Вспомним, что упругость капельных жидкостей характеризуется величиной коэффициента объемного сжатия  $\beta$ , равного относительному изменению объема жидкости  $V$  под действием изменения давления  $\Delta p$ .

$$\beta = (-1/V)\Delta V/\Delta p.$$

Уравнение упругого состояния жидкости будет иметь вид:

$$\Delta V/V = -\Delta p/p = \beta \Delta p.$$

Так как относительное изменение объема равно относительному изменению плотности, величину  $\beta$  можно представить в виде

$$\beta = \Delta \rho / \rho \Delta p.$$

Откуда

$$\frac{\Delta p}{\Delta \rho} = \frac{1}{\rho \beta} = \frac{E}{\rho}, \quad (5.17)$$

где  $E = \frac{1}{\beta}$  — величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называемая модулем объемной упругости.

Имея в виду уравнение (5.17), окончательно получим соотношение для скорости распространения малых возмущений в капельных жидкостях

$$a = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Величина модуля объемной упругости  $E$  зависит от температуры жидкости и ее давления. При известных величинах модуля объемной упругости и плотности жидкости можно найти скорость звука в данной жидкости. Для воды она составляет при комнатной температуре 1435 м/с.

Величина давления в трубопроводе после закрытия вентиля  $p_1 = p + \Delta p$  определяется из соотношения (5.15).

$$p_1 = p + \Delta p = p + a \rho \Delta W = p + a \rho (W_0 - W).$$

При полностью закрытом вентиле ( $W = 0$ ) изменение давления будет наибольшим.

$$p_1 - p = \Delta p = a \rho W_0. \quad (5.18)$$

Уравнение (5.18) представляет собой формулу Жуковского.

Таким образом, давление в виде гидравлического удара будет распространяться от вентиля к баку со скоростью  $a$ . Волна повышенного давления дойдет до бака через время  $t = L/a$ . При этом в баке установится более высокое давление, чем в трубопроводе и затем оно пойдет с той же скоростью в волне давления от бака к вентилю.

Принимаем жидкость идеальной, а трубопровод недеформируемым. Тогда процесс всплеска жидкости в трубе будет бесконечным. Хотя сами возмущения в жидкости малы, изменения ее давления в трубопроводе могут быть настолько велики, что иногда трубы достаточно сильно деформируются и даже разрушаются. В действительности из-за наличия вязкости жидкости и деформируемости трубопровода в последующем давление в жидкости будет затухать.

Если принять во внимание деформацию трубы, возникающую при гидравлическом ударе, то уравнения (5.10) и (5.13) останутся без изменений, а уравнение (5.11) примет вид:

$$m + \Delta m = (\rho + \Delta \rho)(S + \Delta S) \Delta x. \quad (5.19)$$

Величина  $m$ , определяемая как разность выражений (5.19) и (5.10), будет равна

$$\Delta m = (\rho + \Delta \rho)(s + \Delta s) \Delta x - \rho s \Delta x = \Delta x (s \Delta \rho + \rho \Delta s + \Delta \rho \Delta s)$$

или пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, получим:

$$\Delta m = (s \Delta \rho + \rho \Delta s) \Delta x.$$

Приравняв последнее выражение к (5.13) и имея в виду (5.9), получим:

$$\rho \Delta W \Delta t = \Delta x (s \Delta \rho + \rho \Delta s) = \Delta t (s \Delta \rho + \rho \Delta s).$$

Из последнего выражения определим величину  $a$

$$a = \frac{\Delta W}{\Delta \rho / \rho + \Delta s / s}.$$

Подставив значение приращения скорости, получим:

$$a = \frac{\Delta p}{\rho} \left( \frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta S}{S} \right). \quad (5.20)$$

Определим величину относительного изменения площади поперечного сечения трубопровода  $-AS = \pi d \Delta d / 2$ .

Окончательно получим:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{2 \Delta d}{d}.$$

В то же время относительное изменение диаметра можно выразить через механические свойства материала трубопровода. Растягивающие напряжения, возникающие в поперечном сечении стенок тонкостенного трубопровода под действием давления  $\Delta p$ , будут равны

$$E = \frac{\Delta p d}{\delta}, \quad (5.21)$$

где  $\delta$  — толщина стенок трубопровода.

Одновременно растягивающие напряжения могут быть определены и как произведение относительного удлинения трубы на модуль упругости материала. Так как относительное удлинение равно

$$\frac{\pi(d + \Delta d) - \pi d}{\pi d} = \frac{\Delta d}{d}, \text{ то } \varepsilon = \frac{\Delta d}{d} E.$$

Подставляя это выражение  $\frac{\Delta d}{d}$  из (5.20), получим:

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta p d}{2E_e}. \quad (5.22)$$

Используя формулу (5.21), найдем относительное увеличение площади поперечного сечения трубопровода

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta p d}{\delta E_e}.$$

Подставив полученное выражение в формулу (5.19), получим скорость распространения малых возмущений в трубопроводе при наличии деформации труб:

$$a^2 = \frac{\Delta p}{\rho} / \left( \frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta p d}{\delta E_e} \right)$$

Определив  $\Delta p / \rho$  по формуле (5.15) как  $\Delta p / \rho = \Delta p / E$  и сокращая на  $\Delta p$ , окончательно получим:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left( \frac{1}{E_e} + \frac{d}{\delta E_e} \right)}}. \quad (5.23)$$

Из формулы (5.23) видно, что первое слагаемое в знаменателе характеризует склонность жидкости к всплытию, а второе – упругие свойства трубопровода. При увеличении толщины стенки  $d$  скорость распространения возмущений увеличивается. То же происходит и при повышении модуля упругости стенок трубопровода  $E_e$ .

Если подставить значение модуля для стали ( $E = 20,6 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ) и принять скорость звука в воде  $1430 \text{ м/с}$ , то скорость распространения малых возмущений составит:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,021 \frac{d}{\rho}}}.$$

Величина, обратная второму слагаемому в формуле (5.23), имеет размерность скорости и характеризует скорость распространения возмущений, вызванных упругими свойствами материала трубопровода или любого обтекаемого тела. Поэтому при моделировании действий упругих свойств материала на поток жидкости обычно требуют соблюдения равенства числа Коши, равного отношению скорости потока к вышеуказанной величине

$$Ca = \frac{W}{\sqrt{E_e / \rho}}.$$

## 6. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

В системах водоподготовки, очистки сточных вод и водоводления используют большое количество гидравлического оборудования, основными из которых являются [4]:

- лопастные насосы;
- вихревые и струйные насосы;
- гидродинамические передачи;
- поршневые насосы;
- роторные гидромашины;
- роторно-поршневые гидромашины;
- пластинчатые, шестеренчатые и винтовые гидромашины;
- объемные гидродвигатели;
- гидроаппаратура;
- объемный гидропривод;
- следящие гидроприводы;
- гидровинты и т.п.

### 6.1. ЛОПАСТНЫЕ НАСОСЫ

В современных гидравлических системах широко используют лопастные насосы, рабочим органом которых является вращающееся рабочее колесо, снабженное лопастями. Существуют два типа лопастных насосов: центробежные и соевые.

Основными характеристиками насосов (любого типа) являются расход, напор, потребляемая мощность, КПД и частота вращения.

Напор насоса ( $H$ ) представляет собой разность единицы массы жидкости в начальном потоке после насоса  $z_0 + p_0 / \rho g + W_0^2 / 2g$  и перед ним  $z_1 + p_1 / \rho g + W_1^2 / 2g$  и обычно выражается в метрах.

Мощностью насоса называется энергия, подводимая к нему от двигателя в единицу времени.

На рис. 6.1. приведена схема центробежного насоса, проточная часть которого состоит из подвода 1, рабочего колеса 2 и отвода 3. Назначением рабочего колеса является передача энергии от двигателя к жидкости. Оно состоит из ведущего (а) и ведомого (б) дисков, между которыми установлены лопатки (л), изогнутые в большинстве случаев в сторону, противоположную направлению вращения колеса. Рабочее колесо крепится на валу насоса ведущим диском. В таких насосах жидкость движется через рабочее колесо из его центральной части к периферии и далее по отводу отводится из рабочего колеса к напорному трубопроводу.

При работе насоса часть подводимой к нему энергии преобразуется в потери, основными из которых являются механические, объемные и гидравлические.

Механические потери реализуются на трение в подшипниках, уплотнениях вала и на трение наружной поверхности рабочих колес о жидкость.

Объемные потери объясняются частичным возвращением части жидкости в подвод через зазор в уплотнении между рабочим колесом и корпусом насоса. Такие утечки обусловлены тем, что давление на выходе из рабочего колеса больше величины давления в подводе. Для уменьшения таких потерь стараются уменьшить величину указанного зазора при изготовлении рабочего колеса и корпуса насоса.

Гидравлические потери возникают при преодолении гидравлического сопротивления подвода, рабочего колеса и отвода.

Рабочие элементы насоса рассчитывают для определенного сочетания расхода, напора и частоты вращения. При этом форму и размеры проточной части насоса выбирают так, чтобы обеспечить минимальные гидравлические потери. Такое сочетание расхода, напора и частоты вращения называют расчетным режимом. Для оптимальной эксплуатации насоса необходимо знать влияние изменения расхода жидкости на величины напора, КПД и потребляемой мощности. Другими словами, надо знать характеристику насоса, под которой понимают зависимость напора, мощности и КПД от расхода жидкости при постоянной частоте вращения. На рис. 6.2 представлена типовая характеристика центробежного насоса.

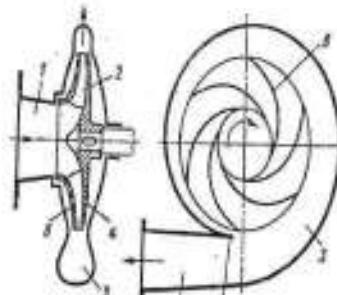


Рис. 6.1. Схема центробежного насоса консольного типа

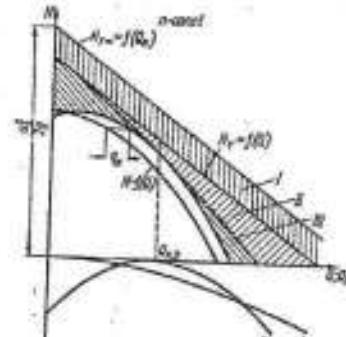


Рис. 6.2. Характеристика центробежного насоса

Исследования показывают, что при нерасчетном расходе жидкости в насосе возникают дополнительные потери энергии потока.

Причиной потерь является то, что сечение отвода рассчитывают таким образом, чтобы при расчетном режиме момент скорости жидкости был равен моменту скорости на выходе из рабочего колеса. При этом не существует никакого изменения скоростей на входе в отвод и потери при входе равны нулю. При уменьшении расхода в насосе через то же сечение отвода проходит меньший расход жидкости. Следовательно, скорости в отводе при уменьшении расхода уменьшаются пропорционально его величине, а скорости на выходе из рабочего колеса увеличиваются.

Таким образом, при расходах, отличных от расчетных, потоки вытекающие из рабочего колеса и текущий по отводу жидкости имеют различные моменты скоростей. При слиянии указанных потоков в отводе возникает вихревобразование, что является источником возникновения дополнительных потерь.

На рис. 6.3 представлена схема осевого насоса, состоящего из втулки 1, на которой закреплено несколько лопастей 2. Отводом насоса является осевой направляющий аппарат 3, который устраивает закрутку жидкости и таким образом кинетическая энергия потока преобразуется в энергию давления. Такие насосы применяют при больших расходах и малых напорах.

На рис. 6.4 представлена характеристика осевого насоса. При изменении угла установки лопастей существенно изменяется характеристика насоса при незначительном уменьшении оптимального значения КПД.



Рис. 6.3. Схема осевого насоса

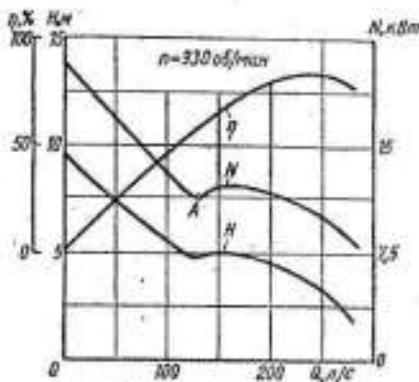


Рис. 6.4. Характеристика осевого насоса

Существенное увеличение напора и мощности осевого насоса при малых расходах объясняется тем, что при нерасчетных расходах напор, сообщаемый рабочим колесом жидкости на разных радиусах, различен. Из-за этого при малых расходах на части осевого колеса возникает обратное движение жидкости из отвода в рабочее колесо. Многократное прохождение жидкости через рабочее колесо приводит к дополнительной передаче энергии от лопастей. И этот процесс сопровождается увеличенными гидравлическими потерями.

В таком типе насосов диапазон рабочих расходов и напоров можно увеличить применением поворотных лопастей. При изменении угла установки лопасти характеристика насоса значительно изменяется при незначительном уменьшении оптимального КПД.

При проектировании и исследовании лопастных насосов широко используют теорию подобия, так как она дает возможность по известной характеристике одного насоса получить характеристику другого, если проточные части обоих насосов геометрически подобны. Кроме того, эта теория позволяет пересчитать характеристику насоса с одной частоты вращения на другую.

При использовании теории подобия можно выбрать модельный насос, проточная полость которого геометрически подобна полости проектируемого насоса; а также рассчитать соотношения размеров этих насосов.

Рассмотрим формулы пересчета параметров насоса, полученные при следующих условиях:

- геометрическое подобие проточных полостей насосов и подобие шероховатости стенок внутренних каналов, зазоров в щелевых уплотнениях и толщин лопаток рабочего колеса;
- кинематическое подобие на границах потоков, которыми являются сечение на входе в насос и движущиеся лопатки колеса. Для выполнения условий этого подобия необходимо, чтобы средняя скорость жидкости  $W$  на входе в насос была пропорциональна окружной скорости рабочего колеса  $U$ .

Расход насоса равен произведению скорости  $W_{av}$  на площадь нормального сечения потока на входе в насос, которая пропорциональна линейному размеру  $L$  в квадрате.

Следовательно,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^3, \quad (6.1)$$

где индексом 1 обозначены величины первого насоса, индексом 2 – второго, геометрически подобного первому;

- динамическое подобие потоков, которое требует равенства критерия Рейнольдса.

Следствием выполнения трех указанных условий является:

1. Кинематическое подобие во всех точках потоков, при этом любые скорости жидкости:

$$W \sim W_{\infty}^1 \sim nL. \quad (6.2)$$

2. Равенство критерия Эйлера ( $Eu = g\Delta H_{\text{ст}} / W^2$ ).

Режимы работы насоса, при которых выполняются вышеуказанные условия, называют подобными.

Теория подобия позволяет установить формулы пересчета параметров лопастных насосов, определяющие зависимость расхода, напора, моментов сил и мощности геометрически подобных насосов, работающих на подобных режимах, от их размеров и частоты вращения.

Расход насоса пересчитывается по формуле (6.1).

Напор определяется как  $H = \Delta H_{\text{ст}} + \Delta W^2 / 2g$ , где  $\Delta H_{\text{ст}} = z_o - z_e + \frac{P_o - P_e}{\rho g}$  и  $\Delta W^2 / 2g$  – разность соответственно статических и скоростных напоров после насоса и до него. При этом  $\Delta H_{\text{ст}} = W^2 / g$ ,  $\Delta W^2 / 2g = W^2 / g$ .

Поэтому напор насоса  $H \sim W^2 / g$ .

Принимая  $g_1 = g_2$  и учитывая уравнение, получим:

$$H_1 / H_2 = (L_1 n_1 / L_2 n_2)^2. \quad (6.3)$$

Момент сил взаимодействия потока со стенками каналов  $M \sim \rho W^2 L^3$  и формула для пересчета момента сил имеет вид:

$$M_1 / M_2 = \rho_1 n_1^2 L_1^3 / \rho_2 n_2^2 L_2^3. \quad (6.4)$$

Мощность, передаваемая от вала на рабочее колесо, составляет:

$N_B = \omega M_B$ , где  $M_B$  – момент сил, с которым жидкость действует на рабочее колесо. С учетом уравнения (6.4), получим:

$$N_B \sim \rho n^3 L^5. \quad (6.5)$$

Мощность насоса превышает  $N$  на величину мощности, расходуемой на трение в уплотнении вала и подшипниках. Эта мощность не пересчитывается по уравнению (6.5). Однако, если насос не слишком мал, то потери на трение в уплотнениях вала и в подшипниках малы и для приближенного пересчета мощности насоса можно применять уравнение (6.5). Следовательно,

$$N_1 / N_2 \sim (\rho_1 / \rho_2) (n_1 / n_2)^3 (L_1 / L_2)^5. \quad (6.6)$$

При соблюдении всех условий подобия расход в щелевых уплотнениях насоса пропорционален его расходу. Гидравлические потери в насосе для подобных режимов пропор-

циональны квадрату скорости жидкости и напору.

$$\eta_{01} = \eta_{02}; \eta_{11} = \eta_{12}; \eta_{max1} = \eta_{max2}; \eta_1 = \eta_2. \quad (6.7)$$

Приведенный вывод формул пересчета не связан с особенностями рабочего процесса лопастного насоса, поэтому полученные формулы справедливы не только для лопастных насосов, но и для других видов гидравлических машин, имеющих вращающиеся рабочие органы или циклический рабочий процесс.

Геометрическое подобие щелевых уплотнений, шероховатости стенок и толщины лопаток не всегда выполняется. Обычно у более крупных насосов зазоры в уплотнениях, шероховатость и толщина лопаток относительно меньше, чем у малых. Равенство критерии Рейнольдса для модели и натуры также не всегда удается выполнить. Однако если эти отклонения от подобия не велики, то при расчетах по формулам (6.1), (6.3), (6.4), (6.5) и (6.6) получают достаточно точные результаты.

Формулы пересчета для одного насоса, работающего на разных частотах вращения ( $L_1 = L_2$ ), принимают вид:

$$Q_1 / Q_2 = n_1 / n_2, \quad (6.8)$$

$$H_1 / H_2 = (n_1 / n_2)^2, \quad (6.9)$$

$$N_1 / N_2 = (\rho_1 / \rho_2) (n_1 / n_2)^3. \quad (6.10)$$

Так как обычно при изменении частоты вращения насоса равенство критерия Рейнольдса не выдерживается, то формула (6.9) дает приближенный результат. По этой же причине, а также из-за того, что мощность трения в подшипниках и уплотнениях вала по формуле (6.10) не пересчитывается, формула (6.10) также является приближенной. Опыты показывают, что формула (6.9) является более точной. При достаточно больших значениях  $Re = \dot{\omega}R/v > 10$  ее можно применять даже в том случае, если частоты вращения значительно различаются.

Во многих случаях необходимо пересчитывать характеристики лопастных насосов для различных частот вращения. При этом реализуются подобные режимы работы насоса. Для таких режимов гидравлический и объемный КПД с остаточной точностью можно считать одинаковыми. Следовательно, линии подобных режимов являются также линиями равных объемных и гидравлических КПД насосов. Значения механических КПД для подобных режимов не являются постоянными, так как механические потери складываются из потерь на дисковое трение и на трение в уплотнениях вала и подшипников. При увеличении частоты вращения мощность трения в дисках увеличивается пропорционально гидравлической мощности (или третьей степени частоты вращения). Потери же на трение в уплотнениях вала и подшипниках увеличиваются заметно медленнее увеличения гидравлической мощности. Вследствие этого, при увеличении частоты вращения рабочего колеса, роль потерь на трение в уплотнениях вала и подшипниках в общем балансе энергии уменьшается, что приводит к увеличению механического и, соответственно, общего КПД.

В настоящее время широко применяется проектирование нового насоса пересчетом по формулам подобия размеров существующего насоса. Для реализации этого метода среди многообразия существующих насосов с высокими технико-экономическими показателями надо выбрать такой насос, режим которого был бы подобен режиму проектируемого. Для реализации этого необходимо выбрать параметр, который является бы критерием подобия и, соответственно, был бы одинаковым для всех подобных насосов. Определим по заданным значениям  $Q$ ,  $H$  и проектируемого насоса этот критерий подобия и сравним его с кри-

риями подобия существующих конструкций насоса, можно подобрать необходимый насос. В качестве такого критерия принято использовать коэффициент быстроходности:

$$\pi_s = 3,65 \sqrt{\frac{Q}{H^{1/4}}}. \quad (6.11)$$

Если насосы геометрически подобны, то коэффициенты быстроходности у них одинаковы. Следовательно, равенство коэффициентов быстроходности является обязательным признаком подобия насосов.

В зависимости от значений коэффициента быстроходности рабочие колеса лопастных насосов можно классифицировать на: центробежные, полусосевые и осевые (пропеллерные).

Центробежные насосы делятся на: тихоходные ( $n_s = 50\text{-}90$ ) и нормальные ( $n_s = 80\text{-}300$ ). Полусосевые рабочие колеса имеют значение  $n_s = 250\text{-}500$  и осевые –  $n_s = 500\text{-}1000$ .

## 6.2. НАСОСНАЯ УСТАНОВКА И ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКА

На рис. 6.5 приведена схема типовой насосной установки. Жидкость из приемного резервуара 1 по подводящему трубопроводу 12 поступает в насос 7, работающий от электродвигателя 6. Насос наполняет жидкость по напорному трубопроводу 3 в напорный резервуар 2. На напорном трубопроводе установлен регулирующий вентиль 8, с помощью которого регулируется расход. Иногда на этот трубопровод устанавливают обратный клапан 10, который автоматически перекрывает трубопровод при остановке насоса. Если давление в приемном резервуаре отличается от атмосферного или насос расположен ниже уровня жидкости в приемном резервуаре, то на подводящем трубопроводе устанавливают монтажный вентиль 11, который перекрывают при остановке или ремонте насоса. В начале подводящего трубопровода часто предусматривают приемную сетку 13 и пытовой клапан 14, дающий возможность залить насос и подводящий трубопровод жидкостью перед пуском. Работу насоса контролируют по расходомеру 4, манометру 5 и вакуумметру или манометру 9, дающими возможность определить напор насоса.

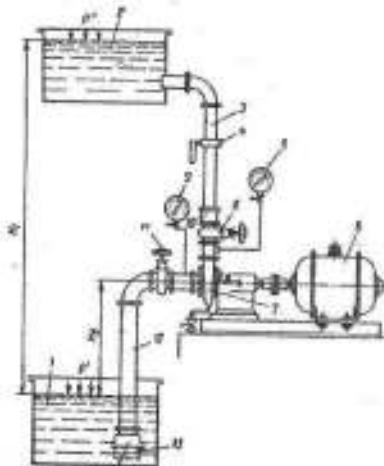


Рис. 6.5. Схема насосной установки

Для перемещения жидкости по трубопроводам из приемного резервуара в напорный необходимо затратить энергию на подъем жидкости на высоту  $H_n$ , на преодоление разности давлений  $p'' - p'$  в резервуарах и на преодоление суммарных гидравлических потерь  $\Sigma h_n$ , всасывающего и напорного трубопроводов. Следовательно, энергия, необходимая для перемещения единицы веса жидкости из приемного резервуара в напорный по трубопроводам, или потребный напор установки составит

$$H_{\text{потреб}} = H_n + (p'' - p') / \rho g + \Sigma h_n = H_{\text{ст}} + \Sigma h_n, \quad (6.12)$$

где  $H_{\text{ст}} = H_n + (p'' - p') / \rho g$  – статический напор установки

Характеристикой насосной установки называют зависимость потребного напора от расхода жидкости. Геометрический напор  $H_2$ , давления  $p''$  и  $p'$ , и, соответственно, статический напор  $H_{\text{ст}}$  обычно не зависят от расхода. При турбулентном режиме гидравлические потери пропорциональны квадрату расхода:

$$\Sigma h_n = k Q^2,$$

где  $k$  – сопротивление трубопроводов насосной установки.

На рис. 6.6 представлена характеристика насосной установки. Уровни, на которых размещены элементы установки, на схеме нарисованы в масштабе оси напоров графика. Уровень в приемном резервуаре совмещен с осью абсцисс. Так как статический напор установки не зависит от расхода, характеристика насосной установки представляет суммарную характеристику подводящего и напорного трубопроводов  $\Sigma h_n = k Q^2$ , смещенную вдоль оси напоров на величину  $H_{\text{ст}}$ .

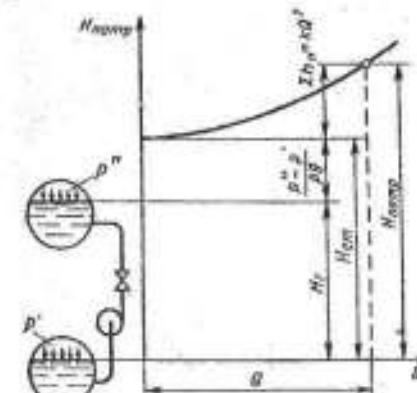


Рис. 6.6. Характеристика насосной установки

Насос данной установки работает на режиме, при котором потребный напор равен напору насоса. Другими словами энергия, потребляемая при движении жидкости по трубопроводам установки (потребный напор), равна энергии, сообщаемой жидкости насосом (напор насоса). Для определения режима работы насоса необходимо на одном графике в одинаковых масштабах нанести характеристики насоса и насосной установки. Точка пересечения этих линий и покажет режим работы насоса.

На практике часто возникает необходимость регулирования работы насоса. Как правило, для этой цели применяют:

- регулирование вентилем;
- изменение частоты вращения насоса;
- регулирование перепуском;
- поворот лопастей.

Регулирование вентилем (дросселирование) вызывает дополнительные потери энергии, уменьшающие КПД установки. Однако вследствие значительной простоты реализации этот вид регулирования имеет наибольшее распространение.

Изменение частоты вращения насоса приводит к изменению его характеристики и, следовательно, рабочего режима. Для реализации этого способа регулирования необходимо использовать двигатели с переменной частотой вращения (электродвигатели постоянного тока, паровые и газовые турбины, двигатели внутреннего горения и т.д.). Этот способ регулирования более экономичен по сравнению с дросселированием.

Регулирование перепуском осуществляется путем перепуска части расхода жидкости из напорного трубопровода во всасывающий по обводному трубопроводу с вентилем. При изменении степени открытия этого вентиля изменяется расход перепускаемой жидкости и, соответственно, расход во внешней сети. При движении жидкости по обводному каналу теряется часть энергии, вследствие чего данный способ регулирования является незадорожным.

Регулирование поворотом лопастей применяется в средних и крупных поворотно-лопастных осевых насосах. В результате поворота лопастей изменяется характеристика насоса и, соответственно, режим его работы. При этом КПД насоса изменяется незначительно, поэтому такой способ регулирования является более экономичным по сравнению с дросселированием.

На практике несколько насосов могут устанавливаться последовательно или параллельно. Последовательная установка насосов используется для увеличения требуемого напора жидкости, параллельное – для увеличения ее расхода.

При работе лопастных насосов возможно возникновение явления кавитации – нарушение сплошности потока жидкости, вызванное появлением в ней пузырьков или полостей, заполненных газом или паром. Кавитация возникает при понижении давления жидкости, в результате чего она закипает или из нее выделяется растворенный газ. Такое понижение давления обычно происходит при повышенных скоростях движения жидкости. При этом, как правило, жидкость настолько быстро проходит через эту область, что газ не успевает выделяться из нее. В этом случае полости или пузырьки, заполненные паром, увлекаются потоком жидкости в область повышенного давления. В ней пар конденсируется и полости, заполненные паром, замыкаются.

Возникновение кавитации вызывает следующие неприятные явления:

- разрыв материалов стенок канала. Действительно, при конденсации пузырьков пара давление внутри пузырька остается постоянным и равным давлению насыщенного пара. Давление же жидкости повышается по мере продвижения пузырька. Частицы жидкости, окружающие пузырек, находятся под действием увеличивающейся разности давления жидкости и давления внутри пузырька. При полной конденсации пузырька газа происходит столкновение частиц жидкости, сопровождающееся мгновенным местным увеличением давления, достигающим сотен мегапаскалей. В результате происходит выщербливание материала стенок канала;
- возникновение повышенных уровней шумов и вибраций гидравлического тракта, в котором возникала кавитация. Эти явления возникают вследствие колебаний жидкости, вызванных замыканием полостей, заполненных паром;
- уменьшение величин расхода, напора, мощности и КПД лопастных насосов.

Иногда в гидравлическом тракте даются поток жидкости, в который подмешаны пузырьки газа. При прохождении этих пузырьков через область пониженного давления происходит их интенсивный рост и, следовательно, увеличение объемной концентрации газа. Это может вызвать уменьшение расхода и напора жидкости, которые происходят вследствие следующих процессов. Увеличение объемной концентрации газа в жидкости приводит к значительному уменьшению скорости звука. Например, при объемной концентрации воздуха в воде, равной 1 %, скорость звука составляет 120 м/с, а при 10 % - 40 м/с. Скорость жидкости в наиболее узком сечении канала не может быть больше звуковой. Поэтому уменьшение скорости звука вследствие увеличения объемной концентрации газа вызывает уменьшение скорости движения и расхода жидкости. Кроме того, при уменьшении скорости звука до значения, близкого к скорости жидкости (число Маха приближается к 1), резко повышается гидравлическое сопротивление канала и, соответственно, уменьшается расход жидкости. Подобного рода нарушение режима работы насоса может произойти и при дозвуковых скоростях жидкости вследствие того, что в центральной части колеса накапливается газ, отсепарированный от жидкости под действием центробежных сил. Такого рода явление на практике называют газовой кавитацией.

В лопастных насосах паровая кавитация возникает на лопатке рабочего колеса, как правило, близко к ее входной кромке. Давление в этой области значительно меньше давления во входном патрубке насоса, из-за местного увеличения скорости потока жидкости при натекании на лопатку, и вследствие гидравлических потерь в подводящем тракте.

Давление у входа в насос и, соответственно, в рабочем колесе насоса тем меньше, чем больше высота всасывания и гидравлическое сопротивление подводящего трубопровода и чем меньше давление в приемном резервуаре. При достаточно большой высоте всасывания и значительном сопротивлении подводящего трубопровода или при очень малом значении давления в приемном резервуаре давление у входа в рабочее колесо становится настолько малым, что возникает кавитация жидкости. Таким образом, явление кавитации ограничивает высоту всасывания насоса.

Проточная часть всех видов лопастных насосов состоит из трех основных элементов: подвода, рабочего колеса и отвода. Рабочее колесо передает жидкости энергию, подводимую к валу насоса. На практике его обычно отнимают целиком вместе с лопатками. Небольшие рабочие колеса тихоходных насосов, имеющие узкие каналы, часто выполняют сборной конструкции. В них штампованные лопатки приваривают или прикрепляют к литым или штампованным ведомому и ведущему дискам. Иногда сборное колесо состоит только из двух частей: ведущего диска с выфрезерованными лопатками и ведомого. Сборная конструкция рабочего колеса дает возможность производить тщательную обработку внутренней поверхности каналов между лопатками, что заметно уменьшает гидравлические потери и увеличивает эрозионную стойкость рабочего колеса.

Количество лопаток у центробежных колес составляет 6-10, а у осевых – 3-5. Рабочие колеса выполняют с односторонним или двусторонним входом. Колесо двустороннего входа имеет два ведомых диска и один ведущий со ступицей. Такие колеса имеют два входа и один выход.

Подвод насоса предназначен для перемещения жидкости из подводящего трубопровода в рабочее колесо. При его разработке исходит из того, что он должен по возможности обеспечить осесимметричный поток на входе в колесо. Если осевая симметрия потока у входа в колесо отсутствует, то при любой установке входного элемента лопатки на некоторых струйках реализуются чрезмерно большие утлы атаки, вызывающие срыв потока с лопатки. Такие срывы вызывают дополнительные гидравлические потери и местное уменьшение давления, в результате которого заметно уменьшается допустимая высота всасывания насоса.

- На практике используют следующие основные конструктивные формы подвода:
- прямосный конфузор;
  - кольцевой подвод;
  - спиральный подвод.

Прямосный конфузор применяют в конструкциях насоса, в которых рабочее колесо закреплено консольно на конце вала и сам вал не проходит через подвод. Конфузор способствует выравниванию поля скоростей жидкости, что позволяет иметь малое гидравлическое сопротивление подвода.

Кольцевой подвод представляет собой кольцевой канал постоянного сечения, расположенный на окружности входа в рабочее колесо, и соединенный с входным патрубком насоса. Его применяют в многоступенчатых насосах секционного типа в качестве подвода первой ступени. При его использовании не реализуется осевая симметрия потока у входа в рабочее колесо. Отклонение потока от осевой симметрии несколько уменьшается при увеличении площади сечения кольцевого канала и, следовательно, уменьшении скорости движения жидкости в подводе.

Спиральный подвод располагают на окружности входа в рабочее колесо. В отличие от кольцевого, осевые сечения спирального подвода, не одинаковы и постепенно увеличиваются, по мере движения жидкости. При движении по такому подводу жидкость приобретает окружную составляющую скорости, что исключает образование вихревой зоны за валом и уменьшает нарушение осевой симметрии потока на входе в рабочее колесо. Наряду с этим образование окружной составляющей скорости движения жидкости уменьшает величину относительной составляющей скорости на входе, что заметно уменьшает гидравлические потери в колесе и увеличивает допустимую высоту всасывания. Спиральный подвод широко используют в насосах двухстороннего всасывания и многоступенчатых насосах спирального и секционного типов.

Устройство отвода выполняет следующие функции:

- сбор жидкости, выходящей по периферии рабочего колеса и подведение ее к напорному патрубку насоса или рабочему колесу следующей ступени;
- уменьшение скорости вытекающей из рабочего колеса жидкости с преобразованием ее кинетической энергии в потенциальную энергию давления с возможно меньшими гидравлическими потерями;
- раскрутка жидкости, раскручиваемой рабочим колесом насоса.

Спиральный отвод, с увеличивающейся по направлению движения жидкости площадью поперечного сечения, переходит в прямосный диффузор, в котором происходит уменьшение скорости движения жидкости. Такой отвод применяют в одноступенчатых насосах одностороннего и двухстороннего входа и в многоступенчатых насосах спирального типа.

Кольцевой отвод выполнен в форме канала постоянного сечения и его располагают вокруг рабочего колеса. Наиболее часто его применяют в насосах, перекачивающих загрязненные жидкости (в частности, сточные воды). При перекачке такой загрязненной воды спиральные отводы нецелесообразны, так как начальные участки спирального канала имеют малые сечения и неподходящи для крупных твердых частиц. При постоянном сечении кольцевого канала средние скорости движения жидкости в различных его сечениях неодинаковы. Это объясняется различием расхода по длине отвода и является причиной дополнительных потерь на входе в отвод из-за слияния потоков жидкости с различными скоростями.

Направляющий аппарат конструктивно представляет собой несколько спиральных каналов, расположенных вокруг рабочего колеса, по которому жидкость перемещается к рабочему колесу следующей ступени или отводится вдоль оси насоса.

Направляющие аппараты с безплоточным кольцевым пространством устанавливают в многоступенчатых насосах секционного типа. В таких же насосах иногда используют и направляющие аппараты с непрерывными каналами.

### 6.3. ВИХРЕВЫЕ И СТРУЙНЫЕ НАСОСЫ

На рис. 6.7, представлена схема вихревого насоса, рабочим органом которого является рабочее колесо 1 с радиальными или наклонными лопatkами. В боковых и периферийных стенках корпуса имеется концентрический канал 2, начинающийся у входного отверстия и заканчивающийся у напорного. Канал прерывается перемычкой 4, служащей уплотнением между напорной и входной полостями. Жидкость поступает через входной патрубок 5 в канал, перемещается по нему рабочим колесом и уходит в напорный патрубок 3.

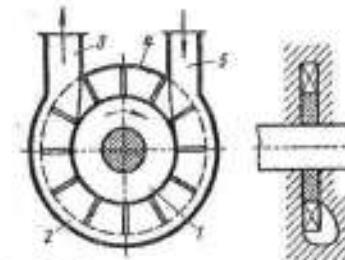


Рис. 6.7. Схема закрыто-вихревого насоса

Напор вихревого насоса в 3-9 раз превышает напор центробежного при тех же размерах и частоте вращения. Большинство вихревых насосов имеют самовсасывающую способность, то есть могут при запуске засосать жидкость без предварительного заполнения подводящего трубопровода. Многие вихревые насосы работают на смеси жидкости и газа. Существенным недостатком такого насоса является малое значение КПД (не более 0,38), что ограничивает его применение при больших мощностях. Расход вихревых насосов не превышает 12 л/мин в секунду, а напор достигает 250 м.

В закрыто-вихревых насосах жидкость поступает на рабочее колесо по большому радиусу и, следовательно, при больших окружных и относительных скоростях. Движение жидкости во входном участке канала таких насосов реализуется по сложным закономерностям и до настоящего времени не разработана методика аналитического расчета критического кавитационного запаса. Для предотвращения возможности кавитации в закрыто-вихревых насосах перед рабочим колесом устанавливают центробежную ступень и такой насос называется центробежно-вихревым.

В струйных насосах (рис. 6.8) поток полезной подачи  $Q_1$  перемещается и получает энергию вследствие смещения с рабочим потоком  $Q_2$ , обладающим большой энергией. Полный расход на выходе из насоса определяется как:

$$Q_2 = Q_1 + Q_0. \quad (6.13)$$

Струйный насос включает в себя рабочее сопло 3 с подводом 2 рабочего потока, камеру смещения 5, диффузор 6 и подвод 1 потока полезной подачи с входным кольцевым соплом 4 камеры смещения.

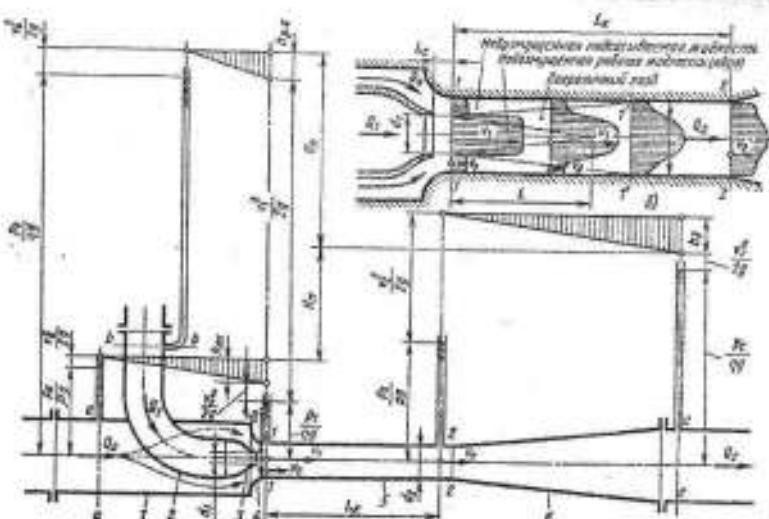


Рис. 6.8. Схема струйного насоса

Режим работы струйного насоса характеризует четыре нижеуказанных параметра (для наиболее простого и распространенного случая, при котором плотности смещаиваемых потоков одинаковы):

- рабочий напор, затрачиваемый в насосе и равный разности напоров рабочего потока на входе в насос (сечение б-б) и на выходе из него (сечение с-с);

$$H_p = p_s / \rho g + W_s^2 / 2g - p_e / \rho g - W_e^2 / 2g; \quad (6.14)$$

- полезный напор, создаваемый насосом и равный разности напоров подаваемой жидкости за насосом (сечение с-с) и перед ним (сечение а-а):

$$H_n = p_c / \rho g + W_c^2 / 2g - p_a / \rho g - W_a^2 / 2g; \quad (6.15)$$

- расход рабочей жидкости

$$Q_s = W_s S_1 = W_s \pi d_1^2 / 4; \quad (6.16)$$

- полезный расход

$$Q_n = W_n S_0 = W_n \pi (d_0^2 - d_1^2) / 4. \quad (6.17)$$

КПД струйного насоса равен отношению полезной мощности к затраченной:

$$\eta = H_n Q_n / H_p Q_s. \quad (6.18)$$

Небольшое значение КПД струйных насосов обусловлено значительными потерями энергии в процессе их работы.

Характеристика струйного насоса показывает его работу на переменных режимах и, как правило, определяется при условии  $H_n + H_p = const$ . Характеристика (рис. 6.9) со-

стоит из зависимостей полезного напора  $H = f(Q)$ , КПД  $\eta = f(Q)$  и рабочего расхода

В соответствии с условием  $H_n + H_p = const$  каждый насос может иметь множество характеристик (рис. 6.9).

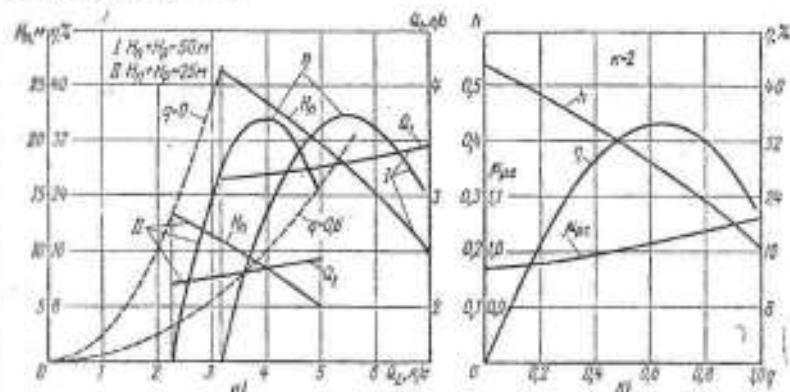


Рис. 6.9. Характеристика струйного насоса

Более удобно характеристику струйного насоса представлять в относительной безразмерной форме в качестве совокупности зависимостей (рис. 6.9)

$$h = f(q), \eta = f(q), \eta \mu_{pe} = f(q),$$

где относительный напор  $\Delta h = H_n / (H_n + H_p)$ ;

относительный расход  $q = Q_s / Q_1$ ;

$$\text{коэффициент расхода рабочего сопла } \mu_{pe} = \frac{Q_s}{S_1} \sqrt{2g(H_n + H_p)}.$$

Размеры проточной части в относительной форме характеризуются относительной площадью,  $K = S_0 / S_1 = (d_0^2 - d_1^2) / d_1^2$ , которая характеризует отношение площади сечения входа к площади рабочего сопла.

Все многообразие размерных характеристик, полученных при различных значениях  $H_n + H_p = const$  для всех струйных насосов с постоянным значением относительной площади может быть сведено к одной безразмерной характеристике. Это возможно при выполнении следующих условий:

- наряду с равенством  $K$  соблюдается геометрическое подобие для всех элементов проточной части;

- значения относительной шероховатости стенок проточной части должны быть пропорционально одинаковы;

- на кинематически подобных режимах работы, характеризуемых условием  $q = const$ , соблюдено также подобие и по критериям Рейнольдса.

Наиболее часто в струйных насосах применяют цилиндрические камеры смешения, которые просты в изготовлении и позволяют достичь достаточно хорошего значения КПД.

Для достижения максимального значения КПД насоса важно рационально выбрать длину камеры смешения. В случае длинной камеры смешения поле скоростей в потоке перед входом в диффузор достаточно выровнено и преобразование кинетической энергии в нем будет происходить с малыми потерями. Однако при этом реализуются большие потери в камере смешения.

При короткой камере процесс смешения в ней не успевает до конца реализоваться, и неравномерность поля скоростей вызывает увеличение потерь в диффузоре, хотя в самой камере потери уменьшаются.

#### 6.4. ОБЪЕМНЫЕ ГИДРОМАШИНЫ

В объемной гидромашине рабочий процесс основан на попаременном заполнении рабочей камеры жидкостью и последующем ее вытеснении оттуда. Под рабочей камерой объемной гидромашины понимают ограниченное пространство внутри машины, периодически изменяющее свой объем и попаременно сообщающееся с трубопроводами подвода и отвода жидкости.

В объемном насосе перемещение жидкости реализуется путем ее вытеснения из рабочей камеры вытеснителем. Вытеснителем является рабочий орган насоса, непосредственно осуществляющий процесс вытеснения. Вытеснителем может быть поршень, плунжер, шестерня, винт, пластина и т.п.

По характеру процесса вытеснения жидкости объемные насосы классифицируют на поршневые (плунжерные) и роторные.

Общими свойствами объемных насосов, отличающими их от лопастных, являются:

- цикличность рабочего процесса и связанная с ней порционность и неравномерность подачи;
- герметичность насоса, выражаяющаяся в постоянном отделении напорного трубопровода от всасывающего;
- самовсасывание, то есть способность объемного насоса создавать вакуум во всасывающем трубопроводе, заполненном воздухом. Величина этого вакуума достаточна для подъема жидкости во всасывающем трубопроводе до входа в насос;
- жесткость характеристики, то есть значительная ее крутизна в системе координат  $P - Q$ , что означает малую зависимость расхода насоса при изменении давления в насосе;
- независимость давления, создаваемого объемным насосом от скорости движения рабочего органа и скорости жидкости. В частности, при работе на нескимаемой жидкости объемный насос, имеющий идеальное уплотнение, может создавать большие значения давления при сколь угодно малой скорости движения вытеснителя.

Основными величинами, характеризующими рабочий процесс объемного насоса, являются:

- рабочий объем;
- идеальный расход;
- действительный расход;
- полезная мощность;
- КПД.

Идеальным расходом объемного насоса считают расход нескимаемой жидкости в единицу времени при отсутствии утечек через зазоры

$$Q_i = V_o n = V_i z k t, \quad [6.19]$$

где  $V_o$  – рабочий объем насоса,  $n$  – частота рабочих циклов насоса (для вращательных насосов – частота вращения вала),  $V_i$  – идеальный расход из каждой рабочей камеры за один цикл,  $z$  – количество рабочих камер в насосе,  $k$  – кратность действия насоса, равная количеству подач из каждой камеры за один рабочий цикл (один оборот вала).

$$V_o = V_i z k. \quad (6.20)$$

Чаще всего  $k = 1$ , но в некоторых конструкциях ее значение достигает 2 и более,

действительный расход насоса меньше идеального из-за утечек из рабочих камер и полости нагнетания через зазоры, а при больших давлениях жидкости и за счет ее скимаемости.

Отношение действительного расхода к идеальному называется коэффициентом подачи.

Если скимание жидкости пренебрежимо мало, коэффициент подачи равен объемному КПД насоса:

$$\text{КПД} = Q / Q_i = (Q_n - q_i) / Q_i = Q / (Q + q_i). \quad (6.21)$$

Полное приращение энергии жидкости в объемном насосе обычно относят к единице объема и, следовательно, выражают в единицах давления. Так как объемные насосы используют в основном для создания значительных приращений давления, то приращение кинетической энергии в насосе обычно пренебрегают. Вследствие этого давление насоса определяется разностью давлений на выходе из него и на входе, а напор насоса  $H_s = p_s / \rho g$ .

Полезная мощность насоса определяется как  $N_p = Q p_s$ .

Мощность, потребляемая насосом  $N_n = M_n \omega_n$ , где  $M_n$  – момент на валу насоса;  $\omega_n$  – угловая скорость его вала.

КПД насоса представляет собой отношение полезной мощности к мощности, потребляемой насосом  $\text{КПД} = N_p / N_n = p_s Q / M_n \omega_n$ .

По аналогии с лопастными насосами для объемных насосов используют гидравлический, объемный и механический КПД. Первый из них учитывает потери давления, второй – потери на перетекание жидкости через зазоры и третий – потери на трение в деталях насоса.

#### 6.5. ПОРШНЕВЫЕ НАСОСЫ

Эти насосы применялись еще во втором веке до нашей эры и находят широкое применение и в наши дни. На рис. 6.10 представлена конструктивная схема простейшей насосной установки с поршневым насосом.

Цилиндр 6 является рабочей камерой, а вытеснителем – плунжер 8 с возвратно-поступательным движением, которое ему сообщает кривошипно-шатунный механизм. Система распределения, предназначенная для соединения цилиндра попаременно с подводящей (всасывающей) 1 и отводящей (напорной) 3 линиями, состоит из всасывающей 11 и нагнетательного 5 самодействующих клапанов. При увеличении объема рабочей камеры (при цикле заполнения) в ней устанавливается давление  $p_{1n}$  меньшее давления  $p_1$  перед клапаном 11. Под действием образовавшейся разности давлений клапан поднимается и камера заполняется жидкостью из всасывающей линии 1.

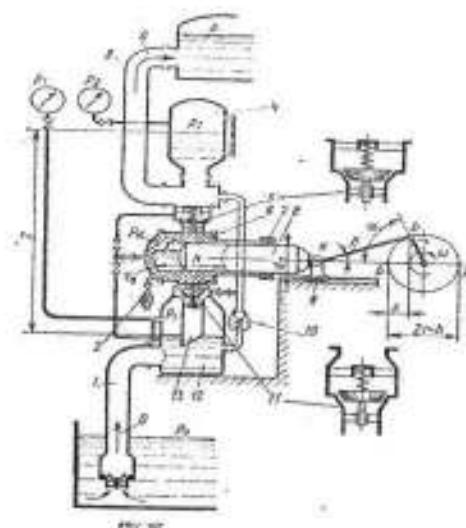


Рис. 6.10. Схема поршневого насоса с кривошипным приводом

При уменьшении объема камеры (в цикле вытеснения), когда в ней движется плунжер, давление в ней начинает увеличиваться. Клапан 11 закрывается и, когда давление в камере достигнет значения  $p_{20}$ , большего, чем давление  $p_2$  за клапаном 5, жидкость начнет вытесняться через этот клапан в линию 3.

Приведенная схема циклов реагирует только при условии, что давление  $p_2$  больше  $p_1$  (это соответствует работе такой гидромашины в качестве насоса).

Если к линии 1 подводится жидкость под высоким давлением, то плунжер под ее воздействием не начнет двигаться, так как клапаны допускают свободный проток жидкости в линию 3, в которой давление меньше.

По конструкции выносителей поршневые насосы делятся на: собственно поршневые и плунжерные. В поршневом насосе поршень перемещается в гладко обработанном цилиндре. В плунжерном гладкий плунжер перемещается в рабочей камере свободно. Так как точная обработка внутренних поверхностей более трудоемкая, чем внешних, а доступность ремонта и замена неподвижного наружного уплотнения более просты, плунжерные насосы являются более предпочтительными.

#### 6.5.1. НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ПОДАЧИ ПОРШНЕВЫХ НАСОСОВ И МЕТОДЫ ЕЕ ВЫРАВНИВАНИЯ

Расход однопоршневого насоса прерывистый и имеет большую неравномерность, характеризуемую коэффициентом

$$\sigma = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_{\text{ср}}} \quad (6.22)$$

Большинство пользователей не могут использовать сильно пульсирующий расход. Ибо быстрое увеличение и уменьшение расхода жидкости в трубах в сочетании с состоянием почек во время цикла всасывания вызывает в них и в насосе пульсации давления, что может привести к увеличению шума, вибрации и усталостным разрушениям в насосной установке.

Например, при увеличении  $Q_{\text{ср}}$  на участке ОА (рис. 6.11) поршень должен сообщить ускорение столбу жидкости, равному полной длине отводящей линии. В случае отсутствия гидропневматического аккумулятора 4 это вызовет инерционное увеличение давления в цилиндре на величину

$$P_{\Delta 2} = \rho j_2 l_2 = \rho j_2 \frac{S_2}{S_1} l_2, \quad (6.23)$$

(где  $l_2$ ,  $S_2$  и  $j_2$  - соответственно длина, площадь поперечного сечения отводящей трубы и ускорение жидкости в ней).

Ускорение будет максимальным в начале каждого хода, когда  $\cos \alpha \rightarrow 1$ . Величина  $p_4$  добавляется к  $p_{20}$  в начале хода вытеснения и уменьшает значение  $p_{10}$  в начале хода наполнения, так как ускорение жидкости в подводящей магистрали происходит благодаря замыканию давления  $p_0$  перед входом в нее. В конце каждого хода при замедлении потока (АВ на рис. 6.11) величины  $p_n$  меняют знак, что приводят к уменьшению  $p_{20}$  и увеличению  $p_{10}$ .

Таким образом в насосной установке возникают колебания давления  $p_{20}$  и  $p_{10}$  около их средних значений, определяемых средним расходом  $Q_{\text{ср}}$  в пределах  $2p_n$ .

При большой частоте вращения и значительной длине 1 подводящей линии инерционное уменьшение давления может привести в начале хода заполнения к кавитационным явлениям в цилиндре, вызывающим удары жидкости о поршень и усугубляющим шум и вибрацию при работе насоса.

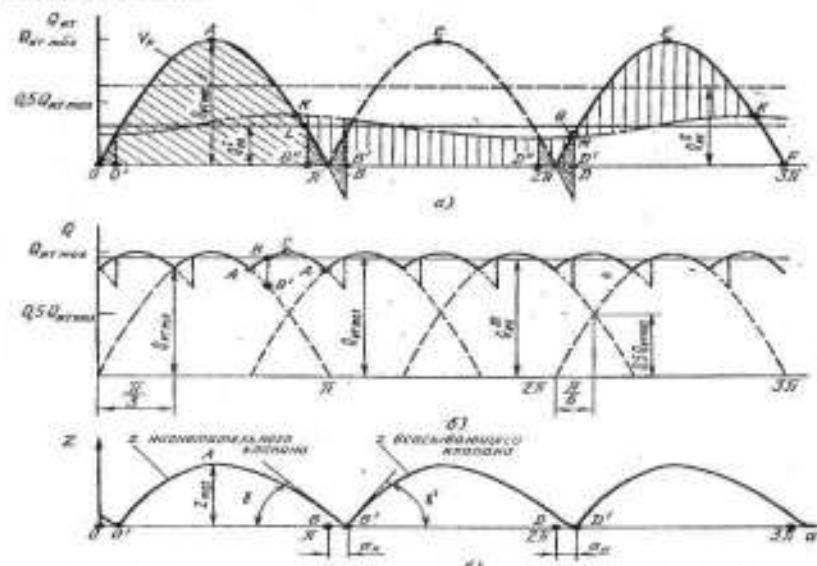


Рис. 6.11. Зависимость изменения расхода насоса и высоты подъема клапана от цикла поворота кривошипа

Для уменьшения неравномерности расхода применяют для способа.

Первый способ сводится к применению многопоршневых машин с общей приводной частью и общими магистральными трубопроводами. Диаграмма ОАВСД на рис. 6.11 представляет собой график расхода двухпоршневого насоса. Для него в соответствии с зависимостями (6.19) и (6.22)  $Q = 2Shm\omega = \frac{\pi}{2}$ . При этом длительные перерывы подачи устраняются, но и мгновенные режимы сохраняются. А значит, сохраняются и предельные значения инерционных пульсаций давления  $\sigma$ .

Конструктивно двухпоршневой насос представляет собой два качающих узла типа изображенного на рис. 6.10 с общими трубопроводами, присоединенные к общему валу таким образом, что их рабочие циклы взаимно смещены на половину оборота.

На рис. 6.12 приведена более конструктивная схема более экономичного насоса двойного действия. При перемещении поршня 4 вправо жидкость вытесняется через клапан 6 в напорный трубопровод 2 и одновременно заполняет штоковую полость 1 цилиндра. При перемещении поршня влево клапан 6 закрывается и жидкость из штоковой полости 1 вытесняется в напорный трубопровод 2. Одновременно с этим происходит всасывание через клапан 7 жидкости в правую полость.

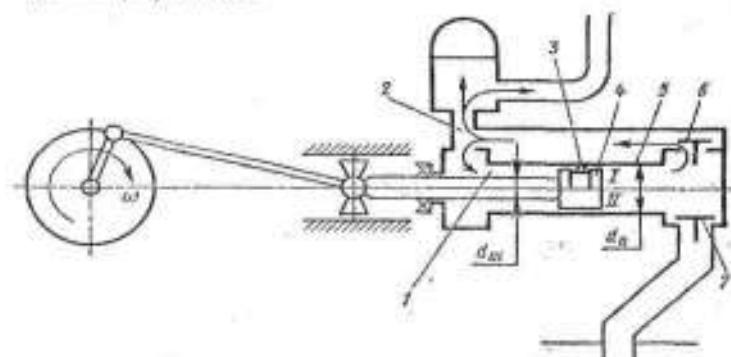


Рис. 6.12. Схема поршневого насоса с дифференциальным поршнем

Соответственно вытесняемые объемы при ходе поршня вправо и влево составят соответственно

$$V = \frac{\pi dh}{4} - \pi \frac{(d-d')h}{4} = \frac{\pi d'h}{4},$$

$$V' = \pi(d' - dd)/4.$$

При  $d' = 2d$  эти объемы при прямом и обратном ходах будут равны

$$V = V' = \pi d h / 4.$$

Расход такого насоса двустороннего действия за двойной ход поршня будет равен рабочему объему насоса  $V = V + V' = xd/4$ .

При трех поршнях средний идеальный расход  $Q = 3Sh\omega$ . Циклы вытеснения перекрывают друг друга так, что жидкость в трубах никогда не останавливается. В соответствии с рис. 6.11 величина  $\sigma$  резко уменьшается:

$$\sigma = S \frac{h}{2} \dot{\omega} - S \frac{h}{2} \dot{\omega} \sin \frac{\pi}{3} = \pi \frac{3}{3} = 0.14.$$

При этом уменьшаются и предельные значения инерционных пульсаций давления  $\sigma$  вследствие уменьшения максимальных ускорений потока. Выравнивание расхода и связанное с этим улучшение качества рабочего процесса увеличиваются при применении нечетного количества поршней (больше трех). Суммируя значения  $Q$  для насосов с различным количеством поршней, можно показать, что у насосов с нечетным количеством поршней равномерность расхода заметно лучше, чем у насосов с четным количеством поршней. Приближенно  $\sigma$  можно определить:

Для нечетного количества поршней  $\sigma = 1,25\sqrt{z}$

Для четного количества поршней  $\sigma = 5\sqrt{z}$

Именно поэтому количество поршней, как правило, принимают нечетным.

Истинная неравномерность расхода в установках с объемными насосами может значительно превышать идеальную неравномерность, определяемую лишь закономерностью изменения  $Q$ . Причиной этого может являться запаздывание клапанов и склонность жидкости. Из рис. 6.11 видно, что графику  $Q$  при запаздывании клапанов (линия АВСД) соответствует большее значение неравномерности, чем графику АВСД без запаздывания.

Вторым способом выравнивания расхода используют применение гидропневматических акумуляторов (воздушных колпаков). Воздушные колпаки 12 и 4 (рис. 6.12) устанавливают на подводящей и отводящей линиях напосредственно перед и после рабочей камеры так, чтобы расстояние от нее до колпаков было минимальным. Обычно используют колпаки с одно- и двухцилиндровыми насосами.

Действие колпаков основано на стремлении длинных столбов жидкости в трубах сохранять вследствие инерции среднюю скорость движения жидкости, соответствующей среднему расходу насоса.

При проектировании и эксплуатации поршневых насосов всегда необходимо предусматривать вероятность возникновения кавитации, внешним проявлением которой является шум и вибрация в насосе.

На рис. 6.13 представлены кавитационные характеристики насоса, которые показывают, что развитая кавитация возникает в следующих вариантах работы насоса:

- при постоянном давлении жидкости перед входом в насос его частота вращения очень большая;

- при постоянной частоте вращения давление перед входом в насос очень маленькое.

Принцип уменьшения расхода жидкости в обоих случаях является уменьшение давления в цилиндрах до такого предельного значения, при котором из-за кавитации часть ее объема остается к концу цикла всасывания незаполненной жидкостью.

Во время заполнения жидкость поступает в рабочие камеры, под воздействием давления перед входом в насос в подводящую линию (рис. 6.14). При этом насос имеет стабильный расход и скорость движения жидкости в подводящей линии пульсирует очень слабо. Ее прерывистое движение имеет место только в патрубках, питающих отдельные цилиндры. Длина таких патрубков незначительна и поэтому инерционные уменьшения давления практически отсутствуют. И такие условия соответствуют большинству случаев практической эксплуатации насосов.

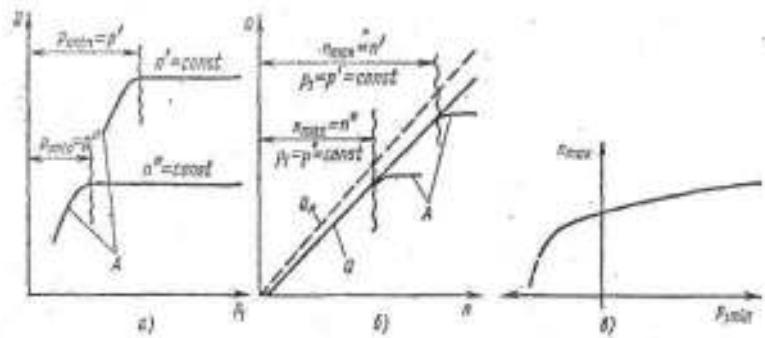


Рис. 6.13. Кавитационные характеристики поршневых и роторных насосов

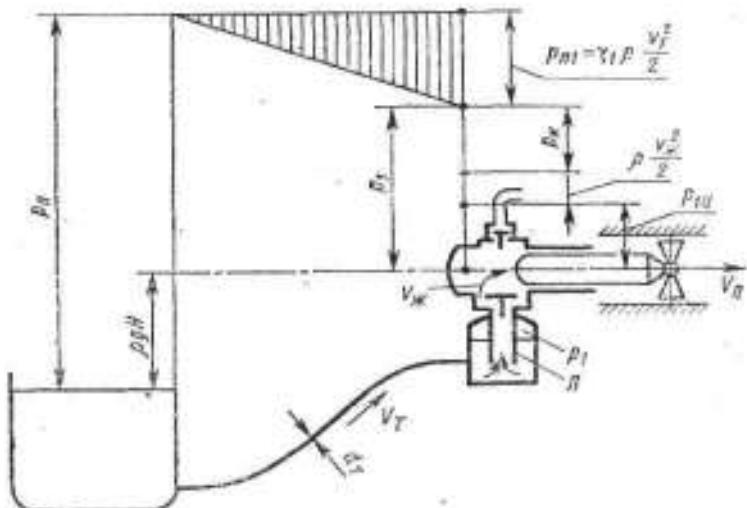


Рис. 6.14. Схема тракта всасывания насосной установки

Разность давлений перед входом и в цилиндрах составляет затраты энергии на преодоление высоты всасывания, преодоление потерь в подводящем тракте и во всасывающем клапане, а также на поддержание движения жидкости в цилиндре с рабочей скоростью.

При бескавитационной работе насоса жидкость следует за поршнем и скорости их движения равны.

На рис. 6.15 представлен график зависимости скорости движения поршня.

Исследование кавитационных характеристик насосов проводят при постоянном давлении или числе оборотов.

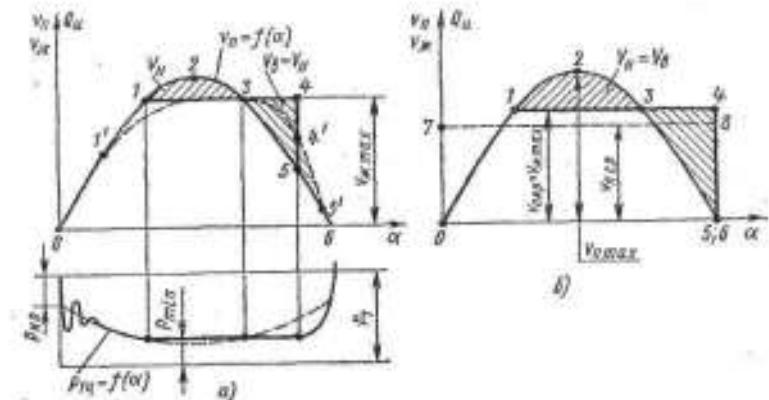


Рис. 6.15. Изменение расхода жидкости в поршневом насосе при кавитации в цилиндре

выходах совокупности модулей при одинаковых ПРВП на входах и одинаковых расходах на выходах и выходах условного элемента и совокупности модулей.

Используя формулы табл. 7.1, уравнения материальных балансов потоков и определение эквивалентного модуля, можно получить расчетные зависимости для определения ПРВПЭ, при известных ПРВПМ, заменяемых эквивалентным модулем, известных входных и разветвляемых потоках и ПРВПП на входе совокупности заменяемых модулей. В табл. 7.2 представлены формулы расчета ПРВПЭ для простейших видов соединений модулей.

Центральное место среди приёмов, позволяющих проводить структурные преобразования гидродинамических схем с целью замены их единственным звеном с эквивалентной ПРВП занимают приёмы переноса точек слияния и разветвления потоков.

На рис. 7.1а представлена схема, в которой на вход модуля с ПРВПМ равной  $P(x, G_1)$  поступает поток с расходом  $G_1$  и ПРВПП  $x_1(r)$ . На выходе модуля поток суммируется с потоком, характеризуемым расходом  $G_2$  и ПРВПП  $x_2(r)$ .

Назовем структурную схему рис. 7.1б эквивалентной структурной схеме рис. 1а, если при одних и тех же значениях расходов входных потоков  $G_1$  и  $G_2$  и их ПРВПП, ПРВПП выходных потоков тождественны для обеих структурных схем. Условные модули эквивалентной схемы будем называть фильтрами, характеризуемыми определенными плотностями распределения времени пребывания частиц в фильтре (ПРВПФ).

Можно утверждать, что структурная схема рис. 1а эквивалентна структурной схеме рис. 1б, если ПРВПФ  $P_1^*(s, G_1)$  и  $P_2^*(s, G_2)$  определяются по формулам:

$$P_1^*(s, G_1 + G_2) = P(s, G_1), \quad (7.1)$$

$$P_2^*(s, G_2) = 1/P(s, G_1). \quad (7.2)$$

Очевидно, расход  $G$  одинаков для схем рис. 1а и 1б, тогда для доказательства сформулированного утверждения достаточно доказать тождественность ПРВПП на выходе обеих структур при выполнении (1) и (2). Из условий материальных балансов для схем рис. 1а и 1б соответственно имеем:

$$x(s) = [G_1 x_1(s) + G_2 \cdot x_2(s)]/G, \quad (7.3)$$

$$\bar{x}(s) = [G_1 x_1(s) + P_2^*(s, G_2) \cdot G_2 \cdot x_2(s)]/G \cdot P_1^*(s, G). \quad (7.4)$$

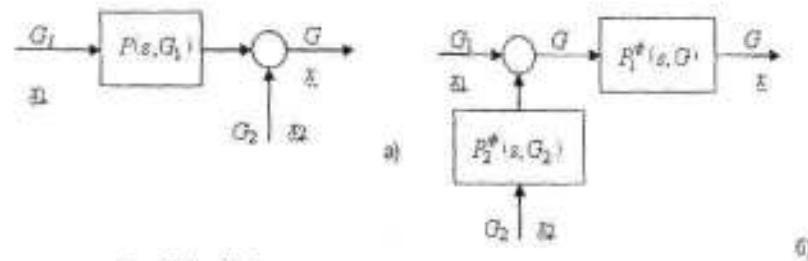


Рис. 7.1 (а, б). Перенос точки слияния с выхода модуля на вход

### Определение ПРВПЭ простейших соединений

№ пп	Особен- ность	Структурная схема	Эквивалентная структурная схема	Формула расчета ПРВПЭ	
				5	6
1	Последова- тельное со- единение модулей	$\frac{G}{\delta(t)}$	$\frac{G}{\delta(t)} \rightarrow P_1^*(\tau, G)$	$P^*(s, G) = \prod_{i=1}^n P_i(s, G_i)$	$P^*(s, G) = \frac{1}{G} \sum_i P_i(s, G_i)$
2	Пара- гельное соединение модулей	$G_1$	$G_1 \rightarrow R_{11}(s, G_1) \rightarrow R_{12}(s, G_2) \rightarrow R_{21}(s, G_2) \rightarrow R_{22}(s, G_2)$	$P^*(s, G) = \frac{P(s, G_1)}{1 + r[G - P(s, G_1)]}$ $G_2 = G + G_1, r = G_1/G$	$P^*(s, G) = \frac{P(s, G_1)}{1 + r[G - P(s, G_1)]}$ $G_2 = G + G_1, r = G_1/G$
3	Модуль с разрывом	$\frac{G}{\delta(t)}$	$\frac{G}{\delta(t)} \rightarrow P_1^*(\tau, G_1) \rightarrow \frac{G_{\text{раз}}}{\delta(t)}$	$P^*(s, G) = \frac{P(s, G_1)}{1 + r[G - P(s, G_1)]}$ $G_2 = G + G_1, r = G_1/G$	$P^*(s, G) = \frac{P(s, G_1)}{1 + r[G - P(s, G_1)]}$ $G_2 = G + G_1, r = G_1/G$

Продолжение табл. 7.2

1	2	3	4	5
Встречно-параллельное соединение модулей				

При выполнении (7.1) и (7.2) из (7.3) и (7.4) следует тождественность  $x(s)$  и  $\bar{x}(s)$ . В табл. 7.3 представлены полученные аналогичным способом ПРВПФ соответствующие циклические преобразования.

С использованием формул табл. 7.4 – 7.5 можно получить выражения для преобразования циклических структур. Пусть исходная структура имеет вид рис. 7.2а, то есть представляет собой модуль с рециркулом и точкой слияния потоков, расположенной внутри замкнутой цепи. Очевидно  $G_1 = G_1 + G_p$ ,  $G_{\text{вн}} = G_1 + G_2$ . Перенесем точку «з» слияния потоков с выхода модуля 1 на рис. 7.2а на его вход. Согласно табл. 7.3 (строка 1) структурная схема рис. 7.2а превращается в эквивалентную схему рис. 7.2б, где ПРВПФ определяется по формулам:

$$P_1^{\phi}(s, G) = P(s, G_1), \quad (7.5)$$

$$P_2^{\phi}(s, G_2) = 1/P(s, G_2), \quad (7.6)$$

$$G = G_1 + G_2 + G_p. \quad (7.7)$$

Согласно табл. 7.3 (строка 5) схема рис. 7.2б эквивалентна схеме рис. 7.2в. Используя преобразование табл. 7.2 (строка 3) заменим схему рис. 7.2в эквивалентной схеме рис. 7.2г, в которой ПРВПФ  $P_1^3(s, G_1 + G_2)$  определяется по формуле:

$$P_1^3(s, G_1 + G_2) = \frac{P_1^{\phi}(s, G)}{1+r[1-P_1^{\phi}(s, G)]}, \quad (7.8)$$

где  $r = G_p/G_{\text{вн}}$ ,  $G_{\text{вн}} = G_1 + G_2$ .

С учетом (7.5) получаем:

$$P_1^3(s, G_1 + G_2) = \frac{P(s, G_1)}{1+r[1-P(s, G_2)]}, \quad (7.9)$$

$$P_2^3(s, G_2) = P_2^{\phi}(s, G_2) = 1/P(s, G_2). \quad (7.10)$$

Далее точку «з» рис. 7.2г можно с использованием формул табл. 7.3 (строка 2) перенести со входа в элемент 1 на его выход. При этом структурная схема 7.2г трансформируется в схему рис. 7.2д, где

$$\bar{P}_1^{\phi}(s, G_1) = P_1^3(s, G_1 + G_2), \quad (7.11)$$

$$P_1^{\phi}(s, G_1) = P_1^3(s, G_1 + G_2). \quad (7.12)$$

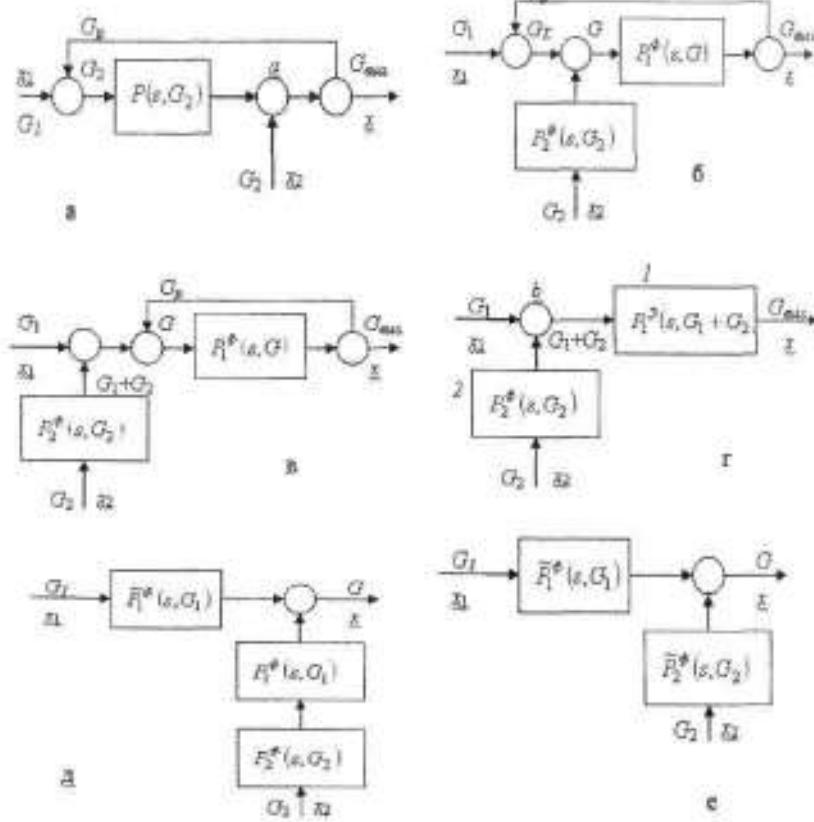


Рис. 7.2 (а-е). Структурные преобразования схемы с рециркуляцией и точкой слияния потоков

Схема рис. 7.2д может быть изображена в виде схемы рис. 7.2е, где  $\bar{P}_2^0(s, G_2) = P_1^0(s, G_1) \cdot P_2^0(s, G_2)$ , или с учетом (7.6)-(7.9) и (7.12):

$$\bar{P}_2^0(s, G_2) = 1 / \{1 + r[1 - P(s, G_2)]\}, \quad (7.13)$$

$$\bar{P}_1^0(s, G_1) \stackrel{\Delta}{=} \bar{P}_1^0(s, G_1) = P(s, G_1) / \{1 + r[1 - P(s, G_2)]\}. \quad (7.14)$$

Таким образом, исходная схема рис. 7.2а может быть преобразована в две инвариантные схемы рис. 7.2е, где  $P_1^0(s, G_1 + G_2)$  и  $P_2^0(s, G_2)$  определяются по формулам соответственно (7.9) и (7.10), и в схему рис. 7.2е, где  $\bar{P}_1^0(s, G_1)$  и  $\bar{P}_2^0(s, G_2)$  по формулам (7.13) и (7.14) соответственно.

Таблица 7.3

№ п/п	Особенность	Структурная схема	Эквивалентная структурная схема	Формула расчета
				5
1	Слияние на выходе модуля	$\bar{P}_1^0(s, G_1)$	$\bar{P}_1^0(s, G_1) \cdot \bar{P}_2^0(s, G_2)$	$P_1^0(s, G_1) = P(s, G_1)$ $P_2^0(s, G_2) = 1 / P(s, G_1)$
2	Слияние на входе модуля	$\bar{P}_2^0(s, G_2)$	$\bar{P}_1^0(s, G_1) \cdot \bar{P}_2^0(s, G_2)$	$P_1^0(s, G_1) = P(s, G_1)$ $P_2^0(s, G_2) = P(s, G_2)$
3	Разделение на выходах модуля	$\bar{P}(s, G)$	$\bar{P}_1^0(s, G_1) \cdot \bar{P}_2^0(s, G_2)$	$P_1^0(s, G_1) = P(s, G)$ $P_2^0(s, G_2) = P(s, G)$

Продолжение табл. 7.4

1	2	3	4	5
Точка стык- нов в пра- вильной схемы с параллель- ным соедине- нием		$P_t^1(x, G_t) = \frac{P_t(x, G_t)}{1 + \frac{1}{P_p(x, G_p)} - P_t(x, G_t)},$ $P_t^2(x, G_t) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_p(x, G_p)} - P_t(x, G_t)},$ $G_{ax} = G_1 + G_2; r = G_p/(G_1 + G_2)$	$\tilde{P}_1^1(x, G_1) = \frac{P_1(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $\tilde{P}_1^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $G_{ax} = G_1 + G_2; r = G_p/(G_1 + G_2)$	$\tilde{P}_2^1(x, G_2) = \frac{P_2(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $\tilde{P}_2^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $r = G_p/(G_1 + G_2)$
Точка стык- нов на вто- рой в обрат- ной ветви параллель- ного соеди- нения		$P_t^1(x, G_t) = \frac{P_t(x, G_t)}{1 + \frac{1}{P_p(x, G_p)} - P_t(x, G_t)},$ $P_t^2(x, G_t) = P_p(x, G_t + G_3),$ $G_1 = G_2 + G_3 + G_4 + G_5; r = G_p/(G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5); G_{ax} = G_1 + G_2$	$\tilde{P}_1^1(x, G_1) = \frac{P_1(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $\tilde{P}_1^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $G_1 = G_2 + G_3; r = G_p/(G_1 + G_2 + G_3)$	$\tilde{P}_2^1(x, G_2) = \frac{P_2(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $\tilde{P}_2^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $r = G_p/(G_1 + G_2)$
Точка стык- нов на вто- рой в про- тивополож- ном соединении		$P_t^1(x, G_t) = \frac{P_t(x, G_t)}{1 + \frac{1}{P_p(x, G_p)} - P_t(x, G_t)},$ $P_t^2(x, G_t) = P_p(x, G_t + G_3),$ $G_1 = G_2 - G_3 + G_4; r = G_p/(G_1 - G_2 + G_3 + G_4); G_{ax} = G_1 - G_2$	$\tilde{P}_1^1(x, G_1) = \frac{P_1(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $\tilde{P}_1^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $G_1 = G_2 + G_3; r = G_p/(G_1 + G_2 + G_3)$	$\tilde{P}_2^1(x, G_2) = \frac{P_2(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $\tilde{P}_2^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $r = G_p/(G_1 + G_2)$
Точка раз- ветвления на входе прямой вет- ви параллель- ного соеди- нения		$P_t^1(x, G_t) = \frac{P_t(x, G_t)}{1 + \frac{1}{P_p(x, G_p)} - P_t(x, G_t)},$ $P_t^2(x, G_t) = P_p(x, G_t + G_3),$ $G_1 = G_2 - G_3; r = G_p/(G_1 - G_2 + G_3); G_{ax} = G_1 - G_2$	$\tilde{P}_1^1(x, G_1) = \frac{P_1(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $\tilde{P}_1^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_1(x, G_1)},$ $G_1 = G_2 + G_3; r = G_p/(G_1 + G_2 + G_3)$	$\tilde{P}_2^1(x, G_2) = \frac{P_2(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $\tilde{P}_2^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_2(x, G_2)},$ $r = G_p/(G_1 + G_2)$

Таблица 7.5

№	Особен- ство схемы	Прибл. схема с рациональными точками разветвления		Изображение
		Стандартная схема	Числовые данные	
1	Точка раз- ветвления на входе прямой вет- ви параллель- ного соеди- нения		$P_t^1(x, G_1) = \frac{P_t(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_t(x, G_1)},$ $P_t^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_t(x, G_1)},$ $P_p^1(x, G_2) = \frac{P_p(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_p(x, G_2)},$ $P_p^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_p(x, G_2)},$ $G_1 = G_2 - G_3; r = G_p/(G_1 - G_2 + G_3); G_{ax} = G_1 - G_2$	
2	Точка раз- ветвления на выходе обратной ветви параллель- ного соеди- нения		$P_t^1(x, G_1) = \frac{P_t(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_t(x, G_1)},$ $P_t^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_t(x, G_1)},$ $P_p^1(x, G_2) = \frac{P_p(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_p(x, G_2)},$ $P_p^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_p(x, G_2)},$ $G_1 = G_2 - G_3; r = G_p/(G_1 - G_2 + G_3); G_{ax} = G_1 - G_2$	
3	Точка раз- ветвления на выходе из прямой вет- ви и на входе в обратную ветвь		$P_t^1(x, G_1) = \frac{P_t(x, G_1)}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_t(x, G_1)},$ $P_t^2(x, G_1) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_2(x, G_2)} - P_t(x, G_1)},$ $P_p^1(x, G_2) = \frac{P_p(x, G_2)}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_p(x, G_2)},$ $P_p^2(x, G_2) = \frac{1}{1 + \frac{1}{P_1(x, G_1)} - P_p(x, G_2)},$ $G_1 = G_2 + G_3; r = G_p/(G_1 + G_2 + G_3)$	

Аналогичным образом для любого расположения точки слияния или разветвления потоков могут быть построены две инварианты (эквивалентные схемы), всегда имеющие вид, изображенный на рис. 7.3 и рис. 7.4.

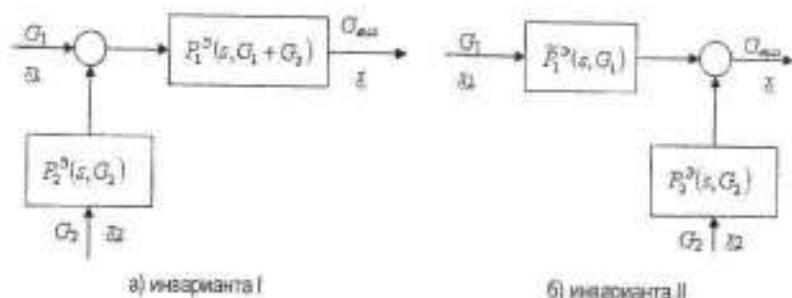


Рис. 7.3 (а, б). Инварианты для циклических схем с точками слияния потоков

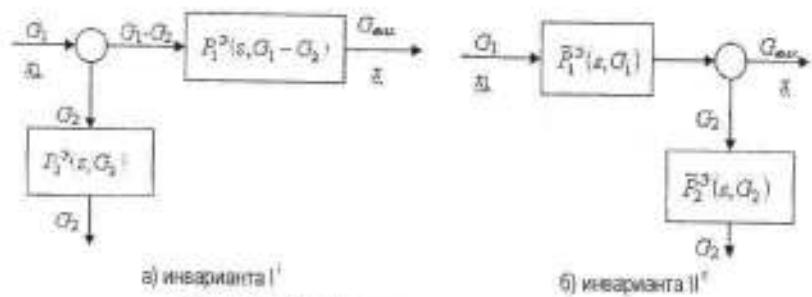


Рис. 7.4 (а, б). Инварианты для циклических схем с точками разветвления потоков

Формулы расчета ПРВП для исходных структурных схем с точками слияния потоков представлены в табл. 7.4, а с точками разветвления потоков - в табл. 7.5. Приведенный математический аппарат структурных преобразований позволяет получить зависимости для расчета ПРВП структурной схемы любой сложности.

## 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ОБЪЕКТОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Структура математической модели любого технологического или природного водного объекта определяется, прежде всего, их гидродинамическими параметрами и зависит от характера распределения времени пребывания частиц жидкого или газа в исследуемой объеме.

В зависимости от вида функции плотности распределения времени пребывания (ПРВП), все многообразие моделей потоков, имеющих место, например, в природных водных средах, может быть описано с помощью сравнительно небольшого набора известных гидродинамических звеньев типа идеального смещения, идеального вытеснения, застойной зоны, байпасирования и т.п. [8,13,14]. Способы агрегирования этих звеньев в единую гидродинамическую модель продемонстрированы в методике предыдущего раздела.

К сожалению, существующие методики определения ПРВП ограничиваются классом линейных стационарных объектов и не всегда пригодны для исследования таких систем, в которых среднее время пребывания частиц жидкости составляет от нескольких часов, до нескольких десятков суток. При таком длительном времени проведения эксперимента возможны непредсказуемые заранее реакции колебания расхода водного потока за счет дождевых осадков, испарения с поверхности, попусков, приводящих к искажению действительной формы ПРВП и, как следствие, к неправильному определению гидродинамической структуры объекта [15]. Отмеченные трудности характерны как для природных водных объектов, так и для многих объектов химической и биотехнологических производств.

В данном разделе рассматривается задача определения гидродинамической структуры некоторого класса водных объектов в условиях нестационарного расхода. Обозначим символом  $\Theta$  нормированное время пребывания частиц жидкости в объекте

$$\Theta = \frac{1}{V} \int_{t_0}^t G(\tau) d\tau, \quad (8.1)$$

где  $V$  - объем или ёмкость объекта;  $G(t)$  - переменный расход жидкости;  $t_0$  - момент времени входа трассера в объект;  $t$  - текущее время. Можно считать, что  $\Theta$  - нормированный к объему объекта  $V$  суммарный расход жидкости, зарегистрированный на интервале  $[t_0, t]$ . Очевидно, что в простейшем случае, когда  $G(t)=\text{const}$ ,  $\Theta$  имеет вид:

$$\Theta = \frac{G}{V}(t - t_0). \quad (8.2)$$

Пусть  $P_{G(t)}(t)$  означает функцию ПРВП при произвольном  $G(t)$ ,  $t \in [t_0, \infty)$ . Тогда  $P_{G(t)}(\Theta)$  назовем плотностью распределения нормированного времени пребывания (ПРНВП), определяемой по формуле:

$$P_{G(t)}(\Theta) = P_{G(t)}(t(\Theta)) \left/ \frac{d\Theta}{dt} \right. = P_{G(t)}(t(\Theta)) \cdot \frac{V}{G(t(\Theta))}. \quad (8.3)$$

Назовем функцию  $F_{G(t)}(\Theta)$  вида:

$$F_{G(t)}(\Theta) = V_{G(t)}(\Theta) \frac{G(t(\Theta))}{G(t_0)}, \quad (8.4)$$

порождающей на том основании, что из неё легко получить

$$P_{G(t)}(t) = \frac{G(t_0)}{V} \cdot F_{G(t)}\left[\frac{1}{V} G(\xi) d\xi\right]. \quad (8.5)$$

Рассмотрим целесообразность использования формул (8.3) - (8.5) для некоторого класса водных объектов.

Объект идеального смешения. К объектам этого типа относятся некоторые неглубокие озера, пруды, аппараты химической и биохимической технологии с мешалками и т.п. Математическая модель объекта идеального смешения в дифференциальной форме имеет вид:

$$V \frac{dC}{dt} = G(C_{in} - C), \quad (8.6)$$

где  $C_{in}(t)$  и  $C(t)$  - концентрации веществ на входе объекта и в самом объекте;  $G$  - расход жидкости;  $V$  - ёмкость объекта. Предполагается, что в рассматриваемом случае  $G = \text{const}$ .

Решение уравнения (8.6) для  $t \geq t_0$  и начального условия  $C(t_0) = 0$  соответствует выражению:

$$C(t) = \frac{G}{V} e^{-\frac{G}{V}(t-t_0)} \cdot \int_{t_0}^t e^{\frac{G}{V}\xi} \cdot C_{in}(\xi) \cdot d\xi. \quad (8.7)$$

Функция ПРВП для объекта идеального смешения может быть получена при условии подачи на его вход импульсного воздействия:  $C_{in}(\xi) = \delta(\xi - t_0)$ . Тогда, из выражения (8.7) получаем:

$$P_G(t) = \frac{G}{V} e^{-\frac{G}{V}(t-t_0)}. \quad (8.8)$$

Используя (8.2) и (8.3), получаем функцию ПРНВП

$$\nu(\Theta) = \exp(-\Theta), \quad (8.9)$$

а из выражения (8.4) найдём порождающую функцию

$$F(\Theta) = \exp(-\Theta), \quad (8.10)$$

Заметим, что для рассматриваемого объекта с постоянным расходом жидкости функции  $F(\Theta)$  и  $\nu(\Theta)$  совпадают и не зависят от значений расхода  $G$ .

Предположим, что в некоторый момент времени  $t \geq t_0$  происходит изменение расхода от значения  $G$  до  $G_1$ . Используя (8.5), запишем ПРВП для расхода  $G$  следующим образом

$$P_G(t) = \frac{G}{V} \cdot F(\Theta)|_{\Theta=\frac{G}{V}(t-t_0)}. \quad (8.11)$$

Поскольку  $F(\Theta)$  постоянна при любых значениях  $G$ , тогда на основании формул (8.3) и (8.4) можно записать:

$$F(\Theta) = P_{G_1}(\theta(\Theta)) \cdot \frac{V}{G_1} = P_{G_1}\left(\frac{\Theta V}{G_1} + t_0\right) \cdot \frac{V}{G_1}. \quad (8.12)$$

Представляя выражение (8.12) и (8.11) и заменяя  $\Theta$  в соответствии с формулой (8.4), получим:

$$P_G(t) = \frac{G}{G_1} \cdot P_{G_1}\left[\frac{G}{G_1}(t-t_0) + t_0\right]. \quad (8.13)$$

Формулу (8.13) можно использовать для расчета функции ПРВП при ступенчатом изменении расхода. Однако она справедлива лишь в том случае, когда режим смешения в объекте, при изменении расхода, существенно не меняется. Рассмотрим теперь объект идеального смешения с нестационарным изменением расхода, то есть при  $G(t) = \text{var}$ . В этом случае модель объекта имеет вид:

$$V \frac{dC}{dt} = G(t) \cdot (C_{in} - C). \quad (8.14)$$

Решение уравнения для  $C(t)$  и начального условия  $C(t_0) = 0$ , соответствует выражению:

$$C(t) = e^{-\frac{1}{V} \int_{t_0}^t G(\lambda) d\lambda} \cdot \frac{1}{V} \int_{t_0}^t G(\lambda) \cdot C_{in}(\lambda) \cdot e^{\frac{1}{V} \int_{t_0}^\lambda G(\xi) d\xi} d\lambda. \quad (8.15)$$

Функция ПРВП для объекта идеального смешения с нестационарным расходом может быть получена при условии подачи на его вход импульсного воздействия  $C_{in}(\lambda) = \delta(\lambda - t_0)$ . Тогда из выражения (8.15) получаем:

$$P_{G(t)}(t) = \frac{G(t_0)}{V} \cdot \exp\left[-\frac{1}{V} \int_{t_0}^t G(\lambda) d\lambda\right]. \quad (8.16)$$

Используя формулы (8.1) и (8.3) находим функцию ПРНВП

$$\nu_{G(t)}(\Theta) = G(t_0) \cdot \exp(-\Theta)/G(t(\Theta)). \quad (8.17)$$

Порождающая функция может быть найдена по формуле (8.4)

$$F(\Theta) = \exp(-\Theta). \quad (8.18)$$

Отсюда следует, что  $F(\Theta)$  не зависит от характера изменения расхода  $G(t)$ . Этот факт свидетельствует о возможности использования порождающей функции в задачах определения ПРВП объекта идеального смешения в условиях нестационарного изменения расхода. Сравнивая (8.10) и (8.18), сформулируем следующее утверждение.

**Утверждение 1.** Для объекта идеального смешения порождающая функция инвариантна к условиям стационарного или нестационарного движения потока, а также к значениям его расхода.

Пусть  $G(\cdot)$  будет переменный расход, которому соответствует ПРВП вида  $P_{G(t)}(t)$ , а  $G_1$  - значение постоянного расхода, которому соответствует ПРВП вида  $P_{G_1}(t)$ . Тогда, на основании формулы (8.5) имеем:

$$P_{G(t)}(t) = \frac{G(t_0)}{V} \cdot F_{G(t)}(\Theta)|_{\Theta=\frac{1}{V} \int_{t_0}^t G(\lambda) d\lambda}. \quad (8.19)$$

Принимая во внимание утверждение 1, согласно которому  $F_{\text{obj}}(\Theta) = F(\Theta)$ , в таком же виде формулы (8.1) - (8.4), можно записать:

$$F(\Theta) = \frac{V}{G_1} \cdot P_{G_1}(t(\Theta)) = P_{G_1}\left(\frac{\Theta V}{G_1} + t_0\right) \cdot \frac{V}{G_1}. \quad (8.20)$$

Подставляя  $F(\Theta)$  в выражение (8.19), получаем:

$$P_{G_1}(t) = \frac{G(t_0)}{G_1} \cdot P_{G_1}\left(\frac{\int G(\xi) d\xi}{G_1} + t_0\right). \quad (8.21)$$

Формулу (8.21) можно использовать для вычисления ПРВП в том случае, когда расход жидкости с некоторого момента времени  $t \geq t_0$  изменяется произвольным образом.

Объект идеального вытеснения. К объектам этого типа могут быть отнесены отдельные участки рек, каналов, ручьев, а также аппараты химических и биохимических производств трубчатого типа. Математическая модель имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left(\frac{G}{S}\right) \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (8.22)$$

где  $S$  - площадь поперечного сечения потока;  $G$  - расход воды;  $x$  - пространственная координата, совпадающая по направлению с движением водного потока,  $0 \leq x \leq L$ . Решение уравнения (8.22) для  $t \geq t_0$ , начального и граничного условий  $C(t_0, x) = C(x, 0) = 0$ , имеет вид:

$$C(t, x) = \frac{G}{S} \cdot C_{\text{in}} \left[ x \cdot \left( 1 - \frac{G}{V} (t - t_0) \right) \right]. \quad (8.23)$$

функция ПРВП для объекта этого типа может быть получена при подаче импульсного воздействия:  $C_{\text{in}} = \delta(t - t_0)$  на границе объекта  $x=0$

$$P_G(t) = \frac{G}{V} \cdot \delta\left(1 - \frac{G}{V}(t - t_0)\right) = \frac{G}{V} \cdot \delta(1 - \Theta). \quad (8.24)$$

Функция ПРНВП, определенная по формуле (8.3), имеет вид:

$$v(\Theta) = \delta(1 - \Theta). \quad (8.25)$$

Порождающая функция определяется на основе формулы (8.4):

$$F(\Theta) = \delta(1 - \Theta). \quad (8.26)$$

Заметим, что  $v(\Theta)$  и  $F(\Theta)$  для рассматриваемого случая совпадают и не зависят от расхода  $G$ . Следовательно, формула (8.13) справедлива и для объектов идеального вытеснения с постоянным расходом жидкости.

Рассмотрим объект идеального вытеснения с произвольно меняющимся расходом  $G(t)$ , определенным на интервале  $[t_0, t]$ .

Модель объекта имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left(\frac{G(t)}{S}\right) \frac{\partial C}{\partial x}. \quad (8.27)$$

Можно показать, что ПРВП такого объекта соответствует выражению:

$$P_{G_1}(t) = \frac{G(t_0)}{V} \cdot \delta\left(1 - \frac{1}{V} \int G(\xi) d\xi\right). \quad (8.28)$$

Тогда, с учетом (8.4) запишем:

$$v_{\text{obj}}(\Theta) = \frac{G(t_0)}{G(t(\Theta))} \cdot \delta(1 - \Theta). \quad (8.29)$$

Порождающая функция  $F(\Theta)$ , определенная по формуле (8.4), принимает вид:

$$F(\Theta) = \delta(1 - \Theta). \quad (8.30)$$

Отсюда следует, что  $F(\Theta)$  не зависит от характера изменения расхода  $G(t)$ . Этим обеспечивается возможность её использования в задачах определения ПРВП объекта идеального вытеснения в условиях нестационарного расхода. Сравнение (8.26) с (8.30) позволяет сформулировать следующее утверждение.

**Утверждение 2.** Для объектов идеального вытеснения порождающая функция инвариантна к условиям стационарного и нестационарного движения потока, а также к значениям его расхода.

Следовательно, формула (8.21) справедлива и для объекта идеального вытеснения. На основании утверждений 1 и 2 может быть сформулирована гипотеза о существовании целого класса водных объектов, для которых порождающие функции не зависят от характера изменений расхода жидкости. Оправдано это тем, что объекты идеального смешения и идеального вытеснения характеризуют предельные варианты гидродинамических режимов водных объектов.

Примеры соединения гидродинамических звеньев. Рассмотрим схему последовательного соединения двух объектов идеального смешения емкостью соответственно  $V_1$  и  $V_2$ , при постоянном расходе жидкости. Легко показать, что ПРВП для этой схемы имеет вид:

$$P_G(t) = \frac{G}{V_1 - V_2} \cdot \left[ \exp\left(-\frac{G}{V_1}(t - t_0)\right) - \exp\left(-\frac{G}{V_2}(t - t_0)\right) \right]. \quad (8.31)$$

По аналогии с формулой (8.2), введём нормированное время пребывания частиц жидкости в рассматриваемой схеме, где  $\bar{V} = V_1 + V_2$ . Тогда, нормированное время пребывания частиц жидкости в первом объекте составит величину:

$$\Theta_1 = \frac{(t - t_0)}{V_1} \cdot G = \Theta \cdot \frac{V_1}{\bar{V}}, \quad (8.32)$$

а во втором объекте:

$$\Theta_2 = \frac{(t - t_0)}{V_2} \cdot G = \Theta \cdot \frac{V_2}{\bar{V}}. \quad (8.33)$$

Подставив (8.32) и (8.33) в (8.31) и используя формулу (8.3), получаем функцию ПРВП для рассматриваемой схемы соединения объектов:

$$\nu(\Theta) = \frac{V}{V_1 - V_2} \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{V}{V_1} \cdot \Theta\right] - \exp\left[-\frac{V}{V_2} \cdot \Theta\right] \right\}. \quad (8.34)$$

Порождающая функция находится по формуле (8.4) и имеет аналогичную форму записи

$$F(\Theta) = \frac{V}{V_1 - V_2} \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{V}{V_1} \cdot \Theta\right] - \exp\left[-\frac{V}{V_2} \cdot \Theta\right] \right\}. \quad (8.35)$$

Отметим, что  $\nu(\Theta)$  и  $F(\Theta)$  не зависят от значений расхода  $G$ . Учитывая этот факт и используя сформулированную гипотезу, будем считать, что  $F(\Theta)$  последовательного соединения рассматриваемых гидродинамических звеньев инвариантна к условиям нестационарного расхода жидкости. Тогда, зная  $F(\Theta)$  при  $G=\text{const}$ , на основании (8.1) и (8.19) может быть получена функция ПРВП в условиях нестационарного расхода жидкости

$$P_{G(\Theta)}(t) = \frac{G(t_0)}{V_1 - V_2} \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{1}{V_1} \int G(\xi) d\xi\right] - \exp\left[-\frac{1}{V_2} \int G(\xi) d\xi\right] \right\}. \quad (8.36)$$

Во втором примере рассмотрим схему параллельного соединения двух гидродинамических звеньев. В точке слияния потоков функция ПРВП соответствует выражению

$$P_G(t) = \alpha \cdot P_{G_1}(t) + (1-\alpha) \cdot P_{G_2}(t), \quad 0 < \alpha < 1. \quad (8.37)$$

В данном случае  $\alpha = G_1/G$  и  $1-\alpha = G_2/G$ . Здесь  $G$ ,  $G_1$  и  $G_2$  – расходы жидкости соответственно в суммарном и параллельных потоках.

По аналогии с выражением (8.2) введем нормированное время пребывания частиц жидкости в суммарном потоке, где  $G = G_1 + G_2$ , а  $V$  есть нормированная ёмкость схемы после точки слияния потоков. Значение  $V$  выбирается в зависимости от масштаба  $P_G(t)$ , поэтому в частном случае может быть принят любое из значений  $V_1$ ,  $V_2$  и их комбинаций.

Пусть функция ПРВП каждого из параллельных звеньев имеет вид:

$$P_{G_1} = \frac{G_1}{V_1} \cdot \exp\left[-\frac{G_1}{V_1}(t-t_0)\right] \quad (8.38)$$

$$P_{G_2} = \frac{G_2}{V_2} \cdot \exp\left[-\frac{G_2}{V_2}(t-t_0)\right]. \quad (8.39)$$

Предполагаем, что время смешения потоков в точке их слияния незначительно и можно пренебречь. Тогда нормированное время пребывания частиц жидкости в первом потоке составит величину:

$$\Theta_1 = \frac{G_1}{V_1}(t-t_0) = \alpha \cdot \frac{V}{V_1} \Theta, \quad (8.40)$$

а во втором

$$\Theta_2 = \frac{G_2}{V_2}(t-t_0) = (1-\alpha) \cdot \frac{V}{V_2} \Theta. \quad (8.41)$$

Подставляя (8.40) и (8.41) в выражения (8.38) и (8.39), а затем, используя (8.37) и (8.3), получим функцию ПРВП для рассматриваемой схемы соединения:

$$\nu_G(\Theta) = K_1 \cdot \alpha \cdot e^{-K_1 \Theta} + K_2 \cdot (1-\alpha) \cdot e^{-K_2 \Theta}, \quad (8.42)$$

где  $K_1 = \alpha \cdot V/V_1$ ;  $K_2 = (1-\alpha) \cdot V/V_2$ . Порождающая функция может быть найдена по формуле (8.4) и имеет аналогичную запись. Отметим, что для схемы параллельного соединения звеньев  $\nu(\Theta)$  и  $F(\Theta)$  не зависят от значений расходов, а зависят только от их соотношений.

Разумно предположить существование целого класса водных и токсикологических объектов, для которых коэффициенты  $\alpha$ , и  $1-\alpha$  постоянны. Это объясняется тем, что соотношения расходов в основном определяются структурными свойствами объекта, вследствие чего они являются практически некоммензабельными. Справедливость этого предположения и сформулированной гипотезы позволяет получить функцию ПРВП в условиях нестационарного расхода, если известна  $F(\Theta)$  при  $G=\text{const}$ .

$$P_{G(\Theta)}(t) = G(t_0) \cdot \left\{ \frac{\alpha^2}{V_1} e^{-\frac{\alpha}{V_1} \cdot [(G_1(t)-G_1(t_0))t]} + \frac{(1-\alpha)^2}{V_2} e^{-\frac{(1-\alpha)}{V_2} \cdot [(G_2(t)-G_2(t_0))t]} \right\}. \quad (8.43)$$

Предложенная методика расчета ПРВП водных объектов в нестационарных условиях движения потока имеет существенное значение для открытых экосистем.

## 9. ИЗМЕРИТЕЛЬНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

### 9.1. ИЗМЕРЕНИЕ РАСХОДА ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ

На основе уравнения Бернулли работают приборы – расходомеры (дроссельные устройства). Ими удается измерять объем жидкостей или газов, протекающих в данный момент по трубопроводу в единицу времени, т.е. расход.

Объемный расход – объем жидкости, протекающий в трубопроводе в единицу времени. Он вычисляется на основе протекающего количества жидкости в единицу времени:

$$\dot{V} = \frac{F}{t}$$

Единицей измерения объемного расхода является м<sup>3</sup>/час или л/час.

Принцип работы расходомеров основан на том, что в текущей среде давление перед любым препятствием возрастает, а после него падает. Это явление можно наблюдать на примере камня, лежащего в ручье с быстрым течением (рис. 9.1).



Рис. 9.1. Режим течения в зоне препятствия

Перед камнем за счет сопротивления движению формируется водяной вал и после него – ровный поток. Разность высот  $\Delta h$  соответствует разности давлений  $\Delta p$ , именуемым активным давлением. Чем выше скорость протекающей жидкости, тем больше разница в высоте потоков, то есть тем больше активное давление.

Существуют расходомеры с различными физическими механизмами действия [16].

#### 9.1.1. РАСХОДОМЕРЫ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЯ АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ

Расходомеры, действующие по принципу активного давления, состоят из создавшего препятствие течению прибора - диафрагмы, которую устанавливают между фланцами трубопровода с протекающей жидкостью (рис. 9.2).

При протекании воды через отверстие диафрагмы происходит увеличение давления перед диафрагмой и понижение давления после неё.

Перед и после диафрагмы в стенке трубы просверлены отверстия, соединенные с манометром. Измеряемая там разность давлений, т.е. активное давление  $\Delta p$ , и есть величина расхода. Чем выше активное давление, тем больше объемный расход.

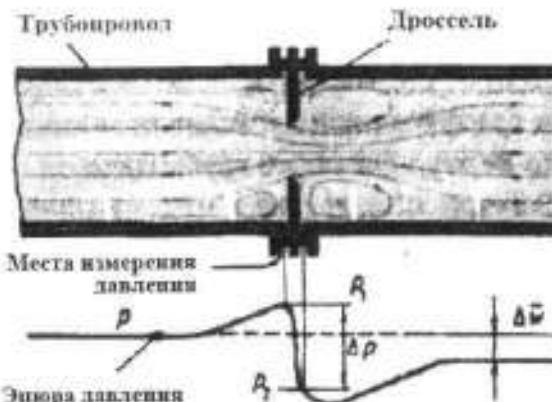


Рис. 9.2. Режим потока и эпюра давления в зоне диафрагмы

В качестве дросселирующего устройства часто используются мембранные с отверстием по центру - измерительные (стандартные) диафрагмы (рис. 9.3).

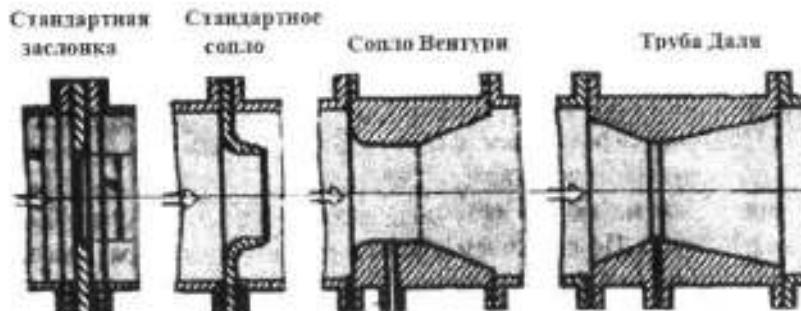


Рис. 9.3. Виды дроссельных устройств

Они исполняются в большом диапазоне размеров, для применения в трубопроводах с любым сечением, для разных давлений и расходов. Другими формами исполнения устройства с функцией дросселя являются стандартное сопло, короткое или длинное сопло Вентури, а также труба Дали.

Разные дросселирующие устройства вызывают разные потери гидродинамического давления. Измерительные диафрагмы и стандартные сопла показывают относительно высокие потери давления, но доступны по цене. Сопла Вентури и трубы Дали отличаются значительно меньшими потерями давления, но достаточно дороги.

Работа расходомера Вентури представлена на рис. 9.4.

В нем искусственно создается перепад давлений.

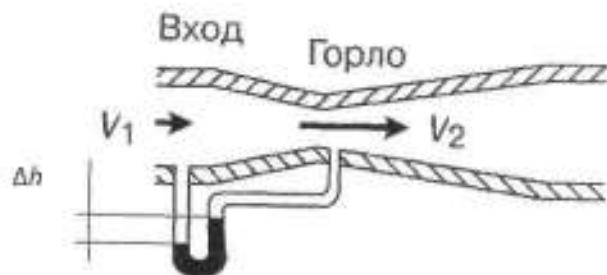


Рис. 9.4. Расходомер Вентури

Расход рассчитывается по формуле:  $\dot{V} (Q, u) = K_1 \sqrt{\Delta h}$ , где  $K_1$  - постоянная расходомера Вентури (9.1);

$$K_1 = \left[ \frac{\pi d^2}{4} \right] / \sqrt{2g / ((d_1/d_2)^4 - 1)}, \quad (9.1)$$

где  $d_1$  - диаметр трубы до расходомера;  $d_2$  - диаметр трубы в месте сужения.

Расходомерная диафрагма представлена на рис. 9.5.

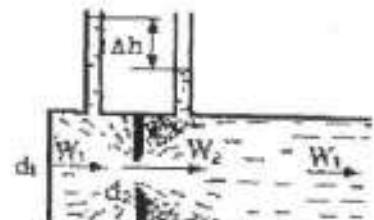


Рис. 9.5. Расходомерная диафрагма

Формула для расчета расхода такая же, как и для расходомера Вентури. Схема трубы Пито-Прандтля представлена на рис. 9.6.

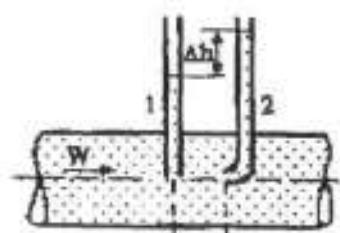


Рис. 9.6. Трубка Пито-Прандтля

Трубка Пито-Прандтля необходима для измерения скорости движущейся жидкости или газа. Она состоит из прямой 1 и согнутой под прямым углом трубки 2. Формула для расчета скорости жидкости [16, 17]:

$$V^2 = \sqrt{2g \Delta h}. \quad (9.2)$$

#### 9.1.2. РАСХОДОМЕРЫ НА ОСНОВЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Этот расходомер представлен на рис. 9.7. Он состоит из расположенной вертикально конической стеклянной трубы, по которой протекает подлежащая измерению жидкость.



Рис. 9.7. Схема и вид поплавкового расходомера

Находящийся в трубе конический поплавок поднимается потоком жидкости и удерживается на плаву, пока между направленной вниз силой тяжести поплавка с одной стороны, и направленной вверх силой гидродинамического сопротивления с другой стороны, существует равновесие.

На уровне отчетной кромки поплавка по шкале, расположенной снаружи, можно считать величину объемного расхода  $V$ . Поплавок снабжен уловыми насечками, которые способствуют его вращению при прохождении жидкости и устраняют его заклинивание. Стеклянная трубка заключена в металлический корпус, предотвращающий её разрушение от механического воздействия.

Эти расходомеры применяются ограниченно и предназначены для измерения расхода малых и средних размеров маловязких жидкостей, которые не содержат твердых включений, или газовых потоков с низким давлением [16].

#### 9.1.3. МАГНИТНО-ИНДУКТИВНЫЕ РАСХОДОМЕРЫ

Принцип работы данного типа расходомеров основан на раздражении подвижных зарядов в электромагнитном поле. Схема представлена на рис. 9.8.

По трубе из керамики или полимера (немагнитный материал) протекает подлежащая измерению жидкость. С внешней стороны создается магнитное поле. Находящиеся в жидкости ионы солей или заряженные частицы отклоняются магнитным полем в различные стороны.

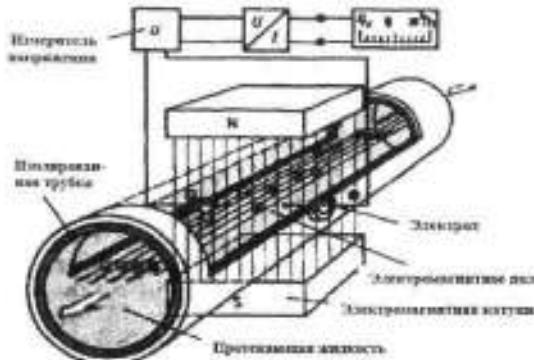


Рис. 9.8. Устройство и принцип действия магнито-индуктивного расходомера

На электродах в результате разделения зарядов возникает напряжение, которое замеряется вольтметром. Уровень измеренного напряжения пропорционален скорости потока. При известном сечении трубы определяются расход жидкости. Преобразователь напряжения передает постоянный ток на регистратор расхода жидкости.

Преимуществом магнитно-индуктивного расходомера является отсутствие встроенных деталей на пути прохождения потока жидкости.

К недостаткам следует отнести их относительно высокую стоимость, а также неподходящесть для измерения расхода газов, паров, и углеводородов.

На рис. 9.10 приведен вид промышленного магнито-индуктивного расходомера [16], на рис. 9.11 - расходомер ФЛОМАГ 3000 (FLOMAG 3000), который применяется в водном хозяйстве, канализационных очистных сооружениях, на сахарных заводах, в химической и пищевой промышленности [18].



Рис. 9.10. Промышленный магнито-индуктивный расходомер



Рис. 9.11. Расходомер фирмы "Фломаг" (Чешская республика)

### Контрольные вопросы

1. Принцип работы расходомеров. Понятие расходомера.
2. Опишите способ измерения расхода на основе активного давления.
3. Виды расходомеров, работающих на основе активного давления.
4. Описание работы поплавкового расходомера.
5. Объясните принцип работы магнито-индукционного расходомера.

### 9.2. ИЗМЕРЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

Для измерения давления используются манометры. Манометр (греч. талос - редкий, неплотный, разреженный) - прибор, измеряющий давление жидкости или газа [16,21].

Принцип действия манометра основан на уравновешивании измеряемого давления либо столбом запирающей жидкости, либо силой упругой деформации трубчатой пружины или более чувствительной двухпластинчатой мембранны, один конец которой запаян в держатель, а другой через тягу связан с зубчатым секторным механизмом, преобразующим линейное перемещение упругого чувствительного элемента в круговое движение показывающей стрелки, либо с помощью тензометрических датчиков.

Манометры - приборы с измерением от 0,06 до 1000 МПа (измеряют избыточное давление - положительную разность между абсолютным и барометрическим давлением).

#### 9.2.1. МАНОМЕТРЫ, ОСНОВАННЫЕ НА УРАВНОВЕШИВАНИИ ИЗМЕРЯЕМОГО ДАВЛЕНИЯ СТОЛБОМ ЗАПИРАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

Они рассчитаны на измерение небольших давлений или малых разностей давлений в лабораторных и испытательных установках. Манометр с открытой U-образной трубкой представляет собой открытую с обеих сторон, частично заполненную запирающей жидкостью (ртутью или водой), U-образную трубку (рис. 9.12).

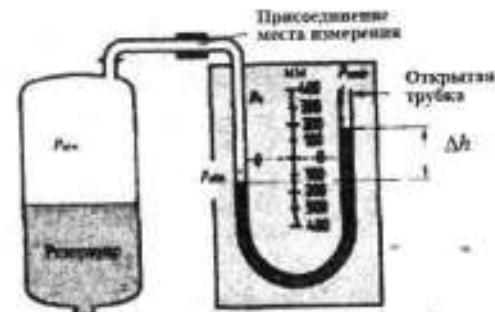


Рис. 9.12. Открытый манометр с U-образной трубкой

Один конец манометра соединяется с емкостью, в которой необходимо измерить давление, в другой конец остается открытым. На запирающую жидкость действует с другой стороны давление в емкости, а с открытой стороны - давление воздуха. В одном конце трубы

запирающая жидкость поднимается настолько, что действующие силы разности давлений и веса столбов жидкости уравниваются. Разница в высоте столбов жидкости в обоих концах трубы  $\Delta h$  и есть величина избыточного давления  $p_e$  в резервуаре. Эта величина рассчитывается на основе плотности  $\rho$  запирающей жидкости:

$$p_e = g \cdot \rho \cdot \Delta h; \quad (9.3)$$

Закрытый манометр с U-образной трубкой используют для измерения избыточного давления и разряжения. Для измерения разряжения закрытый конец трубы при атмосферном давлении полностью заполнен ртутью (рис. 9.13). В случае разряжения ртуть отводится из закрытого конца. По разнице в высоте столбов жидкости  $\Delta h$  вычисляется абсолютное давление:

$$P_{abs} = g \cdot \rho \cdot \Delta h. \quad (9.4)$$

Для измерения избыточных давлений в закрытом конце трубы заключают небольшую порцию газа с уплотнением запирающей жидкостью (рис. 9.14). Если к другому концу трубы подвести подлежащую измерению избыточное давление, то газ в закрытом конце сжимается и объем сокращается. Давление считают по калиброванной шкале [16].

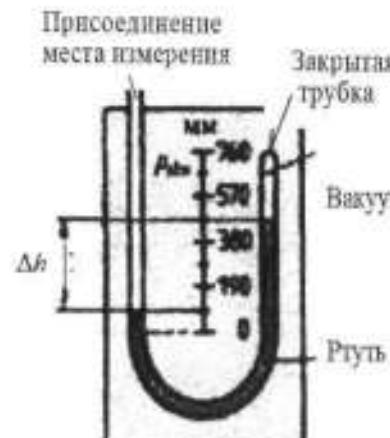


Рис. 9.13. Закрытый манометр с U-образной трубкой для разряжения



Рис. 9.14. Закрытый манометр с U-образной трубкой для избыточного давления

## 9.2.2. МАНОМЕТРЫ, ОСНОВАННЫЕ НА КОМПЕНСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ СИЛОЙ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ ТРУБЧАТОЙ ПРУЖИНЫ

Манометры такого типа широко распространены на химических предприятиях и используются для измерения либо избыточного давления  $p_e$ , либо разности давлений  $\Delta p$ . Диапазон измерения очень велик: от долей атмосферы до 1000 атм. Эти давления применимы для определения давления в месте измерения.

Манометр с трубчатой пружиной (рис. 9.15 [19, 21]) или иначе манометр Бурдона, обладает изогнутой трубкой с овальным поперечным сечением, полость которой соединена с местом измерения давления (рис. 9.16 слева). Ее упругая деформация передается через штангу стрелочному механизму. Диапазон измерения: до 40 атм.

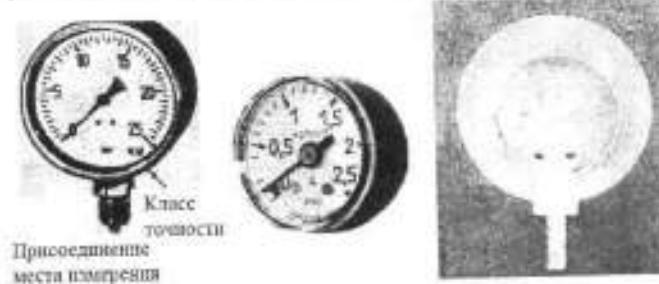


Рис. 9.15. Общий вид манометров с трубчатой пружиной



Рис. 9.16. Виды манометров с подпружиненными датчиком

Сильфонные (мембранные) манометры в качестве измерительного элемента имеют изготовленную из гофрированной жестяной коробчатой пружины (рис. 9.16 справа, рис. 9.17).

При повышении давления она выпячивается, а при понижении сжимается. Этот изгиб пружины воздействует на стрелку. Диапазон измерения: до 0,6 атм.



Рис. 9.17. Сильфонный манометр [20] с коробчатой пружиной

К манометрам с подпружиненным датчиком также может быть отнесен измерительный преобразователь, представленный на рис. 9.18.



Рис. 9.18. Манометр с трубчатой пружиной с измерительным преобразователем

Он преобразует через дифференциальный трансформатор величину рабочего давления в постоянный ток, пропорциональный измеряемому давлению. Дифференциальный трансформатор соединен с трубчатой пружиной сердечником. При отклонении трубчатой пружины сердечник смещается, в результате чего изменяется связь первичной катушки с двумя вторичными катушками и создается разность напряжений [16].

### 9.2.3. МЕМБРАННЫЕ МАНОМЕТРЫ

Мембранные манометры содержат в качестве измерительного элемента металлическую мембрану, которая склеяка деформируется при подаче давления. Эти деформации преобразуются электрическими системами в электрические сигналы, которые затем принимают форму подводимого электрического тока.

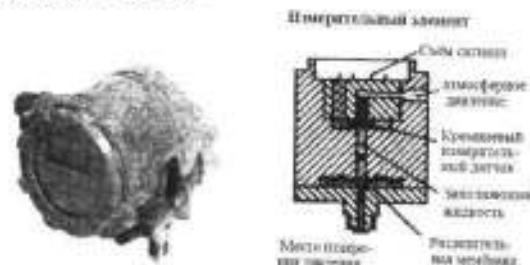


Рис. 9.19. Пьезорезистивный измерительный датчик и схема манометрического преобразователя

Преобразование деформации мембранны в электрический сигнал осуществляется пьезорезистором, представленном на рис. 9.19. Мембрана состоит из упругодеформируемого кремния. При подаче напряжения она выгибается и в ней возникают зоны растяжения и сжатия. К мемbrane подведены резисторы, которые измеряют напряжение при сжатии и растяжении.

Это направление преобразуется в подавляемый постоянный ток [16]. На рис. 9.20 представлен манометрический преобразователь ПММ-32-1 производства Россим (Санкт-Петербург).



Рис. 9.20. Манометрический преобразователь ПММ-32-1  
9.2.4. ЦИФРОВЫЕ МАНОМЕТРЫ

Цифровой манометр (рис. 9.21) предназначен для измерения избыточного или абсолютного давления в жидким и газообразных средах, которые являются неагрессивными в отношении к материалу манометра. Давление измеряется в действующих системах автоматического контроля с целью регулирования или же управления различными технологическими процессами.

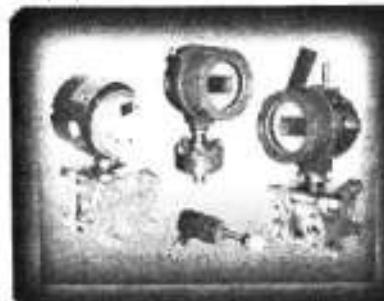


Рис. 9.21 - Цифровые манометры  
ООО Торговый дом "Манометр".  
(г. Москва) [22]

### Контрольные вопросы

1. Какие виды манометров используют на химических аппаратах?
2. Опишите способ измерения давления с помощью манометров с запирающейся жидкостью.
3. Какие виды манометров с подпружиненным датчиком существуют? Области их применения.
4. Опишите способ измерения давления с помощью манометрических преобразователей и цифровых манометров.

### 9.3. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ДАВЛЕНИЙ

Измерение разности давлений (дифференциального давления) и перепадов давления требуется в следующих случаях:

- 1) когда разность давлений создается насосами для нагнетания жидкостей или газов;
- 2) когда перепады давления на измерительных диафрагмах служат для определения объемного расхода;
- 3) когда перепады давления позволяют сделать выводы о работе аппарата.

Разность давлений обозначается символом  $\Delta P$ . На основе разности двух измеренных давлений рассчитывается дифференциальное давление. Но при высоких значениях давления данные расчеты будут иметь значительную погрешность. Поэтому существует необходимость в использовании дифференциальных манометров.

#### 9.3.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МАНОМЕТРЫ В ВИДЕ КОЛЬЦЕВЫХ ВЕСОВ

У дифференциального манометра в виде кольцевых весов оба давления, измеряемые для определения их разности, воздействуют на запирающую жидкость в установленной кольцевой трубке (рис. 9.22).



Рис. 9.22. Кольцевые весы

Разность давлений смещает запирающую жидкость в кольцевую трубку, таким образом, что она поворачивается вокруг своей оси до тех пор, пока не окажется в равновесии от противодействующей силой, оказываемой поднявшейся запирающей жидкостью и противовесом.

Вращение кольцевой трубы отображается стрелкой на шкале, отградуированной в единицах измерения дифференциального давления. Эти, ранее очень популярные, кольцевые весы в настоящее время сохранились только в старом оборудовании, их полностью вытеснили более современные манометрические преобразователи.

#### 9.3.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МАНОМЕТРЫ С ПОДПРУЖИНЕННЫМ ДАТЧИКОМ

Дифференциальные манометры с подпружиненным измерительным датчиком работают по тому же принципу, что и соответствующие приборы для измерения давления (см. гл. 9.2).

Манометр с измерительным элементом в виде двух плоских пружин представлен на рис. 9.23. Для измерения дифференциального давления пространство измерительного элемента заполнено передающей давление жидкостью. Обе измерительные камеры имеют подводящие каналы из ёмкостей, в которых необходимо измерить разность давлений. Дифференциальное давление обуславливает деформацию плоских пружин, которые удерживаются двумя сильфонами в равновесии. Сдвиг плоских пружин передается системой тяг и рычагов на стрелочный механизм.

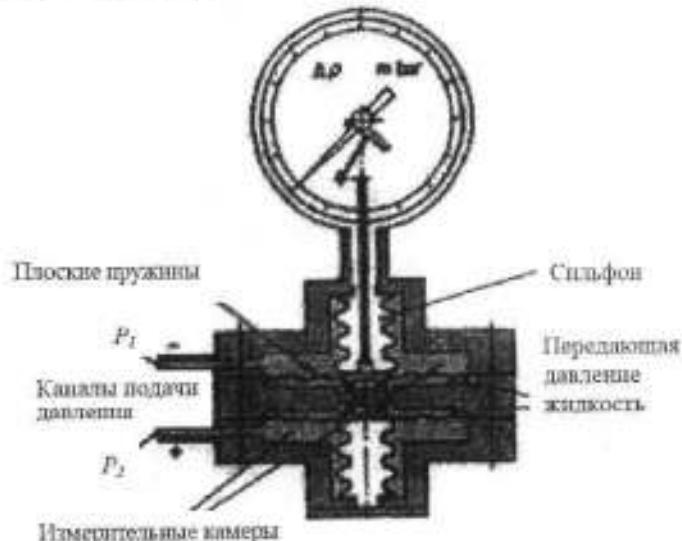


Рис. 9.23. Манометр с плоской пружиной  
для измерения дифференциального давления

Данный вид манометров предназначен для измерения разности давлений от 0,6 до 25 атм. Точность приборов составляет 1,6 % [16].

#### 9.3.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МАНОМЕТРЫ С ГОФРИРОВАННЫМИ СИЛЬФОННЫМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ

Измерительные устройства в этих манометрах разделены мембранный либо гофрированной трубкой. Силы, передаваемые от измеряемой разности давлений на разделятельный элемент, компенсируются и соответственно определяются разными способами — механическим, пневматическим или электрическим. В механических преобразователях измеряемую величину обе напорные камеры разделены безмоментным разделяльным элементом, например мембраной (рис. 9.24). Разность давлений приводит к созданию усилия, действующего на мембрану. Калиброванная пружина преобразует эту силу в осадку пружины, пропорциональную разности давлений. В итоге на шкале прибора измеряется разность давлений.

Через системы съема пневматических или электрических сигналов ход пружины может быть преобразован также в унифицированный пневматический или электрический сигнал. Классическим механическим дифференциальным преобразователем является элемент Бартона. Помимо него, существует еще ряд приборов идентичного принципа действия.

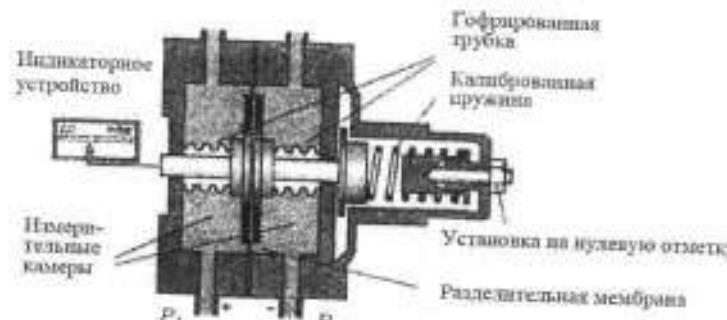


Рис. 9.24. Механический измерительный преобразователь

Пневматические измерительные преобразователи компенсируют действие сил разности давлений действием сил пневматической вспомогательной системы. Обе напорные камеры (рис. 9.25) соединены измерительными проводами с двумя волнистыми трубными элементами, силы сжатия которых воздействует на рычаг. В состоянии равновесия рычаг удерживается двумя пневматическими компенсационными сильфонами. Имеющееся там действие регулируется с помощью отражательного щитка. При изменении измеряемой величины разности давлений изменяется и расстояние между соплом и отражательным щитком, а, следовательно, и обратный скоростной напор скатого воздуха. Он питает компенсационный фон и измеряется как величина разности давлений [16].

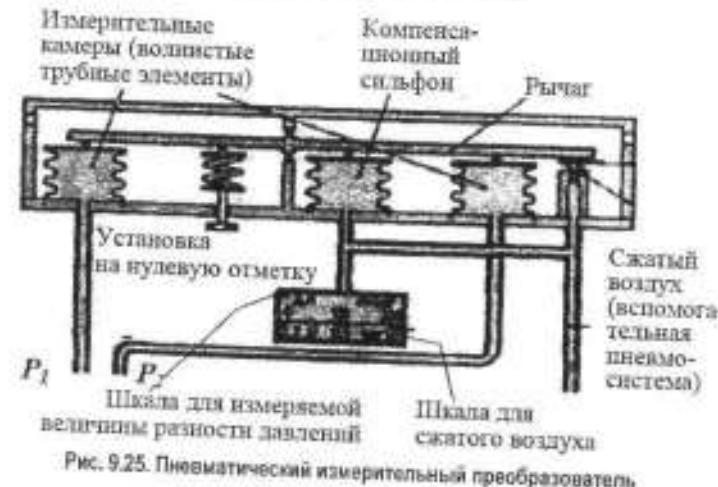


Рис. 9.25. Пневматический измерительный преобразователь

Электрические измерительные преобразователи преобразуют деформацию жестко-упругой разделительной мембрани между измеряющими камерами в унифицированный электрический сигнал. В качестве из них системы применяются тензометрические, пьезорезисторные, емкостные и индуктивные датчики.

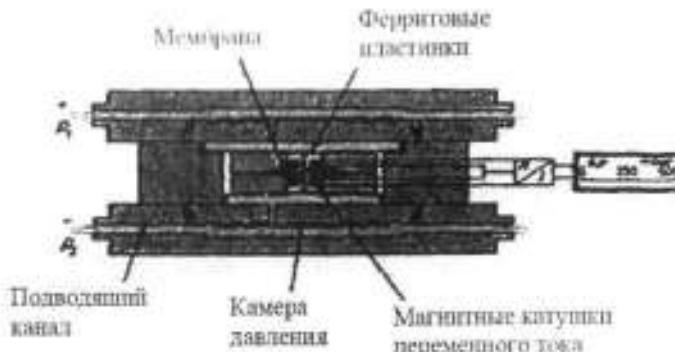


Рис. 9.26. Дифференциальный манометр с индуктивным съемом сигналов

На рис. 9.26 представлен измерительный преобразователь с индуктивным съемом сигнала. Обе напорные камеры разделены мембрани, изгибающейся в зависимости от разности давлений. С мембрани соединены две ферритовые пластины. В центре мембрани находятся две магнитные катушки, по которым протекают равные по величине переменные токи. При смещении ферритовых пластин изменяется индуктивная связь, а, следовательно, и сопротивление переменного тока катушек. Оно преобразуется в электрический сигнал и измеряется разность давлений [16].

#### Контрольные вопросы

1. В каких случаях необходимо измерение разности давлений?
2. Какие виды дифференциальных манометров существуют? Принцип их действия.
3. С какой целью применяют электрические преобразователи?

#### 9.4. ИЗМЕРЕНИЕ УРОВНЯ НАПОЛНЕНИЯ ЖИДКОСТЯМИ

Механические измерители наполнения измеряют высоту уровня. Они являются надежными и точными, но не пригодны для передачи измеренных величин.

Стержневые указатели уровня используются для калибровки разрезауаров перед вводом в эксплуатацию (рис. 9.27). При одновременном измерении емкость заполняется жидкостью с фиксацией ее высоты и объема в калибровочной таблице.

Через смотровое стекло возможно наблюдение за высотой жидкости с визуальным контролем наполнения емкости.

При наличии поплавков наполнение индицируется с помощью измерительной рейки (рис. 9.27) или передается на измерительный преобразователь.

Решение любых проблем водоснабжения и водоподготовки невозможно представить без использования знаний гидравлики, типовых методов расчета оборудования, проходящих экспериментальных исследований. С учетом этого в учебном пособии были включены основные понятия и определения курса гидравлики, фундаментальные положения статики и динамики потока жидкости, примеры технологических расчетов.

Графические иллюстрации позволяют сопоставить «физическую» модель процесса с «аналитической» и понять поведение жидкости при различных внешних условиях, изменениях сечений соединительных линий трубопроводов, разного рода местных сопротивлений, объяснить механизмы возникновения таких явлений, как гидравлический удар и кавитация.

Отираясь на знание законов гидростатики и гидродинамики, инженер-водник способен рассчитать соответствующее гидромашинное оборудование и гидроустройства, а на их основе проектировать насосные установки, водопроводные сети и канализационные системы. В случае высокой размерности гидравлических систем необходимо использовать методы эквивалентных структурных преобразований, что позволяет свести общую размерность системы к разумному минимуму.

Для организации безупречной работы технологического оборудования требуется применение контрольно-измерительной техники, краткое описание которой также нашло отражение в настоящем учебном пособии.

- Гирладзе А.Д. Механика жидкости и газа: Учеб. Для вузов, СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2002. – 239 с.
- Павх И.П. Техническая гидромеханика. 2-е изд., доп. Л.: Машиностроение (Ленинград. отд-ние), 1976. – 504 с.
- Лойцянский П.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. – 847 с.
- Гидравлика, гидромашини и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов / Т.М. Башти, С.С. Руднев, Б.В. Некрасов и др. – 2-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
- Лабораторный курс гидравлики и гидропередач. Под ред. С.С. Руднева и Л.Г. Подвидза. М.: Машиностроение, 1974. – 416 с.
- Никитин О.Ф. Гидравлика и гидротрансмиссион. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 414 с.
- Сборник задач по гидравлике для технических вузов: учеб. Пособие / Д.А. Бутаев, Л.Г. Подвидз и др.; под ред. И.И. Куколовского, Л.Г. Подвидза. – 6-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 488 с.
- Шутыц В., Уикар Ф. Радикальные методы. – М.: Мир, 1985. – 312 с.
- Левенштейн О. Инженерное оформление химических процессов. – М.: Химия, 1969. – 624 с.
- Гордин И.В., Кочарян А.Г. Функции распределения времени пребывания водных масс в водохранилищах // Водные ресурсы. – 1978. – № 1. – с. 104–113.
- Бодров В.И., Минажев Г.А., Попов Н.С. Математический аппарат структурных преобразований в сложных системах // Процессы и оборудование для гранулирования продуктов микробиологического синтеза. Тезисы докл. Всесоюз. науч. конф. – Тамбов, 1984. – с. 181.
- Бодров В.И., Попов Н.С. Эквивалентные преобразования гидродинамических структур водных объектов // Химия и технология воды. – 1986. – т.8, №3 – с. 6–11.
- Кафаров В.В. Принципы создания безотходных химических производств. – М.: Химия, 1982. – 288 с.
- Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
- Гордин И.В., Кочарян А.Г., Воробьев Н.П. Влияние точности гидродинамического моделирования водемов на оценку их самоочищающей способности // Водные ресурсы. – 1977. – №3 – с. 18–26.
- Иннатович З. Химическая техника. Процессы и аппараты. М.: Техносфера, 2007. – 656 с.
- Малахов Н.Н., Плаксин Ю.М., Ларин В.А. Процессы и аппараты пищевых производств. Орел: Изд. ОрелГТУ, 2001. – 687 с.
- [www.flomeg.com](http://www.flomeg.com) – официальный сайт Чешской компании "Фломер".
- <http://www.pro-manometr.ru> – официальный сайт НПО "Манометр".
- <http://russian.alibaba.com> – сайт Suzhou Power Meter Co., Ltd. [ Jiangsu, China (Mainland)].
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Pressure\\_measurement](http://en.wikipedia.org/wiki/Pressure_measurement) – сайт Википедии. "Свободная энциклопедия".
- [www.idmanometr.ru](http://idmanometr.ru) – сайт компании "Торговый дом "Манометр" (Россия, г. Москва).
- Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 2005. 784 с.

24. Дынгерский Ю.И. Процессы и аппараты химической технологии: в 2-х книгах. М.: Химия, 2002.
25. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии. В 2-х книгах. М.: Логос, Выш. шк., 2000–2002 г.г., 1780 с.
26. Гельперин Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 1981. В 2-х книгах, 812 с.
27. Кутепов А.М. Практикум по процессам и аппаратам химической технологии. М.: МГУИЗ, 2006. – 328 с.
28. Иоффе И.Л. Проектирование процессов и аппаратов химической технологии. П.: Химия, 1991. – 352 с.
29. Пановский А.Н., Рамм В.Н., Кааган С.З. Процессы и аппараты химической технологии. М.: Госхимиздат, 1987. – 841 с.
30. Машины и аппараты химических производств / М. И. Поникаров, О. А. Перельтина, В. Н. Доронин, М. Г. Гайнуллин. М.: Машиностроение, 1989. – 368 с.
31. Водоподготовка: Справочник. /Под ред. д.т.н., действительного члена Академии промышленной экологии С.Е. Беликова. М.: Аква-Терм, 2007. – 240 с.

Учебное издание

Авторы:

Павлихин Г.П., Полов Н.С., Иванов М.В., Панченко О.Н., Христофорова И.А.

**ВОДНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ:  
ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, ОБОРУДОВАНИЕ  
И ПРИБОРЫ КОНТРОЛЯ**

Учебное пособие

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 280700 «Техносфера безопасность» (кафедра/специальность - магистр)

Издательство: ИП Чеснокова А.В.

392020, г. Тамбов, ул. О. Кошевого 14. Тел. (4752) 53-60-64.

Подписано в печать 28.11.2011 г. Формат 60x84/16.  
Онцм – 7,29 усл.печ. л. Тираж 200 экз. Заказ № 374.