

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

В. П. УМНОВ

ПОСТРОЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ
МАНИПУЛЯЦИОННЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ
МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РОБОТИЗИРОВАННЫХ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ

Учебное пособие



Владимир 2016

УДК 621.865.8

ББК 34.419

У54

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор
зав. кафедрой вычислительная техники
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
В. Н. Ланцов

Доктор технических наук, профессор
главный специалист ООО «Завод инновационных продуктов» г. Владимир
А. Р. Кульчицкий

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Умнов, В. П.

У54

Построение и моделирование манипуляционных исполнительных систем многофункциональных роботизированных технологических центров : учеб. пособие / В. П. Умнов ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 120 с. ISBN 978-5-9984-0676-8

Рассмотрены вопросы структурного построения и функционального комплексирования манипуляционных систем многофункциональных роботизированных технологических центров. Предложены методики согласования параметров в манипуляционной исполнительской системе с параллельными манипуляторами, а так же распределения параметров в исполнительных кинематических цепях роботов с последовательными манипуляторами. Предложен метод геометрического синтеза исполнительных кинематических цепей манипуляторов технологических роботов. Представлены динамические модели исполнительных систем манипуляторов; приведен пример построения компьютерной модели. Представлены типовые структуры модулей движения и их мехатронные решения. Дана методика построения динамических моделей механической системы модулей движения.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 15.13.06 «Мехатроника и робототехника» и 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», может быть использовано при курсовом и дипломном проектировании.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 2. Ил. 71. Библиогр.: 21 назв.

УДК 621.865.8

ББК 34.419

ISBN 978-5-9984-0676-8

© ВлГУ, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. СТРУКТУРА МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ	6
2. ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ МАНИПУЛЯЦИОННОЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ЦЕНТРОВ ГИБРИДНОЙ ОБРАБОТКИ	15
Контрольные вопросы и задания	20
3. ФОРМИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В ГИБРИДНЫХ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМАХ	21
3.1. Структурный синтез исполнительной кинематической цепи манипуляторов оптики лазер-роботов	21
3.2. Согласование параметров в манипуляционной исполнительной системе с параллельными манипуляторами	31
3.3. Распределение параметров в исполнительных кинематических цепях роботов с последовательными	

манипуляторами	37
3.4. Метод геометрического синтеза исполнительных кинематических цепей манипуляторов технологических роботов	41
Контрольные вопросы и задания	45
4. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ МАНИПУЛЯТОРОВ	46
4.1. Динамическая модель автономного транспортного (технологического) манипулятора с учетом фундаментальных ограничений	46
4.2. Гибридная модель манипулятора оптики для CO ₂ лазер-робота	54
4.3. Компонентные динамические модели манипуляционных исполнительных систем роботов как объектов подчиненного управления и регулирования	66
4.4. Компьютерное моделирование манипуляционной исполнительной системы робота	75
Контрольные вопросы и задания	94
5. МОДУЛИ ДВИЖЕНИЯ В ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РОБОТОВ	95
5.1. Типовые структуры модулей движения и их мехатронные решения	95
5.2. Основы математического моделирования механической системы модулей движения.....	101
Контрольные вопросы и задания	115
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	116
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	117

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в обработке металлов активно применяются гибридные технологические процессы, реализация которых ориентирована на использование многофункциональных производственных комплексов. Это в полной мере соответствует сформировавшейся тенденции возрастания сложности технических систем, обусловленной увеличением числа выполняемых функций на одном рабочем месте, усложнением состава и структуры операций и средств технологического оснащения, а также увеличением числа функциональных модулей в системе управления при интеграции IT-технологий и гибкой автоматизации.

Создание указанных выше систем, обладающих высокой эффективностью, позволяет осуществлять комплексирование, охватывающее широкий круг вопросов и задач. Основная задача комплексирования – построение многофункциональных производственных комплексов с автономной работой в гибком машиностроительном производстве. При этом минимизируется количество основного и вспомогательного оборудования, производственных площадей и ресурсов, сокращается производственный цикл за счет замены маршрутной технологии комплексом «одного рабочего места» для изготовления деталей «под ключ».

Промышленные роботы, состоящие из исполнительной, управляющей и информационной систем, могут успешно использоваться при

создании гибридных технологических процессов. В учебном пособии рассмотрены вопросы построения и моделирования исполнительской системы роботов, предназначенных для выполнения гибридных технологических процессов.

1. СТРУКТУРА МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ

В последние годы в механической обработке в качестве основного оборудования все активнее используются промышленные роботы. Предпосылками для этого служат следующие факторы:

- точность обработки до 0,01 мм (более 50 % всех деталей машиностроения);
- использование технологий с небольшими силами резания [2];



Рис. 1.1. Примерное распределение роботов по видам механической обработки

жения инструмента и детали в процессе выполнения операции);

- экономичность (стоимость робота в несколько раз меньше стоимости 5-координатного станка с ЧПУ);

– высокая маневренность, в одной роботизированной ячейке можно организовать несколько рабочих зон;

- гибкость функционирования (вариативность решений «инструмент к детали», «деталь к инструменту» или совместные дви-



Рис. 1.2. Распределение роботов по видам обработки потоками энергии

– значительно меньшие, чем у станка масса и потребление энергии в процессе работы.

На рис. 1.1 приведено примерное распределение роботов по видам механической обработки.

Широкое использование роботов наблюдается в обработке объектов концентрированными потоками энергии, в которой выделяется лазерная обработка (рис. 1.2).

Сформировавшаяся в последние годы концепция создания гибких технологических центров базируется на максимальной концентрации разнотипных операций; на способности центров осуществлять гибридные производственные процессы, сочетающие обработку резанием, пластическое деформирование, термическую обработку, сопряжение элементов изделий и другие технологические переходы. Эффективность работы таких центров во многом зависит от качества выполнения манипуляционных функций, реализуемых при перемещении объектов работ, инструментов и приспособлений. В гибких производственных системах большинство манипуляционных функций, как правило, выполняется роботами и манипуляторами, обладающими высокоразвитыми исполнительными системами. Современные гибкие машинные центры требуют применения многофункциональных манипуляционных исполнительных систем, обеспечивающих выполнение гибридных производственных процессов.

Многофункциональную манипуляционную систему можно считать синергетической (от греч. Synergos – вместе действующий). Сверхаддитивный «синергетический» эффект в такой системе определяется следующими факторами:

– возможностью выполнения сложных технологических операций, в том числе, в условиях неопределенности и нестационарности;

– повышением быстродействия и качества выполнения операций за счет совместного перемещения объектов обработки и рабочих инструментов, очувствления манипуляционной системы, выполнения операций в процессе идентификации параметров объекта, применения быстросменного и комбинированного инструмента; сокращения времени на переустановку и перебазирование деталей и т. д.;

– расширением функциональных возможностей гибких центров, способных выполнять гибридные производственные процессы.

Вид и количество операций, выполняемых гибким технологическим центром, зависят от целого ряда факторов и в первую очередь от условий выполнения производственного процесса. Если процесс организован в заводских условиях, то можно осуществить технически и экономически целесообразную его дифференциацию либо максимально сконцентрировать операции на одном технологическом центре, предусматривая необходимую технологическую гибкость. В случае выполнения технологических процессов в нестационарных условиях при обработке крупногабаритных изделий (демонтаж и монтаж ферм, резервуаров, объектов специального назначения и т. д.) требуется максимальная концентрация различных технических устройств на подвижных носителях. Тогда роботизированный технологический центр должен представлять собой интегрированную систему с максимальной концентрацией операций и возможностью реализации технологического процесса практически в экстремальных условиях.

На рис. 1.3 приведены обобщенные манипуляционные функции в их связи с выполняемыми операциями и источником перемещения.

Перемещениями П4 являются перемещения электрических питающих кабелей при сварке, трубопроводов высокого давления при гидрорезании, элементов оптического тракта (лучепровода) в лазерроботах [6] и т. п.

Количество автономных манипуляторов многофункциональной манипуляционной системы зависит от манипуляционных функций, выполняемых в роботизированном технологическом центре. В общем

случае установление соответствия между манипуляционными функциями и количеством автономных манипуляторов является многокритериальной задачей теории массового обслуживания. В то же время доминирующий фактор – время выполнения операции – в большинстве случаев предопределяет специализацию автономных манипуляторов по типам перемещаемых объектов.

Анализ манипуляционных функций, приведенных на рис. 1.3, и сказанное выше позволяют представить обобщенную структуру многофункциональной манипуляционной системы роботизированного технологического центра для выполнения гибридных технологических процессов в виде рис. 1.4.

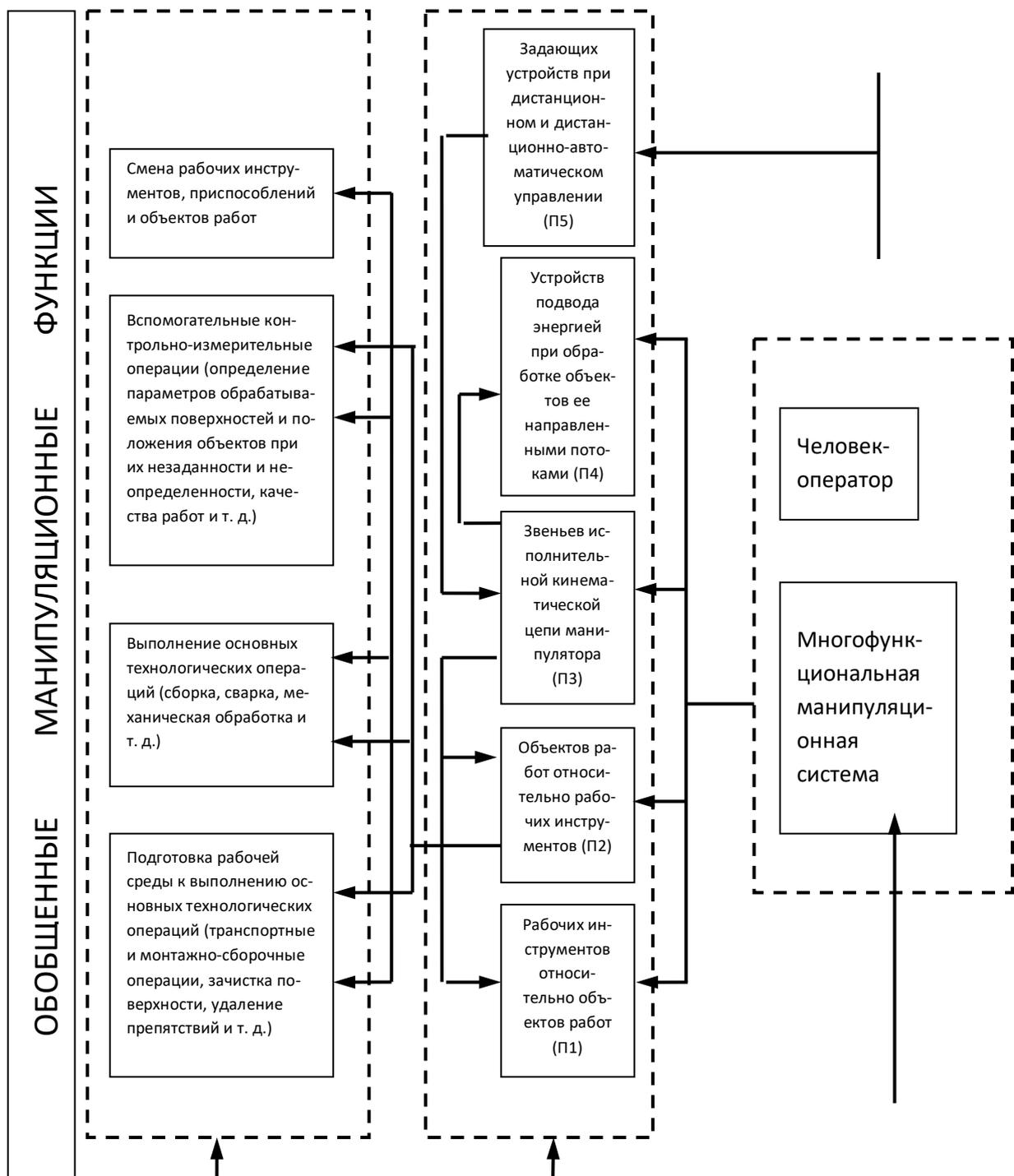


Рис. 1.3. Обобщённые манипуляционные функции, реализуемые в роботизированном технологическом центре

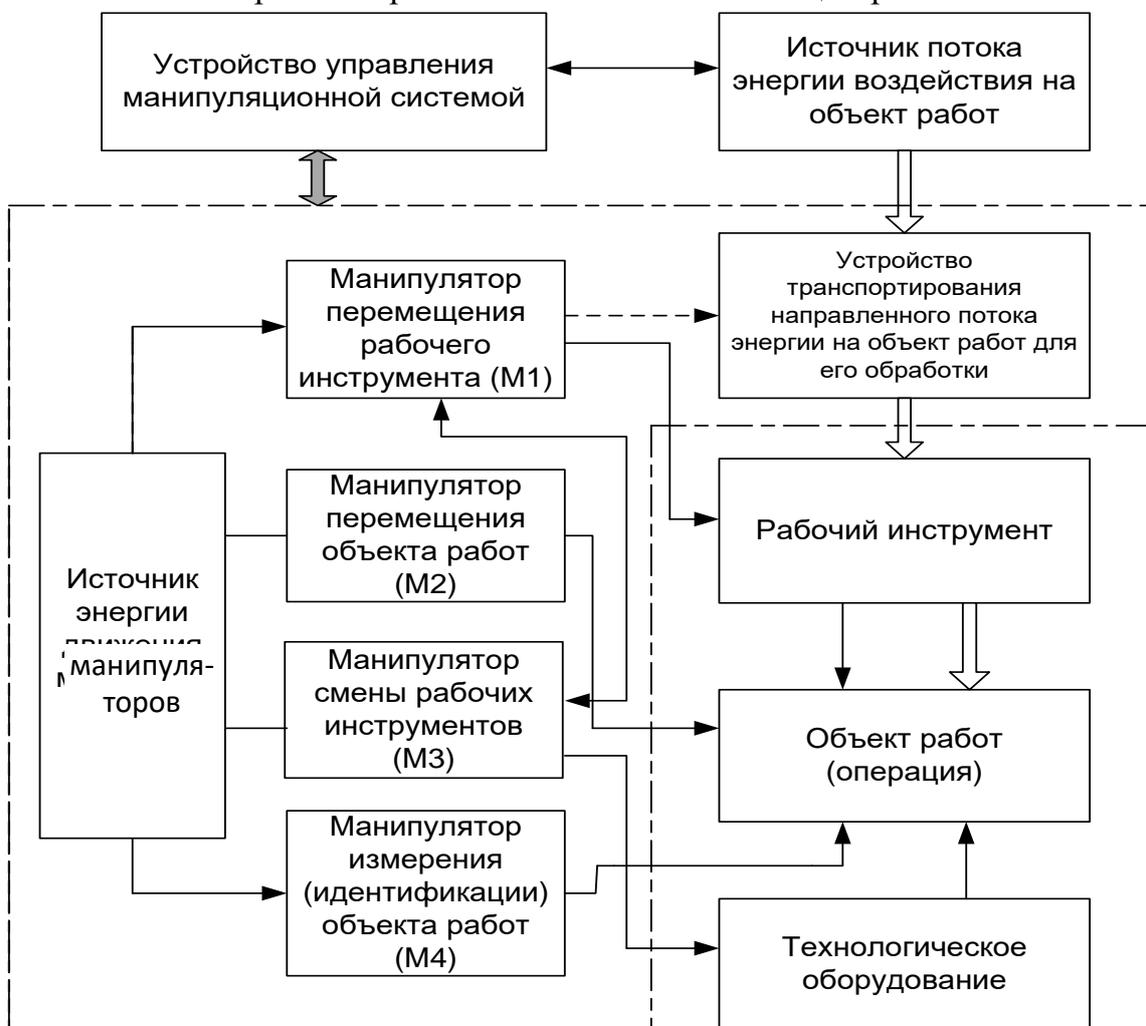


Рис. 1.4. Обобщенная структура многофункциональной манипуляционной системы роботизированного технологического центра

Манипулятор М1, перемещающий инструмент (рабочий орган) во время выполнения операции, в большинстве случаев можно считать основным технологическим (транспортным) манипулятором. Манипуляторы М2 – М4, как правило, выполняют вспомогательные функции и являются дополнительными. В то же время такое деление достаточно условно. Например, при сопряжении объектов или их деформировании манипулятор М2 может быть участником основной технологической операции. Контрольно-измерительную операцию при идентификации объектов или оценке качества выполненных работ, осуществляемую с помощью манипулятора М4, также можно отнести к основным технологическим операциям.

Термин «манипулятор» применим к устройствам транспортировки направленного потока энергии к объекту работ в том смысле, что источник потока энергии неподвижен, а инструмент, к которому подводится энергия, перемещается в процессе выполнения операции. Включение того или иного манипулятора в структуру центра определяется перечнем и характером операций, заложенных в гибридный технологический процесс. На основании технических решений манипуляционных систем в роботизированных технологических комплексах, характера выполняемых операций и рис. 1.4 предлагается классификация многофункциональных манипуляционных исполнительных систем роботизированных технологических центров по ряду классификационных признаков, которая приведена на рис. 1.5.

Исходя из функций, выполняемых в технологическом процессе, между манипуляторами имеют место взаимосвязи, которые определяются кинематической структурой и условиями выполнения операций. При этом взаимосвязи, имеющие стационарный или нестационарный характер, проявляются через исполнительные кинематические цепи, рабочие инструменты, взаимодействующие с объектом работ, и управляющие воздействия.

Под движущим понимается манипулятор, осуществляющий при выполнении конкретной операции перемещения рабочего инструмента и (или) звеньев исполнительной кинематической цепи другого манипулятора, механически связанного с ним, неуправляемого и являющегося пассивным. Под активным понимается манипулятор, который при

выполнении операции создает определенное управляемое силовое воздействие, например, с целью обеспечения требуемого усилия между рабочим инструментом и объектом работ или решения задач силовой инвариантности.

Совмещенным параллельным взаимным расположением манипуляторов следует считать случай размещения системы отклоняющих зеркал (манипулятора оптики) лазер-робота непосредственно в степенях подвижности технологического манипулятора. При этом звенья манипулятора оптики, связывающие эти зеркала, в явном виде отсутствуют. В случае частичного совмещения ряд звеньев исполнительной кинематической цепи будет общим для манипуляторов, а при раздельном последовательном расположении один из манипуляторов служит носителем для другого.

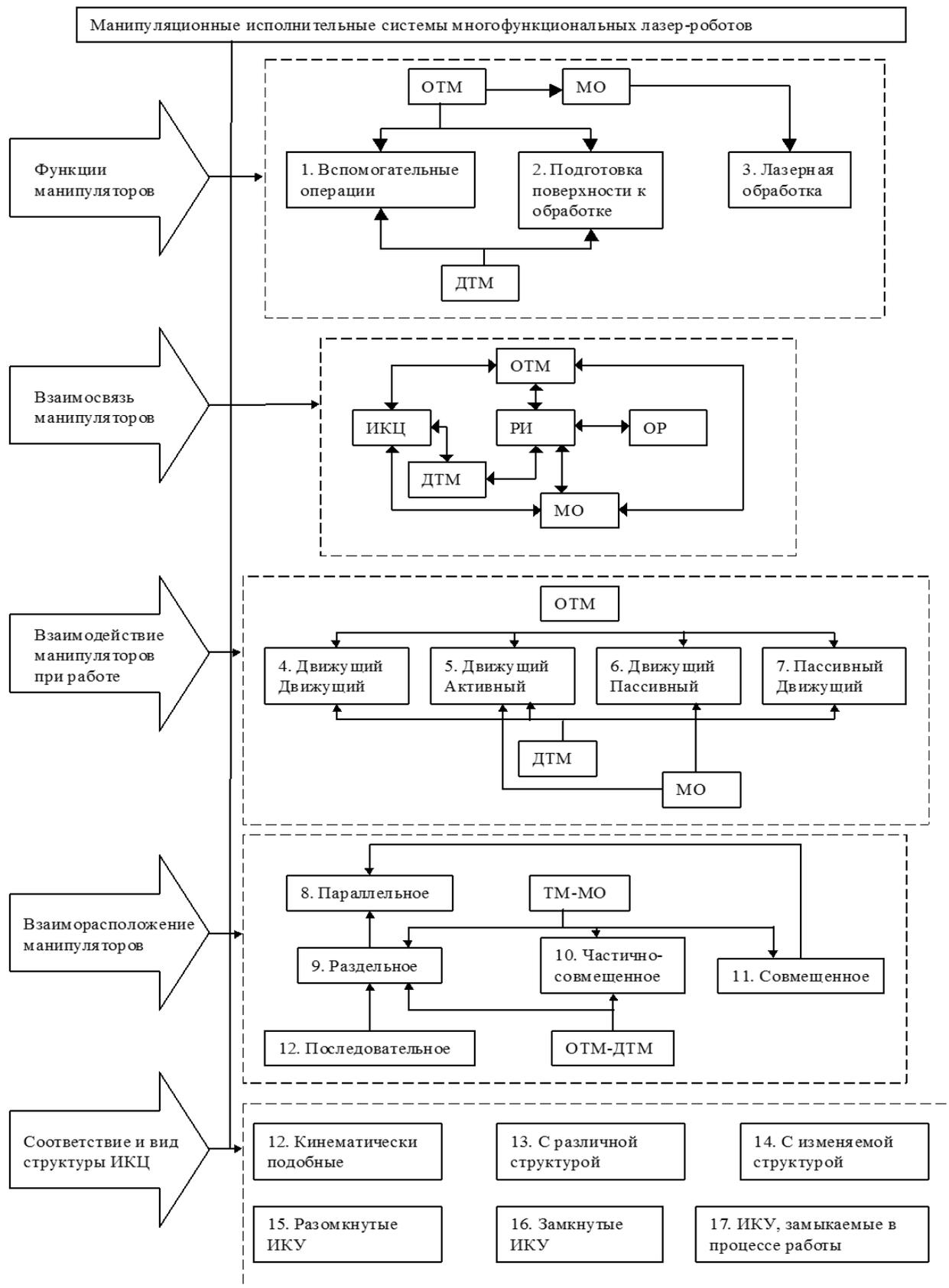


Рис.1.5. Классификация многофункциональных манипуляционных исполнительных систем

Исполнительной кинематической цепью с изменяемой структурой является кинематическая цепь манипулятора, число степеней подвижности которой может принудительно меняться путем жесткой относительной фиксации соседних звеньев. Под замыканием исполнительной кинематической цепи понимается образование в процессе работы либо конструктивно замкнутых через основание кинематических цепей, либо замыкаемых через объект перемещения.

В процессе выполнения технологической операции в рассматриваемой манипуляционной исполнительный системе реализуются разнообразные движения. Эти движения – результат сложных взаимодействий внутри каждого манипулятора через их кинематические цепи, рабочий инструмент и объект работ. Указанные взаимодействия определяются параметрическими позиционными и силовыми взаимосвязями.

Манипуляционную исполнительную систему можно характеризовать состоянием взаимосвязей между её компонентами, которые представляют собой кинематические (в случае лазер-робота и оптические) позиционные взаимосвязи и силовые взаимодействия, соответствующие принципам причинности классической механики. Особенность многофункциональных манипуляционных исполнительных систем заключается в нестационарности состояния кинематических позиционных взаимосвязей и силовых взаимодействий в процессе работы, обусловленной замыканием или размыканием совокупной кинематической цепи манипуляторов, их взаимодействием с объектом работ, переменностью состояния исполнительных кинематических цепей отдельных манипуляторов.

Рассматриваемые системы считаются манипуляционными и включают в себя исполнительные кинематические цепи манипуляторов, механизмы передачи движения и их приводы. Исходя из этого, позиционные связи и силовые взаимодействия целесообразно рассматривать взаимозависимыми двухуровневыми. Первый уровень – это уровень взаимосвязей и взаимодействий между манипуляторами через их кинематические цепи и отдельных манипуляторов с объектом работ. Второй уровень – уровень взаимосвязей и взаимодействий внутри автономных манипуляторов.

Силовым воздействием служит внешнее по отношению к объекту активное и (или) реактивное воздействие как результат взаимодействия в процессе работы. Следует отметить, что во время движения силовое и позиционное взаимодействия существуют вместе и являются по сути взаимосвязанным позиционно-силовым взаимодействием: на первом уровне – в зависимости от положения компонентов системы и выполняемой операции и на втором – постоянно. При этом возможны два варианта движения рассматриваемого компонента манипуляционной системы: движение за счет стороннего источника энергии и за счет перекачки энергии в процессе позиционно-силового взаимодействия с другим компонентом. В первом случае согласно классификации манипуляционных систем манипулятор будет движущим, а во втором – пассивным. Возможен также комбинированный вариант обеспечения движения (активный манипулятор).

Основная задача в организации работы манипуляционной исполнительской системы – управление её движением, она по существу сводится к организации процесса управления указанными выше взаимосвязями и взаимодействиями. Рассматриваемая система является многокомпонентной динамической системой, движения в которой должны быть организованы в соответствии с принятой стратегией, тактикой и техникой. Под техникой движений следует понимать управляемые движения исполнительных устройств манипуляторов по заданным настройкам их регуляторов. Тактика управления в данном случае заключается в организации движения манипуляторов при выполнении конкретного технологического перехода, например, при установке объекта манипулятором или сопряжении объектов двумя манипуляторами.

Тактические задачи могут успешно решаться разработкой соответствующих алгоритмов при необходимой совокупности прямых и обратных связей. Стратегия управления направлена на организацию поведения манипуляторов в технологической среде при выполнении производственного процесса. Базой стратегического управления служит интеллектуальная система, которая в полной мере должна соответствовать принципам организации, изложенным в работе [4].

2. ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ МАНИПУЛЯЦИОННОЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ЦЕНТРОВ ГИБРИДНОЙ ОБРАБОТКИ

Главная особенность рассматриваемых систем заключается в комплексном использовании разнородных компонентов и подсистем, характеризующихся различным способом воздействия на материал заготовки: резание и закалка; точение, шлифование и закалка; гибка, резка и сверление и т. п. Эти системы построены на базе станочного оборудования. В работе [1] приведены примеры подобных систем, при этом их функционально-технологическое комплексирование сводится к одному из трех вариантов, приведенных на рис. 2.1.

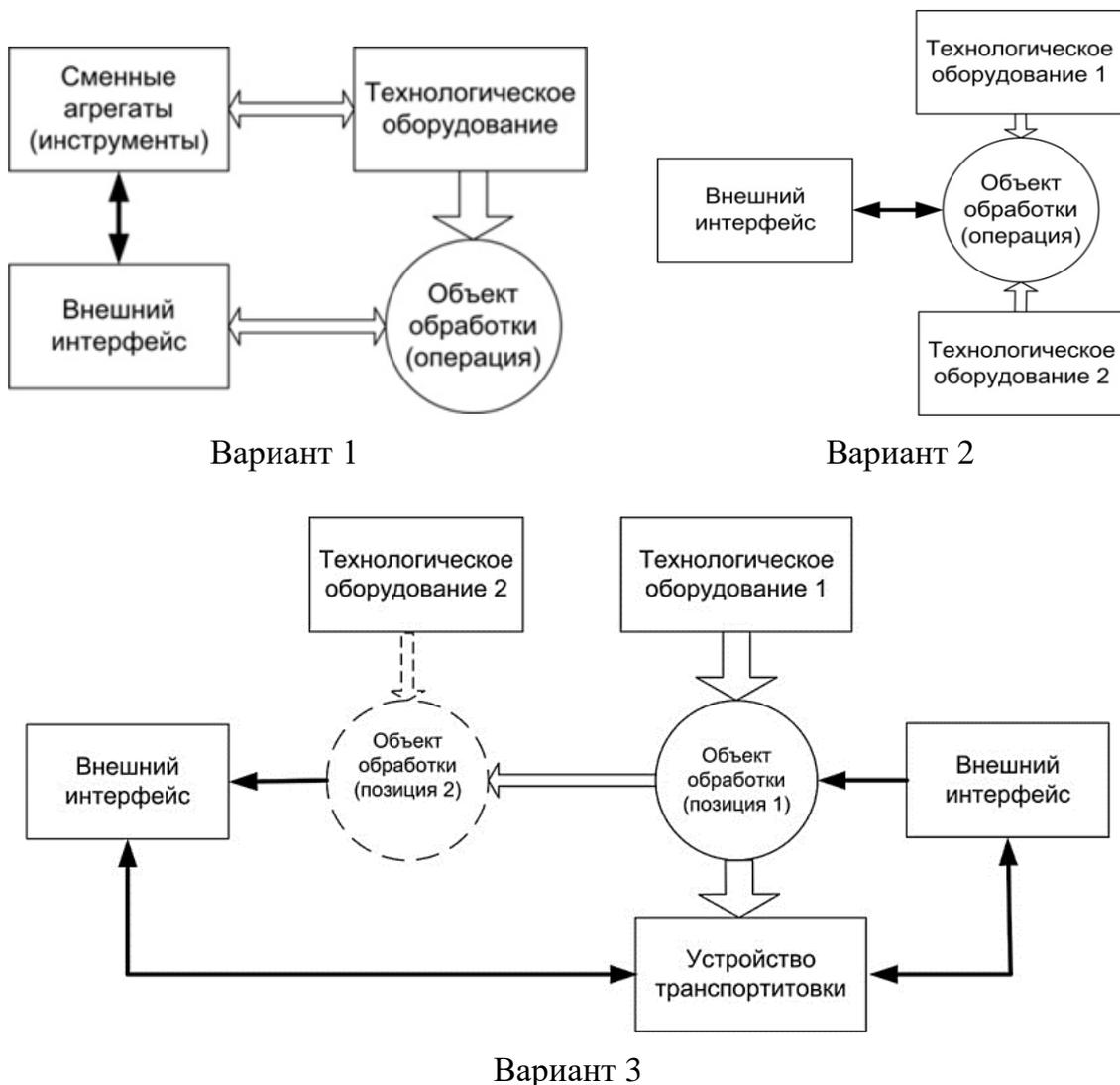


Рис. 2.1. Схемы функционально-технологического комплексирования обрабатывающих систем

Исходя из сказанного выше и наметившейся тенденции использования комплексированных производственных систем, создание высокоэффективных робототехнических систем для выполнения гибридных операций в производстве, обладающих многофункциональной манипуляционной исполнительской системой, обеспечивающей необходимые параметры управляемого движения и взаимодействия рабочих инструментов, считается важной и актуальной задачей [3]. На рис. 2.2 приведена концептуальная структура комплексированной робототехнической системы для варианта фрезерной и лазерной базовых операций.

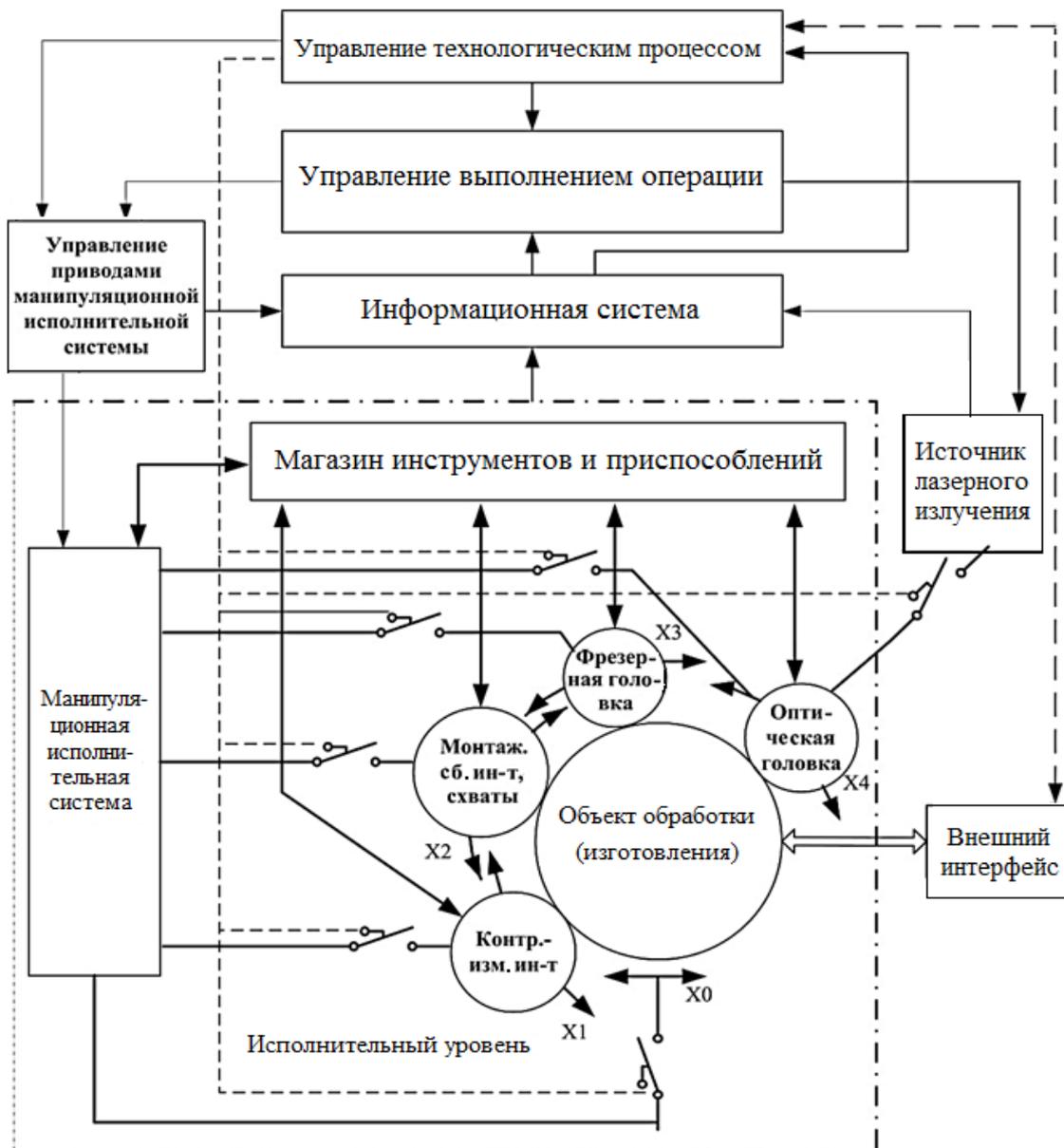


Рис. 2.2. Концептуальная структура комплексированной робототехнической системы: X_0 , X_1 , X_2 , X_3 , X_4 – перемещения компонентов системы

Основополагающими этапами построения гибридной робототехнической системы являются функциональное и кинематическое комплексирование. На рис. 2.3 приведена последовательность функционального комплексирования.



Рис. 2.3. Последовательность функционального комплексирования манипуляционной исполнительской системы для выполнения гибридных операций в производстве

Наиболее сложной задачей следует считать определение рационального количества манипуляторов. Для ее решения предлагается использовать следующие соотношения:

$$M_{\text{опт}} \in M = \{1, 2, \dots, n + 1\} \exists G(M, I, Y) \rightarrow \min \forall Y_i \in \{D_j\}; i = \overline{1, I}, j = \overline{1, J}; \text{ при ограничениях } V \leq [V_{\text{доп}}]; n \leq N; T_{\text{ок}} \leq [T], \quad (2.1)$$

где M – количество манипуляторов; n – число используемых инструментов, не превышающее допустимого значения N ; G – приведенная относительная стоимость единицы машинного времени; Y – совокупность операций для i -го объекта работ, принадлежащих к обрабатываемой партии D_j ; V и $T_{\text{ок}}$ – объем рабочей зоны и срок окупаемости, ограниченные допустимыми значениями.

Величина предложенного критерия функционального комплексования G может быть определена по выражению

$$G = Q_{\text{ср}} M (Q_{\text{м}} \sum_j \sum_i \Delta T_{\text{vij}})^{-1}, \quad (2.2)$$

где $Q_{\text{ср}}$ – средняя стоимость манипулятора; $Q_{\text{м}}$ – стоимость единицы машинного времени; ΔT_{vij} – экономия вспомогательного времени на один объект обработки. При $G \leq 1$ выбранное количество манипуляторов M следует считать эффективным.

В зависимости от количества манипуляторов, найденного по выражениям (2.1) и (2.2), структура комплексированного роботизированного центра может иметь один из вариантов, представленных на рис. 2.4.

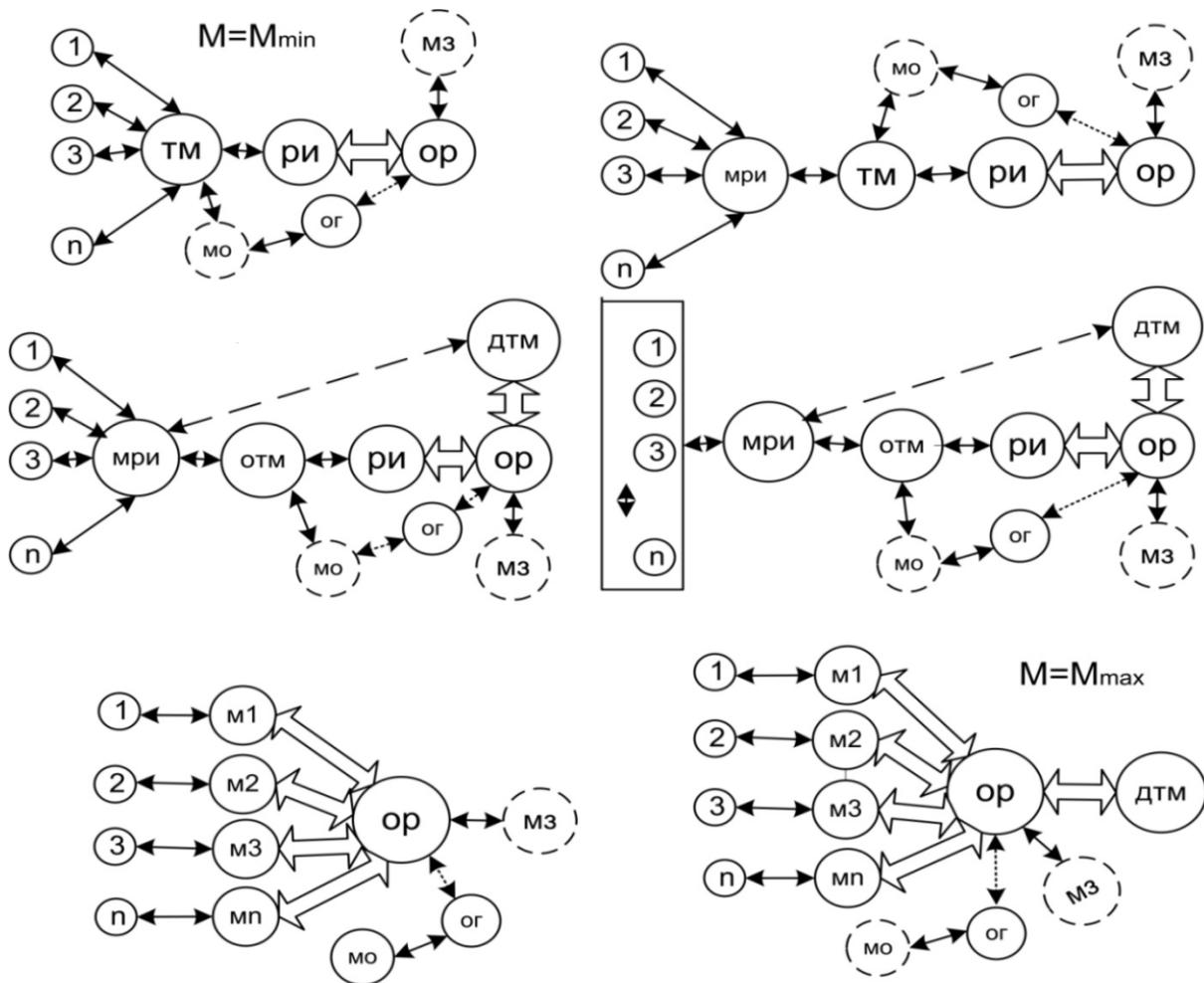


Рис. 2.4. Варианты структуры комплексированных роботизированных центров: мри – манипулятор смены рабочих инструментов; тм – технологический манипулятор; отм – основной технологический манипулятор; дтм – дополнительный технологический манипулятор; ор – объект работ; мо – манипулятор оптики; ог – оптическая головка; ри – рабочий инструмент; мз – манипулятор смены объектов работ

Комплексирование манипуляторов в роботизированном центре должно в полной мере соответствовать общим принципам комплексирования технических систем [5]; однородности иерархического уровня; максимальной функциональной замкнутости; наращиваемости аппаратуры; физической однородности распределения функций.

Рассматриваемая совокупность манипуляторов и инструментов – сложная техническая система, внутри которой имеют место разнородные связи и взаимодействия и на которую подаются управляющие входные воздействия и энергия движения. В обобщенной манипуляционной системе указанные компоненты можно отобразить в виде рис. 2.5.

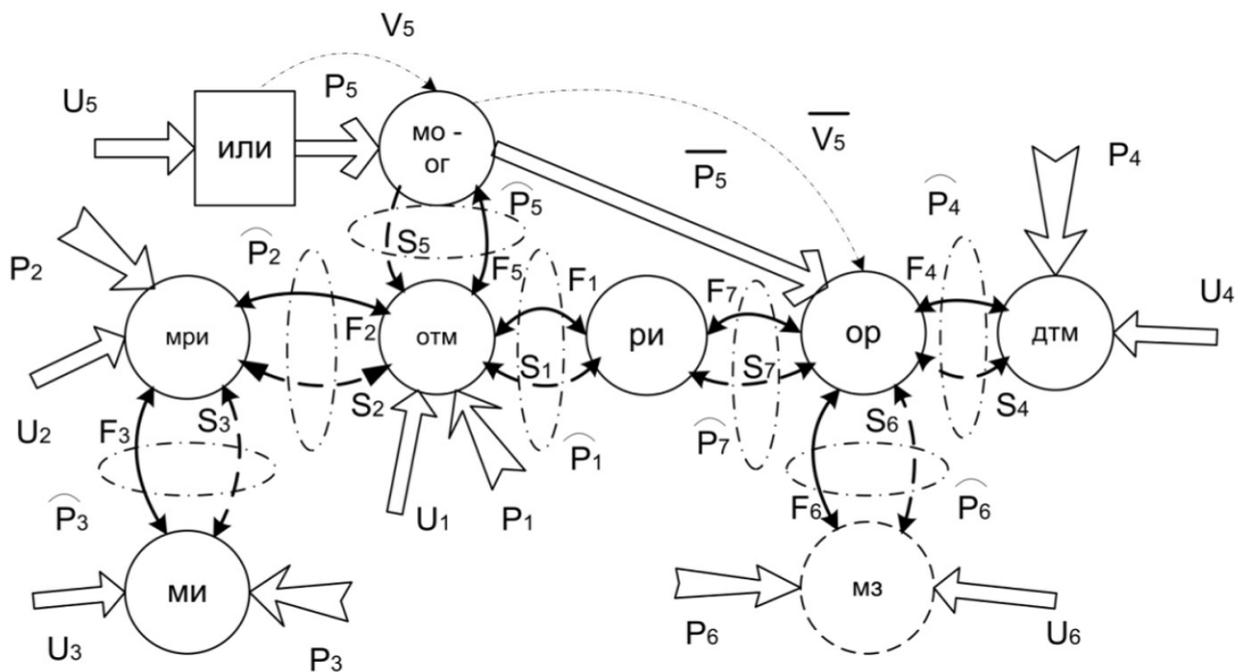


Рис. 2.5. Входные воздействия, связи и взаимодействия в обобщенной манипуляционной системе: $U_i, i = 1 - 6$ – управляющие воздействия; $S_j, j = 1 - 7$ – стационарная или нестационарная направленная позиционная кинематическая связь; $F_k, k = 1 - 7$ – стационарное или нестационарное направленное силовое воздействие; $P_l, l = 1 - 6$ – мощность, подводимая к компонентам манипуляционной системы; $\overline{P_5}$ – мощность лазерного излучения, воздействующего на объект работ; $\widehat{P}_m, m = 1 - 7$ – мощность, передаваемая во время движения в результате позиционно-силового взаимодействия; V_5 и $\overline{V_5}$ – позиционные оптические взаимосвязи, характеризующие пространственное положение лазерного луча

Контрольные вопросы и задания

1. Какие технологические процессы являются гибридными?
2. Какие достоинства имеют гибридные технологические процессы?
3. Основная задача комплексирования технологических процессов.
4. Каковы особенности использования промышленных роботов в качестве основного технологического оборудования на производстве?
5. В чем заключается «синергетический» эффект многофункциональной манипуляционной системы?
6. Перечислить обобщённые манипуляционные функции, реализуемые в роботизированном технологическом центре.
7. Привести обобщенную структуру многофункциональной манипуляционной системы роботизированного технологического центра.
8. Дать классификацию многофункциональных манипуляционных исполнительных систем.
9. Какие варианты структуры комплексированной робототехнической системы вам известны?
10. Какова последовательность функционального комплексирования манипуляционной исполнительной системы?
11. Дать характеристику входных воздействий, связи и взаимодействий в обобщенной манипуляционной системе.

3. ФОРМИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В ГИБРИДНЫХ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Следующим этапом комплексирования является структурный синтез исполнительной кинематической цепи (ИКЦ) манипуляторов. К числу условий, определяющих структуру ИКЦ манипуляторов, относятся форма и размеры рабочих зон, диапазоны скоростей и ускорений, точность позиционирования и воспроизведения пространственных траекторий, величины сил и моментов, развиваемых исполнительными двигателями, потери энергии. Особые условия к синтезу ИКЦ манипулятора оптики предъявляет специфика транспортировки лазерного излучения: необходимость обеспечения нормального расположения оси сфокусированного отрезка луча к поверхности обработки, малые девиации и потери энергии в оптическом тракте. Кроме этого манипуляторы исполнительной системы должны соответствовать условиям их согласованной работы: соотношению рабочих зон, отсутствию соударения звеньев и сингулярностей как в ИКЦ автономных манипуляторов, так и в случае образования стационарных или нестационарных замкнутых кинематических цепей. Вопросы геометрического синтеза рассматриваемых манипуляторов частично изложены в работах [1, 2].

3.1. Структурный синтез исполнительной кинематической цепи манипуляторов оптики лазер-роботов

Основными факторами, определяющими структуру исполнительной кинематической цепи манипулятора оптики, следует считать потери мощности излучения на отклоняющих зеркалах и девиацию луча вследствие этих отклонений. Исходя из этого, манипулятор оптики должен иметь минимальное число отклонений луча от прямолинейности во всем диапазоне изменения заданной ориентации оптической головки. Рассмотрим общий случай, когда направления луча, выходящего из источника излучения, и луча, ориентированного к поверхности объекта обработки, выбраны произвольно. На рис. 3.1 показана схема прохождения луча для этого случая.

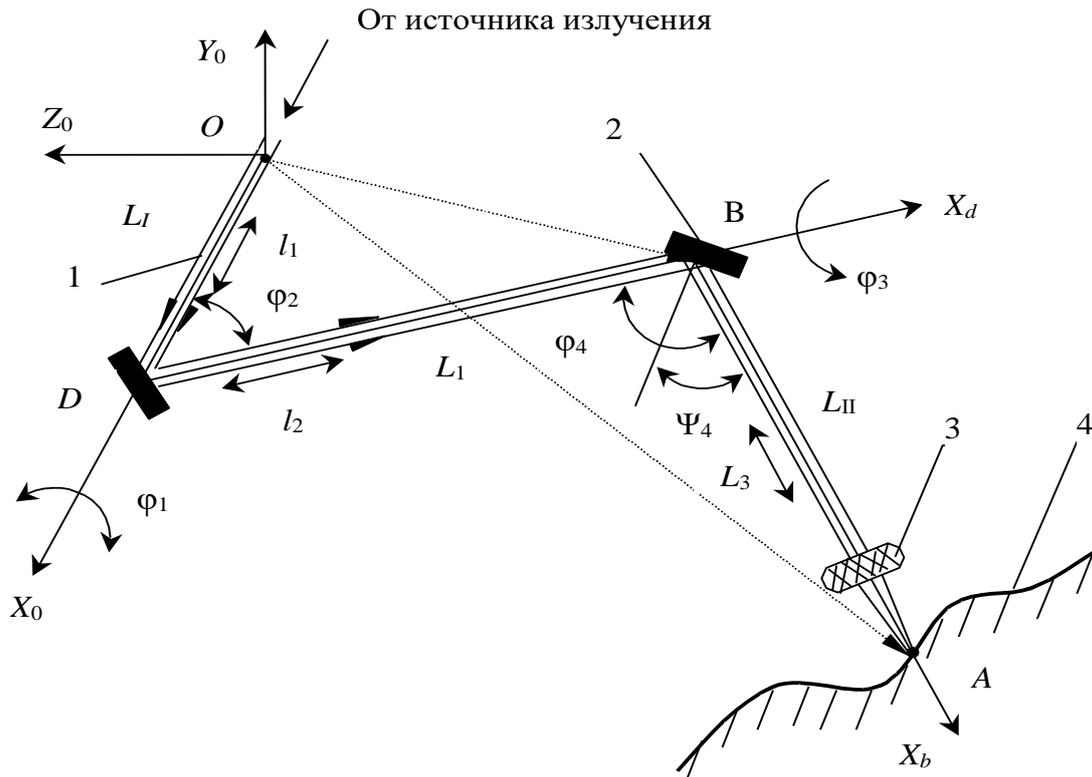


Рис. 3.1. Схема прохождения произвольного лазерного луча при минимальном числе отклонений от прямолинейности: 1 – лазерный луч; 2 – отклоняющие зеркала; 3 – фокусирующая линза; 4 – поверхность обработки

Обозначим вектором L_I направление луча, выходящего из источника излучения к манипулятору оптики, и вектором L_{II} – направление луча, ориентированного к поверхности обработки в т. $A \in Q(t)$, где $Q(t)$ – траектория движения точки фокуса. В случае произвольного пространственного расположения векторов L_I и L_{II} для некоторой точки $O \in L_I$ можно записать замкнутое векторное уравнение:

$$R_{OA} = L_I + \sum_{i=1}^n L_i + L_{II}, \quad (3.1)$$

где R_{OA} – радиус-вектор т. A , L_i – вектор i -го прямолинейного участка луча в оптическом тракте.

Из рассмотрения выражения (3.1) следует, что число отклонений луча от прямолинейности $N = n + 1$ при $L_i \neq 0$; $N = 1$ при $L_i = 0$, а L_I и L_{II} имеют точку пересечения; $N = 0$ при $L_i = 0$, а L_I и L_{II} лежат на одной прямой. Если на луч не наложены внешние связи, то в общем случае

минимальное число его отклонений $N = 2$ ($N = 1$ или $N = 0$ – частные случаи) и выражение (3.1) приобретает вид

$$R_{OA} = L_I + L_1 \text{ и } L_{II}, \quad (3.2)$$

где L_1 – вектор, пересекающий L_I и L_{II} в некоторых точках D и B , выбранных произвольно.

Расположим в т. O базовую правую декартовую систему координат $X_0Y_0Z_0$, направив ось X_0 по оси луча, а в точках D и B системы координат, связанные с лучом и направленные аналогично. Тогда, введя в рассмотрение координаты углового φ_k и линейного l_j положения луча и приняв их за обобщенные, можно, используя однородные преобразования, записать матричное соотношение

$$M_{OA}(\varphi_k, l_j) = M_{OB}(\varphi_k, l_j)M_{BA}(L'_{II}), \quad (3.3)$$

где $M_{OA}(\varphi_k, l_j)$ – матрица размерами 4×4 направляющих косинусов вектора L_{II} и координат т. A в системе $X_0Y_0Z_0$, выраженных через координаты φ_k, l_j ; $M_{OB}(\varphi_k, l_j)$ – матрица преобразований координат; L'_{II} – вектор L_{II} , представленный в координатной системе т. B . Выполнив соответствующие преобразования, получим:

$$M_{OA}(\varphi_k, l_j) = \begin{vmatrix} m_{ij} r_i \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad i, j = 1 \div 3, \quad (3.4)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{11} &= C\varphi_2 C\varphi_4 - S\varphi_2 C\varphi_3 C\varphi_4, \\ m_{12} &= -S\varphi_2 S\varphi_3, \\ m_{13} &= -C\varphi_2 S\varphi_4 - S\varphi_2 C\varphi_3 C\varphi_4, \\ m_{21} &= -S\varphi_1 S\varphi_2 C\varphi_4 - S\varphi_4 (C\varphi_1 C\varphi_3 - S\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3), \\ m_{22} &= C\varphi_1 C\varphi_3 - S\varphi_1 C\varphi_2 S\varphi_3, \\ m_{23} &= S\varphi_1 S\varphi_2 S\varphi_4 - C\varphi_4 (C\varphi_1 S\varphi_3 + S\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3), \\ m_{31} &= C\varphi_1 S\varphi_2 C\varphi_4 + S\varphi_4 (C\varphi_1 C\varphi_3 - S\varphi_1 S\varphi_3), \\ m_{32} &= S\varphi_1 C\varphi_3 + C\varphi_1 C\varphi_2 S\varphi_3, \\ m_{33} &= -S\varphi_4 C\varphi_1 S\varphi_2 + C\varphi_4 (C\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3 - S\varphi_1 S\varphi_3), \\ r_1 &= l_3 (C\varphi_2 C\varphi_4 - S\varphi_2 C\varphi_3 S\varphi_4) + l_2 C\varphi_2 + l_1, \\ r_2 &= l_3 [C\varphi_1 S\varphi_2 C\varphi_4 + S\varphi_4 (C\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3 - S\varphi_1 C\varphi_3)] + l_2 C\varphi_1 S\varphi_2, \\ S\varphi_k &= \sin \varphi_k; C\varphi_k = \cos \varphi_k, \\ l_1 &= |L_I|; \quad l_2 = |L_1|; \quad l_3 = |L_{II}|, \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ – углы поворота координатных систем вокруг осей X_O, Y_D, X_D, Y_B . Приведенные выражения представляют собой обобщенную пространственную математическую модель геометрических характеристик оси луча, полученную из условия минимального числа его отклонений от прямолинейности, определяемых углами φ_2 и φ_4 . В частных случаях в выражениях (3.5) следует принять при $N = 1$ $\varphi_3 = \varphi_4; l_3 = 0; l_2 = |L_{II}|$; при $N = 0$ – все $\varphi_k = 0$.

Если считать, что все φ_k ($k = 1 \div 4$) и l_j ($j = 1 \div 3$) являются переменными, то кинематическим аналогом оси луча будет пространственный разомкнутый механизм, имеющий семь степеней подвижности и содержащий три поступательные пары 4-го класса, которые можно заменить четырьмя парами 5-го класса. Следовательно, обобщенной пространственной модели луча соответствует манипулятор оптики, обладающий 7-ю степенями подвижности q_n ($n = 1 \div 7$). При этом величина $N = 2$ обеспечивается в случае выполнения условия

$$\psi_{2,4} = 0,5(\pi - \varphi_{2,4}), \quad (3.6)$$

где $\psi_{2,4}$ – углы расположения нормали к поверхности отклоняющих зеркал в точках D и B по отношению к оси соответствующих прямолинейных участков.

Из условия обеспечения максимальной универсальности при обработке изделий сложной формы вектор L_{II} должен иметь в каждой т. $A \in Q(t)$ пять обобщенных координат ($f = 5$) в базовой координатной системе. Зададим координаты т. B в системе координат $X_0 Y_0 Z_0$ вектором $R_{OB} = |X_B, Y_B, Z_B, 1|^T$ и запишем для т. A матрицу

$$M'_{OA} = \begin{vmatrix} C\varphi_Z C\varphi_Y & S\varphi_Z - C\varphi_Z S\varphi_Y & l_3 C\varphi_Z C\varphi_Y + X_B \\ S\varphi_Z C\varphi_Y & C\varphi_Z - S\varphi_Z S\varphi_Y & l_3 S\varphi_Z C\varphi_Y + Y_B \\ S\varphi_Y & 0 & C\varphi_Y & l_3 S\varphi_Y + Z_B \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & 0 & & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.7)$$

Поскольку $n > f$, то MO априорно обеспечивает произвольные законы движения вектора L_{II} по всем его обобщенным координатам, заданным матрицей M'_{OA} . Для определения обобщенных координат MO ,

которые можно принять за постоянные параметры, приравнивая матрицы M_{OA} и M'_{OA} , выразим координаты q'_f через координаты q_n :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_Z &= \arctg \left[S\varphi_2 S\varphi_3 (C\varphi_1 C\varphi_3 - S\varphi_1 C\varphi_2 S\varphi_3)^{-1} \right], \\ \varphi_Y &= \arctg \left\{ \left[C\varphi_1 S\varphi_2 C\varphi_4 + S\varphi_4 (C\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3 - S\varphi_1 S\varphi_3) \right] (S\varphi_1 C\varphi_3 + C\varphi_1 C\varphi_2 S\varphi_3)^{-1} \right\}, \\ X_A &= l_3 (C\varphi_2 C\varphi_4 - S\varphi_2 C\varphi_3 S\varphi_4) + l_2 C\varphi_2 + l_1, \\ Y_A &= -l_3 (S\varphi_1 S\varphi_2 C\varphi_4 - S\varphi_4 C\varphi_1 C\varphi_3 + S\varphi_4 S\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3) - l_2 S\varphi_1 S\varphi_2, \\ Z_A &= l_3 (C\varphi_1 S\varphi_2 C\varphi_4 + S\varphi_4 C\varphi_1 C\varphi_2 C\varphi_3 - S\varphi_4 S\varphi_1 S\varphi_3) + l_2 C\varphi_1 S\varphi_2. \end{aligned} \right\} (3.8)$$

Поскольку функции $q'_f = q'_f(q_n)$ заданы выражениями (3.8) в неявном виде, их решение (то есть независимость) определяется отличием от нуля якобиана

$$\frac{\partial(q'_1, \dots, q'_5)}{\partial(q_1, \dots, q_5)} \neq 0, \quad (3.9)$$

где q_i – какие-либо 5 из 7 обобщенных координат q_n .

Анализ матрицы (3.9), исходя из условия исключения кинематической избыточности, показывает, что MO обеспечивает полную подвижность сфокусированному отрезку луча, т. е. ранг матрицы $r = 5$, при «замораживании» следующих пар обобщенных координат: φ_1, l_3 ; l_1, l_3 ; φ_2, l_3 ; l_2, l_3 .

При других сочетаниях пар координат $r < 5$ и полная подвижность не обеспечивается. На основании этого возможные варианты схем пространственного перемещения отклоняющих зеркал без кинематической избыточности и $N = 2$ могут быть представлены следующими формальными выражениями:

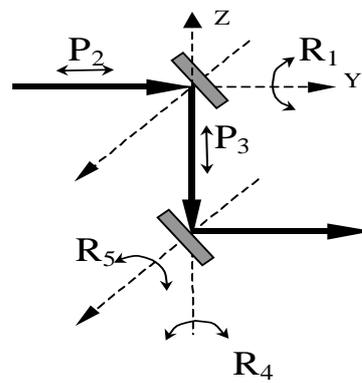
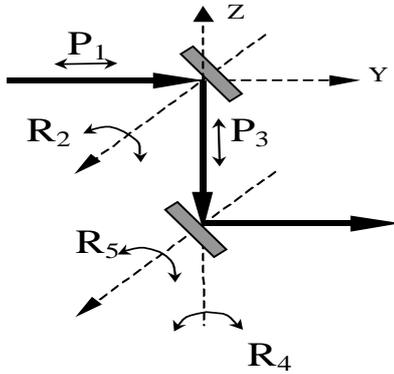
$$\left. \begin{aligned} P_1 \perp R_2 \Pi P_3 \Pi R_4 \perp R_5, \\ R_1 \Pi P_2 \neg P_3 \Pi R_4 \perp R_5, \\ R_1 \Pi P_2 \perp R_3 \Pi P_4 \Pi P_5 \neg, \\ R_1 \perp R_2 \Pi P_3 \Pi R_4 \perp R_5, \\ R_1 \Pi P_2 \perp R_3 \Pi R_4 \perp R_5. \end{aligned} \right\} (3.10)$$

В выражениях (3.10) буквами P_i и R_i обозначен вид перемещения зеркала: поступательное перемещение или вращение вокруг оси, а знаками \perp , Π и \neg – прохождение луча по тракту: \perp – подвижное преломление, Π – отсутствие преломления, \neg – неподвижное преломление

(при «замораживании» φ_2 или φ_4). В соответствии с выражениями (3.10) на рис. 3.2 представлены схемы пространственного перемещения отклоняющих зеркал в декартовой системе координат $X Y Z$.

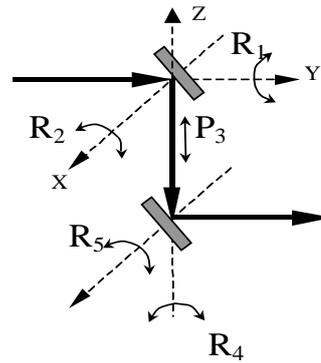
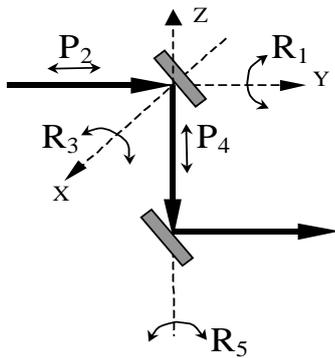
$$P_1 \perp R_2 \parallel P_3 \parallel R_4 \perp R_5$$

$$R_1 \parallel P_2 \neg P_3 \parallel R_4 \perp R_5$$



$$R_1 \parallel P_2 \perp R_3 \parallel P_4 \parallel R_5 \neg$$

$$R_1 \perp R_2 \parallel P_3 \parallel R_4 \perp R_5$$



$$R_1 \parallel P_2 \perp R_3 \parallel R_4 \perp R_5$$

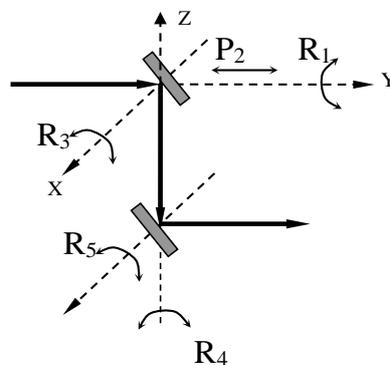
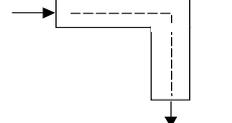
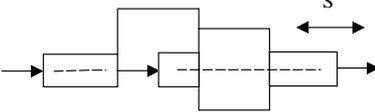
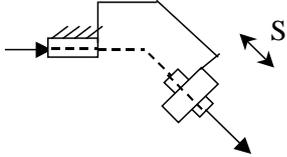
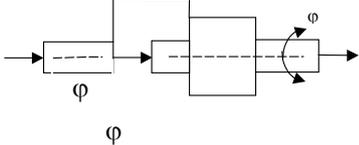
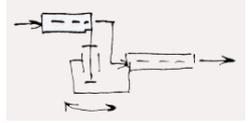
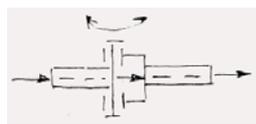


Рис. 3.2. Схемы пространственного перемещения отклоняющих зеркал

В таблице приведено соответствие элементов кинематической цепи луче-провода количеству отклоняющих зеркал.

Условия прохождения лазерного луча через элементы кинематической цепи лучепровода

№ п/п	Звено, кинематическая пара	Прохождение лазерного луча	Количество отклоняющих зеркал
1	Жесткое звено а) прямолинейное б) с изгибом		0
			1
2	Поступательная пара а) направление входа луча совпадает с осью пары б) направление входа луча не совпадает с осью пары		0
			1
3	Вращательная пара а) направление входа луча совпадает с осью пары б) направление входа луча не совпадает с осью пары: – вход и выход луча пересекаются – вход и выход луча не пересекаются		0
			1
			2

Из таблицы следует, что если направление входа луча совпадает с осью кинематической пары (или параллельно ей), то отклоняющих зеркал не требуется, а если не совпадает, то требуется одно или два

зеркала в зависимости от пересечения входа или выхода луча. В случае 2, б при пересечении входа и выхода лазерного луча необходимо обеспечить подвижность отклоняющего зеркала в функции перемещения выходного звена кинематической пары.

Перемещения отклоняющих зеркал, отображенные на рис. 3.2, могут быть реализованы различным образом:

- с помощью единого пятизвенного пространственного механизма с пятью кинематическими парами, осуществляющими необходимые перемещения зеркал;
- совокупностью автономных механизмов, каждый из которых обеспечивает соответствующему зеркалу одну степень подвижности;
- возможно комбинированное исполнение.

В первом случае структура исполнительной кинематической цепи манипулятора оптики практически однозначно определяется схемой пространственного перемещения отклоняющих зеркал. На рис.3.3 приведены кинематические схемы манипуляторов оптики, полученные на основании рис. 3.2 и таблицы. Здесь буквами S и ϕ обозначен тип кинематической пары (поступательная или вращательная).

Анализ рабочих зон кинематических структур манипулятора оптики, изображенных на рис. 3.3, показывает, что наиболее предпочтительными с точки зрения перемещения точки сфокусированного луча вдоль пространственной кривой минимального радиуса (что важно при выполнении многих технологических операций лазерной обработки) будут схемы 1, 2, 4 и 5, имеющие выходные кинематические цепи в виде вращательных кинематических пар ϕ_4 и ϕ_5 с ортогональными осями.

Исходя из общепринятого в робототехнике деления движений в манипуляторах на транспортные и ориентирующие и учитывая, что на выходе последней кинематической пары устанавливается фокусирующая линза, разделим кинематические цепи манипулятора оптики на две составляющие – транспортную и ориентирующую, последняя из которых по существу представляет собой оптическую головку (стационарную или сменную).

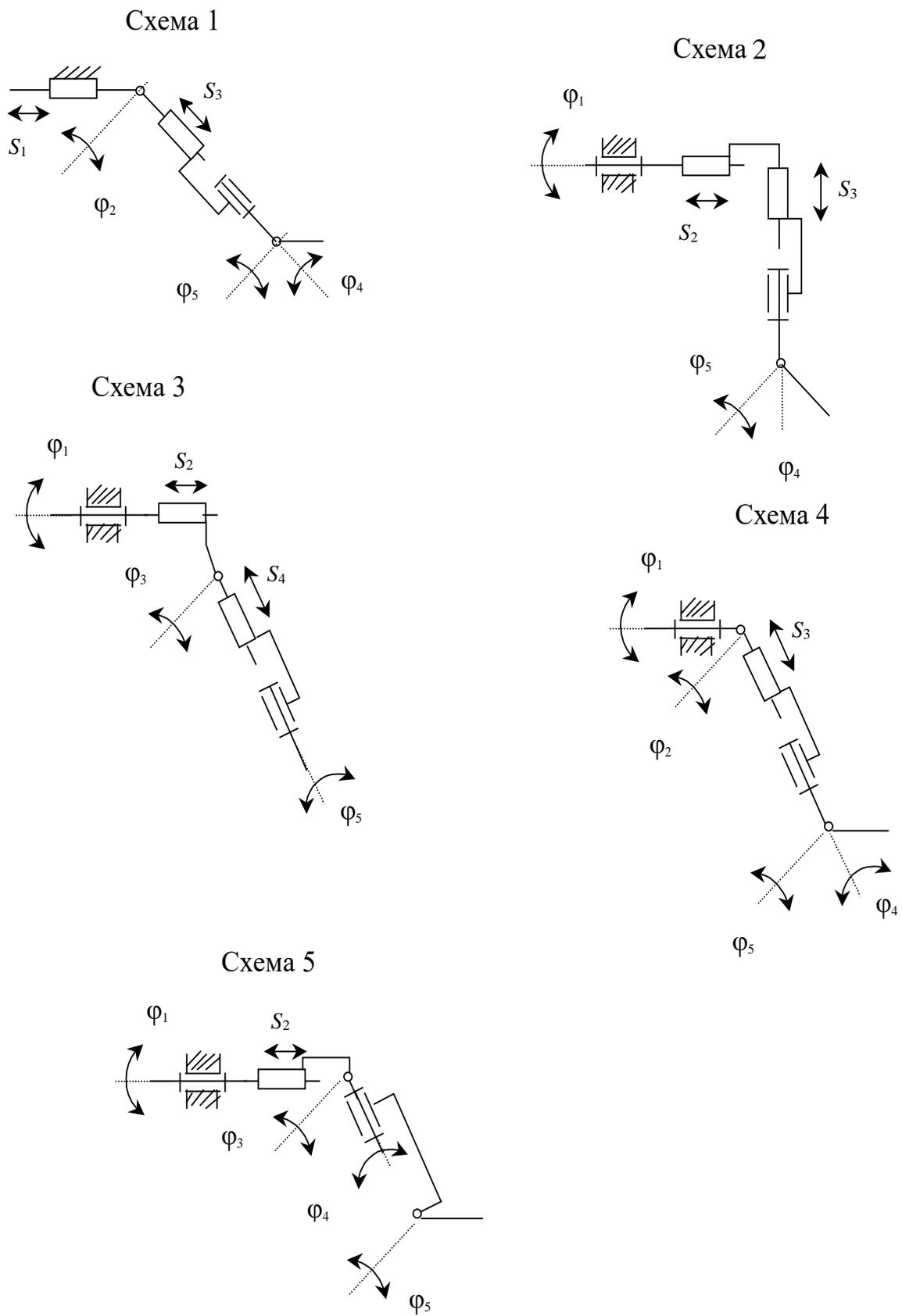


Рис. 3.3. Кинематические схемы манипуляторов оптики

3.2. Согласование параметров в манипуляционной исполнительской системе с параллельными манипуляторами

Из классификации манипуляционных исполнительских систем, приведенной в п. 1, следует, что их можно рассматривать как двухманипуляционные со следующим расположением манипуляторов и характером кинематической цепи:

- основной манипулятор – дополнительный манипулятор с стационарно замкнутой через рабочий инструмент кинематической цепью;
- основной транспортный манипулятор – дополнительный транспортный манипулятор с нестационарно замкнутой кинематической цепью;
- последовательно расположенные транспортный и технологический манипуляторы, образующие открытую кинематическую цепь;
- кинематически подобные транспортный манипулятор и встроенное в него устройство передачи энергии;
- основной транспортный манипулятор – дополнительный транспортный манипулятор, расположенный на одном из звеньев основного с образованием открытой или периодически замыкаемой кинематической цепи.

Из этого вытекает, что при рассмотрении геометрических характеристик исполнительских кинематических цепей двухманипуляционных систем можно свести к трем типам: параллельные, последовательные и последовательно-параллельные манипуляторы.

Рассмотрим вопрос согласования геометрических и кинематических характеристик параллельных манипуляторов. Задачи формирования исполнительской кинематической цепи робота в рассматриваемом варианте построения манипуляционной системы заключаются в следующем:

- выбор кинематической структуры манипуляторов исходя из вида рабочей зоны и их относительного расположения;
- определение координат расположения манипуляторов;
- проверка возможности реализации заданной ориентации и траектории движения рабочего инструмента при согласованном движении манипуляторов.

Первая из поставленных задач может быть решена путем анализа возможности реализации движений в манипуляторах. Проведенный анализ показывает, что структура транспортного манипулятора в значительной степени зависит от его расположения по отношению к рабо-

чей зоне технологического манипулятора и в общем случае решение задачи является многовариантным. В то же время с целью обеспечения свободного доступа в зону обслуживания и исключения возможного соударения звеньев предпочтительным следует считать фронтальное расположение транспортного манипулятора по отношению к рабочей зоне технологического манипулятора, а структура его транспортных степеней подвижности должна обеспечивать движение рабочей точки по образующим рабочей зоны. Ориентирующие степени подвижности транспортного манипулятора должны обеспечивать необходимую ориентацию рабочего инструмента.

Исходя из сказанного, необходимо, чтобы транспортный манипулятор имел пять степеней подвижности: три транспортные, обеспечивающие движение рабочей точки по образующей рабочей зоны технологического манипулятора, и две ориентирующие с ортогональными вращательными парами. Задача определения координат расположения транспортного манипулятора по отношению к технологическому может быть решена с использованием приведенных ниже матричных преобразований. Рассмотрим общий случай. Свяжем с некоторой точкой, например с центром первой кинематической пары, технологического манипулятора оптичную инерциальную правую систему координат $X_L Y_L Z_L$ (рис. 3.5).

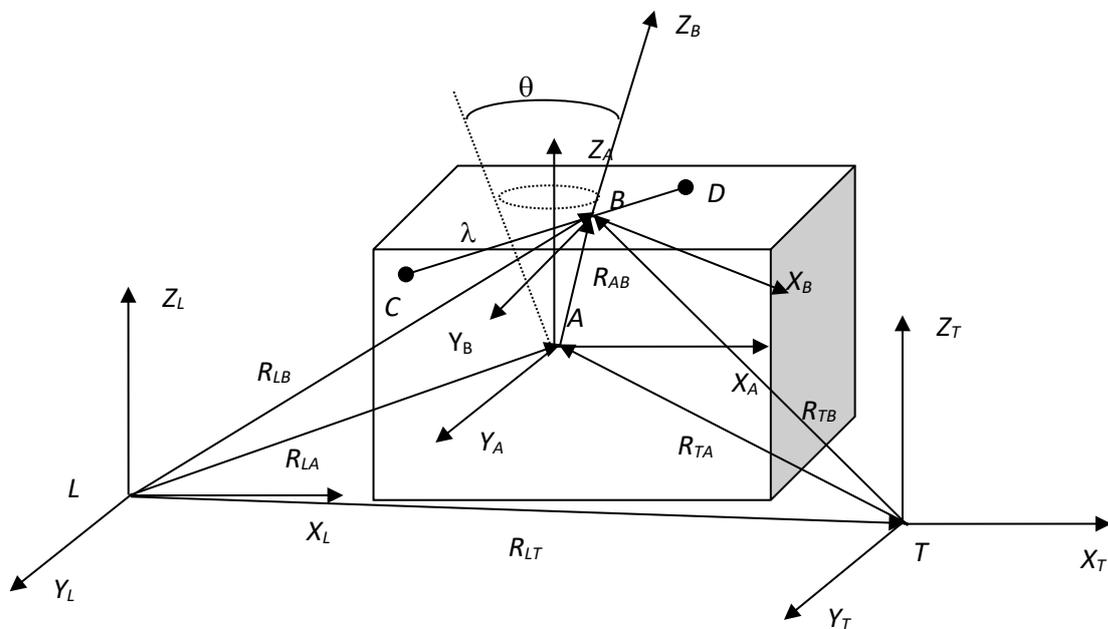


Рис. 3.5. Расположение транспортного манипулятора по отношению к технологическому

Аналогично с транспортным манипулятором свяжем неподвижную систему координат $X_T Y_T Z_T$. Поскольку выбор этой системы координат произволен, расположим оси параллельно осям системы координат т. L . Технологический манипулятор имеет рабочую зону V , параметры которой известны в системе координат т. L . Определено, что в каждой точке рабочей зоны рабочий инструмент может быть ориентирован в пределах некоторого угла θ , обеспечиваемого ориентирующими степенями подвижности. Тогда поставленная задача может быть сформулирована следующим образом. Определить координаты т. T в координатной системе т. L при условии, чтобы выбранный транспортный манипулятор с конфигурацией $\{G_T\}$ обеспечивал положение некоторой точки A в заданной рабочей зоне $V (A \in V)$ и ориентацию отрезка AB в пределах заданного угла θ .

Свяжем с точками A и B соответствующие системы координат, направив оси Z_A и Z_B вдоль отрезка AB . Направим к соответствующим точкам радиус – векторы как показано на рис. 3.1 и запишем очевидное векторное соотношение

$$R_{LT} = R_{LB} - R_{TB} = R_{LA} + R_{AB} - R_{TB}. \quad (3.12)$$

Используя однородные координаты, запишем выражение (3.12) в матричном виде:

$$M_{LT} = T_{LB} \cdot M_{TB}^{-1}, \quad (3.13)$$

где $T_{LB} = M_{LA} \cdot M_{AB}$.

Матрица M_{LT} имеет следующий вид:

$$M_{LT} = \begin{vmatrix} E & (R_{LT}^x R_{LT}^y R_{LT}^z)^T \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Обозначим $\alpha = 0,5\theta$ и определим матрицу M_{AB}

$$M_{AB} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha & 0 \\ 0 & S\alpha & C\alpha & 0 \\ & 0 & 1 & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C\alpha & 0 & S\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\alpha & 0 & C\alpha \\ & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E \\ AB \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C\alpha & 0 & S\alpha & AB S\alpha \\ S^2\alpha & C\alpha & -0,5S\theta & -AB S\alpha C\alpha \\ -0,5S\theta & S\alpha & C^2\alpha & AB C^2\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (3.15)$$

где $C - \cos$; $S - \sin$; $AB -$ модуль вектора R_{AB} .

Поскольку мы рассматриваем общий случай, то известную матрицу M_{LA} также запишем в общем виде

$$M_{LA} = \begin{vmatrix} \cos \left(\overset{\wedge}{L, A} \right) & \left(R_{LA}^X R_{LA}^Y R_{LA}^Z \right)^T \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (3.16)$$

где $\cos \left(\overset{\wedge}{L, A} \right)$ – матрица размерами 3×3 направляющих косинусов углов Эйлера.

Вид и содержание матрицы M_{TB} определяется конфигурацией $\{G_T\}$ транспортного манипулятора и положением т. B . Возможны два варианта и соответственно два алгоритма формирования матрицы M_{TB} :

– при известной и однозначной конфигурации $\{G_T\}$ транспортного манипулятора;

– при возможности выбора конфигурации $\{G_T\}$ из некоторого множества $\{G_K\}$, $K = \overline{1, M}$ (например, находящегося в базе данных о серийных роботах).

При первом варианте последовательность формирования матрицы M_{TB} следующая:

1. Ориентировочно задаем координаты т. T в системе координат т. L .

2. Рассчитываем координаты характерных граничных точек рабочей зоны в координатах т. T по выражению

$$R_{TA_i} = T_{TL} \cdot R_{LA_i}, \quad (3.17)$$

где $T_{TL} = M_{LT}^{-1}$, R_{LA_i} – координаты i точек ($i = \overline{1, K}$), характеризующих границы рабочей зоны.

3. Точкам A_i ставим в соответствие точки B_i , исходя из заданной ориентации рабочего инструмента и угла θ .

4. Находим координаты точек B_i по выражению

$$R_{TB_i} = R_{AB_i} \cdot R_{TA_i} \quad (3.18)$$

5. По величине модулей вектора R_{TB_j} определяем координаты B_j ($j \in i$) точек, характеризующих диапазоны перемещений в степенях подвижности транспортного манипулятора.

6. Определяем диапазоны перемещений в степенях подвижности q_{Tl} , ($l = \overline{1, K}$) с учетом определенного запаса Δq_{Tl} по каждой обобщенной координате.

7. Уточняем положение т. T по отношению к рабочей зоне. При этом проверяем условие

$$q_{Tl} + \Delta q_{Tl} \leq [q_{Tl}], \quad (3.19)$$

где $[q_{Tl}]$ – допустимое перемещение в l -й обобщенной координате.

8. Формируем матрицу M_{TB} .

При втором варианте задача формирования матрицы M_{TB} решается по алгоритму, описанному выше для каждой $\{G_k\}$, $k = \overline{1, M}$ конфигурации. При отсутствии дополнительных ограничений целесообразно выбрать ту конфигурацию $\{G_T\}$ ($T \in K$), при которой модуль вектора R_{TL} будет иметь минимальную величину. Отметим, что при втором варианте мы фактически решаем первую из задач, поставленных в начале раздела.

После определения матрицы M_{TB} и обратной ей по выражению (3.15) вычисляем координаты т. T в системе координат т. L . При определенных геометрических характеристиках целесообразно проверить возможность реализации заданной траектории движения рабочей точки в стационарно замкнутой кинематической цепи «транспортный манипулятор – технологический манипулятор» при сохранении заданной ориентации рабочего инструмента (третья из поставленных в начале раздела задач).

Поскольку кинематическая цепь двухманипуляционной системы замыкается в т. B , рассмотрим возможность ее перемещения вдоль некоторой прямой $\lambda \in V$, на которой заданы две концевые точки $C^L (X_C^L Y_C^L Z_C^L)$ и $D^L (X_D^L Y_D^L Z_D^L)$ с координатами, определенными в системе координат т. L (см. рис. 3.1). При этом точки C^L и D^L находятся в пределах достижимости точкой B . Полагаем, что рабочая зона технологического манипулятора представляет собой совокупность некоторых областей, образующих внешнюю S_0 и внутреннюю S_B ее границы. При этом должно выполняться условие

$$S_0(\lambda) \leq 0 \leq S_B(\lambda), \quad (3.20)$$

где $C^L, D^L \in \lambda$.

Условие того, что т. $B \in \lambda$ можно записать в виде

$$B = C^L + \gamma(D^L - C^L), \quad (3.21)$$

где γ – некоторый параметр, находящийся в диапазоне $0 < \gamma \leq 1$.

Анализ кинематических структур манипуляторов показывает, что их рабочие зоны заключены между сферическими или цилиндри-

ческими поверхностями. Тогда для внешней и внутренней границ рабочей зоны можно записать:

– для сферических поверхностей

$$\left. \begin{aligned} S_B^C &:= X^2 + Y^2 + Z^2 - R_B^2 = 0, \\ S_O^C &:= X^2 + Y^2 + Z^2 - R_O^2 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

– для цилиндрических поверхностей

$$\left. \begin{aligned} S_B^y &:= X^2 + Y^2 + Z^2 - R_B^2 = 0, \\ S_O^y &:= X^2 + Y^2 + Z^2 - R_O^2 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

– для комбинированного характера границ S_B^y , S_O^y , S_B^C и S_O^C определяются соответствующими зависимостями по выражениям (3.22) и (3.23).

Запишем условие пересечения прямой λ внутренней границы рабочей зоны, заданной первым уравнением в выражении (3.22). Для этого подставим в него выражение (3.20) и получим

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - [N_1 + \gamma(N_2 - N_3)]^2 = 0, \quad (3.24)$$

где $N_1 = (X_D^L - X_C^L)^2 + (Y_D^L - Y_C^L)^2 + (Z_D^L - Z_C^L)^2$;

$$N_2 = X_C^L(X_D^L - X_C^L) + Y_C^L(Y_D^L - Y_C^L) + Z_C^L(Z_D^L - Z_C^L);$$

$$N_3 = X_C^{L^2} + Y_C^{L^2} + Z_C^{L^2} - R_B^2 = 0.$$

Если выражение (3.24) рассматривать как квадратное уравнение относительно параметра γ , то по виду дискриминанта можно определить характер пересечения прямой λ с поверхностью S_B . При $N_2^2 - N_1N_3 < 0$ прямая λ не пересекает внутреннюю границу рабочей зоны технологического манипулятора и прямолинейное перемещение рабочей точки фокуса на интервале $C^L D^L$ возможно. Если дискриминант $N_2^2 - N_1N_3 \geq 0$, то прямая λ пересекает внутреннюю границу S_B в двух точках или касается ее (при равенстве дискриминанта нулю). Следовательно, перемещение рабочей точки по прямой линии между точками C^L и D^L возможно, если $\gamma > 1$ или $\gamma < 0$. Поскольку рабочая зона транспортного манипулятора «накладывается» на рабочую зону технологического манипулятора, далее необходимо проверить условие непересечения прямой λ с границами рабочей зоны первого.

Обозначим буквами H_O и H_B соответственно внешнюю и внутреннюю границы рабочей зоны транспортного манипулятора в координатной системе T . T (см. рис. 3.1) Для проверки условия движения по пря-

мой λ необходимо координаты точек C^L и D^L определить в координатной системе т. T , воспользовавшись выражениями

$$\left. \begin{aligned} C^T &= R_{LT} - C^L, \\ D^T &= R_{LT} - D^L, \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

где $C^T, D^T \in \lambda$.

Поскольку т. $B \in \lambda$, то процедура проверки движения транспортного манипулятора аналогична проверке движения технологического манипулятора, описанной выше. Не приводя очевидных аналитических зависимостей, отметим, что с учетом фронтального расположения манипуляторов следует рассматривать сочетание границ $S_B H_O$ и $S_O H_B$. Поскольку т. B является точкой шарнирного соединения транспортных степеней подвижности манипуляторов, то требуемая ориентация рабочего инструмента осуществляется независимо ориентирующими движениями транспортного манипулятора. В этом случае при фронтальном расположении манипуляторов и симметричных рабочих зонах можно получить аналитические выражения, связывающие их геометрические и кинематические характеристики.

3.3. Распределение параметров в исполнительных кинематических цепях роботов с последовательными манипуляторами

В манипуляционных исполнительных системах с последовательным расположением транспортного и технологического манипуляторов важной будет задача распределения длины совокупной кинематической цепи между ними. Это предопределяет распределение зоны работы $V_P \in V^6$ на две: $V_{P TP} \in V_P$ и $V_{P T} \in V_P$, где $V_{P TP}$ и $V_{P T}$ — зоны работы транспортного и технологического манипуляторов. Отметим, что транспортный манипулятор является носителем для технологического и работает в режиме перестановки с фиксацией звеньев в положении статического равновесия во время работы технологического манипулятора. Сформулируем задачу, обозначенную выше. Для заданной рабочей зоны $V \in V^6$ совокупной кинематической цепи манипуляторов, имеющих суммарную длину $L_{TP} + L_T = L = \text{const}$, определить отношение $K = L_{TP}/L_T$, которое бы доставляло минимум некоторому функционалу J при условии, что суммарное время движения рабочей точки технологического манипулятора по некоторой траектории $\lambda \in v (\lambda \cup c)$ и время перестановки транспортного было также минимальным.

В качестве функционала J будем рассматривать величину мощности, развиваемой манипуляторами, для перемещения рабочих точек на расстояния, определенные условиями работы:

$$J = \sum_{i=1}^2 \left| H_i p^2 q_i + G_i(q_i) \right| |\dot{q}_i|, \quad (3.26)$$

где $H_i p^2 q_i$, $G_i(q_i)$ – эквивалентные динамические и статические моменты манипуляторов; $|\dot{q}_i|^T = |\dot{q}_1, \dot{q}_2|$ – вектор обобщенных скоростей.

Ввиду отсутствия количественных значений целого ряда параметров использование критерия в виде (3.26) предопределяет ряд допущений:

- центры масс звеньев манипуляторов находятся на их середине (рис. 3.6);
- рассматривается совокупность двух движений: перемещение рабочей точки технологического манипулятора ($CC' = C$) и рабочей точки транспортного манипулятора (BB');
- считаем, что в процессе движения непрерывно действуют статические и динамические моменты.

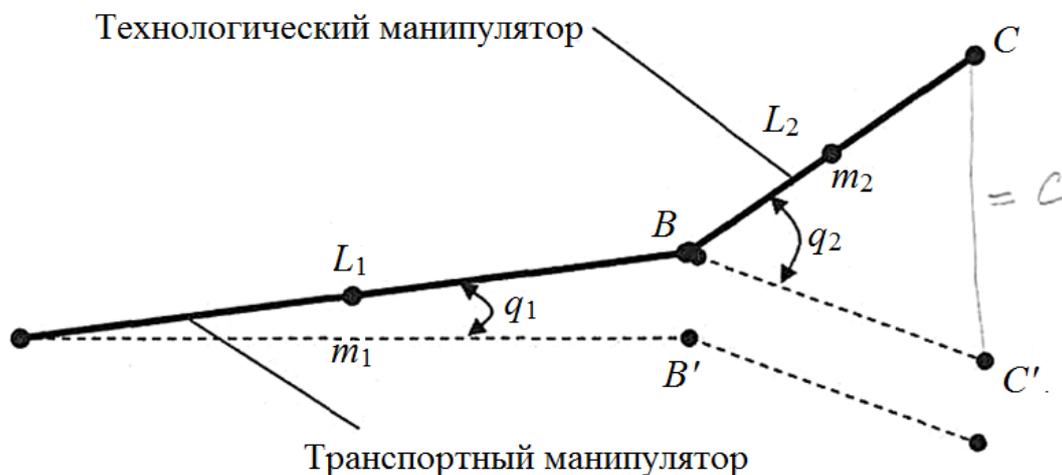


Рис. 3.6. Перемещение транспортного и технологического манипуляторов

Массы манипуляторов m_1 и m_2 зависят от их длины. Примем эту зависимость линейной

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= p_1 L_1, \\ m_2 &= p_2 L_2, \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

где p_1, p_2 – массы единицы длины кинематических цепей манипуляторов.

Учитывая, что $L_2 = KL(K+1)^{-1}$ и $L_1 = L(K+1)^{-1}$, выражение (3.26) можно привести к виду

$$J = L(K+1)^{-1} \left\{ A_1 K^3 + A_2 K + A_3 + (A_4 K + A_5) \left[K^2 - C^2 L^{-2} (K+1)^2 \right]^{0.5} \right\} \quad (3.28)$$

В выражении (3.28) $A_1 = 8p_2 a_1 V_1$; $A_2 = 8p_2 (a_1 V_1 + a_2 V_2 / 3)$; $A_3 = 2(4/3)p_1 a_1 V_1 + p_2 V_2 g$; $A_4 = 2p_2 V_1 (4a_1 + g)$; $A_5 = 2p_2 V_2 g$; V_1, V_2, a_1, a_2 – линейные скорости и ускорения центров масс; g – ускорение силы тяжести.

Анализ показывает, что функция $J = \Phi(K)$ в выражении (3.28) знакопостоянная и возрастающая. Минимальное значение J определяется экстремалью $K_E = C^2 (L^2 - C^2)^{-1}$, в точке пересечения с которой величина J_{\min} равна

$$J_{\min} = L(K_E + 1)^{-1} (A_1 K_E^3 + A_2 K_E + A_3). \quad (3.29)$$

Учитывая, что суммарное время движения манипуляторов $T = T_{TP} + T_T = \sum_{i=1}^2 \dot{q}_i q_i^{-1}$ в соответствии с рис. 3.6, получаем

$$T = (K+1)L^{-1} \left\{ V_1 \left[\arcsin (CL^{-1}) \right]^1 + V_2 \left\{ K \arcsin \left[C(K+1)(KL)^{-1} \right] \right\}^1 \right\}. \quad (3.30)$$

Значение $K = K_T$, доставляющее минимум величине T в явном виде из (3.30), выразить не удастся в связи с трансцендентностью получающегося уравнения. Однако анализ (3.30) показывает, что $T = T_{\min}$ будет при выполнении условия

$$K = K_T = C(L - C)^{-1}. \quad (3.31)$$

Очевидно, что при любых значениях C и L $K_T > K_E$. Это означает, что с энергетической точки зрения отношение L_T/L_{TP} должно быть бóльшим, чем с динамической, оцениваемой быстродействием T .

Поставим в соответствие значения

$$\left. \begin{aligned} K_E &\Rightarrow J_E, T_E \\ K_T &\Rightarrow J_T, T_T \end{aligned} \right\}. \quad (3.32)$$

Тогда количество перестановок транспортного манипулятора (количество участков работы технологического манипулятора) в течение некоторого достаточно большого интервала времени T_P безостановочной работы робота будет равно:

$$B_1 = T_P T_E^{-1}; \quad B_2 = T_P T_T^{-1}. \quad (3.33)$$

Так как $T_T < T_E$, получим $\Delta B = B_2 - B_1 = T_P (T_E - T_T) (T_E T_T)^{-1}$.

Дополнительные затраты энергии ΔE_1 в случае $K = K_E$ для совершения количества циклов ΔB , отнесенные к одному циклу движения, равны

$$E_T = J_E (T_E - T_T) T_T^{-1}.$$

Тогда значение $K = K_E$ по сравнению со значением K_T по энергетическим затратам будет определяться из условия

$$E_T = E_E [1 + (T_E - T_T) T_T^{-1}]$$

или после преобразования

$$J_T T_T^2 < J_E T_E^2. \quad (3.34)$$

Выражение (3.34) определяет соотношение действий для двух сравниваемых вариантов. Выведенное неравенство позволяет проводить конкурсное сравнение различных вариантов построения манипуляторов (и других объектов) с энергетической точки зрения с учетом их быстродействия. При этом быстродействие оценивается не только как время потребления энергии от источника питания, но и как время выполнения заданной полезной работы. Быстродействие в (3.34) учитывается лишь с энергетической точки зрения. В то же время в реальных условиях оно имеет самостоятельное значение и считается важной технической характеристикой манипулятора, особенно в тех случаях, когда робот является «узким местом» в производственном процессе. Исходя из этого после несложных преобразований представим (3.34) в виде

$$\alpha_E \bar{\theta}_E + \alpha_T \bar{\theta}_T < \bar{T}_{TE}, \quad (3.35)$$

где $|\theta_E| = J_E T_E (J_T T_T)^{-1}$; $|\theta_T| = T_E T_T^{-1}$; $|\bar{T}_{TE}| = [(T_T^2 + T_E^2) (T_T T_E)^{-1}]^{0.5}$; α_E и α_T – экспертные весовые множители, определяемые, например, методом ранговой корреляции.

Выражение (3.35) представляет собой обобщенную энергодинамическую оценку различных вариантов построения исполнительной кинематической цепи манипуляторов и отражает соотношение между величиной потребляемой энергии и быстродействием, причем $\text{MIN}|\bar{T}_{TE}| = \sqrt{2}$. Формулы (3.34) и (3.35) могут быть использованы для конкурсной оценки энергетических и динамических характеристик различных технических объектов, осуществляющих периодические (циклические) движения. На основании полученных аналитических выражений выполнено распределение параметров исполнительной кинематической цепи последовательно расположенных транспортного и технологиче-

ского манипуляторов лазер-робота «Палар-40». Для вычислений приняты следующие исходные данные: $L = 10$ м; $C = 1,5$ м; $p_1 = 100$ кг · м⁻¹; $p_2 = 50$ кг · м⁻¹; $V_1 = 0,1$ м · с⁻¹; $V_2 = 0,2$ м · с⁻¹; $a_1 = 1$ м · с⁻²; $a_2 = 2$ м · с⁻²; $g = 10$ м · с⁻².

На рис. 3.7 приведены графические зависимости $J = \Phi_E(K)$ и $T = \Phi_T(K)$, вычисленные в соответствии с выражениями (3.33) и (3.35).

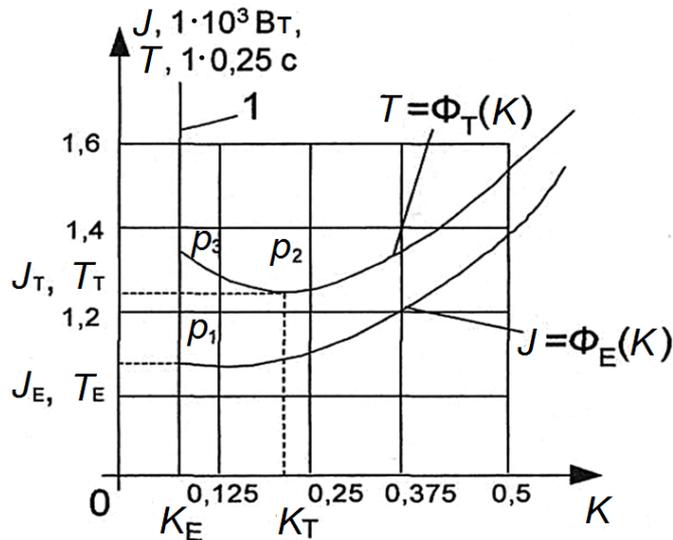


Рис. 3.7. Графики зависимостей $J = \Phi_E(K)$ и $T = \Phi_T(K)$ для манипуляторов лазер-робота «Палар-40»

Прямая 1 – экстремаль, для которой $K_E = 0,076$, $K_T = 0,0203$; $J_E = 1,13 \cdot 10^3$ Вт; $J_T = 1,26 \cdot 10^3$ Вт; $T_E = 0,39$ с; $T_T = 0,28$ с. Величину K определим, воспользовавшись выражением (3.34). Вычислим произведения $J_T T_T^2 = 98,784$ Вт · с²; $J_E T_E^2 = 171,873$ Вт · с². Следовательно, в качестве искомой величины K следует принять $K = K_T = 0,203$. Тогда длины кинематических цепей транспортного и технологического манипуляторов будут равны $L_{TP} = 7,97$ м; $L_T = 2,03$ м.

3.4. Метод геометрического синтеза исполнительных кинематических цепей манипуляторов технологических роботов

При известной структуре исполнительной кинематической цепи манипулятора задачей синтеза является определение размеров звеньев и перемещений в кинематических парах по заданным критериям. В ка-

честве таких критериев используются наибольший объем рабочей зоны, минимум двигательной избыточности, условие реализации движения по заданной траектории и заданным положениям объекта в пространстве. Поскольку основная задача манипулятора технологического робота заключается в перемещении рабочего инструмента, критерий синтеза его исполнительской цепи должен быть выбран исходя из требований к качеству выполнения технологического процесса обработки объекта. Показателем, во многом определяющим качество выполнения операций резки, сварки, термической обработки и так далее, является плавность движения рабочего инструмента по заданной траектории с требуемой скоростью. Исходя из этого может быть сформулирован и критерий синтеза исполнительской кинематической цепи манипуляторов технологических роботов.

В известных литературных источниках в качестве оценок скоростных свойств манипуляторов используются мобильность конфигурации, коэффициент передачи скорости или коэффициент неравномерности пучка возможных скоростей. Однако эти показатели позволяют определять только скорости конечного звена в различных точках пространства и распределения скоростей по направлениям в зависимости от конфигурации манипулятора.

Плавность движения является динамической характеристикой и зависит от большого количества факторов, которые на данном этапе не могут быть учтены. В то же время желательно уже при геометрическом синтезе исполнительской кинематической цепи оптимизировать манипулятор по указанному выше показателю.

Для исполнительской кинематической цепи манипуляторов колебания характерной точки выходного звена описываются дифференциальными уравнениями, содержащими ускорения обобщенных координат. Исходя из этого методика синтеза может быть построена на использовании прямых и однородных дифференциальных преобразований кинематики, применяемых в робототехнике. Задачей синтеза может быть определение оптимальных геометрических характеристик исполнительской кинематической цепи манипуляторов, таких, чтобы при движении рабочего инструмента по заданной траектории с постоянной скоростью ускорения обобщенных координат не превышали некоторых заданных значений или были минимальными.

Задача может быть формализована следующим образом. В пределах подпространства рабочей зоны V пространства V^6 ($V = f(V^6)$) для некоторой пространственной кривой $\lambda \in V$ перемещение рабочей точки p , характеризуемое множеством состояний $\{P_k\}$, $k = 1, M$, соответствует множеству допустимых конфигураций исполнительской кинематической цепи манипуляционной системы $\{G_k\}$, $k = 1, M$

$$G_k = \{(q_n(k), \xi(k))\}: P(k) = f(q_i(k), \xi_k), i = 1, n; i \in g_k. \quad (3.36)$$

Здесь g_k – множество индексов i , допустимых конфигурацией $(g_n(k), \xi(k))$ для k -й узловой точки; $\xi(k)$ – конструктивный параметр, отражающий геометрические размеры звеньев. Необходимо определить такую конфигурацию исполнительской кинематической цепи (при известной структуре) $G_c = f(q_{nc}, \xi_c)$, для которой при движении точки p с постоянной контурной скоростью $|P| = \text{const} = P$ ускорения в обобщенных координатах $|q_i|$ были минимальными или не превышали некоторых допустимых значений.

Если ставится задача оптимизации, то критерием оптимальности может служить зависимость

$$I_i = \max ([q_i] - q_i) \quad \forall i = 1, n. \quad (3.37)$$

Предлагается следующая последовательность решения этой задачи.

1. Исходные данные:

- структура исполнительской кинематической цепи;
- базовая система декартовых координат;
- форма и параметры рабочей зоны V ;
- типовая траектория движения рабочей точки, заданная аналитическим или конечным множеством точек в базовой системе координат.

2. По граничным точкам рабочей зоны определяем предварительную базовую конфигурацию исполнительской кинематической цепи $\{G_\delta\}$, характеризующуюся диапазоном изменения обобщенных координат $q_{i\delta}$ и конструктивным параметром ξ_δ . При этом должно выполняться условие $\Delta q_{i\delta} \leq [q_i]$ для обобщенных координат.

3. Для граничной точки траектории $k = 1$ решаем обратную задачу о положении точек и звеньев манипулятора по выражению

$$q_n(1) = J(\xi_\delta)P_{01}, \quad (3.38)$$

где $J(\xi_\delta)$ – функциональная матрица обратного преобразования; $P_{01} = [P_{01}^X, P_{01}^Y, P_{01}, P_{01}, P_{01}, P_{01}]$ – линейные координаты и угловое положение рабочего инструмента в базовой системе координат.

4. По заданной контурной скорости P определяем скорости обобщенных координат, используя выражение

$$\dot{q}_n(1) = N^{-1}(q_n) \left| \frac{P}{\psi_1} \right|, \quad (3.39)$$

где N^{-1} – инвертированный якобиан; ψ – угловая скорость движения инструмента, определенная с учетом его заданного числового положения к траектории движения в точке. (Для $k = 1$ можно принять $|\psi_1| = 0$).

5. Считая, что $q_n = q_n(f)$, определяем по выражениям (3.38) и (3.39) значения $q_n(2)$ и $\dot{q}_n(2)$ для точки $k = 2$. Поскольку $\Delta t = (|P_{02}| - |P_{01}|) \dot{P}^{-1}$, то можно определить

$$\ddot{q}_n(2) = \dot{q}_n(2) \Delta t^{-1}, \quad (3.40)$$

где $\ddot{q}_j(2)$ – ускорения обобщенных координат в точке P_2 .

6. Оцениваем величины ускорений для каждой обобщенной координаты. Если $\ddot{q}_j \leq [\ddot{q}_i]$, то переходим к следующей точке траекторий. Если это условие не выполняется для некоторой j -ой координаты, то необходимо выполнить коррекцию конфигурации $\{G_\delta\}$. Для этого в выражении для \dot{q}_n определяем наибольшую составляющую обобщенной скорости \dot{q}_j и, меняя постоянные коэффициенты в этой составляющей, методом последовательных приближений получаем условие $[\ddot{q}_j] \geq \ddot{q}_j$.

Очевидно, что необходимо следить за выполнением ограничения по ускорениям для других обобщенных координат с проверкой состояния исполнительной кинематической цепи по выражениям (3.38) и (3.39). В общем случае при решении задачи оптимальности с использованием условия (3.37) мы имеем вариационную задачу. Поскольку кинематическая цепь, состоящая из n звеньев и n обобщенных координат, для каждого состояния P_k допускает ∞^n конфигураций $\{G_k\}$, то конфигурация, в которой выполняется условие (3.36), может быть получена путем асинхронного варьирования параметрами $q_n(k)$ и $\xi^{(k)} \infty^{2n}$ способом. Ограничение на количество вариантов решения и само решение могут быть найдены с использованием методов линейного программирования.

7. Выполняем процедуру определения конфигураций для всего множества $\{P_k\}$, $k = 1, M$ положений рабочей точки на кривой λ . В результате получаем M конфигураций, из которых при решении задачи

по допустимому ограничению ускорения обобщенных координат некоторые конфигурации могут повторяться и быть объединены в соответствующие подмножества.

8. Анализируем полученные конфигурации. При этом для параметров $\xi(k)$, которые в процессе формирования конфигураций $\{G_k\}$, $k = 1, M$ изменялись, используем математическое ожидание их величин. Получаем синтезированную конфигурацию $\{G_c\}$.

9. Выполняем контрольную проверку $\{G_c\}$ для точек траектории на соответствие всем условиям решения задачи синтеза. При соответствии условиям решение задачи заканчивается. При несоответствии следует продолжить решение, начиная с п. 3 до получения окончательного результата. Если решение не сходится, следует изменить условие задачи, в частности допустимые ограничения $[q_i]$.

Контрольные вопросы и задания

1. В чем заключается задача формирования исполнительных кинематических цепей в гибридных манипуляционных системах?

2. Абсолютные и относительные системы координат, используемые при анализе и синтезе исполнительных кинематических цепей в робототехнике.

3. Метод преобразования координат Денавита – Хартенберга.

4. Прямая и обратная задачи кинематики в робототехнике.

5. Что такое рабочая зона робота?

6. Привести алгоритм согласования геометрических характеристик двух параллельных манипуляторов.

7. Привести алгоритм согласования геометрических характеристик двух последовательных манипуляторов.

8. Из каких компонентов складывается выражение мощности приводов манипуляторов?

9. В чем заключается энерго-динамическая оценка приводов манипуляторов?

10. В чем состоит и как осуществляется геометрический синтез исполнительных кинематических цепей манипуляторов технологических роботов?

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ МАНИПУЛЯТОРОВ

4.1. Динамическая модель автономного транспортного (технологического) манипулятора с учетом фундаментальных ограничений

Транспортный (технологический) манипулятор включает в себя звенья исполнительной кинематической цепи и приводы перемещения этих звеньев. Составим обобщенную динамическую модель рассматриваемого манипулятора с учетом фундаментальных ограничений на управление движением.

В работах, посвященных синтезу систем управления, например [1, 2], рассматривается влияние на процесс управления таких фундаментальных ограничений, как насыщение, ограничение скорости нарастания входного сигнала, ограниченность полосы пропускания и других. Техника синтеза систем с подобными ограничениями хорошо известна и не является предметом рассмотрения в учебном пособии. В то же время требование обеспечения высокой плавности и точности, то есть качества движения при выполнении лазерных операций резки или сварки, накладывает технологические ограничения на величину скорости и ускорения движения рабочего инструмента в особенности при перемещении по криволинейным траекториям. Несмотря на то что контурная скорость движения задается программно, целесообразно ввести в структуру привода жесткое ограничение её величины, настраиваемое для каждой операции, ввиду требования гарантированного качества выполнения операции, а также величины ускорения при желательном монотонном характере переходных процессов в манипуляционной системе. Учитывая, что ограничение ускорения является (при постоянных инерционных параметрах) по существу ограничением динамической силы или момента, примем в качестве фундаментальных ограничений на механическую характеристику движения звеньев манипулятора, приведенные на рис. 4.1.

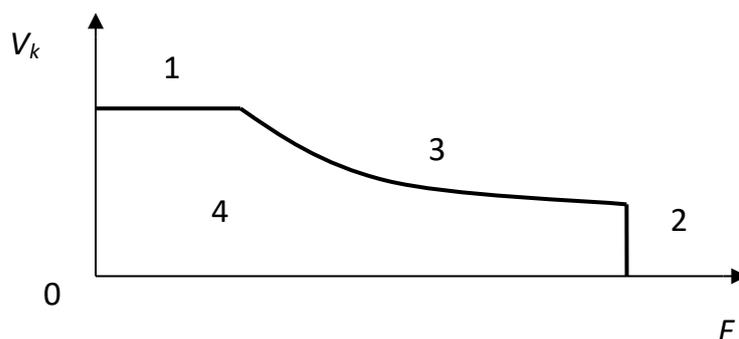


Рис. 4.1. Фундаментальные технологические ограничения: 1 – ограничение максимальной контурной скорости; 2 – ограничение максимального усилия; 3 – кривая максимальной мощности; 4 – рабочая область; V_k и F – контурная скорость и усилие, развиваемое в приводе перемещения звена манипулятора

Математическое описание манипулятора, составляемое при решении различных задач робототехники, содержит описание его исполнительской цепи и в зависимости от задачи приводов перемещения звеньев. При этом звенья исполнительской кинематической цепи принимаются жесткими либо упруго-деформируемыми.

В общем случае механическая система манипулятора описывается системой двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x &= f(q), \\ q &= Am(Fg, Fb). \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Первое уравнение – уравнение положения звеньев исполнительской кинематической цепи, выражающее абсолютные координаты точек и звеньев в базовой системе координат через обобщенные координаты q , а второе – уравнение динамики, в котором Fg – усилия двигателей, действующие по соответствующим координатам; Fb – возмущающие и противодействующие усилия; Am – оператор механической системы манипулятора.

В зависимости от решаемой задачи уравнение динамики может быть получено в различной форме из числа известных в теоретической механике – в форме Лагранжа, Ньютона, Гаусса, Даламбера и их модификаций. При любой форме составления выражение динамики исполнительской кинематической цепи относительно абсолютных координат будет иметь следующий векторно-матричный вид:

$$A(q)\ddot{q} + B(\dot{q}, q) + C(q) = F, \quad (4.2)$$

где $A(q)$ – симметрическая матрица размерами $n \times n$ (n – число степеней подвижности исполнительной кинематической цепи), описывающая инерционные свойства системы; $B(\dot{q}, q)$ – вектор скоростных сил размерности n ; $C(q)$ – вектор статических сил размерности n ; $F = Fq - Fb$.

При описании манипулятора в целом к уравнениям движения механической системы (4.1) добавляется уравнение движения приводов, которое имеет вид

$$F_q = A_{\Pi}(U_{\Pi}), \quad (4.3)$$

где A_{Π} – оператор системы приводов; U_{Π} – вектор управляющих воздействий на входы приводов.

Отметим одно важное обстоятельство. Исполнительная кинематическая цепь, как правило, представляется в виде разомкнутой или замкнутой совокупности звеньев, соединенных между собой поступательными или вращательными кинематическими парами пятого класса. Во время движения, имеющего относительную и переносную составляющие, от одного звена к другому трансформируются относительные, центробежные, кориолисовы, гравитационные и другие составляющие сил и моментов сил. Если механизмы преобразования движения и двигатели расположены непосредственно на звеньях исполнительной кинематической цепи, то указанная трансформация осуществляется как через конструктивные элементы (кинематические пары), соединяющие эти звенья, так и через указанные механизмы и двигатели, закрепленные на звеньях. То есть происходит распараллеливание потока энергии. При пренебрежении эффектами упругости и вязкого трения в сочленениях рекуррентные уравнения динамики для i -го звена исполнительной кинематической цепи манипулятора в форме Даламбера имеют следующий вид

$$\begin{aligned} m_i a_i &= F_{i-1,i} - F_{i,i+1} + m_i g; \\ p(J_i \omega_i) &= M_{i-1,i} - M_{i,i+1} + (\rho_{i-1} - \bar{\tau}_i) F_{i-1,i} - (\rho_i - \bar{\tau}_i) F_{i,i+1}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

где m_i и J_i – масса и момент инерции i -го звена; a_i и ω_i – линейное ускорение и угловая скорость движения i -го звена, являющиеся функциями обобщенных координат; $F_{i-1,i}$, $F_{i,i+1}$, $M_{i-1,i}$, $M_{i,i+1}$ – силы и моменты сил, действующие на i -е звено со стороны соседних звеньев; ρ_{i-1} , ρ_i , τ_i – конструктивные параметры; g и p – ускорение свободного падения и оператор дифференцирования.

Во время движения и под действием внешних нагрузок F_B конструктивные элементы манипулятора упруго деформируются. При построении моделей упругого манипулятора рассматривают [3, 4] два вида упругости – сосредоточенную и распределяемую. Сосредоточенная упругость может иметь место в механизмах преобразования движения, а распределенная обусловлена изгибом или кручением звеньев исполнительной кинематической цепи. На практике имеет место деформация всех элементов, но, как правило, в моделях ограничиваются рассмотрением только одного из видов упругости. Поскольку исследователя интересует прежде всего положение конечных точек звеньев исполнительной кинематической цепи, раскручиваемую податливость с известной степенью точности можно свести к сосредоточенной. Уравнение Лагранжа, описывающее движение упругого манипулятора с сосредоточенной упругостью, имеет вид [5]:

$$P \left[\frac{\partial 0,5(q^T A q)}{\partial q} \right] = F - \frac{\partial 0,5(q^T C q)}{\partial q} - \frac{\partial 0,5[\dot{q}^T R \dot{q}]}{\partial \dot{q}}, \quad (4.5)$$

где C и R – $(3n \times 3n)$ матрицы упругости и внутреннего вязкого трения.

Уравнение (4.5) сводится к $3n$ -мерной линейной системе дифференциальных уравнений второго порядка, которые совместно с выражением (4.3) формируют следующую математическую модель упругой механической системы манипулятора:

$$A_c \ddot{q}_c + B_c(\dot{q}_c, q_c) + C_c(q_c) + K(q_y, \dot{q}_y) = F_c, \quad (4.6)$$

где $q_c = |q, q_y|^T$; $\dot{q}_c = |\dot{q}, \dot{q}_y|^T$; $\ddot{q}_c = |\ddot{q}, \ddot{q}_y|^T$;

$$A_c = |A_{ij}(q, q_y)|_{2 \times 2}^T; B_c = |B_1(\dot{q}_c, q_c); B_2(\dot{q}_c, q_c)|^T;$$

$$C_c = |C_1(q_c), C_2(q_c)|^T; K = |0, R q_y + C q_y|^T; F_c = |F, 0|^T;$$

q_y – координата упругого движения.

Для обеспечения траекторного движения манипулятора требуется регулируемый электропривод, построенный на базе двигателя постоянного или переменного тока. Учитывая, что в современных технических системах отдается предпочтение переменному току, остановимся на приводе переменного тока, хотя в данном случае этот вопрос не носит принципиальный характер.

Современные электроприводы переменного тока, построенные на базе асинхронных или синхронных двигателей и снабженные быстродействующими контроллерами, обладают высоким быстродействием, хорошими регулировочными свойствами и широкими возможностями

настройки большого числа параметров. Для асинхронных двигателей используют фазовое частотное или векторное (датчиковое или бездатчиковое) токовое управление, при этом последнее обеспечивает постоянство потокосцепления и наилучшие технические характеристики привода. На рис. 4.2 приведена упрощенная функциональная схема асинхронного электропривода с векторным управлением и датчиком скорости.

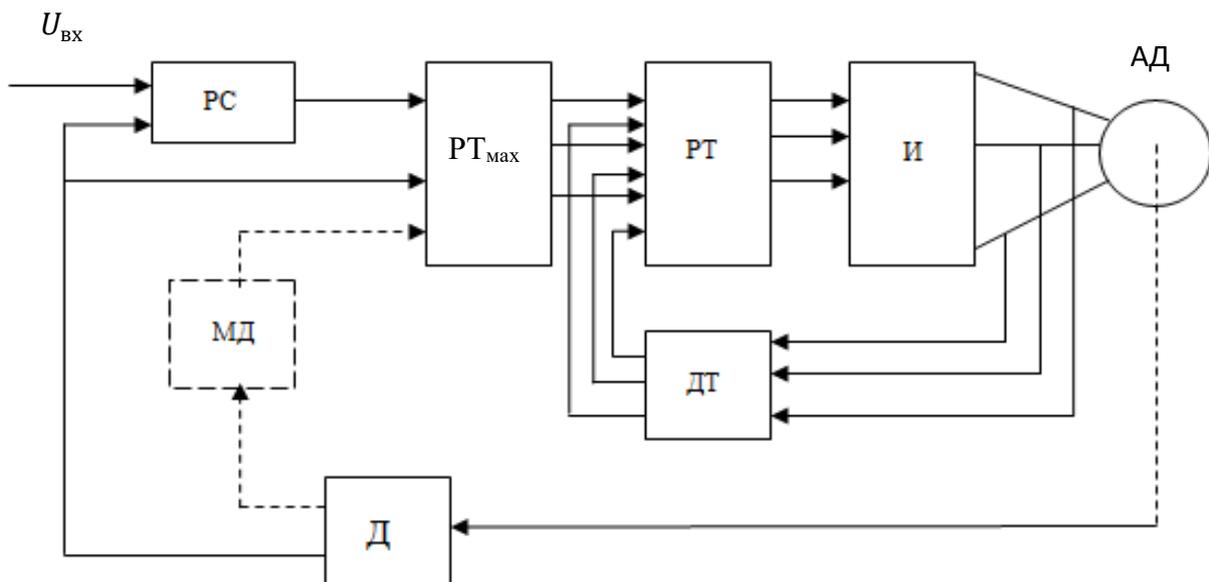


Рис. 4.2. Функциональная схема асинхронного электропривода с векторным управлением: РС – регулятор скорости; PT_{\max} – регулятор максимального тока; РТ – регулятор тока; И – инвертор; АД – асинхронный двигатель; ДТ – датчик фазных токов; Д – датчик скорости (сигнал о которой часто формируется как производная сигнала энкодера); МД – модем двигателя

При бездатчиковом управлении сигнал о частоте вращения вала двигателя формируется контроллером в функции скольжения, вычисляемого по измеренным значениям фазных токов и напряжений. Близкую к приведенной на рис. 4.2 структуру имеет и электропривод с синхронным двигателем, в котором отсутствует МД и обязательно присутствует датчик угла поворота (энкодер) ротора синхронного двигателя чаще всего с возбуждением от постоянных магнитов и трехфазной статорной обмоткой. Приводы снабжаются системами защиты от перегрева и перегрузок, а исполнительные двигатели (по желанию заказ-

чика) – встроенными вентиляторами и электромагнитными фрикционными тормозами, служащими для фиксации вала в положениях статического равновесия и аварийном исчезновении питания.

Динамическую модель механизма преобразования движения (МПД) можно с достаточной степенью точности представить в виде двухмассовой модели, изображенной на рис. 4.3.

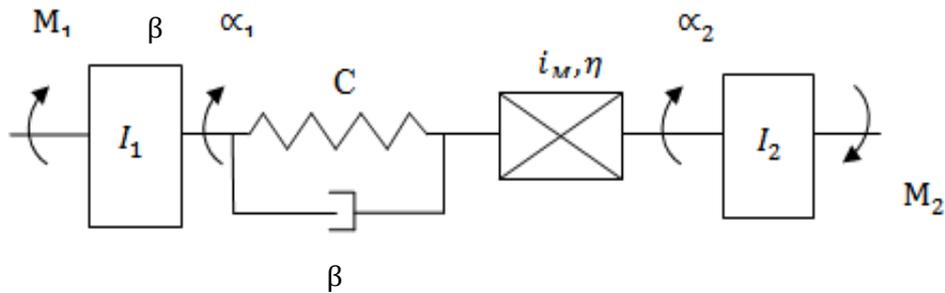


Рис. 4.3. Двухмассовая модель механизма преобразования движения: I_1 и I_2 – моменты инерции; α_1 и α_2 – углы поворота на входе и выходе преобразователя; C и β – коэффициенты жесткости и внутреннего трения конструктивных элементов; M_1 и M_2 – приложенные внешние моменты; i_M, η – передаточное отношение и КПД механизма

Математическая модель движения механизма, представленного на рис. 4.3, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} I_1 p^2 \alpha_1 &= M_1 - (\beta p + c)(\alpha_1 - \alpha_2), \\ I_2 p^2 \alpha_2 &= i_M^{-1}, \eta (\beta p + c)(\alpha_1 - \alpha_2) - M_2, \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

где p – оператор дифференцирования.

Отметим, что механизм преобразования движения может обладать свойством самоторможения, оказывающим существенное влияние на его динамические свойства [6]. На основании изложенного модель привода перемещения жесткого звена манипулятора с механизмом преобразования движения можно представить в виде структурной схемы (рис. 4.4).

Настраиваемые токоограничения ТО1 И ТО2 реализуют механическую характеристику движения звена с ограничениями, приведенными на рис. 4.1. Структура регуляторов скорости и тока может быть П, ПИ или ПИД. Её можно выбирать и устанавливать программно и менять в процессе работы в зависимости от решаемой задачи.

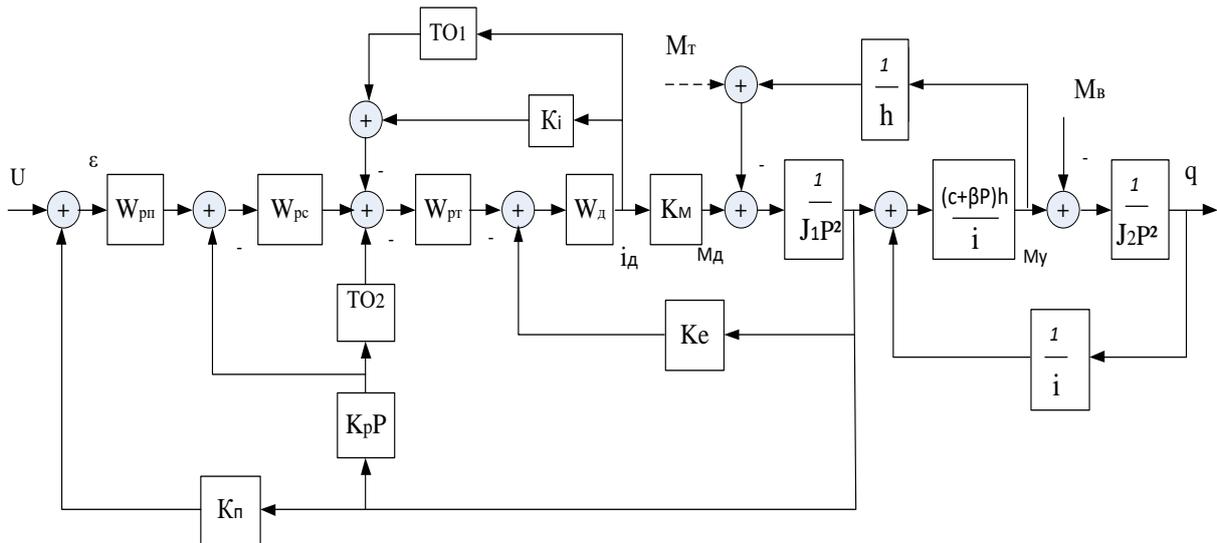


Рис. 4.4. Модель привода перемещения звена манипулятора: Здесь $W_{рп}$, $W_{рс}$, $W_{рт}$ – передаточные функции регуляторов положения скорости и тока (с инвертором); $W_{д}$ – передаточная функция двигателя; $ТО_1$ и $ТО_2$ – настраиваемые токоограничения; $М_в$ и $М_т$ – внешний момент и момент при наличии встроенного тормоза

В приведенной модели привода двигатель описывается линейным звеном, что допустимо ввиду программной компенсации его нелинейных характеристик. Нелинейные токоограничения $ТО_1$ и $ТО_2$ имеют вид, представленный на рис. 4.5, а, б), и реализуются программно.

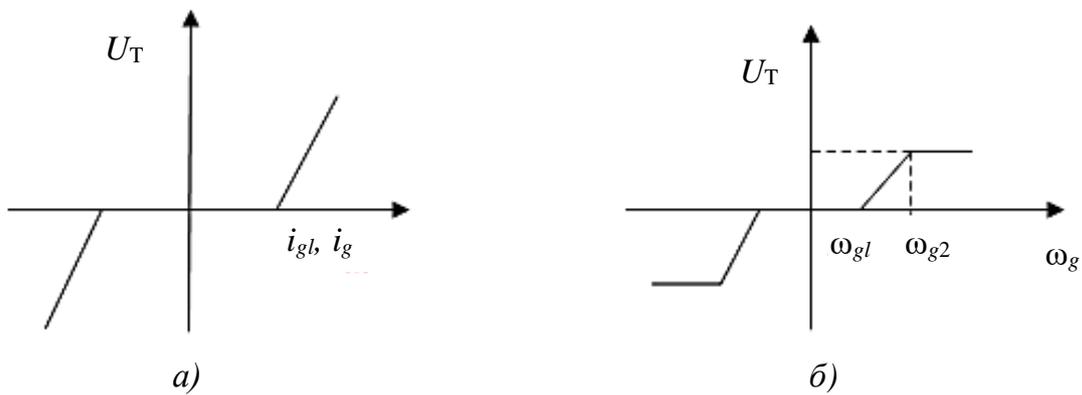


Рис. 4.5. Нелинейные характеристики токоограничений $ТО_1$ (а) и $ТО_2$ (б)

При необходимости учета свойства самоторможения механизма преобразования движения можно формально представить в виде модели на рис. 4.6.

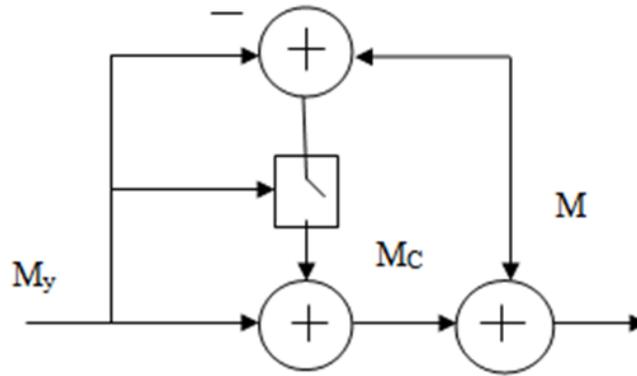


Рис. 4.6. Модель свойства самоторможения

Считая, что свойство самоторможения проявляется только в статике, выражение для $M_{ст}$ имеет вид

$$\left. \begin{aligned} M_B \text{ при } M_y = 0, \\ M_{ст} = 0 \quad \forall M_y \geq M_B, \\ M_B - M_y \quad \forall 0 < M_y \leq M_B. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Представим соотношение между M_d и U с помощью нелинейного оператора V_4

$$M_d = V_4 U. \quad (4.9)$$

Тогда на основании рис. 4.2, 4.4 и выражений (4.2) – (4.9) получим следующую математическую модель транспортного манипулятора:

$$\left. \begin{aligned} A(q)p^2q + B(pq, q) + C(q) &= F_y - F_b, \\ F_y &= W_y(W_1 F_g - W_3 q)(1 - W_1 W_2)^{-1}, \\ F_g &= V_4 [W_{K1}(q_3 - q) - W_{K2} p q], \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

где F_y и F_b – векторы упругих и внешних силовых воздействий; F_g – вектор сил (моментов), развиваемых двигателями; W_1, W_2, W_3 – передаточные диагональные матрицы параметров механической системы; W_{K1}, W_{K2} – передаточные матрицы последовательных и параллельных корректирующих звеньев; q – вектор управляющих воздействий.

Для «жесткого» манипулятора выражения (4.10) упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} A(q)p^2q + B(pq) + C(q) &= (F_g - W_5 p^2 q - W_2 F_B) W_4^{-1}, \\ F_g &= V_4 [W_{K1}(q_3 - q) - W_{K2} p q], \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

где W_4 – диагональная матрица передаточных отношений и КПД механизмов преобразования движения; W_5 – диагональная матрица приведенных инерционных характеристик двигателей и механизмов.

4.2. Гибридная модель манипулятора оптики для СО₂ лазер-робота

В рассматриваемой манипуляционной системе осуществляется перемещение лазерного луча в пространстве с использованием элементов оптического тракта при помощи манипуляционных движений. Ввиду этого целесообразно ввести в рассмотрение три типа обобщённых координат.

Первый тип обобщённых координат – обобщённые координаты перемещения звеньев манипуляторов и рабочих инструментов:

$$Q = |q_1, q_n|^T; \quad q_i \equiv \Theta_i \vee \lambda_i, \quad (4.12)$$

где Q – вектор n обобщённых координат; Θ_i и λ_i – угловые перемещения; T – оператор транспонирования.

Второй тип обобщённых координат – координаты перемещения элементов оптического тракта (отклоняющих зеркал и фокусирующей линзы) лучепровода манипулятора оптики. Для этих обобщённых координат примем следующие обозначения:

$$\Pi = |\pi_1, \pi_m|^T; \quad \pi_i \equiv \alpha_i \vee h_i, \quad (4.13)$$

где Π – вектор « m » обобщённых координат; α_i и h_i – угловое и линейное смещения элементов оптики.

Для обобщённых координат третьего типа – координат пространственного расположения лазерного луча введём следующие обозначения:

$$H = |\varepsilon_1, \varepsilon_u|^T; \quad \varepsilon_i \equiv \varphi_i \vee l_i, \quad (4.14)$$

где H – вектор « u » обобщённых координат; φ_i и l_i – угловое преломление и линейное смещение точки преломления лазерного луча.

Введение обобщённых координат манипуляционной исполнительной системы лазер-робота в дальнейшем будем именовать Q , Π и H -координатами. Между ними имеют место сложные двухканальные зависимости, определяемые структурой манипуляционной системы и её параметрами.

Установим соотношения между Q , Π и H -координатами с определенной степенью детализации процессов и рядом допущений:

- лазерный луч является безынерционным;
- отклоняющие зеркала выполнены плоскими;

– динамическим процессам соответствуют линейные преобразования.

На рис. 4.7 приведён фрагмент манипулятора оптики, состоящий из трёх звеньев ($k-1$, k и $k+1$) исполнительной кинематической цепи и двух зеркал j и $j+1$, соединённых с k -м и $k+1$ -м звеньями соответственно.

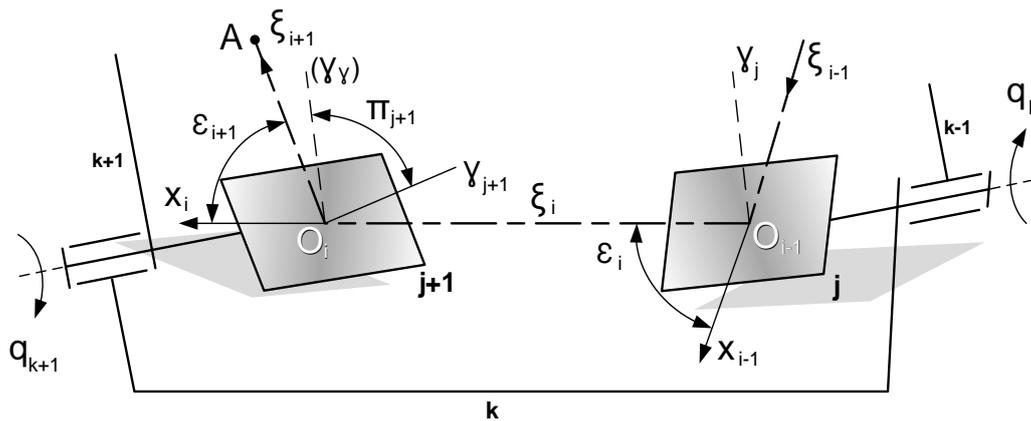


Рис. 4.7. Фрагмент манипулятора оптики

Звенья исполнительной кинематической цепи связаны кинематическими вращательными парами с обобщёнными Q -координатами q_k и q_{k+1} . Для H -координат примем следующее расположение связанных с лучом систем декартовых координат:

- начало i -й системы координат (т. O_i) преломления лазерного луча расположим на $j+1$ -м зеркале, направив ось X_i по направлению луча ξ_i , отражённого от j -го зеркала;
- ось Z_k расположим перпендикулярно оси X_i и оси X_{i+1} , совмещённой с направлением луча ξ_{i+1} , отражённого от $j+1$ -го зеркала;
- ось Y_i направим ортогонально осям X_i и Z_i для образования правой системы координат.

Для описания положения лучей, линз и зеркал в оптических системах используется векторное или 3×3 -матричное преобразование в декартовой системе координат. Исходя из того, что в робототехнике для решения задач кинематики и динамики наиболее часто применяются однородные координаты, целесообразно для получения общности математического представления использовать эти координаты при описании преобразования всех введенных обобщённых координат и связи между ними.

Для решения задачи нахождения положения характерных точек и ориентации отрезков лазерного луча в пространстве относительно базовой неподвижной системы координат следует выполнить последовательное преобразование (совмещение) связанных с лучом и описанных выше координатных систем. На основании представления Денавита-Хартенберга для H -обобщённых координат последовательность преобразования i -й системы в $i-1$ -ю будет следующей:

1. Поворот вокруг оси Z_{i-1} на угол E_i для совмещения осей X_{i-1} и X_i .
2. Смещение вдоль оси X_i на величину ξ_i для совмещения начал координат (точек j и $j+1$).
3. Поворот вокруг оси X_i на некоторый угол α_i до совмещения координатных систем. (Угол α_i есть угол между осями Z_{i-1} и Z_i в плоскости, перпендикулярной оси X_i).

Приведённая последовательность преобразования координат несколько отличается от принятой в робототехнике последовательности преобразования для механических систем, что обусловлено особенностью объекта описания.

Исходя из сказанного выше, для преобразования H -координат можно записать следующее векторно-матричное выражение:

$$H_{oi} = T_{vi} \cdot H_{vi}, \quad (4.15)$$

где H_{oi} и H_{vi} – однородные векторы положения лазерного луча на входе и выходе i -го зеркала; T_{vi} – однородная матрица преобразования координат.

Для принятой последовательности преобразования координат матрица T_{vi} имеет вид

$$T_{vi} = T_{i\varepsilon} \cdot T_{i\xi} \cdot T_{i\alpha} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & -S\varepsilon_i & 0 & 0 \\ S\varepsilon_i & C\varepsilon_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \xi_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \\ \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & -S\varepsilon_i C\alpha_i & S\varepsilon_i S\alpha_i & \xi_i C\varepsilon_i \\ S\varepsilon_i & C\varepsilon_i C\alpha_i & -C\alpha_i S\alpha_i & \xi_i S\varepsilon_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.16)$$

Пусть положение некоторой точки А на рис. 4.7, связанной с лазерным лучом в i -ой системе координат, определяется вектором

$$H_{vi} = \begin{vmatrix} \xi_{i+1} C\varepsilon_{i+1} & \xi_{i+1} S\varepsilon_{i+1} & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.17)$$

Тогда, исходя из зависимостей (4.15) и (4.17), положение этой точки в i -й системе координат определяется выражением

$$\begin{aligned} H_a &= \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & -S\varepsilon_i C\alpha_i & S\varepsilon_i S\alpha_i & \xi_i C\varepsilon_i \\ S\varepsilon_i & C\varepsilon_i C\alpha_i & -C\varepsilon_i S\alpha_i & \xi_i S\varepsilon_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi_{i+1} C\varepsilon_{i+1} \\ \xi_{i+1} S\varepsilon_{i+1} \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} \xi_{i+1} (C\varepsilon_{i+1} C\varepsilon_i - S\varepsilon_{i+1} S\varepsilon_i C\alpha_i) + \xi_i C\varepsilon_i \\ \xi_{i+1} (S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} + S\varepsilon_{i+1} C\alpha_i C\varepsilon_i) + \xi_i S\varepsilon_i \\ \xi_{i+1} S\varepsilon_{i+1} S\alpha_i \\ 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Полученный вектор выражает координаты т. А, определённые в i -й системе, в $i-1$ -ой системе при произвольном расположении $j+1$ -го зеркала. Если оси Z_i и Z_{i+1} параллельны ($\alpha_i = 0$), то вектор H_{oi} будет иметь вид

$$H'_{oi} = \begin{vmatrix} \xi_{i+1} (C\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} + S\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1}) + \xi_i C\varepsilon_i \\ \xi_{i+1} (S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} + C\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1}) + \xi_i S\varepsilon_i \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (4.19)$$

При ортогональном расположении осей Z_i и Z_{i-1} ($\alpha_i = \frac{\pi}{2}$) вектор H_{oi} определяется следующим образом:

$$H''_{oi} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i (\xi_{i+1} C\varepsilon_{i+1} + \xi_{i+1}) \\ S\varepsilon_i (\xi_{i+1} C\varepsilon_{i+1} + \xi_i) \\ \xi_{i+1} S\varepsilon_{i+1} \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (4.20)$$

Выражения (4.18) – (4.20) позволяют определить только положение некоторой точки на луче, отражённом от зеркала в координатах входящего луча. Для определения ориентации луча, отражённого от $j+1$ -го зеркала в координатах, вектор H_{vi} преобразуем в матрицу

$$H_{VI} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_{i+1} & -S\varepsilon_{i+1} & 0 & \xi_{i+1}C\varepsilon_{i+1} \\ S\varepsilon_{i+1} & C\varepsilon_{i+1} & 0 & \xi_{i+1}S\varepsilon_{i+1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.21)$$

После перемножения матриц T_{vi} и H_{VI} получим

$$H_{OI} = \begin{vmatrix} HC_{i,i-1} & \\ & H_{oi} \\ 0 & \end{vmatrix}, \quad (4.22)$$

где $HC_{i,i-1}$ – матрица направляющих косинусов, определяющая ориентацию луча, отраженного от зеркала $j+1$ в $i-1$ -й системе координат.

В общем случае матрица $HC_{i,i-1}$ имеет вид

$$H_{VI} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} - S\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} C\alpha_i & -(C\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} + S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} C\alpha_i) & S\varepsilon_i S\alpha_i \\ S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} + S\varepsilon_{i+1} C\varepsilon_i C\alpha_i & C\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} C\alpha_i - S\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} & -C\varepsilon_i S\alpha_i \\ S\varepsilon_{i+1} S\alpha_i & C\varepsilon_{i+1} S\alpha_i & C\alpha_i \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.23)$$

При $\alpha_i = 0$ матрица $HC_{i,i-1}$ будет иметь вид

$$HC'_{i,i-1} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} - S\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} & -(C\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} + S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1}) & 0 \\ S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} + C\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} & C\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} - S\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.24)$$

При $\alpha_i = \frac{\pi}{2}$ получим

$$HC''_{i,i-1} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} & -C\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} & S\varepsilon_i \\ S\varepsilon_i C\varepsilon_{i+1} & -S\varepsilon_i S\varepsilon_{i+1} & -C\varepsilon_i \\ S\varepsilon_{i+1} & C\varepsilon_{i+1} & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.25)$$

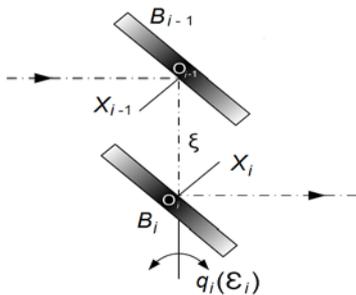


Рис. 4.8. Прохождение лазерного луча через угловое зеркало

Матрица H_{OI} является фундаментальной, поскольку описывает положение луча в пространстве и расположенных на нём точек (например, точек отражения) в обобщённых координатах луча в случае произвольного расположения зеркал. Используя полученные выше зависимости, рассмотрим прохождение лазерного луча через угловое зеркало, представленное на рис 4.8.

Предположим, что луч лазера ортогонально отражается от параллельно расположенных зеркал B_{i-1} и B_i и изменяет свою ориентацию на угол $\varepsilon_i = q_i$. Тогда, исключив взаимно противоположные ортогональные преобразования координат, по аналогии с представленным, выше получим:

$$T_{vi}^y = T_{i\varepsilon} \cdot T_{i\xi} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & 0 & S\varepsilon_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\varepsilon_i & 0 & C\varepsilon_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \xi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & 0 & S\varepsilon_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \xi_i \\ -S\varepsilon_i & 0 & C\varepsilon_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (4.26)$$

$$H_{vi}^y = \begin{vmatrix} \xi_{i+1} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}^T; \quad H_{oi}^y = T_{vi}^y \cdot H_{vi}^y = \begin{vmatrix} \xi_{i+1} C\varepsilon_i \\ \xi_i \\ -\xi_{i+1} S\varepsilon_i \\ 1 \end{vmatrix}; \quad (4.27)$$

$$H_{vl}^y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \xi_{i+1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (4.28)$$

$$H^y C_{i,i-1} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & 0 & S\varepsilon_i & \xi_{i+1} C\varepsilon_i \\ 0 & 1 & 0 & \xi_i \\ -S\varepsilon_i & 0 & C\varepsilon_i & -\xi_{i+1} S\varepsilon_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.29)$$

Для всего оптического тракта преобразование H -координат имеет вид:

– для векторной формы записи

$$H_{ol} = \prod_{i=1}^l T_{vi} \cdot H_{vl}; \quad (4.30)$$

– для матричного представления сфокусированного отрезка луча в базовой системе координат.

$$H_{OL} = \prod_{i=1}^l T_{vi} \cdot H_{VL}. \quad (4.31)$$

Для решения обратной задачи следует выполнить преобразование

$$H_{vi} = T_{vi}^{-1} \cdot H_{oi}, \quad (4.32)$$

где T_{vi}^{-1} – матрица, обратная к T_{vi} , имеющая вид

$$T_{vi}^{-1} = \begin{vmatrix} C\varepsilon_i & S\varepsilon_i & 0 & \xi_i \\ -S\varepsilon_i C\alpha_i & C\varepsilon_i C\alpha_i & S\alpha_i & 0 \\ S\varepsilon_i S\alpha_i & -C\varepsilon_i S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.33)$$

При «жёстком» манипуляторе оптики луч лазера располагается вдоль оптической оси, формируемой отклоняющими зеркалами. Следовательно, расположение зеркал можно описать исходя из расположения оптической оси, решая обратную задачу.

Расположим в точках O_{i-1} и O_i преломление оптической оси (см. рис. 4.7), связанное с зеркалами j и $j+1$ системы П-координат, расположив их следующим образом:

- ось Z_j перпендикулярно осям X_{j+1} и X_j на плоскости зеркала;
- ось Y_j направим по нормали к поверхности зеркала из т. O_{i-1} ;
- ось X_j расположим в плоскости зеркала для образования правой системы координат.

В качестве П-координат примем углы между нормальными Y_i и Y_{i+1} к поверхности зеркал j и $j+1$ (на рис 4.7 угол π_{j+1}). Поскольку поверхности зеркал приняты плоскими, то $\pi_{j+1} = \lambda_j + \lambda_{j+1}$, где λ_j и λ_{j+1} – углы наклона оптической оси к поверхности j -го и $j+1$ -го зеркал соответственно.

Для принятого расположения осей преобразование j -й системы П-координат в $j+1$ -ю будет следующим:

1. Поворот j -й системы координат вокруг оси Z_j на угол π_{j+1} до установления параллельности осей X_{j+1} и X_j .

2. Смещение вдоль оси Y_j на величину $b_j = \xi_i \sin \frac{\lambda_{i+1}}{2}$ до совмещения осей X_{j+1} и X_j .

3. Сдвиг по оси X_j на величину $d_j = \xi_i \cos \frac{\lambda_{i+1}}{2}$ до совмещения начал координат O_{i-1} и O_i .

4. Поворот вокруг оси X_j на угол α_i до совмещения всех координатных осей.

Исходя из принятого преобразования, можно записать векторно-матричное соотношение между расположением j и $j+1$ -го зеркала

$$P_j = T_{vj} \cdot P_{j+1}, \quad (4.34)$$

где $T_{vj} = T_{j\pi} \cdot T_{jb} \cdot T_{jd} \cdot T_{ja}$.

Выражение для T_{vj} имеет вид:

$$T_{vj} = \begin{vmatrix} C\pi_{j+1} & -S\pi_{j+1}C\alpha_i & S\pi_{j+1}S\alpha_i & d_j C\pi_{j+1} - b_j S\pi_{j+1} \\ S\pi_{j+1} & C\pi_{j+1}C\alpha_i & -C\pi_{j+1}S\alpha_i & d_j S\pi_{j+1} + b_j C\pi_{j+1} \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.35)$$

В соответствии с принятым расположением углов вектор положения т. O_{j+1} в j -ой системе координат будет определяться выражением

$$T_{vj} = \begin{vmatrix} d_j C\pi_{j+1} - b_j S\pi_{j+1} \\ d_j S\pi_{j+1} + b_j C\pi_{j+1} \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\xi_j S\lambda_j \\ \xi_j C\lambda_j \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (4.36)$$

где $\xi_j = \xi_i$ – для «жесткого» манипулятора оптики.

Если зеркала j и $j+1$ установлены под углом $\frac{\pi}{2}$, $\lambda_j = \lambda_{j+1} = \frac{\pi}{4}$ и $\alpha_i = 0$, то матрица T_{vj} примет вид:

$$T_{vj} = \begin{vmatrix} d_j C\pi_{j+1} - b_j S\pi_{j+1} \\ d_j S\pi_{j+1} + b_j C\pi_{j+1} \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_i \\ 1 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.37)$$

Другие частные случаи несложно установить подстановкой соответствующих значений в матрицу (4.35). Для всего оптического тракта преобразование П-координат имеет вид:

- в векторном виде

$$P_{OM} = \prod_{j=1}^M T_{vj} \cdot P_{VM}; \quad (4.38)$$

- в матричном виде

$$P_{OM} = \prod_{j=1}^M T_{vj} \cdot P_{VM}, \quad (4.39)$$

где $P_{\text{ом}} = P_{\text{ом}}$ – вектор и матрица положения фокусирующей линзы в $m-1$ -й системе координат.

Однозначную связь между положением j -го зеркала и i -го отражённого луча для «жёсткого» манипулятора можно установить из соотношения

$$D_{\text{ПН}j} = T_{vi} \cdot T_{vj}^{-1}, \quad (4.40)$$

где $D_{\text{ПН}j}$ – матрица связи между P и H -обобщенными координатами для одного преломления луча.

Поскольку $\varepsilon_i = 2\lambda_j$, то $D_{\text{ПН}j} = T_{vj}$, что несложно установить, выполнив преобразование (4.40). Для манипулятора оптики в целом связь между P и H -координатами определяется диагональной матрицей

$$D_{\text{ПП}} = \text{diag} / D_{\text{ПН}j} /_{m \cdot m}. \quad (4.41)$$

Связь между Q и P -обобщёнными координатами зависит от кинематической структуры манипулятора оптики (поступательные степени подвижности не требуют применения зеркал), расположения входа излучения в манипуляционную систему, кинематической избыточности по Q -координатам, вводимой по особым соображениям, и других факторов. Исходя из этого связь между Q и P -координатами не может быть формализована в общем виде. В простейшем случае при $k = m$ эту связь с учетом упругодиссипативных свойств конструктивных элементов манипулятора и пренебрежения малыми величинами можно представить в виде

$$D_{\text{QP}} = \text{diag} \left| W_{gi}^{\pi} \right|_{5 \times 5}, \quad (4.42)$$

где $W_{gi}^{\pi} = (1 + T_{i1}p)(T_{i2}p)^{-2}$; T_{i1} , T_{i2} – постоянные времени; p – оператор дифференцирования.

На отклоняющих зеркалах манипулятора оптики происходит изменение направления потока энергии излучения, сопровождающееся ее потерями. Поэтому преломления луча целесообразно характеризовать геометрическими параметрами и показателями потерь энергии, используя для этого совокупность своеобразных четырехполюсников. В декартовых однородных координатах i -му преломлению лазерного луча будет соответствовать четырехполюсник

$$HPV_i = D_{\text{HP}i} HPO_i, \quad (4.43)$$

где HPO_i и HPV_i – блочные векторы параметров на входе и выходе четырехполюсника, DHP_i – блочная диагональная матрица связи. Четырехполюсник i -го преломления лазерного луча приведён на рис. 4.9.

Раскроем формулу (4.43)

$$\left\| \begin{array}{c} |H_{Vi}1|^T \\ |P_{Vi}1|^T \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} T_{Vi}^{-1} & 0 \\ 0 & T_{\eta i} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} |H_{0i}1|^T \\ |P_{0i}1|^T \end{array} \right\|. \quad (4.44)$$

Здесь P_{0i} , P_{Vi} , H_{0i} , H_{Vi} – трехмерные векторы входных и выходных параметров мощности и положения лазерного луча; $T_{\eta i}$ и T_{Vi} – однородные матрицы преобразования векторов. Матрица $T_{\eta i}$ имеет вид

$$T_{\eta i} = \left\| \begin{array}{cc} \text{diag} \eta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\|. \quad (4.45)$$

В выражении (4.45) η_i – диагональная матрица размерами 3×3 потерь энергии излучения. На основании (4.44) для всех преломлений лазерного луча можно записать

$$HPV = DHP \cdot HPO, \quad (4.46)$$

где $HPV = \overline{|HPV_1, HPV_n|^T}$; $HPO = \overline{|HPO_1, HPO_n|^T}$; $DHP = \text{diag} \|DHP_i\|$; $i = \overline{1, n}$.

Формула (4.46) характеризует геометрические и энергетические показатели оптического тракта в связанных обобщенных координатах H . Для определения положения луча относительно некоторого базиса MHO можно воспользоваться матричным однородным преобразованием

$$MHV = DHV \cdot MHO, \quad (4.47)$$

где MHO и MHV – матрицы размерами 4×4 , определяющие ориентацию входного и сфокусированного отрезков луча и положение точки фокуса в базовой системе координат; $DHV = T_{V1}^0 \cdot T_{V2}^0, \dots, T_{Vn}^0$. На рис. 4.10 представлена структурная модель манипулятора оптики с учетом выражений (4.44) – (4.47), систем юстировки и охлаждения зеркал и управляющих воздействий.



Рис. 4.9. Четырехполюсник i -го преломления лазерного луча

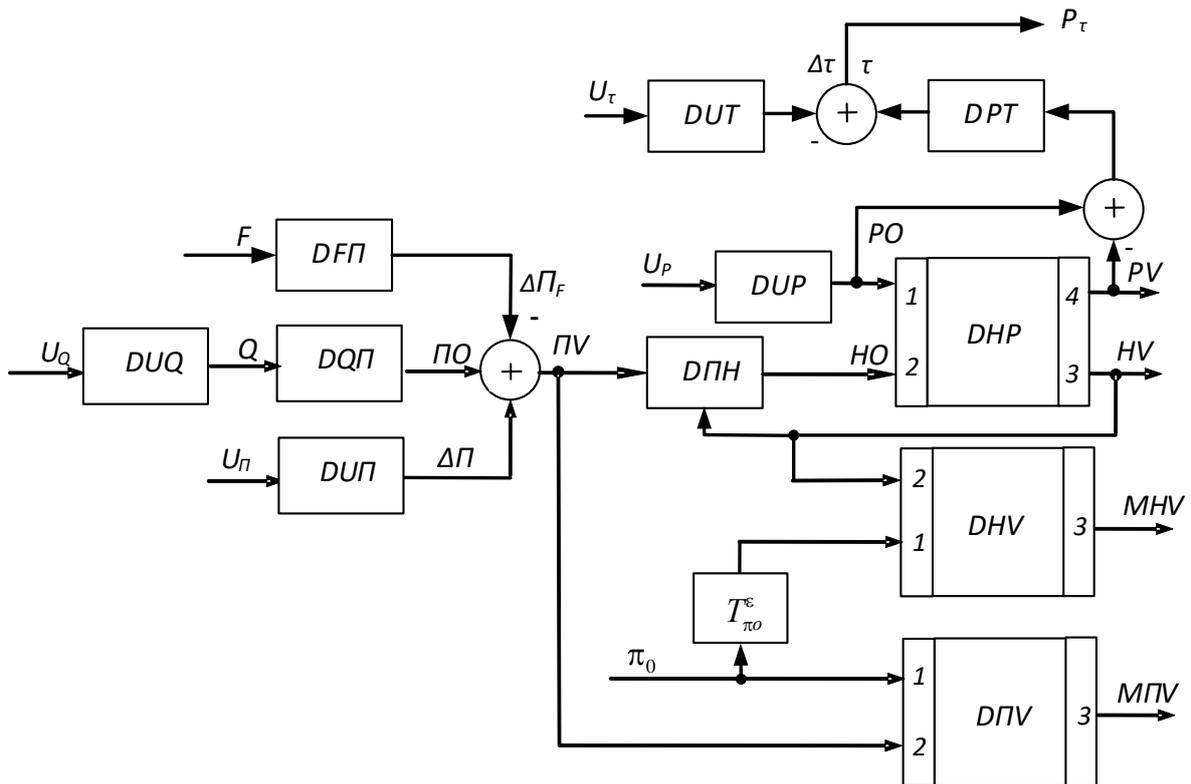


Рис. 4.10. Структурная модель манипулятора оптики

На модели обозначено: U_Q , $U_П$ – векторы управляющих воздействий для Q -координат и системы юстировки отклоняющих зеркал; U_P – управляющее воздействие на поток энергии лазерного излучателя; $\Delta П_F$ – вектор возмущения $П$ -координат вследствие внешнего силового воздействия (вектор F); $\Delta П$ – корректирующие перемещения $П$ -координат; π_0 – базис $П$ -координат; $T_{\pi_0}^e$ – однородная матрица приведения $П$ и $Н$ -координат к одному базису; $MПV$ – матрица размерами 4×4 , определяющая ориентацию и положение фокусирующей линзы в базисе $П$ -координат; DUQ , $DFП$, $DQП$ и DUP – матрицы, содержащие передаточные функции и операторы; DUP – оператор, описывающий регулятор мощности лазерного излучения; DPV – матрица однородного преобразования для $MПV$; $DFП$ – матрица-функция преобразования внешнего возмущающего воздействия; DUT и DPT – матрицы, описывающие преобразование величин в системе охлаждения зеркал; $\Delta\tau$ и τ – векторы температур нагрева охлаждающей жидкости и зеркала.

Структура матрицы DUP определяется в соответствии с принципом юстировки оптического тракта. Вид и параметры матриц DUT и DPT зависят от структуры и параметров системы охлаждения зеркал.

Матрица операторов DUQ определяется структурой манипуляционной системы лазер-робота. Если манипулятор оптики является движущим, то компонентами матрицы будут операторы системы приводов, определенные в предыдущем разделе. Структура матриц DUQ и DUP зависит от вида управляющего воздействия, типа приводов и обратных связей. Если манипулятор оптики является движущим, то DUQ – диагональная матрица-функция, легко формируемая из заданной структуры исполнительной манипуляционной системы. Если манипулятор пассивный, то U_Q – внешнее силовое воздействие и матрица DUQ имеет вид

$$DUQ = J^T(Q)B^{-1}(Q)P^{-2}, \quad (4.48)$$

где J^T – транспонированный якобиан, B – матрица инерционных параметров исполнительной кинематической цепи манипулятора.

В соответствии с рис. 4.10 и полученными выше зависимостями математическую модель манипулятора оптики можно представить с помощью блочного векторно-матричного выражения

$$M = DUM \cdot U + W \cdot F, \quad (4.49)$$

где $M = \left\| HV, PV, \Delta\Pi, P\tau \right\|^T$; $U = \left\| U_Q, U_P, U_{II}, U_{\tau} \right\|^T$;

$$DUM = \begin{vmatrix} TUV & 0 & DUP \cdot DHP & 0 \\ 0 & DUP \cdot T_{\tau} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & DUP & 0 \\ 0 & DUP(E - T_{\tau})DPII & 0 & -DUT \end{vmatrix};$$

$$W = \begin{vmatrix} DFII \cdot DPII \cdot T_v & & & \\ & 0 & & \\ & & & \\ & & & 0 \end{vmatrix}; \quad F = \left\| -F \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\|^T;$$

$$TUV = DUQ \cdot DQII \cdot DPII \cdot T_v.$$

Выражение (4.49) представляет собой описание манипулятора оптики в пространстве состояний его переменных, из которого следует:

– манипулятор оптики лазер-робота является многомерным гибридным объектом связного управления и регулирования позиционными кинематическими, силовыми энергетическими и температурными параметрами;

– процесс управления положением лазерного луча и точки фокуса в пространстве, считающийся по сути основным процессом, осуществляется опосредованно в функции состояния исполнительной системы манипулятора оптики и внешних воздействий на него.

4.3. Компонентные динамические модели манипуляционных исполнительных систем роботов как объектов подчиненного управления и регулирования

Введем ряд обозначений и сокращений.

На рис. 4.11 и 4.12 изображены позиционные взаимосвязи и силовые взаимодействия между манипуляторами, рабочим инструментом и объектом работ при обработке крупногабаритных объектов и в производственных комплексах гибридной обработки, построенных на базе многофункциональных роботов соответственно.

S_i — стационарная (нестационарная) направленная позиционная кинематическая взаимосвязь
—→ (----→)

ξ_i — направленная позиционная оптическая взаимосвязь, характеризующая пространственное положение лазерного луча и точки фокуса
----→

F_i — стационарное (нестационарное) направленное силовое взаимодействие
←→ (←----→)

U_i — управляющее воздействие
⇒

P_i — мощность, потребляемая от источника питания

- \tilde{P}_i – мощность, передаваемая во время движения в результате позиционно-силового воздействия
- \hat{P}_i – мощность лазерного излучения
- ИИ – источник лазерного излучения
- МО – манипулятор оптики
- ОТМ – основной транспортный манипулятор
- ДТМ – дополнительный транспортный манипулятор
- РИ – рабочий инструмент
- ОР – объект работ

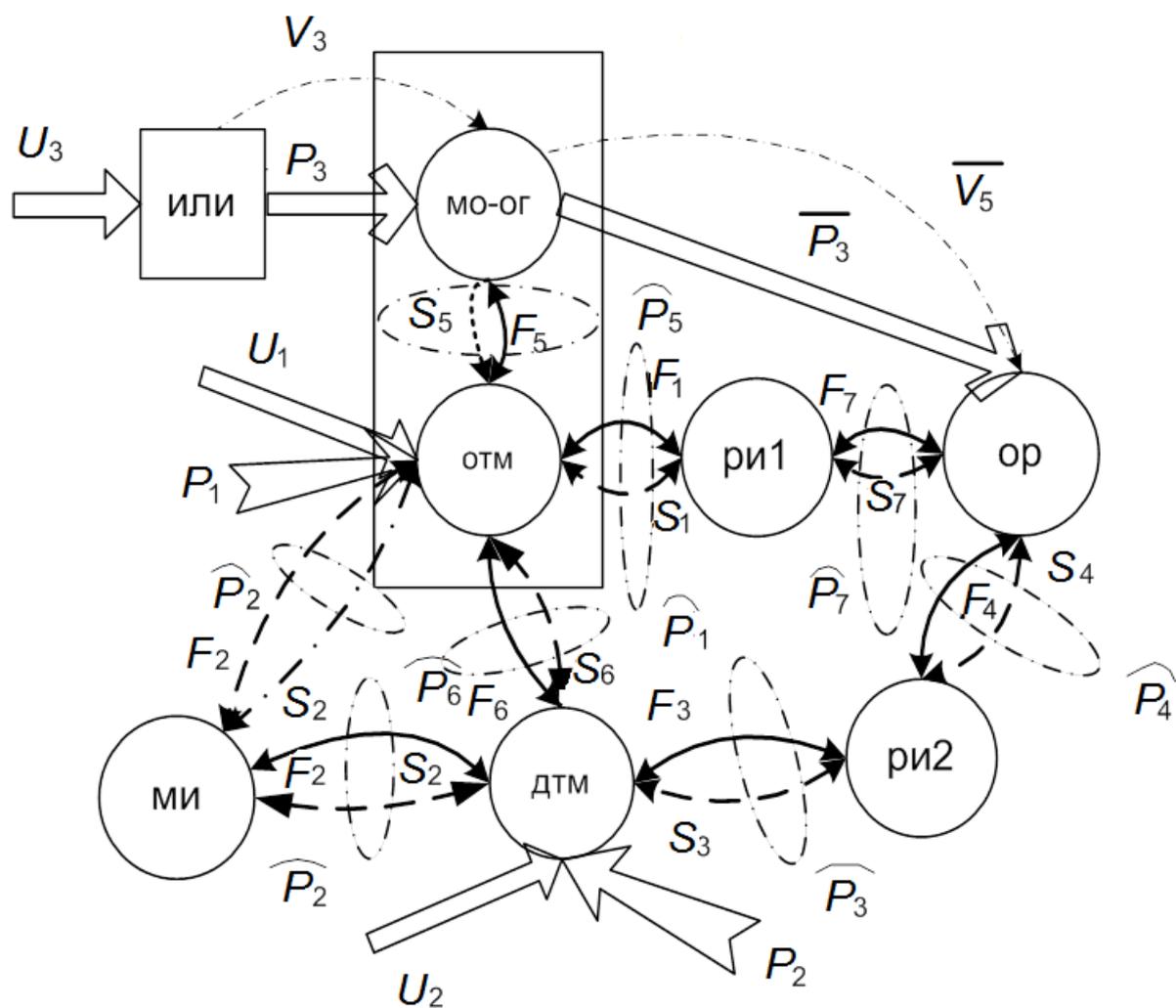


Рис. 4.11. Позиционные взаимосвязи и силовые взаимодействия в манипуляционных исполнительных системах лазер – робот для обработки крупногабаритных объектов

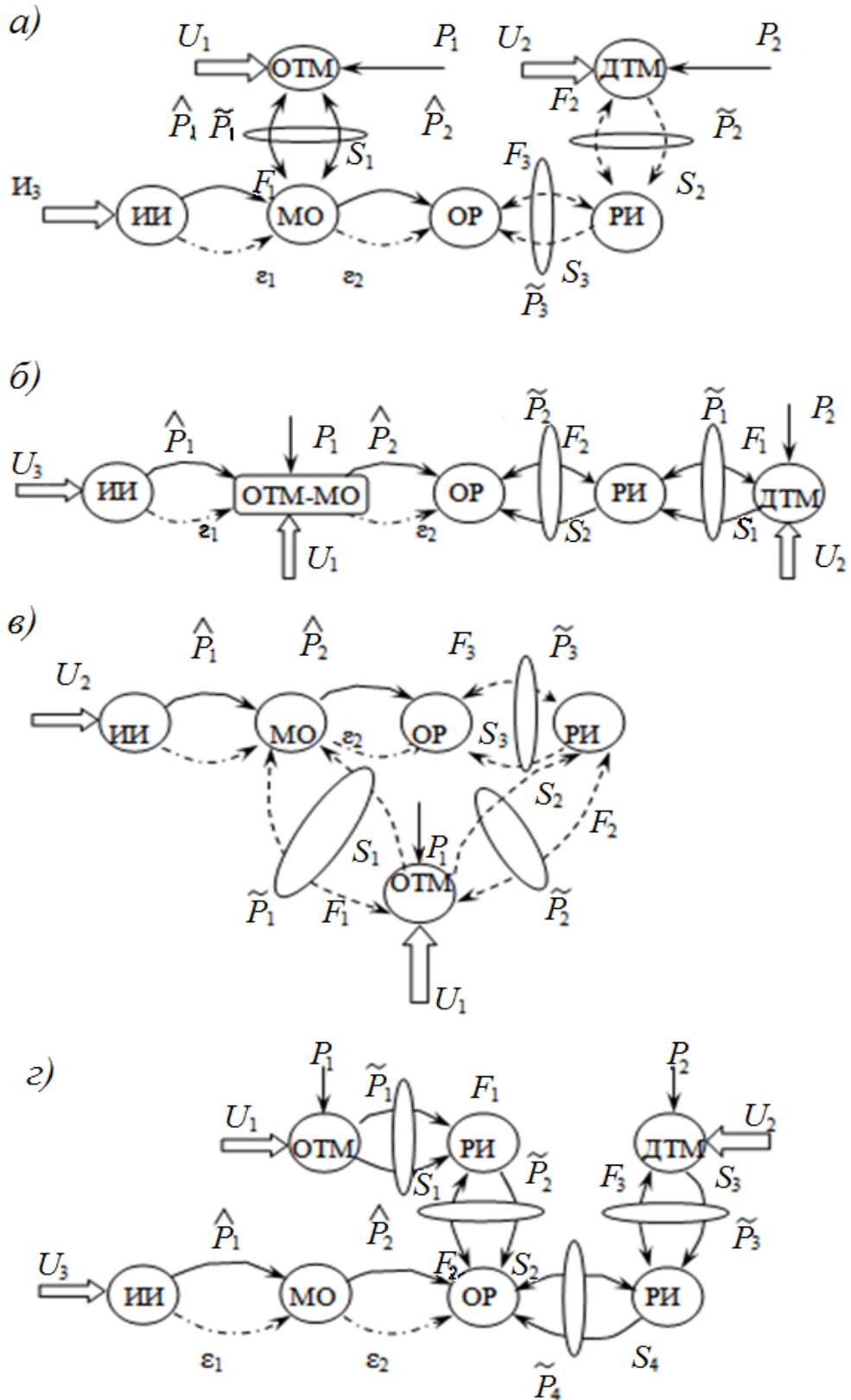


Рис. 4.12. Позиционные взаимосвязи и силовые взаимодействия в производственных комплексах лазерной обработки на базе многофункциональных роботов

Представленные на рисунках схемы взаимосвязей и взаимодействий позволяют построить динамические модели манипуляционных исполнительных систем и в дальнейшем их системы управления.

Исключим из рассмотрения систему охлаждения зеркал и представим выходную часть манипулятора оптики, структурная схема которого приведена на рисунке 4.10, в виде матричного функционального блока РНП (рис. 4.13).

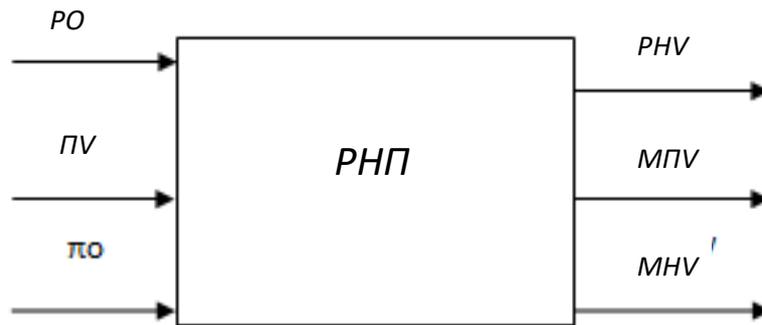


Рис. 4.13. Матричный функциональный блок представления выходной части манипулятора оптики: PHV – вектор, характеризующий направление и величину мощности в сфокусированном лазерном луче; MPV – однородные матрицы положения фокусирующей линзы в базовой системе координат πo ; MHV – матрица положения точки фокуса и ориентации сфокусированного отрезка луча в координатах πo ; PO и PV – векторы входной мощности и Π -координат

Функциональный блок RHP отражает следующее векторно-матричное преобразование:

$$\left. \begin{aligned} PHV &= DPH(PV_1 \pi o) = \prod_{i=1}^m T_{hj}, \\ MPV &= DPV(PV_1 \pi o) = \prod_{i=1}^m T_{vj} PVM, \\ MHV &= DHV(PV_1 \pi o) = \prod_{i=1}^m T_{vi}^{-1} T_{01} = \prod_{j=1}^m D_{пHj} T_{vj}. \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

Обозначения в выражении (4.50) приведены на с. 68. Примем следующие допущения:

- механическая связь между манипуляторами и рабочим органом манипуляторов с объектом работ является упругой;
- исполнительные двигатели расположены непосредственно на звеньях манипуляторов;
- силы трения в подвижных элементах манипуляторов пренебрежимо малы.

При введенных допущениях составим уравнения движения манипуляционных исполнительных систем роботов как объектов взаимосвязанного управления и регулирования совокупностью манипуляторов при их взаимодействии через исполнительные кинематические цепи, рабочие инструменты и объекты работ.

Параллельные раздельные манипуляторы с движущим транспортным пассивным или активным манипулятором оптики (рис. 4.12, а, б)

Математическая модель манипуляционной исполнительной системы данной структуры представляет собой следующую совокупность матрично-векторных соотношений, включающих дифференциальные уравнения:

$$\left. \begin{aligned}
 U_Q &= VU^{-1}(QT)[FT + \mu T(VY + VF^{-1})], \\
 \mu T &= DT^{-1}(QT) + J_T^T FM, \\
 \mu O &= DO^{-1}(QO) + J_o^T FM, \\
 FM &= (ST - SO - DS)CTO, \\
 ST &= NT \cdot QT; SO = NO \cdot QO; DS = ST_0 - SO_0, \\
 |PHV : MPV : MHV|^T &= DQP \cdot QO - DUP \cdot U_P; PO = DUP \cdot U_P, \\
 PV &= PHП(PO, PV, \pi o), \\
 SD &= DD(\pi o); EOM = MHV - SD, \\
 DT^{-1} &= A_T p^2 QT + B_T(pQT, QT) + C_T(Q_T), \\
 DO^{-1} &= A_o p^2 QO + B_o(pQO, QO) + C_o(Q_o).
 \end{aligned} \right\} (4.51)$$

Здесь U_Q – вектор управляющего воздействия на привод транспортного манипулятора; FT – вектор воздействия, создаваемый тормозными устройствами; μT – вектор управляющих моментов в степенях подвижности транспортного манипулятора; μO – вектор моментов, приведенных к степеням подвижности манипулятора оптики; VY и VF – операторы, описывающие механизмы преобразования движения; J_T^T и J_o^T – транспортные якобианы преобразования силомоментного взаимодействия FM между манипуляторами в процессе движения; ST и SO – шестимерные векторы углового рассогласования и положения начал координат, связанных с выходными звеньями манипуляторов координатных систем, определенные в базисе πo ; DS – шестимерный вектор приведения координат векторов ST и SO , заданный в координатах SO из условия $ST_0 = SO_0 + DS$ при отсутствии силового взаимодействия между манипуляторами (ST_0 и SO_0 – координаты векторов ST и SO при

отсутствии силового взаимодействия); CTO – матрица размерами 6×6 «жесткого» контактного взаимодействия между манипуляторами; DT^{-1} и DO^{-1} – диагональные матрицы, описывающие динамические свойства исполнительных кинематических цепей манипуляторов, определяемые операторами $A_T, A_0, B_T, B_0, C_T, C_0$, обобщенными координатами QT и QO и их производными; p – оператор дифференцирования; NT и NO – матричные операторы преобразования обобщенных координат QT и QO в векторы ST и SO ; SD – однородная матрица, характеризующая положение правой системы координат $O_d X_d Y_d Z_d$, расположенной в точке на программной траектории обработки объекта, в базовой системе координат (ось X_d ортогональна к поверхности обработки, а Z_d направлена по касательной к траектории); DD – матрица преобразования координат; EOM – позиционная ошибка, определяемая как рассогласование матриц MHV и SD .

Матричные операторы NT и NO имеют вид

$$\left. \begin{aligned} NT &= \begin{bmatrix} \arg(|M_{OT}|) & |E_1| \\ [(|M_{OT}| |I_1|)^T & |E_1|^T \end{bmatrix} \\ NO &= \begin{bmatrix} \arg(|M_{OO}|) & |E_1| \\ [(|M_{OO}| |I_1|)^T & |E_1|^T \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

В выражениях (4.52) обозначено: M_{OT} и M_{OO} – матрицы однородного преобразования обобщенных координат QT и OO ; $I_1 = |0001|^T$;
 $E_1 = \begin{vmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$.

**Параллельные раздельные манипуляторы с движущим
манипулятором оптики и транспортным манипулятором
(рис. 4.12, в)**

Процессы, происходящие в данной манипуляционной системе, можно описать следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} U_{QO} &= VUO^{-1}(QO)[FTO + \mu O(VYO + VF0^{-1})], \\ U_{QT} &= VUT^{-1}(QT)[FTT + \mu T(VYT + VFT^{-1})], \\ \mu O &= DO^{-1}(QO); \mu T = DT^{-1}(QT) + J_T^T MY, \\ MY &= [NT(QT)QT - JS \cdot SP]CTP; ST = NT \cdot QT, \\ SP &= (MY - FBR)DP^{-1}; SD = SP \cdot NP, \\ |PHV : MPV : MHV|^T &= DQ\Pi \cdot QO - DUP \cdot U_\Pi; PO = DUP \cdot U_P, \\ PV &= P\Pi(PO, PV, \pi o), \\ EOM &= MHV - SD. \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

Здесь два первых выражения описывают соотношения между входными воздействиями на приводы манипулятора оптики U_{Q0} , а также приводы транспортного манипулятора U_{QT} и управляющими моментами μ_0 и μ_T . Компоненты этих выражений аналогичны соответствующим компонентам первого равенства в (4.51). Кроме этого, в выражениях (4.53) обозначено: MY – шестимерный вектор силомоментного взаимодействия между рабочим органом транспортного манипулятора и объектом работ; J_T^T – транспонированный якобиан; NT – матричный оператор; ST – шестимерный вектор рассогласования и положения начала координат, связанных с центром рабочего органа транспортного манипулятора, в базисе π_0 ; JS – оператор приведения координат центра масс объекта работ SP к координатам ST ; CTP – приведенная (эквивалентная) жесткость контакта рабочего инструмента (схвата) с объектом работ; FBR – вектор внешнего возмущающего воздействия; DP – диагональная матрица массо-инерционных характеристик объекта работ, перемещаемого транспортным манипулятором; SD – однородная матрица, описанная выше; NP – матрица преобразования координат.

Раздельные параллельные транспортные манипуляторы и движущий (пассивный) манипулятор оптики (рис. 4.12, з)

В данной манипуляционной системе имеются два транспортных манипулятора, перемещающих объект обработки и движущий манипулятор оптики, который может быть зафиксирован в определенном статическом (пассивном) положении и процесс обработки будет осуществляться при перемещении транспортных манипуляторов. В системе обеспечивается существенная технологическая гибкость. Математическая модель манипуляционной исполнительной системы данной структуры имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} U_{Q0} &= VU_0^{-1}(Q_0)[FT_0 + \mu_0(VY_0 + VF_0^{-1})], \\ U_{QT_i} &= VUT_i^{-1}(QT_i)[FTT_i + \mu_{T_i}(VYT_i + VFT_i^{-1})], \\ \mu_0 &= DO^{-1}(Q_0); \mu_{T_i} = DT_i^{-1}(QT_i) + J_{T_i}^T MTY_i, \\ ST_i &= NT_i(QT_i)QT_i; MY_i = (ST_i - JP_i \cdot SP)CTP_i, \\ SP &= [\sum_{i=1}^2 (JP_i^T \cdot MY_i) - FBR]DP; SD = NP \cdot SP, \\ |PHV : MPV : MHV|^T &= PH\Pi(PO, PV, \pi_0), \\ PV &= DQ\Pi \cdot Q_0 - DUP \cdot U_{\Pi}; PO = DUP \cdot U_p, \\ EOM &= MHV - SD; i = 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

В выражениях (4.54) параметры и переменные состояния с индексом $i = 1$ и $i = 2$ соответствуют первому и второму транспортным манипуляторам. JP_1 и JP_2 – матричные операторы приведения упругих сил MU_1 и MU_2 контактного взаимодействия рабочих органов транспортных манипуляторов к центру масс объекта перемещения. Остальные обозначения соответствуют обозначениям, введенным ранее. Из рассмотрения выражения (4.54) следует, что в данной манипуляционной системе имеются три канала формирования управляющего воздействия на взаимное расположение точки фокуса и объекта работ, образуя позиционно-силовую связь.

Последовательные транспортный и технологический манипуляторы

В соответствии с принятым условным разделением манипуляционной системы при обработке крупногабаритных объектов на два манипулятора – транспортный и технологический составим математическую модель данной системы:

$$\left. \begin{aligned} U_{Qi} &= VU_i^{-1}(Q_i)[FTi + \mu_i(VY_i + VFi^{-1})], \\ \mu_i &= DU_i^{-1}(Q_i) + H_{i\mp 1,i}(Q_{i\mp 1}), \\ |PHV : MPV : MHV| &= |PH\Pi_1 : PH\Pi_2|(PO, PV_1, PV_2, \pi_0), \\ PV_i &= DQ\Pi_i \cdot Q_i - DU\Pi_i \cdot U_{\Pi i}; PO = DUP \cdot U_P, \\ SD &= DD(\pi_0); EOM = MHV - SD; i = 1, 2. \end{aligned} \right\} (4.55)$$

Во втором равенстве выражения (4.55) знак «плюс» принимается при $i = 1$ и «минус» при $i = 2$; $H_{i\mp 1,i}(Q_{i\mp 1})$ – диагональные матрицы динамического взаимовлияния исполнительных кинематических цепей манипуляторов при движении. Остальные обозначения соответствуют принятым выше.

Из рассмотрения (4.55) следует, что между манипуляторами имеет место взаимосвязь по управлению и позиционно-силовое взаимодействие через исполнительные кинематические цепи, а также позиционная связь по управлению между технологическим манипулятором и объектом работ.

Последовательно-параллельные (комбинированные) манипуляторы

Данная манипуляционная исполнительная система включает в себя два последовательных манипулятора (транспортный и технологический), содержащих оптический тракт, и дополнительный манипуля-

тор, осуществляющий вспомогательные операции (подготовку поверхности к обработке, трассировку траектории или фиксацию манипуляционной системы на объект обработки). Полагая, что дополнительный манипулятор установлен на одном из звеньев технологического, составим математическую модель манипуляционной системы в виде уравнений:

$$\left. \begin{aligned} U_{Qi} &= VUi^{-1}(Qi)[FTi + \mu i(VYi + VFi^{-1})], \\ \mu_1 &= D_1^{-1}(Q_1) + H_{21}(Q_2) + H_{31}(Q_3), \\ \mu_2 &= D_2^{-1}(Q_2) + H_{12}(Q_1) + H_{32}(Q_3), \\ \mu_3 &= D_3^{-1}(Q_3) + H_{13}(Q_1) + H_{23}(Q_2) + J_d^T(MY_3 - FBR), \\ MY_3 &= CTR_3 MOD[ST_3 - ND(\pi_0)]KE; ST_3 = NT_3(\pi_0)Q_3, \\ |PHV : MPV : MHV| &= |PH\Pi_1 : PH\Pi_2|(PO, PV_1, PV_2, \pi_0), \\ PV_j &= DQ\Pi_j \cdot Q_j - DUP_j \cdot U_{\Pi j}; PO = DUP \cdot U_P, \\ SD &= DD(\pi_0); EOM = MHV - SD; i = 1,2,3; j = 1,2. \end{aligned} \right\} (4.56)$$

Здесь $H_{21}, H_{31}, H_{12}, H_{32}, H_{13}$ и H_{23} – диагональные матрицы перекрестного динамического взаимовлияния манипуляторов через исполнительные кинематические цепи; J_d^T – транспортный якобиан силомоментного преобразования; MY_3 – шестимерный вектор упругого силомоментного взаимодействия дополнительного манипулятора с объектом работ; CTR_3 – матрица размером 6×6 жесткости контактного взаимодействия между дополнительным манипулятором и объектом работ; ST_3 – координаты рабочего инструмента дополнительного манипулятора в базисе π_0 ; NT_3 – матричный оператор преобразования координат; KE – логическая переменная, равная нулю или единице в зависимости от наличия контакта рабочего инструмента дополнительного манипулятора с объектом работ. Остальные обозначения соответствуют обозначениям, введенным выше.

Из рассмотрения выражений (4.56) следует, что в манипуляционной системе последовательно-параллельными манипуляторами имеют место перекрестное позиционно-силовое взаимодействие между манипуляторами через их исполнительные кинематические цепи, позиционная взаимосвязь либо позиционно-силовое взаимодействие дополнительного манипулятора с объектом работ, а также трехканальная позиционная связь между манипуляторами по управлению в процессе работы.

Рассматривая полученные математические модели, можно сделать следующие выводы:

1. Манипуляционные исполнительные системы роботов являются многомерными объектами связного регулирования и управления позиционными связями и силовыми взаимодействиями между исполнительными кинематическими цепями манипуляторов и манипуляторами и объектом работ.

2. Процесс управления перемещением лазерного луча при движении по траектории обработки осуществляется опосредованно, поскольку обратная связь по ошибке ЕМО виртуальная.

3. Манипуляционные системы роботов – это объекты подчиненного управления и регулирования с внутренними контурами формирования управляющих моментов и внешней позиционной либо позиционно-силовой взаимосвязью.

4.4. Компьютерное моделирование манипуляционной исполнительный системы робота

При решении задач робототехники возможно использование различных прикладных программ, пакетов и библиотек: Maple, Matlab, ProMechanic, AutoCad и других. Достаточно хорошие результаты при моделировании технических систем достигаются с помощью пакета Matlab. Пакет Simulink, входящий в состав системы Matlab, позволяет оперативно составлять исследуемые модели, изменять их структуру и регистрировать результаты моделирования, не прибегая к сложным программным процедурам. В последние версии пакета Simulink включена библиотека Sim Mechanics second generation, позволяющая выполнять моделирование движения различных механических систем в трехмерном пространстве в векторно-матричном виде, не прибегая к составлению сложных дифференциальных уравнений, а также библиотека Math Operations. При решении задач в настоящей работе используется пакет Simulink в сочетании с библиотеками Sim Mechanics second generation и Math Operations. Идеология составления блок-схем в библиотеке Sim Mechanics second generation существенно отличается от идеологии составления функциональных блок-схем библиотеки Simulink. В блок-схеме Sim Mechanics second generation отдельные блоки следует рассматривать как модели, имитирующие механическое движение одной части моделируемого механизма относительно другой. Входы и выходы блока фактически таковыми не являются, а имитируют «посадочное место» соответствующей части механизма. Линии

соединения «входов» и «выходов» блоков имитируют жесткие соединения выходной части одного механизма с входной частью другого. Можно утверждать, что это соединение моделирует передачу силового воздействия между частями разных механизмов. Но поскольку в соответствии с третьим законом Ньютона сила действия равна силе противодействия, такую передачу силы нельзя рассматривать как одностороннее воздействие. Поэтому в блок-схемах на линиях соединений механических блоков нельзя встретить изображений стрелок, указывающих направление воздействия. По той же причине графические изображения «входов» и «выходов» механических блоков имеют вид не стрелок, а квадратов с диагоналями.

Входы и выходы механических блоков нельзя рассматривать в качестве источников и приёмников каких бы то ни было сигналов. К их соединительным линиям нельзя подсоединить обычные S-блоки, а потому нельзя и сформировать с помощью последних заданные воздействия или вывести информацию о получаемых в результате движениях механизмов (например, в обзорные окна или непосредственно в среду MATLAB). Но так как любое моделирование механизмов невозможно осуществить без указания нужных исследователю воздействий и без вывода результатов моделирования в среду MATLAB, такая идеология построения блок-схем механизмов требует включения в библиотеку блоков, осуществляющих прямую и обратную связь S-блоков с механическими блоками.

В состав библиотеки входят шесть разделов:

- Body elements (тела) содержит блоки, моделирующие твердые тела;
- Joints (сочленения) включает блоки имитации механических сочленений, обеспечивающих требуемые степени свободы одной части механизма относительно другой;
- Constraints (связи) состоит из блоков имитации ограничений на степени свободы механической системы;
- Frames and Transforms (система координат) состоит из блоков систем координат;
- Utilities (утилиты) включает вспомогательные блоки, которые могут использоваться при создании модели механизма;
- Demos (демонстрационные программы) позволяет вызвать на исполнение демонстрационные модели.

При моделировании движения различных механизмов в пакете Sim Mechanics second generation предусмотрены источники сил и моментов сил (блок External Force and Torque), действием которых можно управлять в функции времени или переменных состояния механизма. В то же время исследование движения характерной точки механизма по заданной траектории с использованием указанного блока вызывает значительные затруднения. Исходя из этого, поставим задачу максимального приближения модели исполнительской системы манипуляторов к реальному объекту и представим моделируемую систему в виде, изображенном на рис. 4.13.



Рис. 4.13. Структурная схема модели исполнительской системы манипуляторов

Представленная структура позволит выполнить всесторонний анализ как исполнительской системы, так и реализации различных алгоритмов управления движением манипуляторов в процессе выполнения рабочих операций. Поскольку на данном этапе выполнения работы многие параметры исполнительской системы выбираются априорно, ограничимся исследованием ее работы при движении по некоторой траектории в процессе перемещения объекта работ с позиции взятия на позицию установки.

В качестве примера построения модели используем автономную исполнительную систему манипулятора (рис. 4.14).

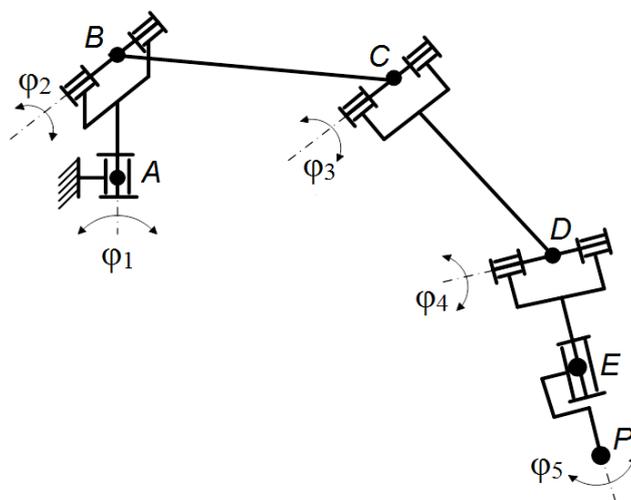


Рис. 4.14. Кинематическая схема манипулятора

При построении модели используем следующие блоки: World Frame, Solver Configuration, Mechanism Configuration, Solid, Revolute, Rigid Transform, Prismatic Joint, Transform Sensor, World Frame, Solver Configuration, Mechanism Configuration, которые являются обязательными при построении модели любого механизма. Они представляют собой неизменные точки основания (земли), неподвижные в абсолютном (инерциальном) пространстве. Движение отдельных частей механизма задаётся или определяется по отношению к системе координат, реализуемой этими блоками. На рис. 4.15 представлен вид подсистемы «Начало координат».

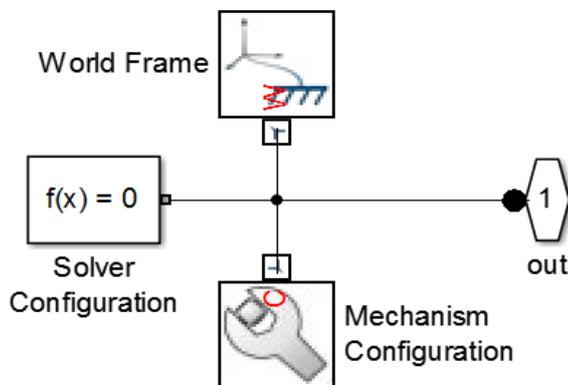


Рис. 4.15. Подсистема «Начало координат»

Блоки Revolute, Prismatic Joint, относящиеся к разделу Joints (сочленения), позволяют обеспечить возможность моделирования относительных движений тел, представленных отдельными блоками Solid, то есть необходимых степеней подвижности. Блок имеет два обязательных порта, с помощью которых он подсоединяется к двум блокам из раздела Body Elements. Порт, отмеченный индексом В (base – основной), предназначен для соединения с блоком Body, представляющим первое (основное) тело, порт с индексом F (follower – следующий) служит для подсоединения к следующему телу в связанной цепи тел, составляющих механизм. Solid представляет отдельную часть механизма, рассматриваемую как твердое тело, движение которого моделируется. В окне настройки блока задаются масса, инерция, форма, размер и цвет объекта. Модель объекта можно импортировать из другой программы (например, «Компас»). На рис. 4.16 представлен фрагмент построения модели из вышеперечисленных блоков.

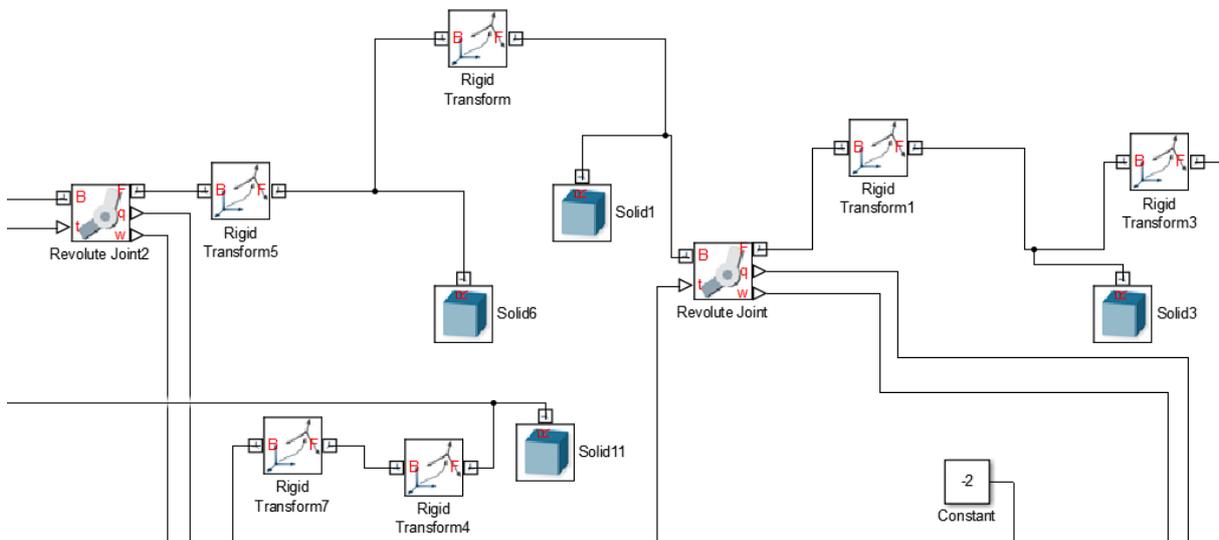


Рис. 4.16. Фрагмент построения модели

Модель исполнительной кинематической цепи манипулятора строится в пространстве правой инерциальной системы координат XYZ. В состав модели входят 5 звеньев и 5 цилиндрических шарниров,

при этом оси шарниров расположены вдоль осей Z относительных систем координат. Величины масс звеньев примем в соответствии с выражением $m_i = k \cdot m_r$, где m_i – масса i -го звена, считая от основания; k – коэффициент; m_r – грузоподъемность манипулятора.

На рис. 4.17 представлена анимация модели обобщенной исполнительской кинематической цепи манипулятора.

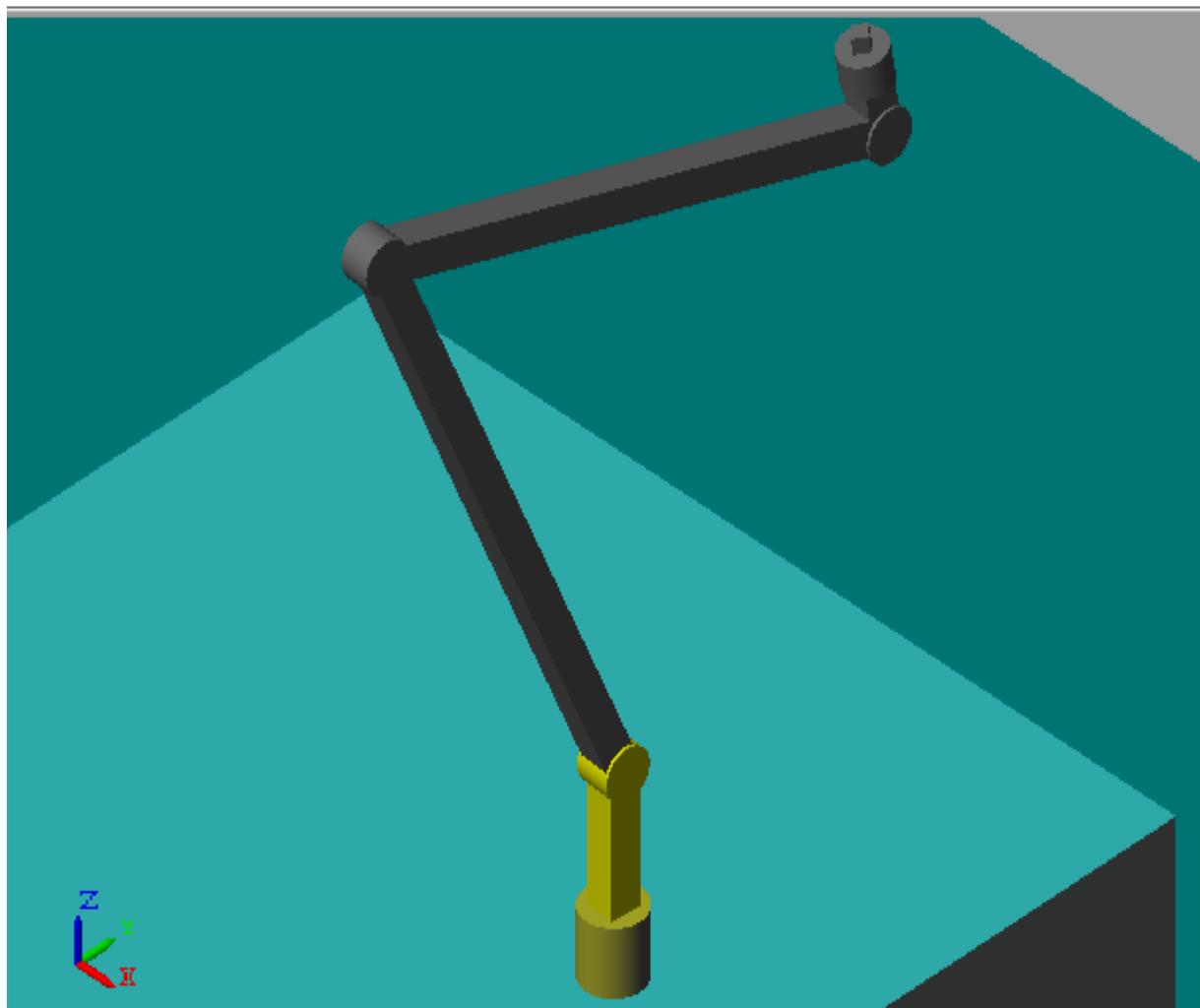


Рис. 4.17. Анимация модели исполнительской кинематической цепи манипулятора

В качестве рабочего органа манипуляторов выберем хват с плоско-параллельным движением губок, схема которого приведена на рис. 4.18.

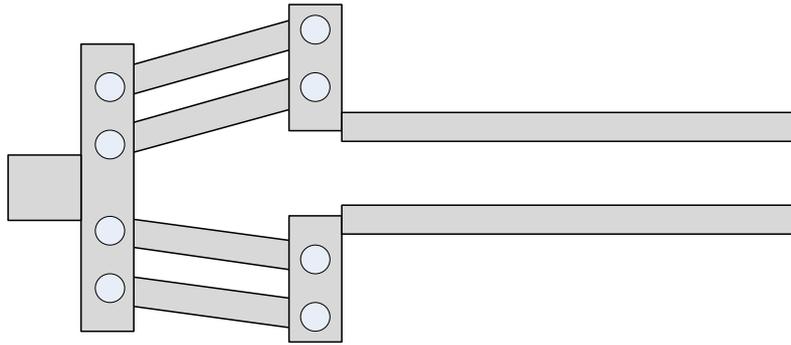


Рис. 4.18. Схема схвата

На рис. 4.19 изображена анимация компьютерной модели механизма схвата.

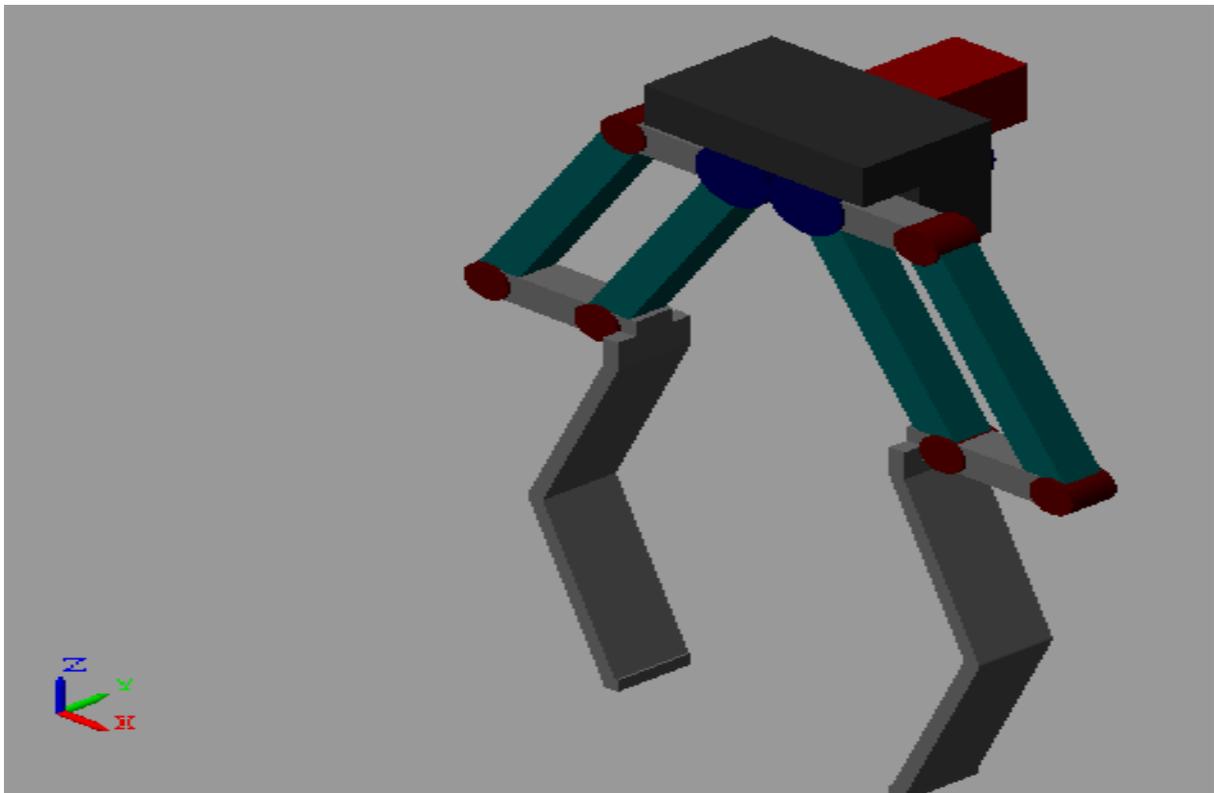


Рис. 4.19. Анимация модели механизма схвата

В соответствии со структурной схемой модели исполнительной системы манипуляторов необходимо построить модели приводов и механизмов преобразования движения.

Современный управляемый привод содержит силовой преобразователь, регуляторы скорости, тока, датчик тока. Регуляторы скорости

и тока являются ПИД-регуляторами с изменяемой структурой, а обратная связь по скорости организуется путем подсчета числа импульсов с датчика угла поворота вала двигателя в единицу времени.

Структурная схема контура регулирования тока при пренебрежении противоЭДС приведена на рис. 4.20.

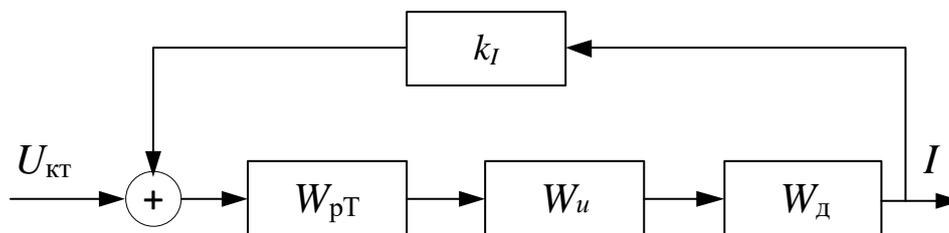


Рис. 4.20. Структурная схема контура регулирования тока

Здесь $U_{кТ}$ – входное воздействие контура тока; k_I – коэффициент обратной связи по току; W_{pT} , W_u , W_d – передаточные функции регулятора тока, инвертора и двигателя.

Передаточные функции компонентов контура тока

$$W_{pT} = k_T(T_T p + 1)p^{-1}; W_u = k_u; W_d = k_d(T_d p + 1)^{-1}. \quad (4.57)$$

Передаточная функция замкнутой системы, полученная из условия компенсации электромагнитной постоянной времени двигателя, представлена формулой

$$W_{кТ} = \frac{k_I^{-1}}{(k_T k_u k_d k_I)^{-1} p + 1}. \quad (4.58)$$

На основании параметров двигателей вычислим коэффициенты ПИ-регуляторов контура тока каждого привода:

- 1) $k_{и} = 103,3$; $k_{п} = 0,61$; 4) $k_{и} = 203,7$; $k_{п} = 0,44$;
- 2) $k_{и} = 206,3$; $k_{п} = 1,01$; 5) $k_{и} = 341,3$; $k_{п} = 1,55$.
- 3) $k_{и} = 156,8$; $k_{п} = 0,88$.

Динамические свойства системы во многом определяются качеством контура скорости. Поэтому достаточно осуществить его параметрический синтез с учетом массы соответствующего звена и механизма преобразования движения. На рис. 4.21 приведена Simulink-модель привода с редуктором, в которой отражены упруго-демпфирующие свойства механизма.

Для синтеза параметров регулятора скорости воспользуемся процедурой синтеза NCD-Blockset, разработанной программистами фирмы Match и имеющейся в библиотеке MatLab.

Инструментальный пакет Nonlinear Control Design Blockset (NCD-Blockset) предоставляет в распоряжение пользователя графический интерфейс для настройки параметров динамических объектов, обеспечивающих желаемое качество переходных процессов. Средством для достижения указанной цели является оптимизационный подход, обеспечивающий минимизацию функции штрафа за нарушение динамических ограничений. При помощи данного инструмента можно настраивать параметры нелинейной Simulink-модели, в качестве которых может быть заявлено любое количество переменных, включая скаляры, векторы и матрицы. Особую значимость имеет то обстоятельство, что в процессе настройки могут учитываться неопределенности параметрического типа в математической модели.

Динамические ограничения задаются в визуальном режиме. Окно программы представлено на рис. 4.22.

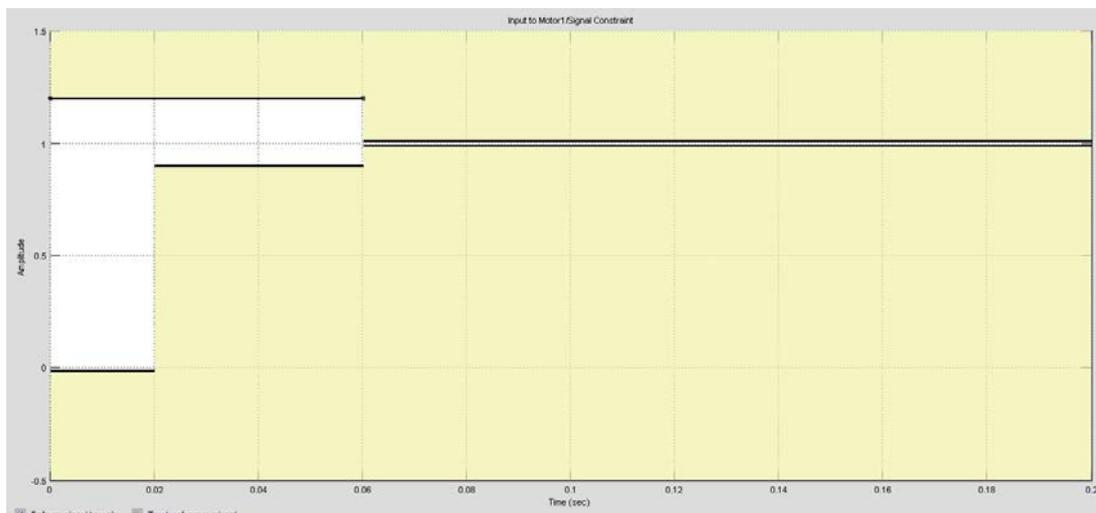


Рис. 4.22. Окно программы NCD-Blockset

На базе этих ограничений NCD-Blockset автоматически генерирует задачу конечномерной оптимизации так, чтобы точка экстремума в пространстве настраиваемых параметров соответствовала выполнению всех требований, предъявляемых к качеству процесса. Эта задача решается с привлечением специализированной процедуры квадратичного программирования из пакета Optimization Toolbox. Ход оптими-

зации контролируется на экране с помощью отображения графика контролируемого процесса и текущих значений минимизируемой функции. По завершении процесса его результат фиксируется в рабочем пространстве.

На рис. 4.26 видно, что в ходе настройки блока NCD-Blockset возможно установить требуемые значения перерегулирования, магнитуды, времени переходного процесса.

Окна настройки NCD-Blockset в ходе синтеза контура скорости приводов для трёх первых звеньев манипуляционной системы показаны на рис. 4.23 – 4.25.

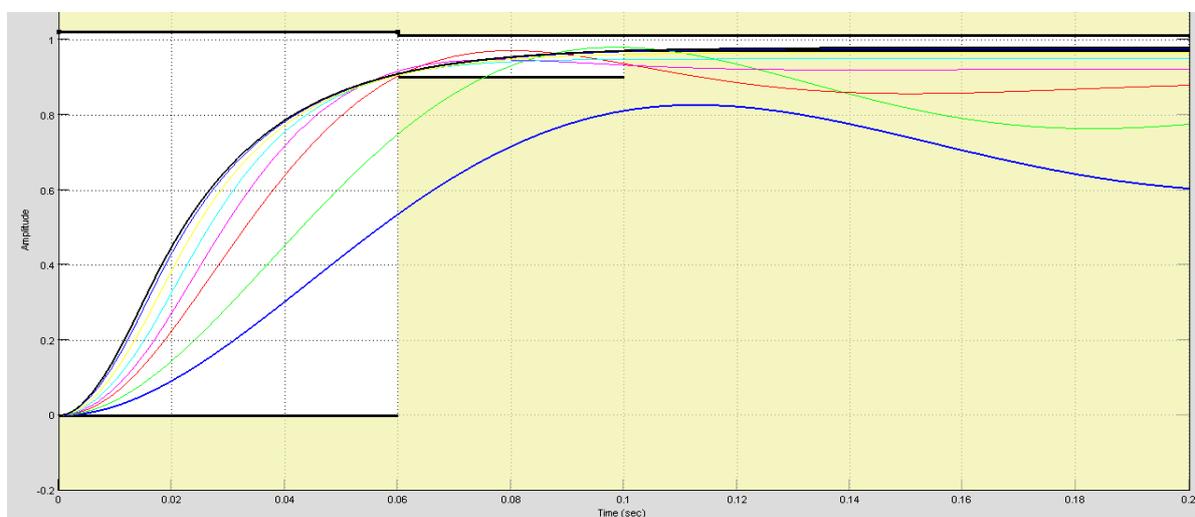


Рис. 4.23. Окно настройки NCD-Blockset для привода φ_1

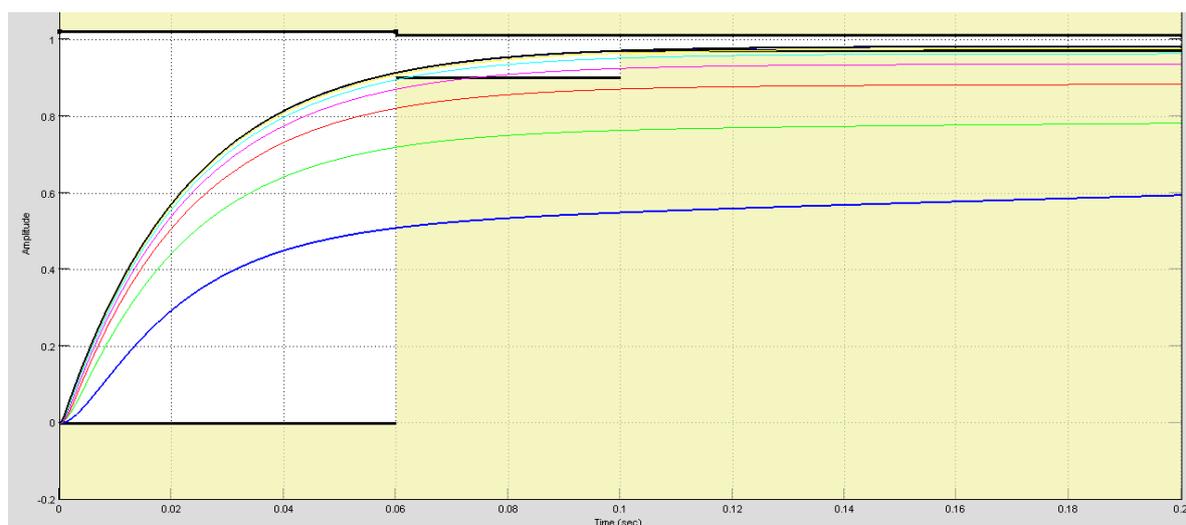


Рис. 4.24. Окно настройки NCD-Blockset для привода φ_2

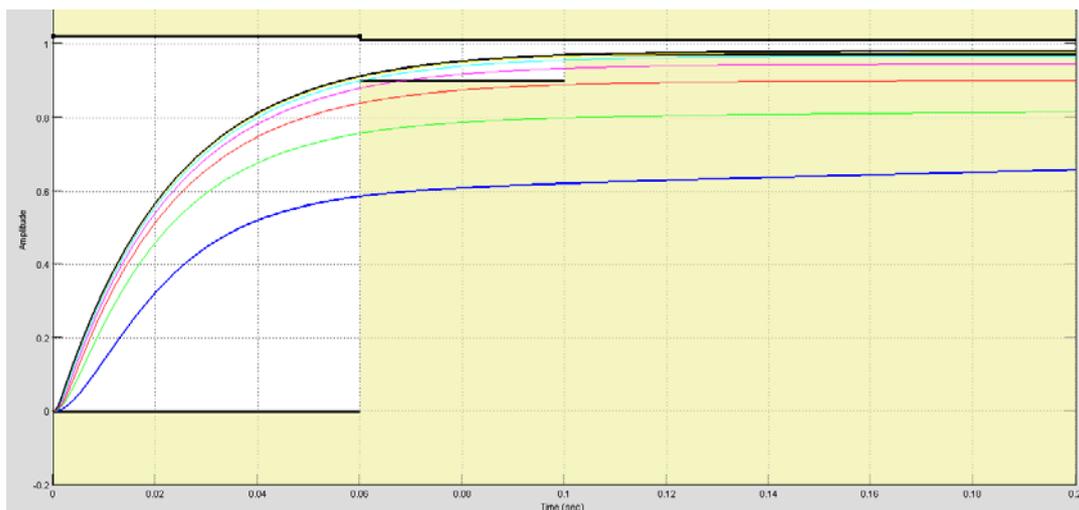


Рис. 4.25. Окно настройки NCD-Blockset для привода φ_3

Для формирования векторов входных воздействий при управлении манипулятором необходимо решить обратную задачу кинематики, которая состоит в определении обобщенных координат при заданных в некоторой базовой системе координат рабочей точки или рабочего органа. Часто обратная задача не имеет единственного решения, и прибегают к замораживанию обобщенных координат или введению конструктивных ограничений. Для упрощения решения задачи, возможного на данном этапе, будем считать, что ориентирующие движения осуществляются после захвата объекта при неподвижных транспортных звеньях и ориентируют объект и выходные звенья 4 и 5 вдоль оси звена 3 (см. рис. 4.14). Тогда траекторное движение может быть организовано только с помощью транспортных степеней подвижности. Исходя из этого запишем матрицы преобразования координат Денавита – Хартенберга, описывающие расположение звеньев:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.59)$$

$$A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & l_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & l_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.60)$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & l_3 \cos q_3 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & l_3 \sin q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.61)$$

Уравнение обратной задачи кинематики теперь имеет вид

$$T_0^3 = A_0^1 A_1^2 A_2^3, \quad (4.62)$$

где матрица T_0^3 известна и равна

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.63)$$

где n , o , a , p – векторы нормали, ориентации, подхода, положения соответственно.

Теперь задача заключается в том, чтобы выразить три неизвестных q_1 , q_2 и q_3 через элементы матрицы положения T_0^3 и другие параметры конструкции. Обратную задачу кинематики можно решить, расписав поэлементно уравнение (4.62). Тогда получим следующие соотношения:

$$n_x = \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) + \sin q_1; \quad (4.64)$$

$$o_x = -\cos q_1 \cos(q_2 + q_3) + \sin q_1; \quad (4.65)$$

$$a_x = -\cos q_1 \sin(q_2 + q_3); \quad (4.66)$$

$$p_x = l_3 \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \cos q_1 \cos q_2; \quad (4.67)$$

$$n_y = \sin q_1 \cos(q_2 + q_3) - \cos q_1; \quad (4.68)$$

$$o_y = -\sin q_1 \cos(q_2 + q_3) - \cos q_1; \quad (4.69)$$

$$a_y = \sin q_1 \sin(q_2 + q_3); \quad (4.70)$$

$$p_y = l_3 \sin q_1 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \sin q_1 \cos q_2; \quad (4.71)$$

$$n_z = -\sin(q_2 + q_3); \quad (4.72)$$

$$o_z = \sin(q_2 + q_3); \quad (4.73)$$

$$a_z = -\cos(q_2 + q_3); \quad (4.74)$$

$$p_z = -l_3 \sin(q_2 + q_3) - l_2 \sin q_2 + l_1. \quad (4.75)$$

Из формулы (4.75) следует

$$q_2 + q_3 = \arccos(-a_z). \quad (4.76)$$

Умножим выражение (4.71) на $\sin q_1$ и (4.75) на $\cos q_1$, а затем из первого полученного выражения вычтем второе, при этом получим

$$\sin q_1 p_x = \cos q_1 p_y = 0 \text{ при } q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right). \quad (4.77)$$

Из формул (4.71) и (4.75) можно показать, что

$$\cos q_1 p_x + \sin q_1 p_y = l_2 \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3), \quad (4.78)$$

а из формул (4.77) и (4.78)

$$l_2 \sin q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3) = l_1 - p_z = \alpha, \quad (4.79)$$

$$l_2 \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3) = \cos q_1 p_x + \sin q_1 p_y = \beta, \quad (4.80)$$

где α и β являются известными величинами, тогда как сумма $q_2 + q_3$ уже известна. Из формул (4.79) и (4.80) следует, что

$$\alpha^2 + \beta^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3\cos q_3, \quad (4.81)$$

$$\text{то есть } q_3 = \arccos\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2 + l_2^2 + l_3^2}{2l_2l_3}\right). \quad (4.82)$$

Решение с использованием функции арккосинуса в данном случае приемлемо, так как легко показать, что аргумент не превосходит ± 1 . Итак, решения с использованием арктангенса предпочтительнее, так как в этом случае аргумент охватывает всю область от $-\infty$ до $+\infty$. Расписав подробнее соотношения (4.79) и (4.80), получим:

$$l_3(\sin q_2 \cos q_3 + \cos q_2 \sin q_3) + l_2 \sin q_2 = \alpha; \quad (4.83)$$

$$l_3(\cos q_2 \cos q_3 - \sin q_2 \sin q_3) + l_2 \cos q_2 = \beta. \quad (4.84)$$

Умножим выражение (4.83) на $\sin q_2$ и (4.84) на $\cos q_2$, а затем сложим

$$l_3 \cos q_3 + l_2 = \alpha \sin q_2 + \beta \cos q_2. \quad (4.85)$$

Теперь умножим формулу (4.83) на $\cos q_2$ и (4.84) на $\sin q_2$, а затем из первого полученного выражения вычтем второе, что даст

$$l_3 \sin q_3 = \alpha \cos q_2 - \beta \sin q_2. \quad (4.86)$$

Умножив (4.83) на β и (4.84) на α и сложив полученное, найдем:

$$\beta(l_3 \cos q_3 + l_2) + \alpha l_3 \sin q_3 = (\alpha^2 + \beta^2) \cos q_2. \quad (4.87)$$

Умножим равенство (4.85) на α и (4.86) на β , а затем из первого полученного выражения вычтем второе, что даст

$$\alpha(l_3 \cos q_3 + l_2) - \beta l_3 \sin q_3 = (\alpha^2 + \beta^2) \sin q_2. \quad (4.88)$$

Теперь из формул (4.87) и (4.88) находим

$$q_2 = \arctg\left(\frac{\alpha(l_3 \cos q_3 + l_2) - \beta l_3 \sin q_3}{\beta(l_3 \cos q_3 + l_2) + \alpha l_3 \sin q_3}\right). \quad (4.89)$$

На этом решение обратной задачи кинематики манипулятора заканчивается.

В таблице приведены соотношения для решения обратной задачи кинематики, а также указаны области допустимых значений углов для любых движений в сочленениях робота.

Соотношения для решения обратной задачи кинематики манипулятора

Сочленение	Решение	Допустимое значение угла, °
1	$q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$	$-180 \leq q_1 \leq 180$
2	$q_2 = \arctg\left(\frac{\alpha(l_3 \cos q_3 + l_2) - \beta l_3 \sin q_3}{\beta(l_3 \cos q_3 + l_2) + \alpha l_3 \sin q_3}\right)$	$-90 \leq q_2 \leq 90$
3	$q_3 = \arccos\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2 + l_2^2 + l_3^2}{2l_2l_3}\right)$	$0 \leq q_3 \leq 180$

Для решения обратной задачи относительно линейных скоростей воспользуемся соотношениями (4.67), (4.71), (4.75), связывающими координаты положения точки обработки p_x, p_y, p_z с обобщёнными координатами q_1, q_2, q_3 . Дифференцируя эти соотношения по времени, получаем:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = J(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.90)$$

где $J(q)$ – матрица Якоби для преобразования скоростей.

$$J(q) = \begin{bmatrix} -\sin q_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)] & \cos q_1 [-l_2 \sin q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] & \cos q_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) \\ \cos q_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)] & \sin q_1 [-l_2 \sin q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] & \sin q_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) \\ 0 & -l_2 \cos q_2 - l_3 \sin(q_2 + q_3) & -l_3 \sin(q_2 + q_3) \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

Из выражения (4.91) получим

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = J^{-1}(q) \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}; \quad (4.92)$$

$$J^{-1}(q) = \frac{1}{|J(q)|} \begin{bmatrix} J(q)_{11} & J(q)_{21} & J(q)_{31} \\ J(q)_{12} & J(q)_{22} & J(q)_{32} \\ J(q)_{13} & J(q)_{23} & J(q)_{33} \end{bmatrix}; \quad (4.93)$$

$$|J(q)| = -l_2 l_3 \cos q_3 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)]; \quad (4.94)$$

$$J(q)_{11} = l_2 l_3 \sin q_1 [\cos q_2 \cos(q_2 + q_3) - \sin q_2 \sin(q_2 + q_3)]; \quad (4.95)$$

$$J(q)_{12} = \cos q_1 [l_2 l_3 \cos q_2 \sin(q_2 + q_3) + l_3^2 \sin^2(q_2 + q_3)]; \quad (4.96)$$

$$J(q)_{13} = -\cos q_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)]^2; \quad (4.97)$$

$$J(q)_{21} = l_3 [-\cos q_1 l_2 \sin q_2 \sin(q_2 + q_3) + l_3 \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) + \quad (4.98)$$

$$+ l_2 \cos q_2 \cos(q_2 + q_3) + l_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3)];$$

$$J(q)_{22} = \sin q_1 [(l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)) l_3 \sin(q_2 + q_3)]; \quad (4.99)$$

$$J(q)_{23} = -\sin q_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)]^2; \quad (4.100)$$

$$J(q)_{31} = 0; \quad (4.101)$$

$$J(q)_{32} = l_3 \cos(q_2 + q_3) [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)]; \quad (4.102)$$

$$J(q)_{33} = -[l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)] \times [l_3 \cos(q_2 + q_3) - l_2 \sin q_2]. \quad (4.103)$$

Подставляя выражения (4.94) – (4.102) в (4.103), а последнее в формулу (4.95), получим:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 = [l_2 l_3 \sin q_1 [\cos q_2 \cos(q_2 + q_3) - \sin q_2 \sin(q_2 + q_3)] v_x + \\ + [-\cos q_1 l_2 \sin q_2 \sin(q_2 + q_3) + \cos q_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) + \\ + \sin(q_2 + q_3) + \cos q_2 l_2 \cos(q_2 + q_3) + l_3 \sin(q_2 + q_3)] v_y] / -l_2 \cos q_3 A; \end{aligned} \quad (4.104)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{\sin(q_2 + q_3) [v_x \cos q_1 + v_y \sin q_1] + v_z \cos(q_2 + q_3)}{-l_2 \cos q_3}; \quad (4.105)$$

$$\dot{q}_3 = \frac{A [-v_x \cos q_1 - v_y \sin q_1] - v_z [l_3 \cos(q_2 + q_3) - l_2 \sin q_2]}{-l_2 l_3 \cos q_3}; \quad (4.106)$$

где $A = l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3).$ (4.107)

Полученные выражения использованы при построении Simulink-модели виртуального контроллера для управления движением рабочего органа по заданной траектории. Задание траектории движения рабочего органа в модели системы управления целесообразно осуществлять классическими методами с помощью программируемых контроллеров при использовании стандартных методов интерполяции и аппроксимации.

Зададим на некоторой произвольной кривой координаты нескольких опорных точек. Для создания задатчика траектории применим метод интерполяции кубическими сплайнами выбранных опорных точек. Кривая в пространстве задается в два этапа:

1. Кривая проецируется на плоскость xu и по базовым точкам с помощью пакета `sftool` производится интерполяция плоской кривой кубическими сплайнами в функции $y = f(x)$.

2. По базовым точкам с помощью пакета `sftool` применяется метод интерполяции кубическими сплайнами в функции $z = f(x, y)$.

Рассмотрим метод интерполяции кубическими сплайнами спроецированной на плоскость xu плоской кривой. Для задания базовых точек кривой и вызова окна пакета `sftool` следует ввести в рабочую область Matlab программу:

```
x = [0.5,0.55,0.6,0.65,0.7,0.75];
y = [0,0.1,0.25,0.35,0.45,0.5];
sftool.
```

В результате интерполяции получено уравнение задаваемой кривой в виде кубического сплайна

$$y = P_1 x^3 + P_2 x^2 + P_3 x + P_4, \quad (4.108)$$

где $P_1 = -33,33$; $P_2 = 60$; $P_3 = -33,42$; $P_4 = 5,875$.

Компьютерная модель выведенного уравнения представлена на рис. 4.26.

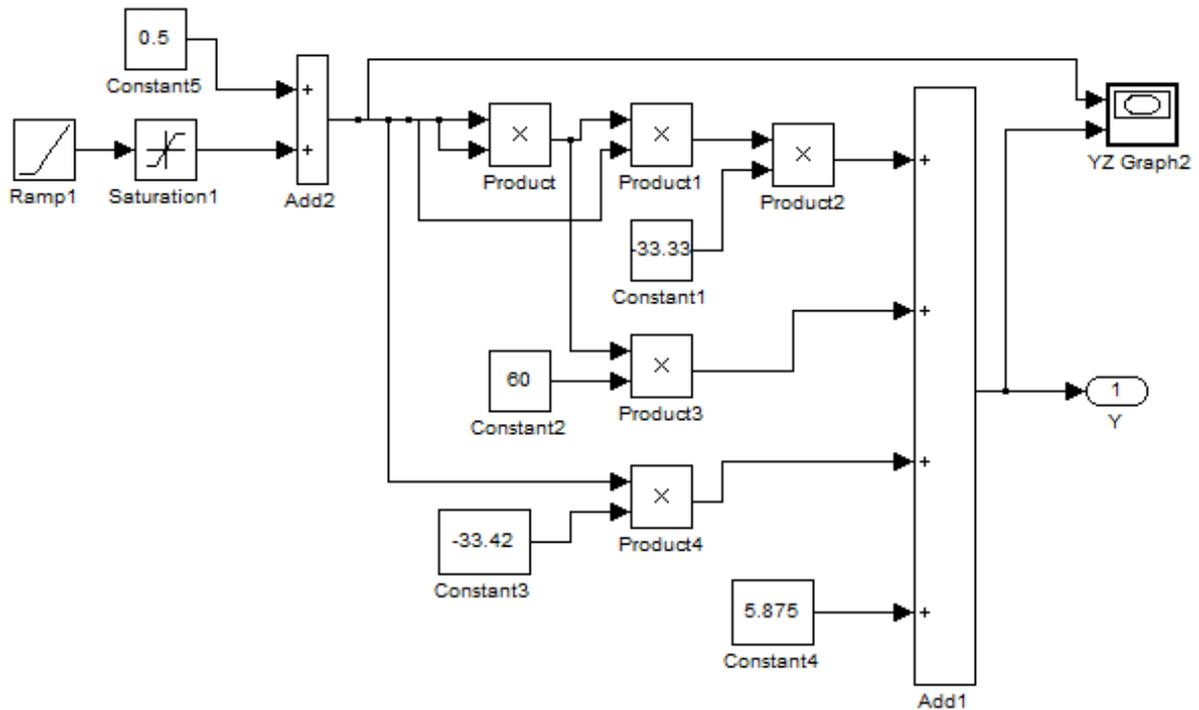


Рис. 4.26. Компьютерная модель задатчика траектории в проекции на плоскость xu

На рис. 4.27 изображена траектория в проекции на плоскость xu , формируемая компьютерной моделью.

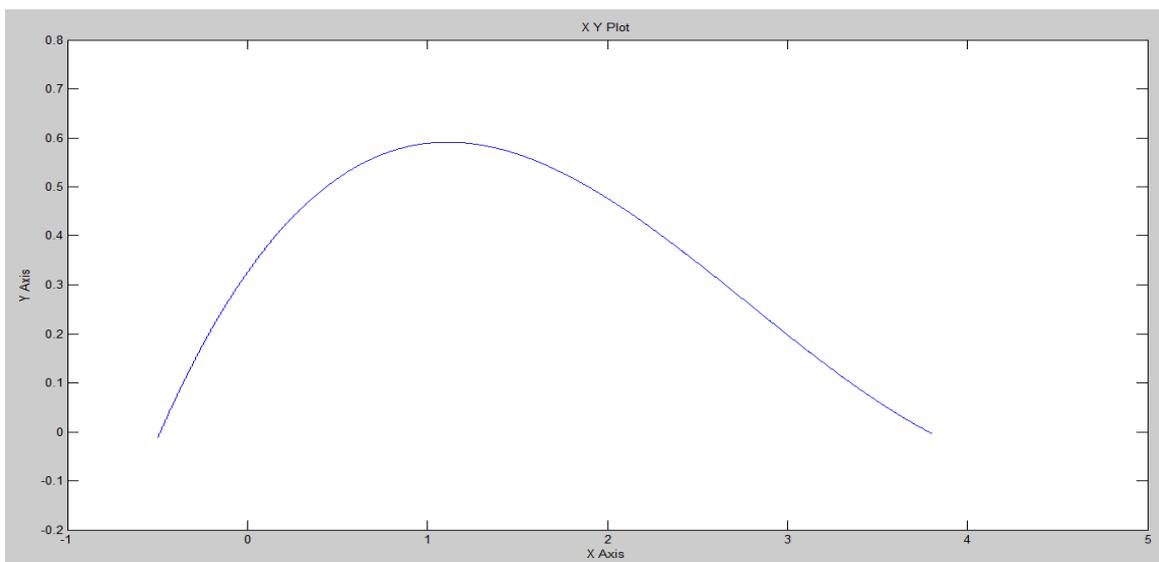


Рис. 4.27. Траектория в плоскости xu

Результаты работы компьютерной модели задатчика траектории представлен на рис. 4.29. На рис. 4.30 приведены кривые обобщенные координаты в пространстве задания, определенные виртуальным контроллером в функции времени.

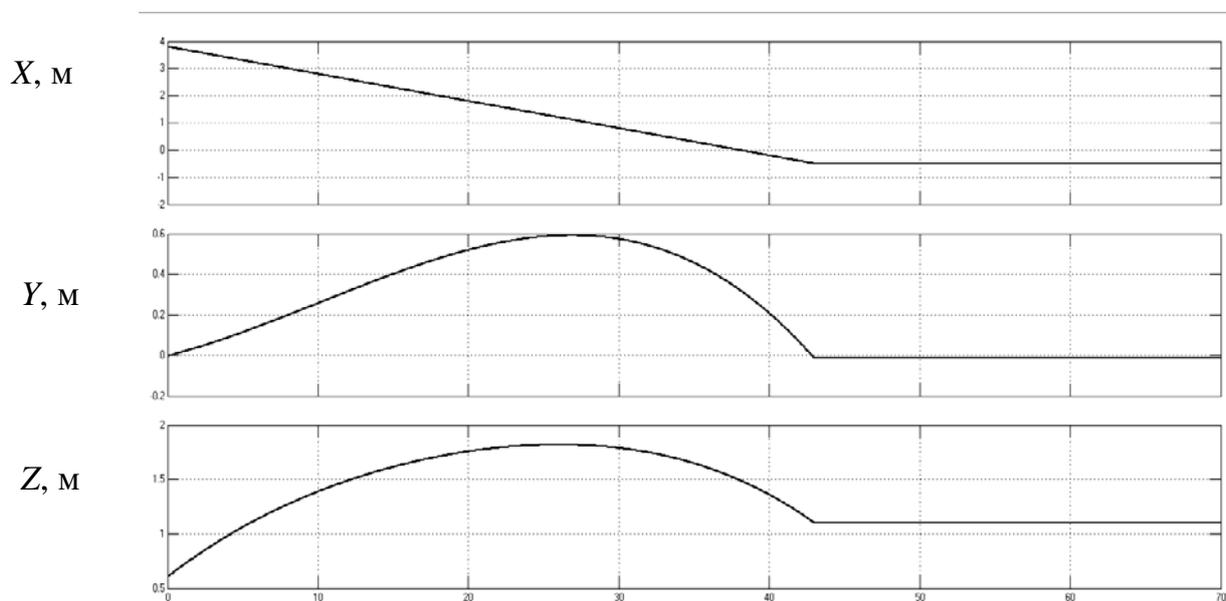


Рис. 4.29. Траектория движения рабочего органа в проекциях на координатные оси

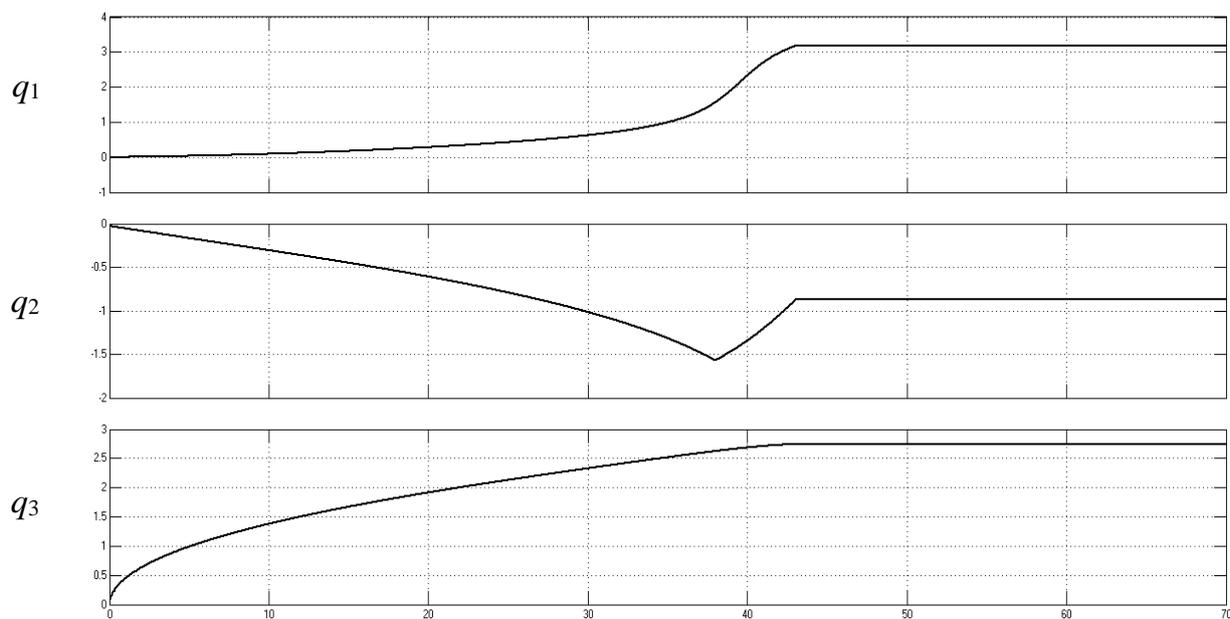


Рис. 4.30. Обобщенные координаты в пространстве задания, определенные виртуальным контроллером

Контрольные вопросы и задания

1. Чем обусловлены фундаментальные ограничения в технологических роботах?
2. Привести и объяснить вид механической характеристики приводов технологических роботов.
3. Какие методы описания динамики роботов существуют?
4. Векторно-матричный вид уравнения динамики роботов.
5. Функциональная схема асинхронного электропривода с векторным управлением.
6. Какие ограничения тока используются в современных электроприводах?
7. Динамическая модель двухмассового механизма преобразования движения.
8. Привести структурную схему электропривода звена робота с учетом токоограничений.
9. Какие гибридные модели, используемые в технологических роботах, вы знаете?
10. Роль и задачи компьютерного моделирования при создании робототехнической системы.
11. Основные библиотеки пакета Matlab, используемые при моделировании в робототехнике.
12. Пакет Simulink и его основные компоненты.
13. Состав библиотеки Sim Mechanics second generation.
14. Привести структурную схему модели исполнительной системы манипуляторов.
15. Для чего выполняют решение обратной задачи кинематики и построение ее модели?
16. Как осуществляется интерполяция траектории движения рабочего органа робота кубическими сплайнами?

5. МОДУЛИ ДВИЖЕНИЯ В ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РОБОТОВ

Для перемещения звеньев исполнительной кинематической цепи манипуляторов используются модули движения. Модуль движения – конструктивно и функционально самостоятельное изделие, включающее в себя механическую и электрическую (электротехническую) части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями. Главным отличительным признаком модуля движения от общепромышленного привода является использование вала двигателя в качестве одного из элементов механического преобразователя движения.

5.1. Типовые структуры модулей движения и их мехатронные решения

Приведем несколько типовых кинематических схем модулей движения, реализующих поступательное и вращательное движения звеньев манипулятора (рис. 5.1 – 5.5).

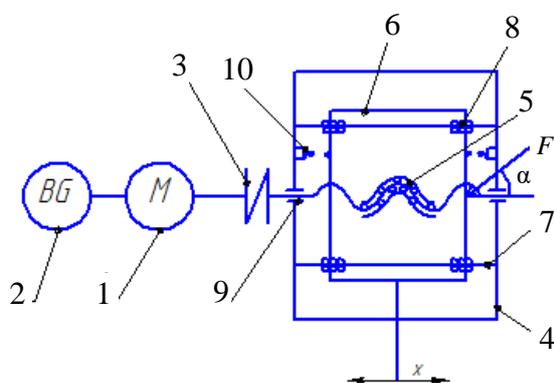


Рис. 5.1. Привод 1 продольного перемещения звена манипулятора: 1 – двигатель; 2 – датчик положения; 3 – муфта; 4 – основание; 5 – ШВП; 6 – звено; 7 – направляющая; 8 – опора направляющих; 9 – опора ШВП; 10 – конечный выключатель

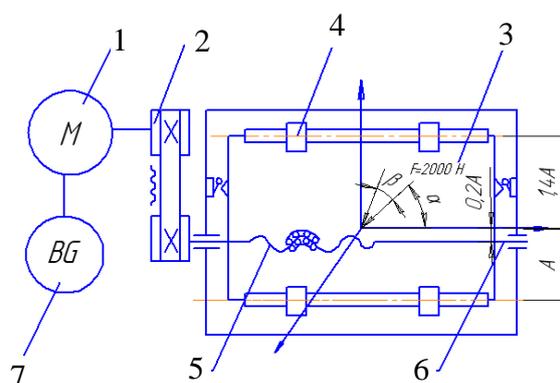


Рис. 5.2. Привод 2 поступательного перемещения звена: 1 – двигатель; 2 – ременная передача; 3 – стол (объект перемещения); 4 – танкетка; 5 – шариковая пара; 6 – подшипник; 7 – датчик положения

Вращение вала двигателя 1 через муфту 3 передается на шариковинтовую передачу 5, закрепленную в опорах 9 (см. рис. 5.1). Звено 6 совершает передвижение на направляющих 7, ограниченное конечными выключателями 10, вдоль основания 4.

Двигатель 1 вращает вал ременной передачи 2, которая вращает вал шариковой пары 5, что позволяет столу 3 перемещаться (рис. 5.2).

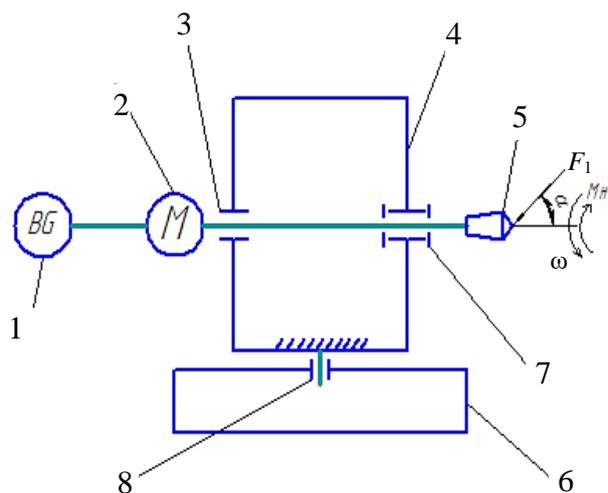


Рис. 5.3. Привод вращения шпинделя 1

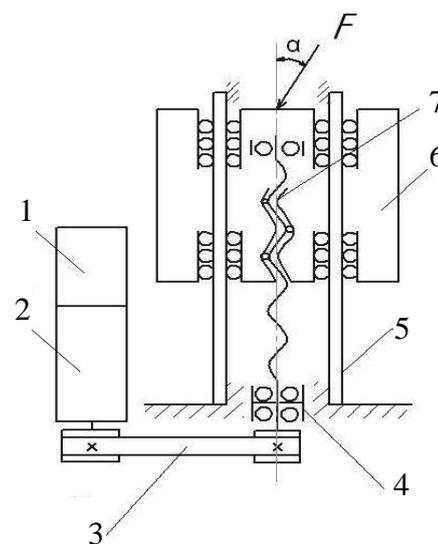


Рис. 5.4. Привод вертикального перемещения: 1 – датчик; 2 – мотор; 3 – зубчатый ремень; 4 – подшипник; 5 – линейные роликовые направляющие; 6 – подъемный стол; 7 – ШВП

От двигателя 2 вращающий момент передается на шпиндель 5. В корпусе бабки 4 имеются два подшипника: передний 7 и задний 3, являющиеся опорой для шпинделя (рис. 5.3). Корпус закреплен на плите 6 при помощи упора 8. Контроль движения обеспечивается преобразователем движения 1.

Вращение от двигателя 2 через зубчатый ремень 3 передается на ШВП 7, которая перемещает стол 6 (рис. 5.4).

На валу 7 закреплен ротор 9, на котором установлен рабочий орган 1. Статор 8 встроен в корпус 3. Опорами вала служат подшипники 2; для фиксации их положения применяется дисковый тормоз 5 (рис. 5.5). Для определения положения вала используется датчик перемещения 4. На конце рабочего органа установлен фланец 6.

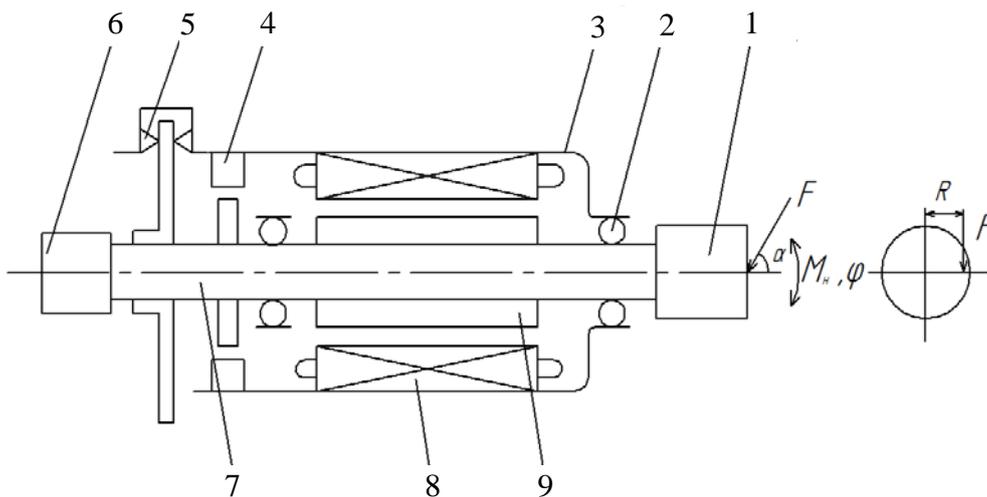


Рис. 5.5. Модуль со встроенным электродвигателем

Прямой привод – это модуль движения, не имеющий механических передач, то есть электрическая машина с непосредственным преобразованием электромагнитной энергии в линейное или поворотное перемещение. С инженерной точки зрения двигатель прямого привода представляет собой развернутую в декартовой или сферической системе координат электромагнитную систему, индуцирующую стоящее или бегущее пространственное магнитное поле. Управляя силами магнитного взаимодействия пространственного поля подвижного элемента системы с полем неподвижного элемента, можно реализовать перемещение подвижного элемента по траектории практически любой сложности в первой или второй системе координат.

Системы прямого привода подразделяются на линейные и поворотные двигатели (платформы) и специальные многокоординатные системы. Другие типы двигателей прямого привода имеют крайне ограниченное применение. В классическом исполнении якорь линейного двигателя, питаемый от источника переменного тока, перемещается над статором, состоящим из стальной пластины и постоянных магнитов (так называемая магнитная дорога), вследствие взаимодействия переменного поля якоря со статическим полем статора.

Поворотные платформы (поворотные двигатели) представляют собой электромагнитную систему, в которой в зависимости от исполнения подвижной частью может быть как якорь, так и статор. В последнем случае якорь закрепляется неподвижно, а перемещение совершает подвижное статорное кольцо.

Частными случаями поворотного двигателя являются кольцевой и сегментный двигатели. Сегментный синхронный двигатель состоит из нескольких сегментов статора с трёхфазной системой обмоток и ротора с запрессованными редкоземельными постоянными магнитами. Равномерность вращения в сегментном двигателе достигается благодаря синусоидальной коммутации токов в фазах двигателя. В машиностроении сегодня применяются преимущественно синхронные линейные и поворотные двигатели на редкоземельных магнитах. По сравнению с асинхронными они обладают значительно большей мощностью и лучшими динамическими характеристиками.

Основные достоинства систем прямого привода:

1. Максимально высокие показатели точности (до 0,00001 мм) и повторяемости.

2. Способность создавать большой момент (до 50000 Н·м) и как следствие этого возможность развития значительных ускорений, в том числе под нагрузкой.

3. Устойчивость всех основных электромагнитных и механических характеристик во время работы.

4. Компактность, легкость и надежность конструкции (в прямом приводе отсутствует трансмиссия и другие традиционные элементы – редукторы, механизмы передачи, муфты, сальники, опорная рама и т. д.).

5. Вследствие отсутствия трущихся частей компоненты двигателя прямого привода не подвержены износу, а значит, заданная точность обеспечивается на протяжении всего срока службы оборудования.

6. Низкие уровни шума и вибрации.

7. Простота и удобство монтажа.

8. Двигатель прямого привода не нуждается в смазке и практически не требует технического обслуживания.

Поэтому можно заключить, что прямой привод – не только самый оптимальный преобразователь электрической энергии в механическое перемещение, но и самый надежный с технической точки зрения электродвигатель. Для прямого привода чаще всего используются встраиваемые двигатели (чаще синхронные) с водяным охлаждением, поставляемые в виде компонентов (статор и ротор), приведенных на рис. 5.6.

В мехатронных системах блокам управления необходимо получать точную информацию о перемещении вращающихся деталей и узлов. Для этого используются датчики вращения различных конструкций, устанавливаемые на валах конструкции, которыми могут являться мехатронные подшипники, полученные путем встраивания датчиков вращения в подшипник. Как правило, такие подшипники позволяют регистрировать скорость вращения, направление вращения, относительное положение, ускорение или замедление. Такой подшипник приведен на рис. 5.7.



Рис. 5.6. Встраиваемый синхронный двигатель



Рис. 5.7. Мехатронный подшипник SKF

Подшипник со встроенными датчиками вращения, производимый фирмой SKF (Швеция), состоит из радиального шарикоподшипника с встроенным уплотнением и канавкой под стопорное кольцо; магнитного импульсного кольца; корпуса датчиков; соединительного кабеля. Изображенный на рис. 5.8 подшипник предназначен для работы с вращающимся внутренним кольцом и неподвижным корпусом датчиков.

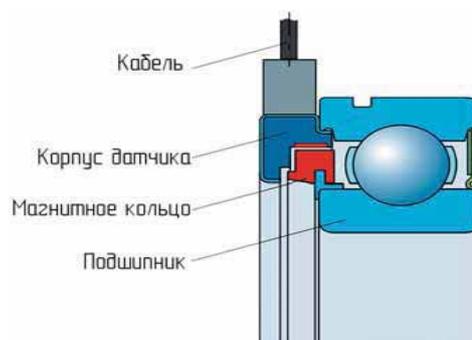


Рис. 5.8. Устройство подшипника

За основу взят радиальный шариковый подшипник качения, который соответствует стандарту ISO 15:1998 за исключением ширины, увеличенной из-за встроенных датчиков. С одной стороны элементы подшипника защищены встроенным уплотнением. С противоположной стороны корпус датчиков и импульсное кольцо образуют лабиринтное уплотнение. Композитное магнитное импульсное кольцо разделено на определенное количество северных и южных полюсов, зависящее от размеров подшипника. Магнитное кольцо крепится к внутреннему кольцу подшипника, а корпус датчиков – к наружному. В него встроены два датчика, смещенные относительно друг друга. Датчики состоят из чувствительных элементов, основанных на эффекте Холла, и электронных блоков усиления и преобразования сигнала.

Максимальная точность измерения составляет 256 импульсов за оборот, что соответствует разрешению $1,4^\circ$. Такую же разрешающую способность имеют простейшие инкрементальные энкодеры. Для работы датчика требуется стабилизированное напряжение 5 – 24 В. Подшипники со встроенным датчиком оборотов производятся серийно.

В большинстве современных машин используются уплотнительные устройства. Их задача – предотвратить вытекание смазочного материала из полостей со смазкой и предохранить их от загрязнений извне. Выход из строя уплотнения может вести к тяжелым последствиям: вытекание смазки – масляное голодание механизма, заклинивание или преждевременный износ. Проконтролировать состояние классического уплотнения возможно только при разборке, что не всегда рентабельно.

Решить эту проблему позволяют уплотнения со встроенными датчиками. На рис. 5.9 представлено модульное уплотнение для вала с датчиком утечки фирмы Simrit (Германия). В состав такого уплотнения входят армированная манжета с пыльником, интегральная плата с оптическим датчиком, алюминиевый или стальной каркас платы, абсорбирующее смазку кольцо из нетканого материала, кабель для передачи сигнала. Место вывода кабеля не требует дополнительной герметизации.

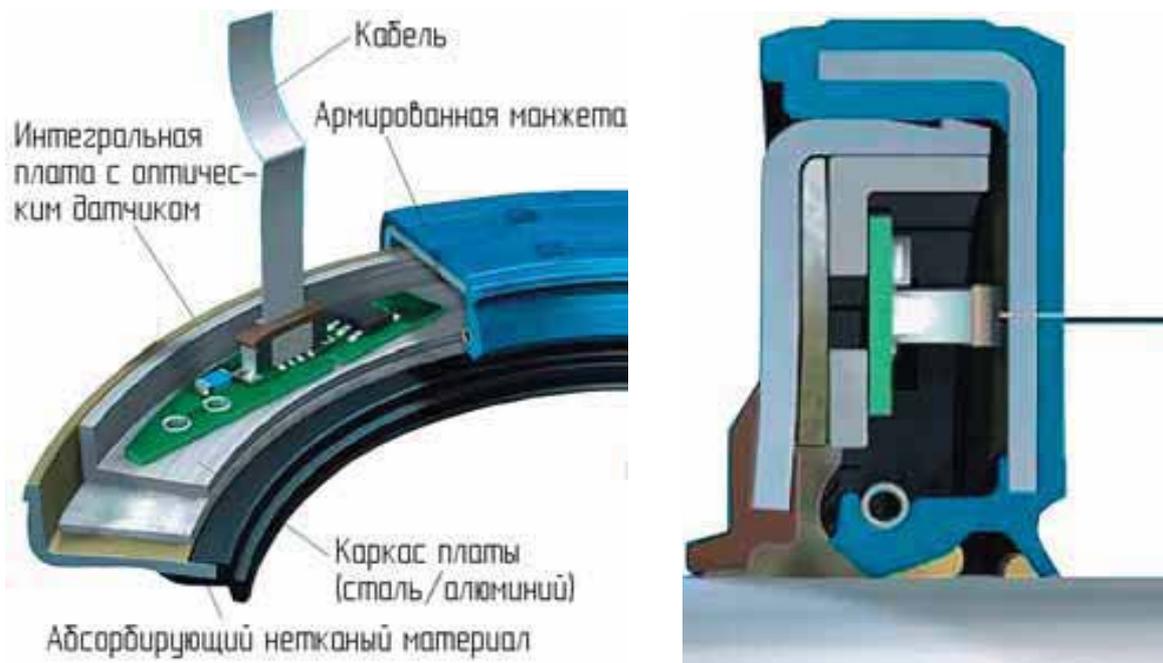


Рис. 5.9. Конструкция уплотнения и установка на вал

Работает уплотнение следующим образом. При износе уплотняющей кромки смазка поступает внутрь манжеты и абсорбируется кольцом из нетканого материала. Насыщенный смазкой материал меняет свои оптические свойства. Степень загрязненности контролируется оптическим датчиком. Когда загрязненность достигает заданного конструктором уровня, генерируется сигнал о необходимости замены уплотнения. Он может быть передан обслуживающему персоналу по телефону или Интернету. При замене уплотнения электронная часть может быть установлена в новую армированную манжету, что уменьшает стоимость ремонта.

5.2. Основы математического моделирования механической системы модулей движения

Под динамической моделью понимается совокупность дифференциальных (а также алгебродифференциальных, интегродифференциальных, дифференциально-разностных) уравнений при необходимости с элементами логических операций, описывающих поведение исследуемой системы на заданном временном интервале.

Динамические модели строятся на основе *иерархического принципа*, начиная от моделей низшего уровня (построенных обычно с использованием большого числа допущений) до моделей высокого уровня, построенных с минимальным числом допущений и соответствующих упрощений. Наиболее существенными для механических систем можно считать допущения о числе учитываемых степеней подвижности, линейности динамических характеристик звеньев, использовании так называемых квазистатических характеристик некоторых процессов (например, трения), представлений сил технологического сопротивления в виде известных функций времени (при фактической зависимости их от координат, иногда и скоростей, исполнительных устройств) и другие.

Поскольку переход от модели низшего уровня к модели более высокого уровня связан с усложнениями математического описания и возрастающими трудностями исследования, вполне естественно стремление к использованию в практических расчетах более простых моделей, что далеко не всегда оправдано с точки зрения достоверности получаемых результатов. Поэтому актуальной следует считать постановку задачи оптимизации построения модели привода. Под оптимальной понимается динамическая модель минимальной сложности в данном структурном классе, отображающая исследуемые динамические процессы в системе с необходимой полнотой. Такая модель может быть построена на основе некоторой схемы разумного компромисса.

Применительно к модулям движения наиболее распространенным допущением является представление о дискретности модели механической системы. Это связано с преимущественным влиянием сосредоточенных масс системы на ее динамические свойства. Исключения составляют некоторые частные случаи. Анализ колебаний, возникающих в механических системах приводов, показывает, что эти колебания связаны практически со всеми известными деформациями упругих элементов: крутильными, изгибными, продольными и другими. Однако в действительности вследствие податливости опор и изгиба валов одновременно осуществляется совокупность сложных колебаний, которые должны рассматриваться совместно. Однако, если пренебречь при определенных условиях кинетической энергией сосредоточенных масс при поступательных и изгибных перемещениях сравнительно с кинетической энергией крутильных движений, то моделью нижнего

уровня можно считать крутильную модель. Некоторые уточнения параметров упругости такой модели можно осуществить, воспользовавшись соответствующей корректировкой коэффициентов жесткости модели в рамках метода эквивалентных структурных преобразований механических систем.

Рассмотрим некоторые частные задачи построения динамических моделей механических систем приводов, начав с объяснения методики построения моделей простейших механических систем.

Простейшие механические системы

Для успешного составления уравнений динамики механических систем и их компонентов требуется определенная практика, хотя схема этого процесса достаточно проста. Уравнения динамики можно составлять, используя механику Ньютона – Эйлера и принцип Даламбера или механику Лагранжа. Представляется, что для простоты восприятия на первом начальном этапе изобретения навыков моделирования целесообразно воспользоваться первой из механик. Прежде всего необходимо вспомнить следующие положения:

1. Выражения для определения сил:

– силы упругости деформируемого элемента

$$F_c = -cx; \quad (5.1)$$

– силы сопротивления движению при деформации за счет внутреннего трения в материале (следствие теоремы Релея)

$$F_\beta = -\beta\dot{x}; \quad (5.2)$$

– силы инерции (следствие второго закона Ньютона)

$$F_u = -m\ddot{x}. \quad (5.3)$$

Силы внешнего трения пока из рассмотрения исключим. В выражениях (5.1) – (5.3) c – коэффициент жесткости упругого элемента; β – коэффициент внутреннего трения в материале; m – масса тела; x, \dot{x}, \ddot{x} – перемещение и его производные.

Для вращательного движения соответствующие выражения для моментов сил будут иметь вид $M_c = -c\varphi$; $M_\beta = -\beta\dot{\varphi}$; $M_u = -J\ddot{\varphi}$; J – момент инерции тела относительно оси поворота; $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ – угол поворота и его производные.

2. Принцип Даламбера и его следствие

Сумма всех сил (моментов всех сил), действующих на тело вдоль оси или координаты (вокруг оси), равна нулю.

3. Правило сечений из теории упругих деформаций

Любое твердое тело, находящееся в равновесии под действием внешних сил, можно условно рассечь на произвольное количество элементов. При этом каждый элемент будет находиться в равновесии под действием внешних сил, приложенных к нему, и внутренних сил, проявляющихся в сечениях.

Поскольку в дальнейшем динамические процессы будут моделироваться с использованием библиотеки MATLAB и его приложения SIMULINK, приведем некоторые положения из теории автоматического регулирования.

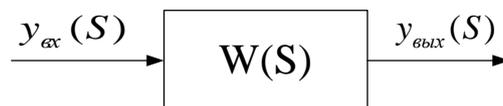
Передаточная функция компонента системы. Отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению по Лапласу входной величины. Понятие передаточной функции в терминах теории управления справедливо только для линейной системы (системы, описываемой линейными уравнениями).

Передаточные функции представляем следующим образом:

$$y_{\text{вых}}(S) = W(S)y_{\text{вх}}(S) \text{ или } W(S) = \frac{y_{\text{вых}}(S)}{y_{\text{вх}}(S)}. \quad (5.4)$$

Здесь $y_{\text{вых}}(S)$, $y_{\text{вх}}(S)$ – изображения по Лапласу входных и выходных величин; $W(S)$ – изображение по Лапласу зависимости между ними; S – оператор преобразования Лапласа.

Графическое изображение выражений (5.4) имеет вид



Для механических систем, как правило, входными величинами (воздействиями) являются силы или множество сил, а выходными перемещения или их производные.

Структурная схема системы. Графическое изображение уравнений, описывающих движение в системе в той или иной форме. Из рассмотрения дальнейших простейших примеров приведенные положения понятны даже читателю, никогда не знакомившемуся с основами теории управления. Рассмотрим простейшие примеры механического движения, их описания и представления.

Системы с одной степенью подвижности

Груз массой m , скрепленный пружиной с основанием, перемещается под действием движущей силы F_d при некоторой силе сопротивления F_B . На рис. 5.10, а приведена принципиальная схема системы.

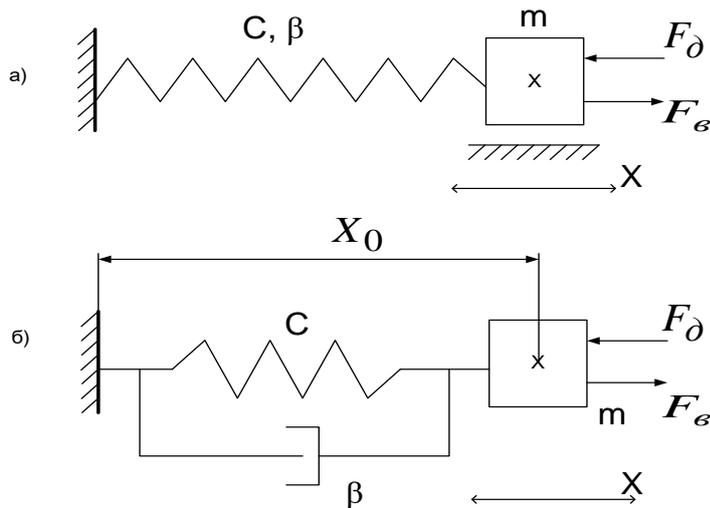


Рис. 5.10. Принципиальная (а) и расчетная (б) схемы механической системы с одной поступательной степенью подвижности: c и β – коэффициенты жесткости и внутреннего трения (демпфирования) пружины; x – координата перемещения

На рисунке приведена так называемая расчетная схема, на которой отражаются только те компоненты, которые будут отражены в описании системы. Из рассмотрения рис. 5.10, б видно, что мы пренебрегли по тем или иным соображениям силой трения перемещаемой массы об основание за счет силы тяжести предмета.

В соответствии с приведенными выше положениями и рис. 5.10 уравнение равновесия тела будет иметь вид

$$F_u + F_c + F_y + F_B - F_d = 0 \quad (5.5)$$

или

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = F_d - F_B. \quad (5.6)$$

Введем в рассмотрение оператор дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$, тогда

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = px; \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = p^2x. \quad (5.7)$$

С учетом (5.6) выражение (5.5) будет иметь вид

$$mp^2x + \beta px + cx = F_d - F_B \quad (5.8)$$

Неоднородное линейное дифференциальное уравнение (5.8) может быть решено относительно переменной x путем двукратного интегрирования при соответствующих начальных условиях. Процесс решения уравнения (5.8) можно изобразить в виде структурной схемы (рис. 5.11).

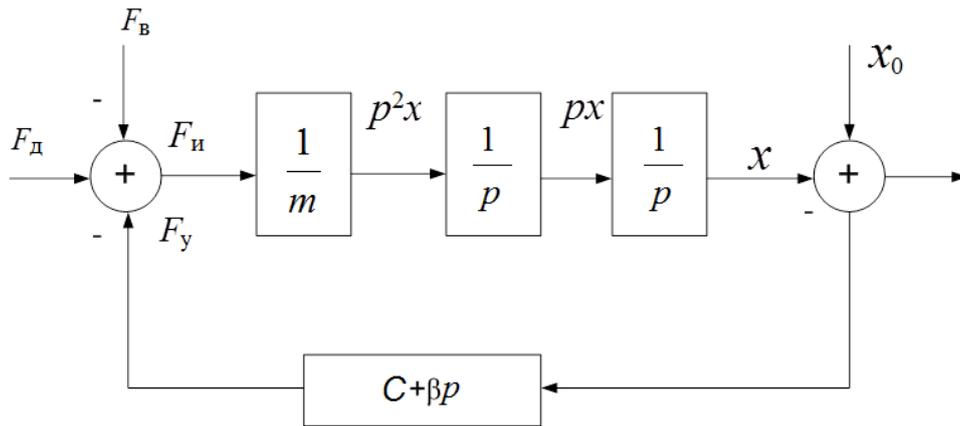


Рис. 5.11. Структурная схема механической системы с одной поступательной степенью подвижности: x_0 – начальное положение объекта; $x_0 - x$ – упругая деформация; $1/p$ – интегратор

Знак суммирования \oplus со входами и выходом отражает соотношение:

$$F_u = F_d - F_y - F_B, \quad (5.9)$$

соответствующее выражению (5.5). В выражении (5.9) $F_y = (x_0 - x) \times (c + \beta p) = F_c + F_\beta$.

Передаточная функция системы всегда записывается только между одним входным и одним выходным сигналом даже при наличии в системе нескольких входных и выходных сигналов (принцип суперпозиции). Исходя из этого для написания передаточной функции системы, структурная схема которой приведена на рис. 5.11, например, между входным воздействием F_d и выходной координатой x следует положить $F_B = x_0 = 0$. Тогда передаточная функция этой системы будет иметь вид

$$W(S) = \frac{X(S)}{F_d(S)} = \frac{W_{\text{п}}}{1 + W_{\text{п}}W_{0,c}} = \frac{\frac{1}{mS^2}}{1 + \frac{c + \beta S}{mS^2}} = \frac{1}{mS^2 + \beta S + c} = \frac{k}{T_1^2 S^2 + 2\xi T_1 S + 1}, \quad (5.10)$$

где $W_{\text{п}}$ – передаточная функция прямой цепи системы; $W_{0,c}$ – передаточная функция цепи обратной связи; T_1 – постоянная времени системы, определяемая соотношением $T_1 = \sqrt{mc^{-1}}$. Величина $f = T_1^{-1}$ – собственная частота колебаний массы m на пружине жесткостью c ; ξ – показатель затухания колебаний, вызванного рассеиванием энергии вследствие внутреннего трения ($\xi = 0,5\beta\sqrt{c \cdot m^{-1}}$); S – оператор преобразования Лапласа, переводящий систему из области оригиналов (вре-

менной области) в область изображений. В рассматриваемых случаях $S \equiv P$; $k_1 = c^{-1}$.

При исследовании реакции системы на внешние возмущения (усилие F_B) следует положить $F_D = 0$. Полученная передаточная функция будет аналогична выражению (5.10).

На рис. 5.12 приведены принципиальная и расчетная схемы системы с одной вращательной степенью подвижности.

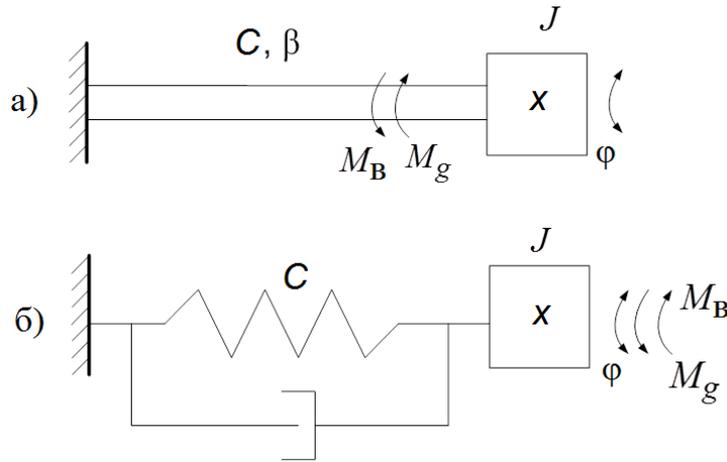


Рис. 5.12. Принципиальная (а) и расчетная (б) схемы системы с одной вращательной степенью подвижности (крутильное колебание вала с инерционной нагрузкой на его конце)

Методика составления уравнений движения для такой системы аналогична приведенному выше примеру; также совпадает и структурная схема (рис. 5.13).

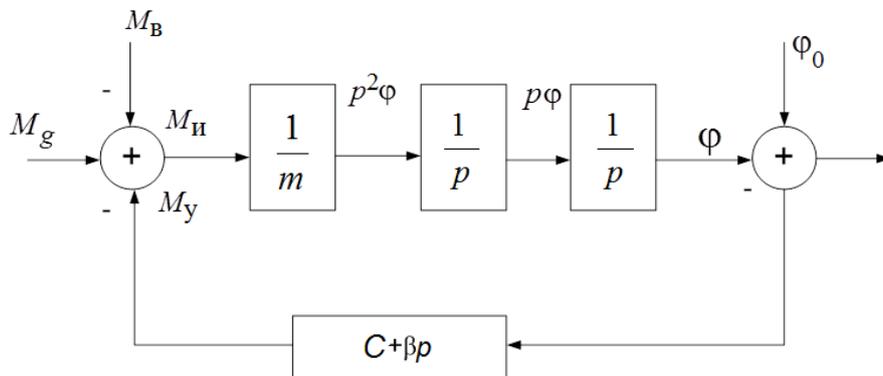


Рис. 5.13. Структурная схема механической системы с одной вращательной степенью подвижности

Передаточная функция данной системы будет иметь вид

$$W(s) = \frac{k_2}{T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1}, \quad (5.11)$$

где $k_2 = c^{-1}$; $T_2 = \sqrt{J \cdot c^{-1}}$; $\xi_2 = 0,5\beta \sqrt{c \cdot J^{-1}}$.

Рассмотрим механизм, имеющий две степени подвижности, например, две инерционные разгрузки с моментами инерции J_1 и J_2 , соединенные упругим валом с коэффициентами жесткости c и демпфированием β (рис. 5.14).

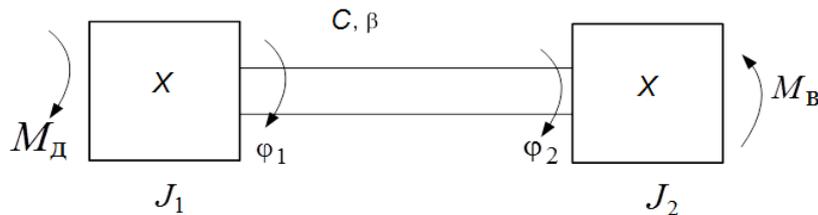


Рис. 5.14. Принципиальная схема механической системы с двумя вращательными степенями подвижности

К концам вала приложены движущий момент M_d и внешний момент нагрузки M_b .

На рис. 5.15 изображена расчетная схема данной механической системы.

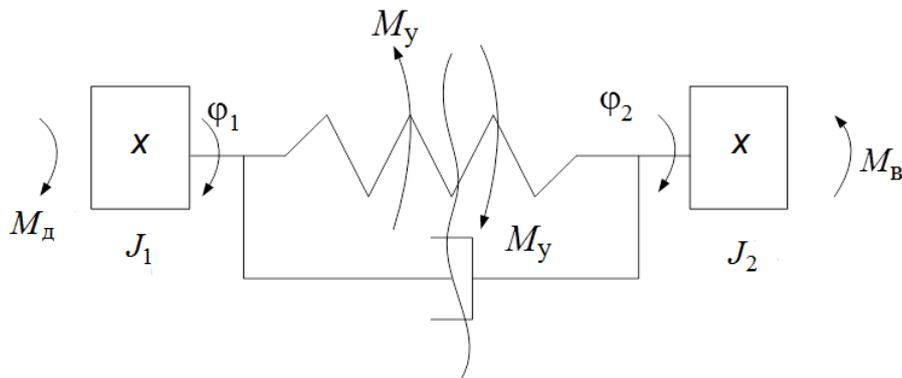


Рис. 5.15. Расчетная схема механической системы с двумя вращательными степенями подвижности

Для составления уравнений движения необходимо условно рас-сечь данную систему на две подсистемы (воспользоваться правилом сечений) в месте упругого соединения инерционностей, заменив действие подсистем друг на друга моментом упругих сил M_y . Уравнения движения такой системы будут иметь вид

$$\begin{cases} M_d = J_1 p^2 \varphi_1 + M_y, \\ M_y = J_2 p^2 \varphi_2 + M_B, \\ M_y = (c + \beta p)(\varphi_1 - \varphi_2). \end{cases} \quad (5.12)$$

В соответствии с уравнениями (5.12) на рис. 5.16 приведена структурная схема механизма с двумя вращательными степенями подвижности.

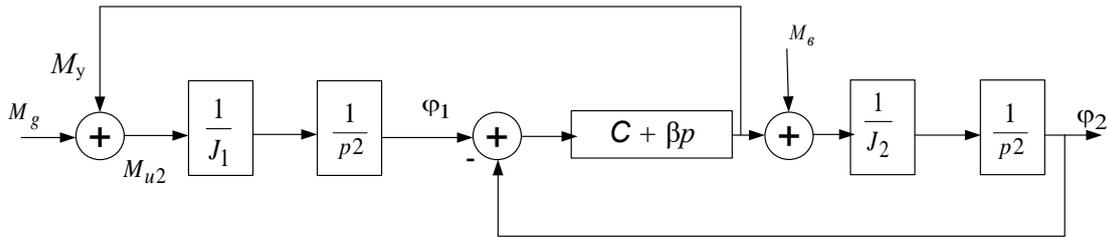


Рис. 5.16. Структурная схема механической системы с двумя степенями подвижности

Поскольку пакет моделирования SIMULINK ориентирован на представление систем в виде структурных схем, передаточную функцию для системы, описанной выше, приводить не будем, хотя ее составление не представляет трудностей.

Несколько усложним задачу. На рис. 5.17 представлена схема механизма перемещения (подъема) груза.

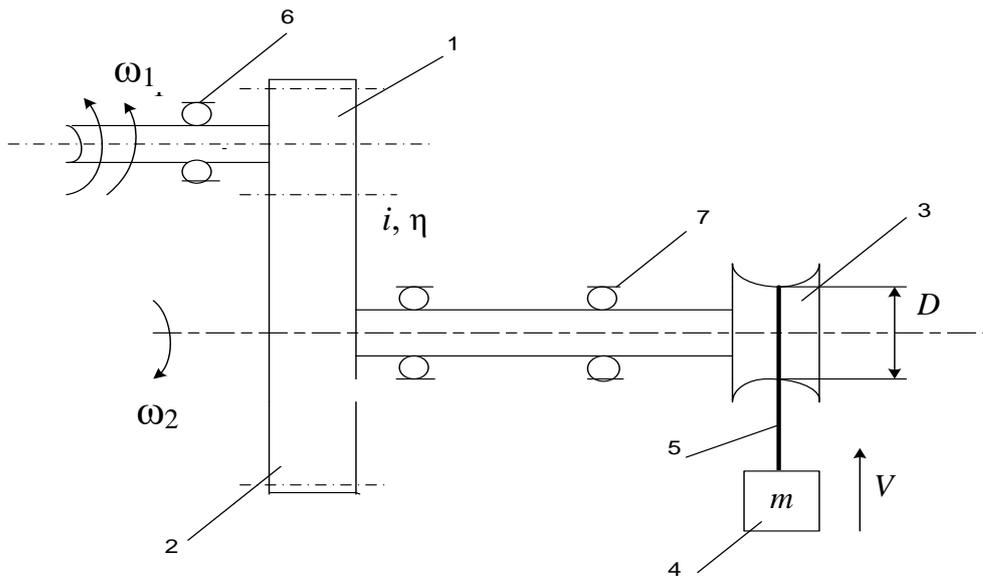


Рис. 5.17. Схема механизма перемещения груза

Механизм состоит из входного вала – шестерни 1 и выходного вала – шестерни 2, на свободный конец которого насажен шкив 3. На шкиве закреплен трос 5, с помощью которого поднимается груз 4, имеющий массу m , со скоростью V . Валы установлены в подшипниках 6 и 7 и вращаются с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 ; к входному валу приложен движущий момент M_d .

Прежде чем составлять математическую модель любого механизма, необходимо изучить все его особенности: определить величины коэффициентов жесткости и демпфирования конструктивных элементов, их массы или моменты инерции; рассчитать величины внешних силовых воздействий. После этого следует обосновать пренебрежения (возможность неучета) тех или иных факторов и на этом основании составить расчетную схему механизма.

Предположим, что в механизме на рис. 5.17. наибольшая деформация имеет место в зубчатом зацеплении, а деформацией других конструктивных элементов можно пренебречь. Тогда расчетную схему механизма можно представить в виде «двухмассовой» модели с двумя степенями подвижности (рис. 5.18). Здесь перекрещенным прямоугольником условно обозначена редукция угловой скорости вращения валов с передаточным числом i и коэффициентом полезного действия η .

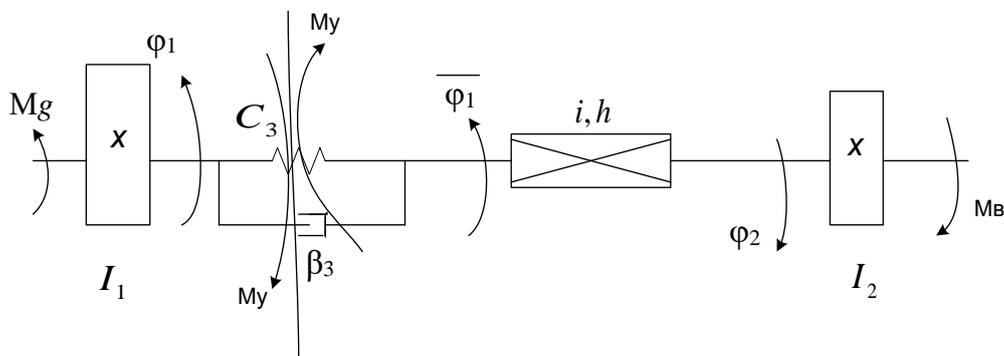


Рис. 5.18. Расчетная схема механизма перемещения груза

Инерционности выходного вала-шестерни, шкива и груза приведены к инерционности J_2

$$J_2 = J_{B_2} + J_{\text{шк}} + 0,25 mD^2,$$

а момент внешних сил

$$M_B = 0,5mgD,$$

где g – ускорение свободного падения.

Воспользуемся правилом сечений и условно разобьем рассматриваемую систему на две подсистемы как показано на рис. 5.18. Тогда уравнения движения механизма будут иметь вид:

$$\begin{cases} M_g = J_1 p^2 \varphi_1 + M_y, \\ \frac{M_y \cdot i}{\eta} = J_2 p^2 \varphi_2 + M_B, \\ M_y = (c_3 + \beta_3 p)(\varphi_1 - \bar{\varphi}_1), \\ \bar{\varphi}_1 = i \cdot \varphi_2, \end{cases} \quad (5.13)$$

где c_3 и β_3 – коэффициенты жесткости и демпфирования в зацеплении. На рис. 5.19 изображена структурная схема механизма.

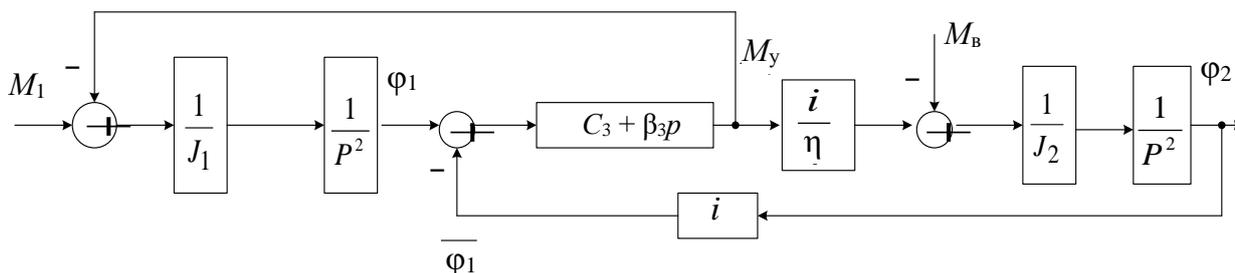


Рис. 5.19. Структурная схема механизма перемещения груза

При составлении математической модели какого-либо механизма естественно стремление учесть как можно большее количество факторов, влияющих на его динамику (в особенности на первой стадии накопления опыта моделирования). Разумное (обоснованное) упрощение модели – ключевая задача моделирования как искусства. Важно выявить основные, наиболее существенные стороны объекта и абстрагироваться от несущественных. В то же время существует определенное правило упрощения, заключающееся в следующем.

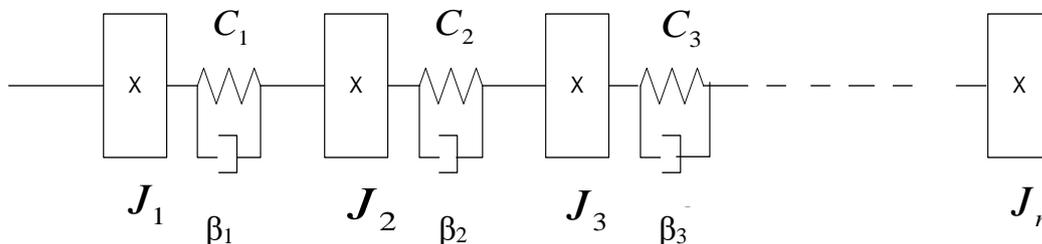


Рис. 5.20. Расчетная схема многомассовой системы

Если вы представили исследуемую систему в виде многомассовой модели, например n -массовой (рис. 5.20), то следует проанализи-

ровать парциальные (собственные) частоты колебаний отдельных упругосоединенных масс по выражению

$$f_{ci} = \sqrt{c_i \cdot J_{i+1}^{-1}}; i = \overline{1, n}, \quad (5.14)$$

где f_{ci} – собственная частота i -й парциальной системы.

Если в результате расчета собственные частоты некоторых подсистем будут на порядок и более выше частот других подсистем, то упругостью связей таких подсистем можно пренебречь. Например, если $f_{c1} = 2$ Гц, а $f_{c2} = 30$ Гц, то упругостью c_2 можно пренебречь, а инерционности J_1 и J_2 объединим в одну инерционность их суммированием. Если объединение инерционностей осуществляется через редукцию скорости с передаточным числом i , то приведение инерционности к входному валу от выходного следует выполнять по выражению $J_{пр} = J \cdot i^{-2}$, а в обратном направлении – $J_{пр} = J \cdot i^2$.

Как показывает опыт моделирования, приведение произвольной системы к двух-трехмассовой вполне оправдано, поскольку многомассовость приводит к значительному возрастанию порядка решаемых дифференциальных уравнений и как следствие снижению точности расчетов.

В различных механизмах зачастую значительно проявляются силы трения. Силы жидкостного трения, пропорциональные скорости

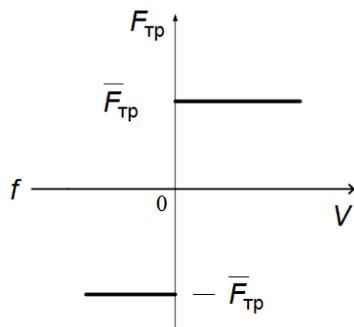


Рис. 5.21. График зависимости $F_{тр} = f(V)$

движения, как правило, имеют небольшую величину и их можно не учитывать (учет указанных сил тривиален и сводится к изменению величины коэффициента β в уравнениях). Силы сухого трения могут достигать значительных величин в направляющих скольжения, подшипниках скольжения, узлах перемещения рабочих органов. В общем случае сила трения зависит от многих факторов (температуры, качества поверхностей, твердости материала и других), но в практических расчетах ее можно представить в виде нелинейной зависимости от знака скорости (рис. 5.21).

Характеристика трения, приведенная на рисунке, описывается следующими уравнениями:

$$F_{тр} = \begin{cases} \overline{F_{тр}} \operatorname{Sgn} V \quad \forall |V| \neq 0, \\ F_e \equiv V = 0, \end{cases} \quad (5.15)$$

где Sgn – оператор Signum (лат.) знак; \forall – квантор общности (для всех значений); F_e – сумма всех сил, действующих на механизм при $V = 0$.

Если исследуется движение механизма на малых скоростях, то характеристику сухого трения следует представить в виде рис. 5.22.

Отрицательный наклон в кусочно-линейной характеристике отражает тот факт, что при скорости движения, близкой к нулю, величина силы трения возрастает. Характеристика силы трения на рис. 5.22 описывается выражениями

$$F_{\text{тр}} = \begin{cases} F_{\text{тр}} Sgn V \forall |V| \geq V_1, \\ [\bar{F}_{\text{тр}} + k|V_1 - V|] Sgn V \forall 0 < V < V_1, \\ F_e \equiv V = 0, \end{cases} \quad (5.16)$$

где k – коэффициент наклона характеристики трения.

Другим нелинейным эффектом, имеющим место в механизмах, является люфт.

Предположим, что в механизме перемещения груза, приведенном на рис. 5.17, в зубчатом зацеплении имеется люфт. Расчетная схема механизма с наличием люфта приведена на рис. 5.23.

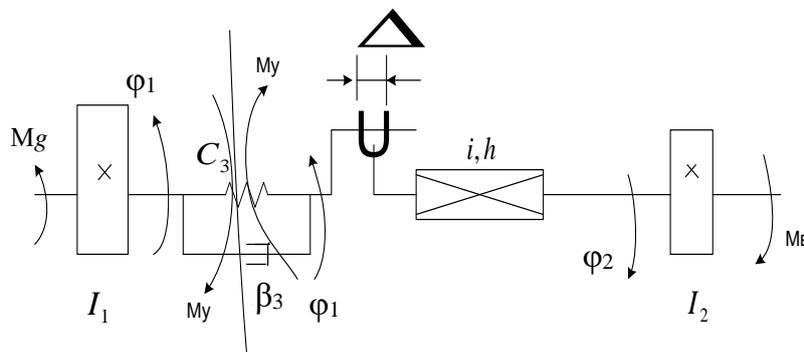


Рис. 5.23. Расчетная схема механизма с учетом люфта

В отличие от схемы механизма на рис. 5.18 схема на рис. 5.23 содержит элемент (вилку) условно обозначающий наличие в передаче люфта величиной Δ . На рис. 5.24 представлена структурная схема механизма с учетом люфта и сухого трения на выходном звене (например, трение перемещаемого груза по направляющим) в виде (5.15).

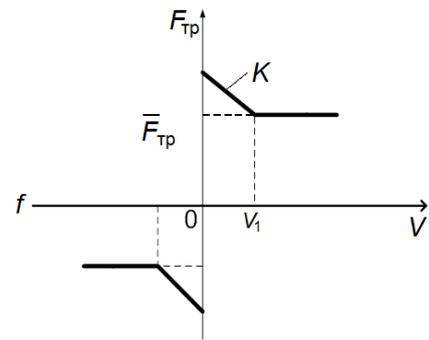


Рис. 5.22. График зависимости $F_{\text{тр}} = f(V)$ при исследовании движения на малых скоростях

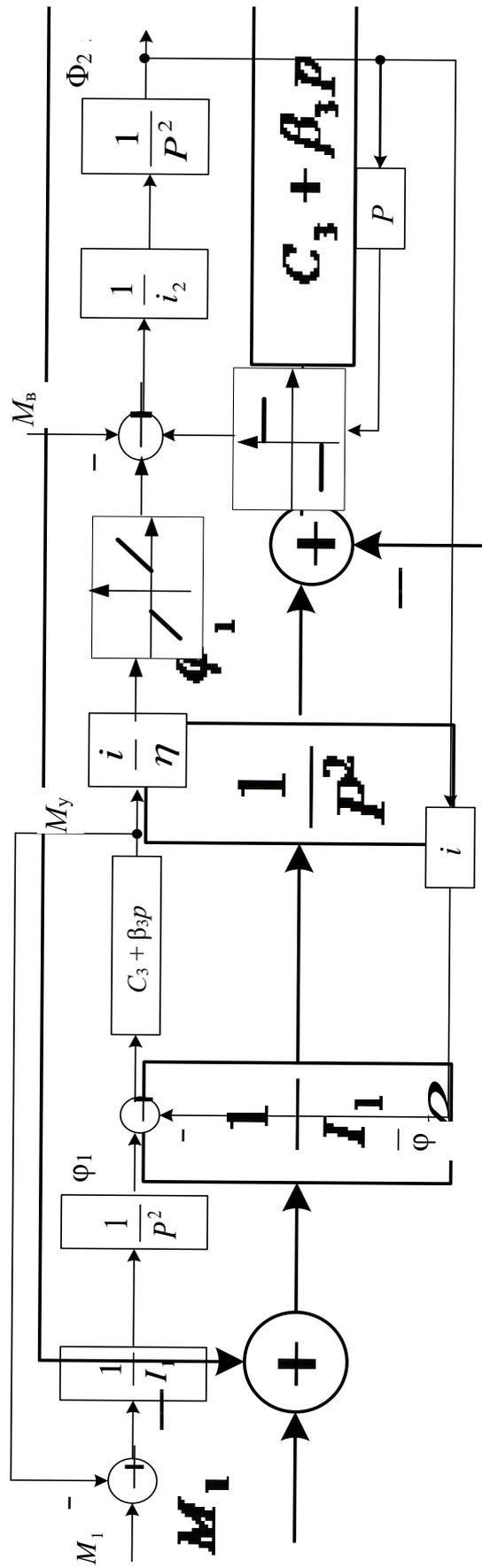


Рис. 5.24. Структурная схема с учетом люфта и сухого трения

Контрольные вопросы и задания

1. Какие типовые структуры модулей движения в робототехнике вам известны?
2. Привести кинематическую схему модуля поступательного перемещения звена робота.
3. Дать кинематическую схему модуля вращательного движения звена робота.
4. Какой привод считается «прямым»; каковы его достоинства и недостатки?
5. Как устроен и работает линейный электродвигатель?
6. Привести пример конструкции современного мехатронного модуля.
7. В чем заключается задачи моделирования механической системы модулей движения?
8. Построение модели механической системы с одной степенью подвижности.
9. Построение модели механической системы с двумя степенями подвижности.
10. Построение модели механической системы с учетом нелинейностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрены вопросы структурного построения и функционального комплексирования манипуляционных систем многофункциональных роботизированных технологических центров. Предложены методика согласования параметров в манипуляционной исполнительной системе с параллельными манипуляторами и распределения параметров в исполнительных кинематических цепях роботов с последовательными манипуляторами, а также метод геометрического синтеза исполнительных кинематических цепей манипуляторов технологических роботов.

В книге представлены динамические модели исполнительных систем манипуляторов; приведен пример построения компьютерной модели, даны типовые структуры модулей движения и их мехатронные решения и методика построения динамических моделей механической системы модулей движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Макаров, В. М. Комплексируемые обрабатывающие системы / В. М. Макаров // Ритм. – 2011. – № 6 (64). – С. 20 – 23.

2. Умнов, В. П. Комплексируемые манипуляционная исполнительная системы роботизированных технологических центров гибридной обработки / В. П. Умнов, И. Н. Егоров, С. В. Молостов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – С. .

3. Афонин, В. Л. Обрабатывающее оборудование на основе механизмов параллельной структуры / В. Л. Афонин, П. В. Подзоров, В. В. Слепцов. – М. : Изд-во МГТУ «Станкин», 2006. – 449 с. – ISBN 5803703567.

4. Власенков, А. В. Геометрический синтез кинематической структуры манипуляционных систем технологических роботов и роботов-станков / А. В. Власенков, В. П. Умнов, А. А. Петров // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2011. – № 2. – С. 123 – 125.

5. Егоров, И. Н. Многофункциональные манипуляционные исполнительные системы роботизированных технологических центров / И. Н. Егоров, В. П. Умнов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2012. – № 2. – С. 111 – 115.

6. Селиванов, С. Г. Инноватика : учеб. для вузов / С. Г. Селиванов, М. Б. Гузаиров, А. А. Кутин. М. : Машиностроение, 2008. – 721 с. – ISBN 978-5-217-03399-7.

7. Умнов, В. П. Обеспечение минимального взаимовлияния звеньев в манипуляционных исполнительных системах роботов с вращательными кинематическими парами / В. П. Умнов, А. В. Власенков, А. А. Петров // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2011. – № 1. – С. 67 – 70.

8. Власенков, А. В. Определение геометрических характеристик манипуляционных систем технологических роботов и роботов-станков / А. В. Власенков, В. П. Умнов, А. А. Петров // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2011. – № 2. – С. 123 – 125.

9. Умнов, В. П. Взаимосвязь компонентов и структурная модель манипулятора оптики лазер-робота / В. П. Умнов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2011. – № 3. – С. 46 – 52.

10. Конструирование мехатронных модулей : метод. указания по курсовому проектированию / сост.: А. В. Астафьев, А. В. Власенков, В. П. Умнов. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2011. – 44 с.

11. Умнов, В. П. Построение систем статической моментной разгрузки в манипуляционных роботах с замкнутыми кинематическими цепями / В. П. Умнов, С. В. Молостов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2012. – № 4. – С. 108 – 111.

12. Пат. 2496037 Российская Федерация, МПК F 16 F 15/10. Устройство для уравнивания моментов в поворотных механизмах / Умнов В. П. [и др.] ; заявители и патентообладатели ФГОУ ВПО «Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых ; ОАО НИПТИ «Микрон». – № 2012115035 / 11 ; заявл. 16.04.2012; опубл. 20.10.2013, Бюл. № 29.

13. Умнов, В. П. Управление и моделирование движения многокоординатного комплексированного исполнительного устройства лазер-робота / В. П. Умнов, И. Н. Егоров, С. В. Молостов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6. – С. 13 – 18.

14. Умнов, В. П. Распределение параметров в исполнительной кинематической цепи комплексированной манипуляционной системы роботов для обработки крупногабаритных объектов / В. П. Умнов, И. Н. Егоров // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11. Ч. 9. – С. 1921– 1925.

15. *Они же.* Реализация режима «ЛОСК» в электромеханических исполнительных системах роботов с «прямым» приводом / В. П. Умнов, И. Н. Егоров // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6. – С. .

16. Потемкин, В. Г. Система Matlab : справ. пособие / В. Г. Потемкин. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 997. – 350 с. – ISBN 5-86404-100-9.

17. Автоматизированный электропривод / под общ. ред. Н. Ф. Ильинского, М. Г. Юнькова. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 544 с. – ISBN 5-283-00572-0.

18. Дьяконов, В. П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения / В. П. Дьяконов. – М. : СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с. – ISBN 5-98003-206-1.

19. *Он же*. Simulink 5/6/7: самоучитель / В. П. Дьяконов. – М. : К-Пресс, 2008. – 784 с. – ISBN 978-5-94074-423-8.

20. Фу, К. Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли. – М. : Мир, 1989. – 624 с. – ISBN 5-02-034439-7.

21. Подураев, Ю. В. Принципы построения и современные тенденции развития мехатронных систем / Ю. В. Подураев, В. С. Кулешов // Мехатроника. – 2000. – № 1. – С. 5 – 15.

Учебное издание

УМНОВ Владимир Павлович

ПОСТРОЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ
МАНИПУЛЯЦИОННЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ
МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РОБОТИЗИРОВАННЫХ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ

Учебное пособие

Редактор А. П. Володина
Технический редактор С. Ш. Абдуллаева
Корректор
Компьютерная верстка Е. А. Герасиной

Подписано в печать 28.12.16.
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 6,98. Тираж 50 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.