### Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение Высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

Кафедра Тепловые двигатели и энергетические установки

# А.А. Гаврилов

Конспект лекций по дисциплине «Моделирование процессов в поршневых двигателях»

для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению 13-04-03 - Энергомашиностроение

## 1-я лекция (2 часа).

Общие сведения о моделировании. Цели и области исследований с помощью моделей. Виды и классификация моделей. Физические и математические модели. Роль теорий подобия и размерностей.

Моделью обычно называют мысленное или материальное отображение явлений или свойств определенного объекта. Другими словами, модель- это образ, описание, структура или материальное тело, которые воспроизводят с той или иной мерой сходства явление или объект [12].

По способу воспроизведения (отображения).модели можно разделить на мысленные, абстрактно-материальные, материальные и абстрактные.

К мысленным моделям относятся те модели, с помощью которых в сознании человека создается образ явления или объекта.

К материальным моделям относятся специально созданные объекты, которые могут замещать исследуемый объект в той мере, в какой они соответствуют ему. Для определения этого соответствия используются основные положения «Теории подобия». Материальная модель должна обеспечивать получение новой информации об исследуемом объекте или явлении.

Абстрактно-материальные модели являются промежуточными между мысленными и материальными. К ним относятся чертежи, графики, знаки и т.п. Абстрактно-материальные модели носят условный характер и, несмотря на свою материальность, не могут самостоятельно замещать объект с целью получения о нем новой информации.

К абстрактным моделям относятся математические модели, которые подробно будут рассмотрены в последующих лекциях.

Перечисленные модели обычно разбивают на более конкретные виды. Модель всегда приближенно отображает объект или явление.

### 2-я лекция (2 часа).

Принципы и последовательность разработки математических моделей: расчётные схемы, принятие допущений, выбор методов математического описания процессов (объектов), выбор метода оптимизации. Оценка адекватности модели.

#### 3-я лекция (2 часа).

Разработка и оформление программы расчета. Тестирование программ. Особенности моделирования процессов в поршневых двигателях. Краткие сведения о существующих отечественных и зарубежных программных комплексах.

Базовая математическая модель включает системы уравнений термодина-мических процессов, уравнения баланса энергии, сохранения массы, состояния и эмпирические зависимости. При описании массовых и тепловых потоков приняты индексы: c - цилиндр; s - впускной, а p - выпускной трубопроводы.

Наиболее информативным параметром, по которому можно оценивать адекватность модели преобразования теплоты в механическую работу в цилиндре, является давление рабочего тела. В течение цикла величина его зависит от изменения объёма внутри цилиндрового пространства (далее — текущего объёма) V, изменения массы рабочего тела при газообмене  $M_c$ , подвода теплоты, выделившейся при сгорании топлива  $Q_x$ , теплообмена со стенками внутрицилиндрового пространства (далее - теплообмена)  $Q_w$  и др. факторов. Для целенаправленного совершенствования процессов с целью повышения работы цикла необходимо иметь представление о степени влияния каждого из факторов на давление рабочего тела в цилиндре.

Зависимость давления рабочего тела в цилиндре от указанных выше факторов описывается функцией  $p_c = f(V, M_c, Q_x, Q_w)$ , (1)

производная которой по времени  $d\tau$  представляет сумму частных производных:

$$\frac{dp_c}{d\tau} = \frac{\partial p_c}{\partial V} \frac{dV}{d\tau} + \frac{\partial p_c}{\partial M_c} \frac{dM_c}{d\tau} + \frac{\partial p_c}{\partial Q_x} \frac{dQ_x}{d\tau} + \frac{\partial p_c}{\partial Q_w} \frac{dQ_w}{d\tau}.$$
 (2)

Использование уравнения (2) позволяет получить результаты для оценки вклада в изменение давления рабочего тела в цилиндре в течение цикла от каждого из четырёх факторов  $(V, M_c, Q_x, Q_w)$ .

В дальнейшем будет использоваться условная запись уравнения (2) в виде 
$$dp_c/d\tau = \left(dp_c/d\tau\right)_{V\,\text{var}} + \left(dp_c/d\tau\right)_{M_c\,\text{var}} + \left(dp_c/d\tau\right)_{O_v\,\text{var}} + \left(dp_c/d\tau\right)_{O_w\,\text{var}}. \tag{3}$$

### 4-я лекция (2 часа).

Моделирование в цилиндре процессов  $\,$  газообмена и  $\,$  сжатия (в дизеле, бензиновом и газовых двигателях).

На результаты расчета цикла газового двигателя существенное влияние оказывает элементарный состав применяемого топлива. Статистика показывает большую зависимость его от места добычи исходного сырья и технологии производства [10]. В табл. 1 приведены ориентировочные данные по элементарному составу 10-ти газовых топлив (доли  $\delta_i$  десяти основных элементов: СН4 - метан; С2Н6 - этан; С3Н8 – пропан; С4Н10 – бутан; СпНт - тяжелые углеводороды; Н2 – водород; СО - оксид углерода; N2 – азот; СО2 - диоксид углерода; О2 - кислород)

Таблица 1

| $N_{\underline{0}}$ | Состав        | CH4    | C2H6   | C3H8   | C4H10  | CnHm | Hu,      |
|---------------------|---------------|--------|--------|--------|--------|------|----------|
|                     | Газ           | H2     | CO     | N2     | CO2    | O2   | кДж/м³   |
| 1                   | Сжатый        | 0,91   | 0,0296 | 0,0017 | 0,0055 | -    | 35797.0  |
|                     | природный     | 0,0014 | 0,0014 | -      | -      | -    |          |
| 2                   | Пропан        | 0,04   | -      | 0,9    | 0,06   | -    | 88476,2  |
|                     | Автомобильный | -      | -      | -      | -      | -    |          |
| 3                   | Пропан-бутан  | -      | -      | 0,5    | 0,5    | -    | 102127,3 |
|                     | Автомобильный | -      | -      | -      | -      | -    |          |
| 4                   | Этан-пропан   | -      | 0,09   | 0,85   | 0,06   | -    | 87700,2  |

|    | автомобильный   | -     | -     | -     | -     | -     |          |
|----|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 5  | Водяной         | -     | -     | -     | -     | -     | 11807,42 |
|    |                 | 0,5   | 0,5   | -     | -     | -     |          |
| 6  | Генераторный    | 0,03  | -     | -     | -     | 0,004 | 6494,5   |
|    | из торфа        | 0,15  | 0,28  | 0,464 | 0,07  | 0,002 |          |
| 7  | Генераторный из | 0,036 | -     | ı     | -     | -     | 5136,94  |
|    | древесных чурок | 0,144 | 0,18  | 0,54  | 0,09  | 0,01  |          |
| 8  | Генераторный из | 0,009 | -     | ı     | -     | -     | 4713,75  |
|    | древесного угля | 0,092 | 0,262 | 0,595 | 0,037 | 0,005 |          |
| 9  | Синтезгаз       | 0,52  | -     | ı     | -     | 0,034 | 22207,0  |
|    |                 | 0,09  | 0,11  | 0,246 | -     | -     |          |
| 10 | Светильный      | 0,162 | -     | -     | -     | 0,08  | 18017,0  |
|    |                 | 0,278 | 0,202 | 0,222 | 0,05  | -     |          |

Разнообразие элементарного состава газовых топлив оказывает соответствующее влияние на их плотность и параметры топливо-воздушной смеси. Плотность газового топлива вычисляется по уравнению

$$\rho_{gsz} = \rho_a \sum_{j=1}^{i=10} \delta_j \, \overline{\partial}_j \,,$$

где  $\rho_a$  – плотность воздуха при условиях сравнения;  $\delta_j$  – доля j-го элемента в газовом топливе;  $\overline{\partial}_j$  – отношение плотности j –го элемента в газовом топливе к плотности воздуха.

Значения отношений  $\bar{\partial}_i$  приведены в табл. 2

Таблица 2

| J                                    | 1     | 2     | 3      | 4      | 5      | 6       | 7      | 8      | 9      | 10     |
|--------------------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|
| Элемент                              | CH4   | C2H6  | C3H8   | C4H10  | CnHm   | H2      | CO     | N2     | CO2    | O2     |
| $\overline{\overline{\partial}}_{j}$ | 0,554 | 1,048 | 1,5206 | 2,0042 | 2,0042 | 0,06952 | 0,9669 | 0,9673 | 1,5291 | 1,1053 |

Из табл. 1 также видно, что элементарный состав топлива существенно влияет на величину низшей теплоты сгорания  $H_{ug}$ , Дж/м³. Для газового топлива с достаточным приближением её можно рассчитать по уравнению [9]  $H_{ug} = (35,7\,CH_4+63,3\,C_2H_6+90,9\,C_3H_8+119,7\,C_4H_{10}+146,2\,C_nH_m+10,8\,H_2+12,8\,CO)10^6$ , где  $CH_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $C_3H_8$ ,  $C_4H_{10}$ ,  $C_nH_m$ ,  $H_2$ , CO- доли компонентов газового топлива (см. табл. 1).

Низшая теплота сгорания дизельного топлива  $H_{ud} = 42,5 \cdot 10^6 \, \text{Дж/кг}$ .

Принятие параметров, определяющих состав топливо-воздушной смеси, является важным этапом в подготовке и выполнении расчета цикла. Получение достоверных результатов зависит от правильного выбора значений удельного расхода газового топлива  $g_e$ ,  $m^3/(\kappa Bm \cdot u)$  и коэффициента избытка воздуха  $\alpha$ , с учетом стехиометрического значения  $\overline{m}_{teor}$ ,  $m^3$  возд. /  $m^3$  топл. Согласно статистике цикловая масса рабочего тела в цилиндре двигателя без наддува находится в диапазоне 0,9...1,05 грамм на 1 дм $^3$  рабочего объёма  $V_h$ , то есть

$$m_{cik} = \frac{g_e \, \rho_{gaz} \left( \alpha \, \overline{m}_{teor} + 1 \right)}{30 \, i \, n_e \, V_h} = 0.90...1,.05 \, \Gamma.$$

Поэтому, в первом приближении, для выбора параметров, определяющих состав газо-воздушной смеси, рекомендуется использовать соотношение

$$\alpha \overline{m}_{teor} g_e = (0,027...0,033) \frac{i n_e V_h}{N_e},$$

где  $N_e$ , кВт;  $\rho_{gaz}$  – плотность газа, кг/м³;  $\alpha$  – принятый коэффициент избытка воздуха; i – количество цилиндров в двигателе;  $n_e$  – частота вращения коленчатого вала, мин $^{-1}$ ;  $V_h$  – рабочий объём цилиндра, дм³. Размерность  $\overline{m}_{teor}$  и  $g_e$  должна быть одинаковой (в объёмных или массовых единицах).

В газовых двигателях с наддувом величина ориентировочной массы циклового заряда  $m_{cik}$  повышается в соответствии со степенью повышения давления  $\pi_k$ .

Основу математической модели процессов в цикле газового двигателя составляет математическая модель цикла поршневого двигателя с газотурбинным наддувом, работающего на бензине или дизельном топливе [1]. В данном описании дополнительно отмечены особенности, обусловленные большим различием состава газо-воздушной смеси, поступающей в цилиндры в процессе газообмена.

Для вывода уравнения, учитывающего изменение давления в цилиндре от объёма рабочего тела  $\left(\frac{dp_c}{d\tau}\right)_{V\,\text{var}} = \frac{\partial p_c}{\partial V} \frac{dV}{d\tau}$ , используется уравнение политропы

 $p \, V^k = const$ , где значение показателя k зависит от состава и процесса изменения состояния рабочего тела.

Производная определяется при постоянной массе рабочего тела  $M_c$  , отсутствии подвода теплоты и теплообмена  $Q_x = Q_w = 0$ 

$$V^{k} \frac{\partial p_{c}}{\partial V} \frac{dV}{d\tau} + k p_{c} V^{k-1} \frac{dV}{d\tau} = 0.$$

После преобразований

$$\frac{\partial p_c}{\partial V} = -\frac{k p_c}{V}, \text{ a} \qquad \left(\frac{dp_c}{d\tau}\right)_{V} = -\frac{k p_c}{V} \frac{dV}{d\tau}, \qquad (4)$$

где производная dV/d au вычисляется по уравнениям кинематики кривошипно-шатунного механизма  $\frac{dV}{d au} = \omega \, F_p \, R \bigg( \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2 \, \varphi \bigg). \ \, \text{В} \ \, \text{нём} \ \, \omega \, \text{-} \ \, \text{угловая}$  скорость;  $F_p$  - площадь поршня;  $\lambda = R/L$ ; R - радиус кривошипа; L - длина шатуна.

Уравнение для определения **второго** слагаемого в (3)  $\left(\frac{dp_c}{d\tau}\right)_{M_c \text{ var}} = \frac{\partial p_c}{\partial M_c} \frac{dM_c}{d\tau}$ , учитывающего изменение давления в цилиндре от изменения массы рабочего

тела в процессе газообмена, формируется при условии V = const и  $Q_x = Q_w = 0$ , то есть, за элементарный промежуток времени изменение давления обусловлено

только перемещением масс продуктов сгорания и свежего заряда между цилиндром и трубопроводами. Поэтому для определения частной производной  $\partial p_c/\partial M_c$  используется уравнение баланса приращений внутренних энергий

$$\frac{dU_c}{d\tau} = \frac{dU_p}{d\tau} + \frac{dU_s}{d\tau},\tag{5}$$

где  $U_c$  - внутренняя энергия рабочего тела в цилиндре;  $U_p, U_s$  - внутренние энергии продуктов сгорания и свежего заряда, участвующих в массообмене между выпускным и впускным трубопроводами. В процессе газообмена значения температуры T и удельной теплоёмкости  $c_v$  в формуле  $U=c_vTM$  зависят от направления перетекания рабочего тела между цилиндром и трубопроводами. Так как расход  $G=dM/d\tau$ , то обозначив расход продуктов сгорания - G, а свежего заряда -  $G_1$ , уравнение для приращения массы рабочего тела в цилиндре, учитывающее возможные перетекания его между цилиндром и трубопроводами принимает вид

$$dM_{c}/d\tau = -G_{cp} + G_{pc} - G_{cs} + G_{sc} + G_{1sc} - G_{1cs},$$
(6)

где  $G_{cp}, G_{pc}$  - расходы продуктов сгорания при их истечении в выпускной трубопровод и их возможном  $(p_P \succ p_c)$  возврате в цилиндр;  $G_{cs}, G_{sc}$  - расходы продуктов сгорания при забросе  $(p_c \succ p_s)$  во впускной трубопровод в период перекрытия клапанов и их возврате в цилиндр;  $G_{1sc}, G_{1cs}$  - расходы свежего заряда при впуске и обратном выбросе  $(p_c \succ p_s)$  рабочего тела из цилиндра во впускной трубопровод (в такте сжатия).

Левая часть (5) в виде  $\frac{dU_c}{d\tau} = \frac{d[(c_v)_c T_c M_c]}{d\tau}$ , с учётом уравнения состояния  $MT = p \ V/R$ , преобразуется к виду

$$\frac{dU_c}{d\tau} = \frac{(c_v)_c V}{R} \frac{dp_c}{d\tau}; \tag{7}$$

Составляющие правой части уравнения (5) с учётом (6) принимают вид:

$$\frac{dU_{p}}{d\tau} = \frac{\partial U_{cp}}{\partial M_{cp}} \frac{dM_{cp}}{d\tau} - \frac{\partial U_{pc}}{\partial M_{pc}} \frac{dM_{pc}}{d\tau} = \frac{\partial \left[ (c_{v})_{c} T_{c} M_{cp} \right]}{\partial M_{cp}} G_{cp} - \frac{\partial \left[ (c_{v})_{p} T_{p} M_{pc} \right]}{\partial M_{pc}} G_{pc}, \tag{8}$$

$$\frac{dU_{s}}{d\tau} = \frac{\partial \left[ (c_{v})_{c} T_{c} M_{cs} \right]}{\partial M_{cs}} G_{cs} - \frac{\partial \left[ (c_{v})_{s} T_{s} M_{sc} \right]}{\partial M_{sc}} G_{sc} + \frac{\partial \left[ (c_{v})_{s} T_{s} M_{1sc} \right]}{\partial M_{1sc}} G_{1sc} - \frac{\partial \left[ (c_{v})_{c} T_{c} M_{1cs} \right]}{\partial M_{1cs}} G_{1cs}.$$
(9)

После подстановки в (5) уравнений (7), (8), (9), приняв температуры  $T_c, T_p, T_s$  и удельные изохорные теплоёмкости  $(c_v)_c, (c_v)_p, (c_v)_s$  при истечении рабочего тела постоянными, после преобразований уравнение для определения изменения давления в цилиндре, вследствие изменения массы  $M_c$  при выпуске и впуске рабочего тела, имеет вид

$$\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_{M \text{ var}} = \frac{R}{(c_v)_c V} \left(-(c_v)_c T_c G_{cp} + (c_v)_p T_p G_{Pc} + (c_v)_s T_s \left(G_{sc} + G_{1sc}\right) - (c_v)_c T_c \left(G_{sc} + G_{1sc}\right)\right), \quad (10).$$

где R – газовая постоянная (Дж/(кг·град)); G, G<sub>1</sub> - расходы отработавшего газа и свежего заряда через клапаны в процессах выпуска и впуска (кг/с).

Начало процесса сгорания определяется углом задержки воспламенения смеси. В такте сжатия в момент подачи искры или начала впрыска дизтоплива, который определяется углом опережения зажигания (впрыска топлива)  $\Delta \phi_f$ °п.к.в. до ВМТ, вычисляется угол (время) задержки воспламенения смеси  $\phi_i$  по формуле, разработанной на кафедре ТД и ЭУ ВлГУ [2] по материалам [3],

$$\varphi_i = 6n_e B_i \alpha w_p^{0.754} p_f^{0.242} T_f^{0.270} . \tag{11}$$

Вычисленное значение угла  $\varphi_i$  используется для определения начала резкого нарастания давления в цилиндре (начало подвода теплоты). В формуле (11)  $p_f, T_f$  - давление и температура рабочего тела в момент подачи искры;  $w_p$  – средняя скорость поршня;  $\alpha$  – коэффициент избытка воздуха;  $B_i$  – корректирующий коэффициент.

## 5-я лекция (2 часа).

Моделирование процессов смесеобразования, сгорания и расширения в двигателях с воспламенением топливо-воздушной смеси от искры и сжатия.

В двигателях с внутренним смесеобразованием и газодизелях, а именно, с впрыском топлива в цилиндр в такте впуска при искровом зажигании смеси или в такте сжатия в двигателях с воспламенением от сжатия, необходимо учитывать изменение массы рабочего тела в цилиндре в процессе впрыска топлива.

Сгорание топливовоздушной смеси в цилиндре двигателя — это быстро протекающий и очень сложный процесс. Существующие модели процесса сгорания топлива пока не могут с высокой степенью достоверности описать протекающие реакции и выделяющуюся при этом энергию. Однако, при исследовании циклов во многих случаях можно использовать более простые модели процесса сгорания топлива в цилиндре, которые при принимаемых допущениях должны обеспечивать получение результатов, удовлетворяющих целям исследования.

За основу модели процесса выгорания топлива в цилиндре приняты уравнения баланса энергии и характеристик тепловыделения [1, 4].

Для определения третьего слагаемого в (3) 
$$\left( \frac{dp_c}{d\tau} \right)_{Q_x \text{ var}} = \frac{\partial p_c}{\partial Q_x} \frac{dQ_x}{d\tau}$$

используется уравнение баланса энергии

$$Q_{x} = (U_{x} - U_{c1}) + p_{c} V, (12)$$

в котором:  $Q_x$  - количество теплоты, выделившейся при сгорании топлива, изменяется в соответствии с характеристикой тепловыделения (выгорания топлива) x (эмпирической или экспериментальной), т.е.  $Q_x = xQ_z$ , а приращение

$$\frac{dQ_x}{d\tau} = Q_z \frac{dx}{d\tau},\tag{13}$$

где  $Q_z$ - количество теплоты, выделившейся при сгорании цикловой дозы топлива;  $U_{c1}, U_x$ - внутренние энергии рабочего тела в цилиндре в начале подвода теплоты и в данный момент процесса сгорания. Величина приращения внут-

ренней энергии  $U_x$  –  $U_{c1}$  изменяется также в соответствии с характеристикой тепловыделения

$$\frac{d(U_x - U_{c1})}{d\tau} = (U_x - U_{c1})\frac{dx}{d\tau}.$$
 (14)

В конце процесса сгорания

$$Q_x = Q_z = \xi_z \left( H_u - \Delta H_u \right) m_f / M_1,$$

где  $\xi_z$  - коэффициент использования теплоты;  $H_u$  - низшая теплота сгорания топлива, Дж/кг;  $m_f$  - цикловая масса топлива, кг;  $M_1$  - масса свежего заряда;  $\Delta H_u$  - неполнота выгорания топлива ( в бензиновом и газовом двигателях при  $\alpha < 1$ , а в дизеле при  $\alpha < 1,3$ ) Дж/кг.

В газодизеле подведенная теплота равна сумме теплоты от сгорания газового топлива  $Q_{zg}$  и дизельного  $Q_{zd}$ 

$$Q_z = Q_{zg} + Q_{zd} \,.$$

Таким образом, производная для третьего слагаемого в уравнениях (2) и (3) с учётом уравнений (13) и (14) принимает вид

$$\left(\frac{dp_c}{d\tau}\right)_{Q_z \text{ var}} = \frac{1}{V} \left[Q_z - \left(U_x - U_{c1}\right)\right] \frac{dx}{d\tau}.$$
 (15)

где  $dx/d\tau$  - скорость выделения теплоты в процессе сгорания топлива.

Внутренние энергии рабочего тела в цилиндре газового двигателя в момент воспламенения топливо-воздушной смеси и в процессе её сгорания определяются с учетом содержания в рабочем теле продуктов сгорания, воздуха и топлива. Изменение состава рабочего тела в процессе сгорания происходит в соответствии со скоростью выгорания топлива  $dx/d\tau$  или  $dx/d\varphi$ .

Достоверные характеристики тепловыделения получают при обработке экспериментальных индикаторных диаграмм. При математическом моделировании процесса сгорания в газовом двигателе с зажиганием смеси от искры обычно используют эмпирическую закономерность выгорания топлива, которая описывается экспонентой [3, 4]

$$x = 1 - e^{-6.908 \left(\frac{\varphi_x}{\varphi_z}\right)^{m+1}},\tag{16}$$

где m - показатель характера сгорания;  $\phi_x/\phi_z$  – отношение текущего угла п.к.в.  $\varphi_x$  к продолжительности сгорания  $\varphi_z$  (является линейным). В двигателях с воспламенением от сжатия (газодизели) это отношение нелинейно. Поэтому отношение  $\phi_x/\phi_z$  целесообразно заменить отношением  $Q_{\phi} \phi_x/Q_z$ , где  $Q_{\phi}$  – значение теплоты, выделившееся за  $1^{\circ}$ п.к.в. или промежуток  $\Delta \phi$ . Принятие зависимости  $Q_{\phi} = f(\phi_x)$  позволяет корректировкой текущего значения подведенной теплоты  $Q_{\phi}$ , достигнуть более близкого совпадения расчетной и опытной характеристик тепловыделения x.

С учётом отмеченного, относительная доля теплоты, выделившейся к рассматриваемому моменту времени  $x = Q_x / Q_z$  в газодизеле (характеристика тепловыделения) вычисляется по уравнению

$$x = 1 - e^n \,, \tag{17}$$

 $x = 1 - e^n \,, \tag{17}$  где  $n = -6.908 \bigg( \frac{Q_{\phi d} \, \varphi_d + Q_{\phi g} \, \varphi_x}{Q_z} \bigg)^{m+1} \,; \ Q_{\phi d} \,, Q_{\phi g} \,-\,$  текущие количества теплоты, выде-

лившиеся при сгорании дозы дизельного топлива и газа за 1° п.к.в.;  $\phi_{\scriptscriptstyle d}, \phi_{\scriptscriptstyle x}$  – текущие углы п.к.в. выгорания дозы дизельного и газового топлив; m - показатель характера сгорания.

Скорость выделения теплоты  $dx/d\phi$  (выгорания топлива), а в данной модели доля теплоты, выделившейся за один градус поворота коленчатого вала,  $^{\mathrm{O}}\Pi$ .K.B.  $\Delta x = x_{\varphi} - x_{\varphi-1}$ .

При моделировании теплообмена между рабочим телом и стенками внутри цилиндрового пространства предполагается, что при этом изменяется тольэнергия рабочего тела. Исходное внутренняя  $Q_{_W} = \Delta U_{_C} = \Delta [(c_{_V})_{_C} T_{_C} M_{_C}] = \Delta [(c_{_V})_{_C} p_{_C} V/R]$  после дифференцирования преобразуется к виду

$$\left(\frac{dp_c}{d\tau}\right)_{Q_w \text{ var}} = \frac{\partial p_c}{\partial Q_w} \frac{dQ_w}{d\tau} = -\frac{R}{(c_v)_c} \frac{dQ_w}{d\tau} = -\frac{(k-1)}{V} \frac{dQ_w}{d\tau}.$$
(18)

Теплота, участвующая в теплообмене между рабочим телом и стенками внутрицилиндрового пространства вычисляется по формуле Ньютона-Рихмана  $Q_{w} = \alpha_{w} \Sigma [F_{cx} (T_{cx} - T_{vx})],$ 

где  $\alpha_{w}$  - коэффициент теплоотдачи;  $F_{cx}$  - площади поверхностей поршня, крышки цилиндра и зеркала цилиндра в данный момент времени;  $T_{cx}$  - текущая температура рабочего тела;  $T_{vx}$  - температуры соответствующих поверхностей внутрицилиндрового пространства.

> Температура рабочего тела в цилиндре на каждом элементарном промежутке времени определяется по уравнению состояния

$$T_c = p_c V / (RM_c). ag{19}$$

## 6-я лекция (2 часа).

Моделирование процессов в трубопроводах двигателей без наддува и с турбонаддувом

Для моделирования процессов в трубопроводах используются уравнения баланса энтальпий (энергий), производные от которых имеют вид:

- выпускной трубопровод 
$$\frac{dI_p}{d\tau} = \sum_{i=1}^i \left( \frac{dI_{cp}}{d\tau} - \frac{dI_{pc}}{d\tau} \right) - \frac{dI_{po}}{d\tau} + \frac{dE_p}{d\tau};$$
 (20)

- впускной трубопровод 
$$\frac{dI_s}{d\tau} = \sum_{j=1}^{i} \left( \frac{dI_{cs}}{d\tau} - \frac{dI_{sc}}{d\tau} - \frac{dI_{1sc}}{d\tau} + \frac{dI_{1cs}}{d\tau} \right) + \frac{dI_{1os}}{d\tau} + \frac{dE_s}{d\tau}, \quad (21)$$

где  $I_{p}, I_{cp}, I_{pc}, I_{po}$  - энтальпии газов в трубопроводе, выходящих из цилиндра, возвращающихся в цилиндр (если  $p_{\scriptscriptstyle p} > p_{\scriptscriptstyle c}$ ), выходящих из выпускного трубопровода в атмосферу (или турбину);

 $I_s, I_{cs}, I_{sc}, I_{lsc}, I_{los}$  - энтальпии рабочего тела во впускном трубопроводе, заброшенных из цилиндра продуктов сгорания, продуктов, возвратившихся обратно в цилиндр, свежего заряда, поступившего в цилиндр при впуске, вышедших из цилиндра в такте сжатия (обратный выброс), поступивших в трубопровод из атмосферы или компрессора;  $E_p, E_s$  - кинетические энергии потоков рабочего тела в трубопроводах, которые целесообразно учитывать при длине трубопроводов  $l_{TP} > 6 \, d_{TP}$ ; i,j - количество и номер цилиндров, подсоединённых к трубопроводу.

Подставив в (20) и (21) значения энтальпий, после дифференцирования и преобразований получим уравнения для приращений давлений рабочего тела в трубопроводах:

$$\frac{dp_{p}}{d\tau} = \frac{R}{V_{p}} \left( \sum_{j=1}^{i} \left[ \frac{(c_{p})_{c}}{(c_{p})_{p}} G_{cp} T_{c} \right] - \sum_{j=1}^{i} \left( G_{pc} T_{p} \right) - G_{po} T_{p} + \frac{E_{p}}{(c_{p})_{p}} \right); \tag{22}$$

$$\frac{dp_s}{d\tau} = \frac{R}{V_s} \left[ G_k T_k - \sum_{j=1}^i \left( G_{1sc} + G_{sc} \right) T_s + \frac{(c_p)_c}{(c_p)_s} \sum_{j=1}^i \left( G_{1cs} + G_{cs} \right) T_c + \frac{E_s}{(c_p)_s} \right], \tag{23}$$

где  $(c_p)_p, (c_p)_s$  - уделдьные изобарные теплоёмкости газов и свежего заряда;  $V_p, V_s$  - объёмы трубопроводов;  $G_k, T_k$  - расход и температура, определяющие значение энтальпии  $I_{los}$  свежего заряда, поступающего во впускной трубопровод из атмосферы (от нагнетателя);  $G_{po}$  - расхода газа в атмосферу (турбину), кг/с.

Приращение температур рабочего тела в трубопроводах вычисляется по уравнениям:

$$\frac{dT_P}{d\tau} = \frac{T_P R}{p_P(c_p)_p} \frac{dp_P}{d\tau}; \qquad (24)$$

$$\frac{dT_s}{d\tau} = \frac{T_s R}{p_s(c_p)_s} \frac{dp_s}{d\tau}.$$
 (25)

Уравнения (4, 6, 7, 10, 11, 15, 17, 18, 22, 23, 24, 25) составляют основу квазистационарной математической модели цикла поршневого двигателя. Система дифференциальных уравнений решается методом Эйлера.

Для перехода к производной по углу поворота коленчатого вала  $dp/d\varphi$ , более удобной при моделировании процессов в поршневом двигателе, используется зависимость  $d\varphi = \omega d\tau = 6 \, n_d \, d\tau$ , где  $\omega = d\varphi/d\tau = 6 \, n_d$  - угловая скорость, °n.к.в./c;  $n_d$  - частота вращения вала, мин  $^{-1}$ .

Приращение кинетической энергии движущегося по трубопроводу рабочего тела связано с расходом зависимостью

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{\partial E}{\partial M} \frac{dM}{d\tau} = \frac{G^2}{2} \left( \frac{R T_{TP}}{F_{TP} p_{TP}} \right)^2 \frac{dM}{d\tau} = \frac{G^3}{2} \left( \frac{R T_{TP}}{F_{TP} p_{TP}} \right)^2. \tag{26}$$

Расходы рабочего тела через клапаны, входные и выходные сечения трубопроводов (турбокомпрессора) вычисляются по формуле

$$G = \mu F \psi p / \sqrt{RT}$$
,

где  $\psi$  – функция, зависящая от отношения давлений:

$$\begin{cases} \psi = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \left[ \left( \frac{p_O}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_O}{p} \right)^{\frac{K+1}{k}} \right], \mathring{a} \tilde{n} \ddot{e} \grave{e} \beta = \frac{p_O}{p} > \beta_{\tilde{E}D}; \\ \psi = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{K+1}{k-1}}}, \mathring{a} \tilde{n} \ddot{e} \grave{e} \beta \leq \beta_{\tilde{E}D}; \end{cases}$$

 $\mu$  – коэффициент расхода; F – площадь сечения отверстия; p, T – давление и температура в резервуаре откуда идет истечение;  $p_o$  – давление в объеме (среде), куда идет истечение.

Зависимость коэффициента расхода через клапан от перемещения клапана описывается полиномом  $\mu_{\mathit{KL}} = 1,06 - B \; h_{\mathit{KL}}$ . В программе расчёта задаётся среднее за цикл значение  $\mu_{\mathit{KL}\; cp}$ , по которому вычисляется коэффициент полинома B

$$B = (1,06 - \mu_{KL cp}) / h_{KL cp}$$
.

При моделировании газотурбинного наддува в цикле газового двигателя принято, что компрессор нагнетает чистый воздух. Поэтому результаты расчета цикла газового двигателя будут близкими к реальным, если отношение (массовых) расхода топлива  $G_f$  к расходу свежего заряда будет меньше 0,1, т.е.

 $G_f/(G_a+G_f) \prec 0,1$ . На двигателях, использующих генераторный газ, наддув не применяется.

При моделировании цикла в двигателе агрегат наддува представляется в виде «черного ящика», т.е. используются только входные и выходные параметры: расходы, давления, КПД, частота вращения ротора [5]. Передача энергии от выпускных газов к свежему заряду через турбокомпрессор происходит по схеме:

$$E_t \to E_{tk} \to E_k$$

Ротор турбокомпрессора, обладающий большим запасом кинетической энергии  $E_{tk}$ , получает от выпускных газов через турбину добавочную энергию  $E_t$  и через компрессор в количестве  $E_k$  передает ее свежему заряду. За промежуток времени  $\Delta \tau$  этот процесс описывается уравнением

$$\frac{\Delta E_{ik}}{\Delta \tau} = \frac{\Delta (E_i - E_k)}{\Delta \tau}.$$
 (27)

Кинетическая энергия ротора ТК при установившемся вращении

$$E_{tk} = \frac{J_{tk} \, \omega_{tk}^2}{2},$$

где  $J_{tk}$  - момент инерции ротора (кг·м<sup>2</sup>) для радиально-осевой турбины определяется по эмпирической формуле  $J_{tk} = d_t^{4,74} \cdot 10^{-6}$  [11];

 $d_t$  — диаметр рабочего колеса турбины, см;  $\omega_{tk} = \pi n_{tk}/30$  - угловая скорость вращения ротора турбокомпрессора.

При расчете цикла за промежуток времени  $\Delta \tau$  обычно принимают угол поворота коленчатого вала  $\Delta \phi$ °п.к.в. Для 1°п.к.в.  $\Delta \tau = \Delta \phi/(6n_e)$ . Тогда энергия, передаваемая газами турбине

$$E_{t} = \frac{G_{t} L_{t} \eta_{t} \Delta \varphi}{6n_{e}}; \qquad L_{t} = \frac{k_{t}}{k_{t} - 1} R T_{t} \left[ 1 - \left( \frac{p_{to}}{p_{t}} \right)^{\frac{k_{t} - 1}{k_{t}}} \right], \qquad (28)$$

где  $G_{t}, L_{t}$  - расход и удельная адиабатная работа газа в турбине;  $p_{to}$  - давление газа за турбиной;  $p_{t}$  - давление перед турбиной ( $p_{t} = p_{p}$ );  $\eta_{t}$  - КПД турбины.

Для определения текущего значения энергии  $E_{\it k}$  используется коэффициент запаса кинетической энергии, вычисляемый по средним за цикл параметрам на расчётном режиме работы двигателя  $K_{\it tk} = \left(E_{\it tk~cp} + E_{\it t~cp}\right)\!/E_{\it k~cp}$  .

Тогда текущая энергия, переданная колесу компрессору от ротора

$$E_k = E_{tk}/K_{tk} .$$

Соответствующая энергия, переданная от колеса компрессора свежему заряду за промежуток  $\Delta \phi$  равна

$$E_k = \frac{G_k L_k \Delta \varphi}{6n_e \eta_k}; \qquad L_k = \frac{k}{k-1} R T_O \left[ \left( \frac{p_k}{p_{ok}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right], \qquad (29)$$

где  $G_k$ ,  $\eta_k$ ,  $L_k$  - расход воздуха, КПД компрессора и удельная адиабатная работа; k - показатель адиабаты (политропы) сжатия в компрессоре;  $p_{ok}$ ,  $p_k$  - давления воздуха перед компрессором и после компрессора (в коротких трубопроводах и без охлаждения воздуха после компрессора  $p_k = p_s$ ).

#### 7-я лекция (2 часа).

Использование характеристики компрессора для анализа совместной работы двигателя и ТКР. Аппроксимация характеристики для использования в программе расчёта цикла двигателя с наддувом.

При наличии универсальной характеристики компрессора текущие значения  $G_k$  и  $\eta_k$  определяются с её использованием. Методика применения характеристики базируется на уникальной особенности отношения  $(G_k/\eta_k)_x$ , вычисленного при постоянном значении степени повышения давления в компрессоре  $\pi_k = const$  на характеристике компрессора возрастать с увеличением расхода воздуха  $G_k$ . Теоретически это отношение представляет предельный расход идеального газа на данном режиме работы центробежного компрессора. При расчете цикла двигателя из уравнения (15) вычисляется отношение  $\left(\frac{G_k}{\eta_k}\right)_2 = \frac{6n_e E_k}{\Delta \phi L_k}$ , а характеристика компрессора для

практического использования перестраивается в графики зависимости  $(G_k/\eta_k)_x = f(G_k,\pi_k)$ . Значения  $G_k$  и  $\eta_k$  берутся в точках пересечения линии  $\pi_k = const$  с кривыми  $\eta_k = const$  начиная с границы помпажа. Полученные отношения  $(G_k/\eta_k)_x$  аппроксимируются полиномами не четвёртой степени.

Если рассчитываются расходы отработавших газов через колесо турбины и минуя ее через перепускной жиклер (регулирование наддува перепуском газа минуя турбину) с целью определения диаметра отверстия на расчетном режиме (см. п. 5.8), то в этом случае промежуток времени увеличивают  $\Delta \tau = \omega_e^{-1}$ , где угловая скорость вращения вала двигателя  $\omega_e = \pi n_e/30$  (рад/с). Тогда уравнения энергии (28) и (29) принимают вид

$$E_{t} = \frac{G_{t}L_{t}\eta_{t}}{\omega_{e}} \qquad \qquad u \qquad E_{k} = \frac{G_{k}L_{k}}{\eta_{k}\omega_{e}}. \tag{30}$$

## 8-я лекция (2 часа).

.Использование программы расчёта цикла для выбора параметров перепуска газа минуя турбину, фаз газораспределения и др.

## 9-я лекция (2 часа).

Перспективы разития методов расчета процессов в поршневых двигателях.

# Литература

- 1. Гаврилов А.А. Влияние внешних факторов на давление рабочего тела в цикле поршневого двигателя. / А.А. Гаврилов, А.Н. Гоц// Материалы V-ой Украинской науч. техн. конференции с междунар. участием. Первомайск, 2013. С. 52-59.
- 2. *Гаврилов А.А.* Продолжительность задержки воспламенгенгия топливовоздушной смеси в поршневых двигателях / А.А. Гаврилов, А.Н. Гоц // Фундаментальные исследования, №6 (4), 2014. .С. 703-708. ISSN 1817-7339.
- 3. *Кавтарадзе Р.З.* Теория поршневых двигателей. Специальные главы. Учебник для вузов.-М.: ИРзд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана,2008.-720с. (ISBN 978-5-7038-3086-4)
- 4. Вибе И.И. Новое о рабочем цикле двигателя внутреннего сгорания.-М.: Машиностроение, 1961. - 240 с.
- 5. *Гаврилов А.А.* Модель турбонаддува в цикле двигателя с переменным давлением воздуха на впуске / А.А. Гаврилов, А.Н. Гоц // Фундаментальные исследования, №8 (часть 1), 2013. .С. 24-28. Библиогр. 28. ISSN 1817-7339.

- 6. Двигатели внутреннего сгорания. Кн.1. Теория рабочих процессов: Учебник для вузов/ В.Н. Луканин, К.А. Морозов, А.С. Хачиян и др.; Под ред. В.Н. Луканина.-М.: Высш.шк., 2005.-479 с.
- 7. Двигатели внутреннего сгорания: Кн.3. Компьютерный практикум. Моделирование процессов в ДВС: Учебник для вузов / В.Н. Луканин, М.Г. Шатров, Г.Ю. Кричевская и др.; Под ред. В.Н. Луканина и М.Г. Шатрова.- М.: Высш. шк., 2005.-414 с.
- 8. Гаврилов А.А., Игнатов М.С., Эфрос В.В. Расчет поршневых двигателей внутреннего сгорания. Владимир, 2003. 102 с.
- 9. Колчин А.И., Демидов В.П. Расчет автомобильных и тракторных двигателей: Учеб. пособие для вузов.- М.: Высш. шк., 2002.- 496 с.
- 10. Коллеров Л.К. Газовые двигатели поршневого типа.- М.: Машиностроение, 1968г.
- 11. Турбокомпрессоры для наддува дизелей: Справочное пособие. Л.: Машиностроение, 1975. 200 с.
- 12. Круглов М.Г., Меднов А.А. Газовая динамика комбинированных двигателей внутреннего сгорания.-М.: Машиностроение, 1988.- 360с.