

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**
(ВлГУ)
Институт прикладной математики и информатики био- и нанотехнологий
Кафедра физики и прикладной математики

Честнов Игорь Юрьевич
Седов Евгений Сергеевич

Методические указания для самостоятельной работы
по дисциплине "Системы адаптивной оптики и их приложения"

Владимир-2015 г.

Содержание

Введение.....	3
ТЕМА 1. Структура и классификация систем адаптивной оптики	5
ТЕМА 2.Элементы систем адаптивной оптики	7
Теоретическая часть, не вошедшая в материал лекций по темам 1-2.....	9
ТЕМА 3. Электронное и программное обеспечение систем адаптивной оптики	19
ТЕМА 4. Приложения адаптивных оптических систем.....	21
Теоретическая часть, не вошедшая в материал лекций по темам 3-4.....	22
Список дополнительной литературы	33

Введение

В данном методическом пособии представлен материал, выносящийся на самостоятельное изучение при освоении дисциплины "Системы адаптивной оптики и их приложения". Проведение самостоятельной работы необходимо для успешного выполнения курсового проекта, а также лабораторных занятий по курсу.

Настоящее методическое пособие содержит ряд рекомендаций по изучению дисциплины, а также дополнительный материал по темам, выходящим за рамки лекционного курса. В частности, речь идет об отдельных аспектах применения систем адаптивной оптики для коррекции искажений волнового фронта лазерных пучков, которые могут возникать как в результате теплового самовоздействия пучка при его распространении в среде, так и в результате турбулентных возмущения в оптическом тракте. Подобные задачи способна решать адаптивная оптическая система (АОС), на которой проводится лабораторный практикум по дисциплине. Для полного понимания постановки задачи применения адаптивной оптики в лазерных системах, т.е. самой необходимости коррекции волнового фронта лазерного пучка в таких системах, а также принципов работы и возможностей, заложенных в лабораторной установке, необходимо владеть знаниями из разных областей физики и математики. Изучение данного материала предусмотрено в рамках самостоятельной работы студентов.

Кроме того, изложена теория дифракции оптических волн, а точнее, приближение Френеля, сводящее дифракционную задачу к преобразованию Фурье. Важным приложением данной теории является задача о фокусировке пучка с произвольным волновым фронтом плоской линзой. К тому же, основным назначением системы адаптивной коррекции волнового фронта лазерного пучка является получения сфокусированного пятна с заданным распределением интенсивности. Теория дифракции позволяет связать кривизну волнового фронта с распределением поля в фокальном пятне.

Для эффективного использования математического аппарата преобразования Фурье и, в частности, алгоритма быстрого преобразования Фурье, в данном пособии изложены основные особенности работы в с подобными алгоритмами. Знакомство с данным материалом является необходимым для курсового проектирования, предусмотренного рабочей программой дисциплины. Кроме того, понимание принципов фокусировки лазерного излучения невозможно без знания законов распространения гауссовых пучков, которые представляют собой общепринятую модель лазерного пучка. Этой тематике посвящен отдельный раздел данного пособия.

К функциональным особенностям лабораторной установки относится возможность исправления формы волнового фронта на основе показаний M^2 -датчика, т.е. прибора, измеряющего параметр M^2 , которым описываются качество реальных лазерных пучков. Для понимания принципов работы установки в данном режиме, необходимо знать основные критерии, с помощью которых производится оценка качества лазерных пучков.

Наконец, в ходе выполнения лабораторных работ за установкой возникает необходимость снятия функций отклика адаптивного зеркала. Функции отклика визуализируются в виде интерферограмм, который могут быть получены с помощью интерферометра Физо. Для успешного выполнения и защиты лабораторной работы студенты должны уметь правильно интерпретировать подобные изображения. Для этого необходимо знать устройство интерферометра Физо.

Самостоятельная работа студента подразумевает ознакомление с конспектом лекций, выполнение контроля собственных знаний по соответствующим контрольным вопросам, изучение дополнительной литературы по теме курса, выполнение домашних заданий к практическим занятиям, оформление отчетов по лабораторным работам.

ТЕМА 1. Структура и классификация систем адаптивной оптики

Основные вопросы темы: области применения АОС: астрономия, медицина, оптика мощных лазерных импульсов, передача информации через турбулентную атмосферу. Структурные особенности АОС, учитывающие специфику применения адаптивной оптики в различных областях. Структурные компоненты АОС: устройство воздействия на волновой фронт, устройство, измеряющее волновой фронт, схема управления. Системы с прямым управлением, системы с обратной связью. Разновидности систем АОС по назначению. Метод апертурного зондирования.

Цель и задачи изучения темы. Освоение материала должно способствовать пониманию взаимосвязи между назначением АОС и ее структурой, развитию и студентов умения оценивать возможности системы, исходя из ее конструкции, пониманию взаимосвязи основных компонентов АОС и их влиянии на работоспособность системы в целом.

Основной понятийно-терминологический аппарат: системы с прямым управлением, системы с обратной связью, метод компенсации отклонений волнового фронта от номинального, принцип повышения резкости изображения, критерий максимальной резкости, пробные возмущения волнового фронта, фазовое сопряжение, апертурное зондирование.

Требования к уровню подготовленности студента. Студент должен разбираться в принципах функционирования основных компонентов АОС и их назначении, иметь базовые представления о законах распространения оптических пучков, иметь представления об алгоритмизации.

Контрольные вопросы по теме:

1. Перечислите основные функциональные элементы, входящие в состав любой АОС.

2. Опишите структурные и функциональные особенности АОС, реализующих метод компенсации отклонений формы волнового фронта от номинальной.
3. Опишите особенности построения АОС, основанных на принципе повышения резкости изображения.
4. Области применения систем адаптивной оптики.
5. Назначение метода фазового сопряжения.
6. Метод апертурного зондирования.
7. Параметры качества изображения по Линфуту.
8. Нарисуйте схему устройства астрономического телескопа с адаптивной оптикой.
9. Искусственные опорные звезды.
10. Принципы устройства АОС, использующихся в конфокальной микроскопии.

ТЕМА 2. Элементы систем адаптивной оптики

Основные вопросы темы: назначение и принципы работы корректоров волнового фронта, разновидности корректоров: корректоры наклонов, составные корректоры, мембранные, MEMS, пространственный модулятор фазы. Конструкционные решения и конкретные примеры корректоров волнового фронта. Требования, предъявляемые к корректору волнового фронта. Разновидности детекторов волнового фронта. Интерферометрические методы измерения волнового фронта, метод измерения наклонов. Примеры технических исполнений корректоров, использующихся в астрономии и лазерной технике. Управление адаптивным зеркалом на основе показания датчиков интенсивности. M^2 -датчик. Разновидности систем управления. Требования, предъявляемые к быстродействию системы управления.

Цель и задачи изучения темы состоят в изучении конкретных способов реализации отдельных узлов АОС, пониманию влияния конструкции приборов на их функциональные характеристики, а также на работоспособность других компонентов АОС, развитию конструкторских навыков, в частности, развитию умения соотносить потребности АОС с возможностями отдельных ее компонентов и трудностями, возникающими при их эксплуатации.

Основной понятийно-терминологический аппарат: сегментированные зеркала, степень свободы, динамический диапазон привода, пьезоэффект (продольный, поперечный), жидкие кристаллы, технология звуковой катушки, интерферометр сдвига, решетка Ронки, интерферометр Физо, метод Гартмана, датчик кривизны волнового фронта, гауссов пучок, расходимость пучка, параметр M^2 .

Требования к уровню подготовленности студента – студент должен разбираться в функциональном назначении узлов АОС, быть знакомым с принципами физической и геометрической оптики, с явлениями

интерференции и дифракции. Иметь представления о теории упругости и основных уравнениях, описывающих распространение оптического излучения.

Контрольные вопросы по теме:

1. Принцип работы и устройство датчика гартмановского типа.
2. Перечислите общие требования, предъявляемые к корректору волнового фронта как составному элементу АОС.
3. В чем проявляется ограниченность функциональности корректоров наклонов? В каких случаях они все же могут применяться?
4. Как влияет число сегментов составных (сегментированных) корректоров волнового фронта на функциональные особенности системы и требования, предъявляемые к датчику волнового фронта и системе управления? Чем определяется оптимальное количество сегментов?
5. В чем заключаются недостатки сегментированных зеркал?
6. Перечислите преимущества и недостатки корректоров волнового фронта, в которых реализуются технология MEMS (MOEMS).
7. В каких случаях оправдано использование лавинных фотодиодов в датчиках волнового фронта?
8. Опишите основные параметры, используемые для оценки качества лазерных пучков.
9. Конструкция мембранного зеркала.
10. Конструкция интерферометра с отражающим пятном.
11. Как связано число каналов датчика волнового фронта с радиусом когерентности атмосферы для колмогоровской модели турбулентности.

Теоретическая часть, не вошедшая в материал лекций по темам 1-2.

Распространение гауссовых пучков. Расходимость пучка и параметр M^2 .

Гауссовы пучки представляют собой самый распространенный и простой тип лазерных пучков. Не смотря на то, что излучение реальных лазерных систем в силу целого ряда причин всегда отличается от гауссова, имеет смысл обсудить основные закономерности распространения идеального гауссова пучка. Как известно, гауссово распределение поля характеризует излучение основной моды (она обозначается TEM_{00}) конфокального резонатора:

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}} e^{-i(kz+\phi(z))} e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2R}}, \quad (7)$$

где напряженность поля вдоль оси распространения пучка (ось z) задается величиной E_0 ; k – волновое число. В представленном выше выражении стоят три экспоненциальных сомножителя. Первый из них описывает распределение поля в плоскости, перпендикулярной оси распространения (см. рис. 1). При этом w определяет ширину гауссова пучка по уровню $1/e$ от максимума. Величина w будет зависеть от продольной координаты z :

$$w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right]^{1/2},$$

где $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ – так называемая рэлеевская длина или конфокальный параметр. Данная величина имеет смысл расстояния вдоль оси, на котором диаметр перетяжки гауссова пучка увеличивается в $\sqrt{2}$ раз.

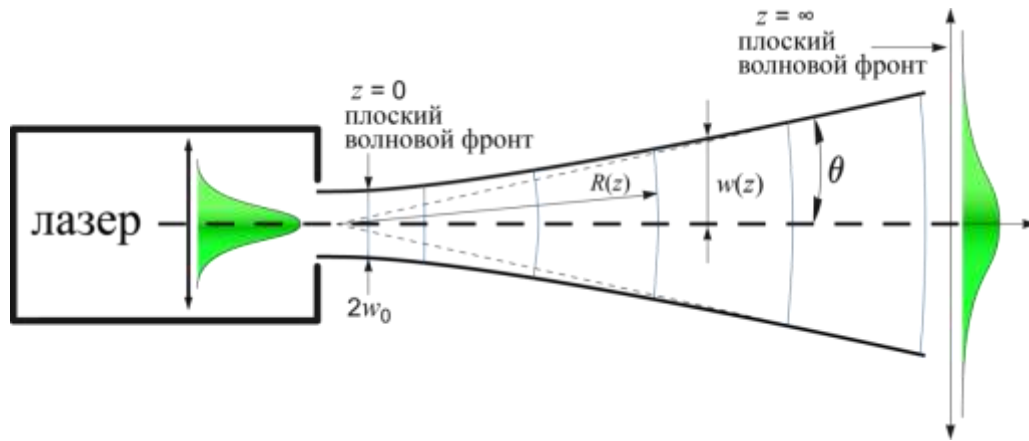


Рис. 1. Распространение гауссова пучка.

Вторая экспонента в выражении (7) отвечает за распространение пучка вдоль оси z и соответствующее изменение его фазы вдоль этой оси. Наконец, третий множитель содержит мнимую экспоненту и описывает кривизну волнового фронта, где R – радиус кривизны. Последняя величина будет также меняться вдоль направления распространения пучка по закону

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Введем комплексный параметр q , который играет роль комплексного радиуса кривизны, следующим образом:

$$1/q = 1/R - i\lambda/\pi w^2.$$

Действительно, в этом случае распределение напряженности поля будет описываться выражением

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w} e^{-i(kz + \phi(z))} e^{-ik \frac{x^2 + y^2}{2q}}.$$

Тогда распространение пучка сопровождается изменением его комплексного параметра по закону:

$$q(z) = z + iz_R.$$

Такое изменение в пространстве основных величин, характеризующих гауссовый пучок, соответствует расходящемуся пучку лучей – см. рис. 1. При этом конфокальный параметр играет роль характерного масштаба, на котором пучок становится расходящимся. Фактически, при $z \gg z_R$ ширина

гауссова пучка описывается асимптотическим выражением $w(z) = \frac{w_0}{z_R} z$. В

этом случае, пучок можно характеризовать углом расходимости $\theta \approx \frac{\lambda}{\pi w_0}$.

Отметим, полный угол расходимости должен определяться как 2θ .

Необходимо понимать, что модель гауссова пучка – идеализация. Профиль излучения реальных лазерных источников всегда отличается от гауссова, при том в худшую сторону, о чем уже говорилось выше. В первую очередь, это отражается на большей расходимости. Известно множество различных параметров, позволяющих оценить качество лазерного пучка: некоторые из них заложены в международных стандартах (как, например, параметры ВВР или M^2 , обсуждаемые ниже), другие – признаны менее универсальными и применяются в частных случаях. В настоящий момент большинство международных стандартов оценки качества излучения лазерных источников базируется на сравнении излучения с гауссовым пучком. Остановимся на двух оценках: ВВР и M^2 .

Параметр ВВР (beam parameter product) является комплексным в том смысле, что описывает сразу несколько характеристик излучения (отсюда и дословный перевод – "произведение параметров пучка"). Данная характеристика определяется произведением линейного размера пучка в перетяжке w_0 (диаметра или радиуса – в зависимости от стандарта) на величину угла расходимости 2θ (иногда используют половину полного угла расходимости). Таким образом, величина ВВР измеряется в мм·мрад.

Чем меньше значение параметра ВВР, тем выше качество излучения лазера. Под качественным пучком в данном случае понимается излучение с низкой расходимостью – такой пучок можно сфокусировать в пятно меньшего диаметра и под меньшим углом. К недостаткам параметра ВВР относится его зависимость от длины волны излучения (оба параметра, как показано выше, зависят от λ). В этой связи сравнение качества пучков лучей с разными длинами волн оказывается затруднительным.

Величина параметра M^2 тесно связана с характеристикой ВВР. Она регламентируется различными стандартами (в частности ГОСТ Р ИСО 11146-1-2008 и ISO Standard 11146). Значение параметра M^2 определяется как деление величины ВВР на λ/π (или же на величину $4\lambda/\pi$ в зависимости от того, как определен ВВР – через радиус в перетяжке или через диаметр). Очевидно, что введенный таким образом параметр уже не зависит от длины волны. Исходя из определения, расходимость пучка можно связать с величиной M^2 следующим образом:

$$\theta = M^2 \frac{\lambda}{\pi w_0}.$$

Смысла величины M^2 очень прост: реальный пучок обладает расходимостью в M^2 раз большей, чем идеальный гауссовый пучок с такой же длиной волны. Следовательно, для гауссова пучка $M^2=1$. Это теоретический предел, ограниченный дифракционной расходимостью, тогда как для всех реальных пучков величина M^2 превышает единицу.

Принцип работы интерферометра Физо

Основная задача адаптивной оптики – управление формой волнового фронта оптических пучков. Эта задача чаще всего решается с помощью специальных автоматизированных комплексов – систем адаптивной оптики. Сама форма волнового фронта практически всегда не статична, а претерпевает достаточно быстрые изменения (иначе задача управления волновым фронтом может быть решена обычными оптическими элементами: линзами, зеркалами и т.д.). Поэтому комплексы адаптивной оптики способны функционировать в автоматическом режиме: определять степень искривления волнового фронта и заданным образом исправлять его. Однако для удобства работы с адаптивными оптическими системами необходимо иметь возможность оценивать степень искривления волнового фронта, т.е. визуализировать его форму.

Форма волнового фронта (т.е. распределение фазы света) сама по себе еще не несет информации о степени его отклонения от заданной, т.е. о той ошибке, которую вносят в пучок турбулентность и аберрации оптической системы. Чтобы избавиться от этой неопределенности принято сравнивать измеренный волновой фронт с опорным (референсным) пучком. При этом степень расхождения обычно визуализируется в виде интерферограммы, аналогичной изображению, получаемому в интерферометре Физо.

Выбор такого представления не случаен. Задача измерения кривизны волнового фронта имеет давнюю историю, поскольку является основной при контроле качества оптических поверхностей. В этом случае исследование оптической системы сводится к задаче о деформациях, которые испытывает поверхность световой волны.

Развитие технологий оценки качества оптических приборов связано с расширением серийного производства оптических систем (и, в первую очередь, фотообъективов) в конце 19-го – начале 20-го веков. В тот период было предложено сразу несколько тестов качества оптических систем, получивших широкое распространение. Многие из этих методов (в частности, тест Гартмана) были модифицированы, и активно применяются и в настоящее время.

Важное место среди средств контроля оптических поверхностей занимают интерферометрические схемы, в частности, интерферометр Физо, принципиальная схема которого представлена на рис. 2.

В интерферометре используется источник когерентного излучения (лазер 1). Излучения лазера с помощью отрицательной линзы 2 или, например, микрообъектива формирует расходящийся пучок лучей, который направляется на осветительную систему (линзы 4 и 6). Затем излучение попадает на светоделитель 7. Часть света направляется на коллимирующий объектив (10 и 11), после которого попадает на детектор 13. В конструкцию микрообъектива и осветительной системы часто включают точечную диафрагму (5 и 11), которая играет роль фильтра пространственных частот

(отсекает лучи, идущие под слишком большим наклоном и не несущие полезной информации), улучшая однородность пучка.

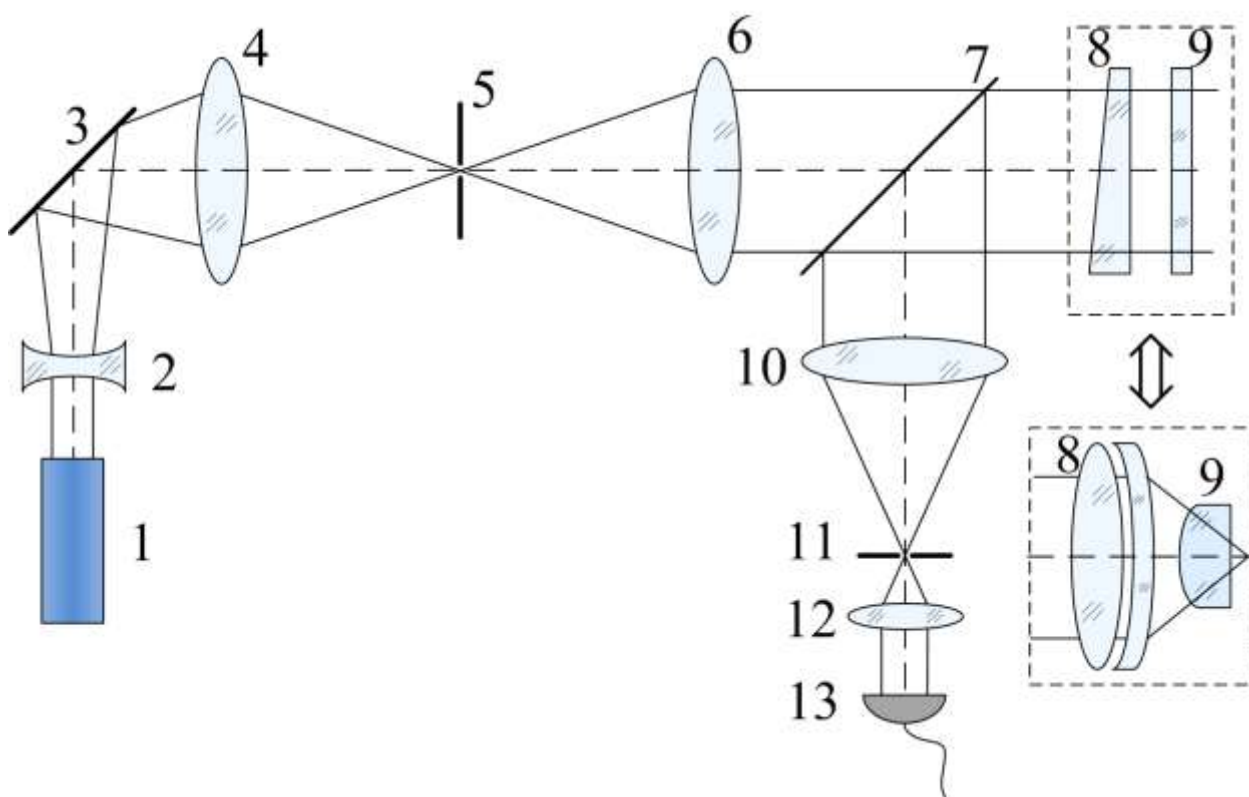


Рис. 2. Принципиальная схема интерферометра Физо. 1 – источник когерентного излучения (лазер); 2 – отрицательная линза; 3 – наклонное зеркало; 4 – объектив осветительной системы; 5 – точечная диафрагма; 6 – коллимирующий объектив; 7 – светоделитель; 8 – элемент с эталонной поверхностью; 9 – исследуемая оптическая поверхность; 10,12 – объектив наблюдательной системы; 11 – диафрагма; 13 – детектор (камера).

С помощью интерферометра Физо можно производить контроль качества как плоских (верхняя, обведенная в штриховую рамку, панель), так и выпуклых поверхностей (нижняя панель). Для этого необходимо использовать оптические элементы с эталонной поверхностью соответствующей формы 8. Так для контроля плоской поверхности используют образцовую пластину, одна из поверхностей которой выполнена с высокой точностью (вплоть до $\lambda/20$). Эталонной пластинке придается

клиновидная форма для того, чтобы избежать побочной интерференции с лучом, отраженным от задней, нерабочей, поверхности, требования к точности изготовления которой всегда существенно ниже.

При контроле сферических поверхностей между исследуемой поверхностью и микрообъективом устанавливается мениск, фронтальная поверхность которого является эталонной. Контролируемая сферическая поверхность устанавливается за объективом таким образом, чтобы центр ее кривизны совпадал с фокусом объектива. Такая схема аналогична схеме автоколлимационного микроскопа. После попадания на эталонную и контролируемую поверхности лучи отражаются в обратном направлении, возвращаясь к светоделителю, от которого попадают в коллимирующий объектив и затем на детектор, формируя на нем интерференционную картину полос равной толщины.

Типичная картина интерференции (интерферограмма), получаемая при работе интерферометра изображена на рис. 3. Она представляет собой набор светлых и темных замкнутых полос. Откуда же возникают полосы? Причину их появления – т.е. типичное проявление явления интерференции – легче всего пояснить на примере сложения на экране двух плоских волн, отраженных от двух плоских поверхностей, расположенных под малым углом друг к другу – см. рис. 4. Из-за того, что поверхности непараллельны, разность хода лучей, отраженных от поверхностей, будет зависеть от конкретной точки. В тех точках, где разность хода равняется $\lambda/2$ (и в некоторой окрестности) происходит деструктивная интерференция, т.к. складываются волны, находящиеся в противофазе. Это приводит к образованию темных полос в интерференционной картине. Если одна из поверхностей не идеально плоская, тогда она будет вносить дополнительные искажения в волновой фронт волны, отраженной от нее. Если мы теперь предположим, что поверхности параллельны друг другу, то разность хода двух отраженных волн будет полностью определяться формой искривленного волнового фронта, что найдет соответствующее отражение в

интерференционной картине: в тех областях, где разность хода кратна $\lambda/2$, образуется темная полоса.

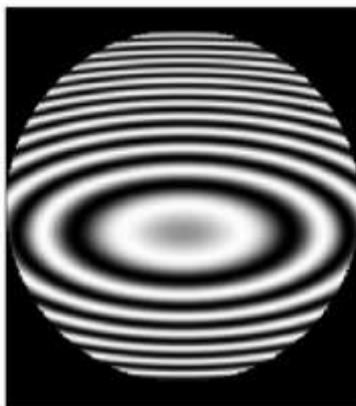


Рис. 3. Типичный вид интерферограммы, получаемой с помощью интерферометра Физо (соответствует наличию астигматизма у пучка лучей, отраженного от контролируемой поверхности).

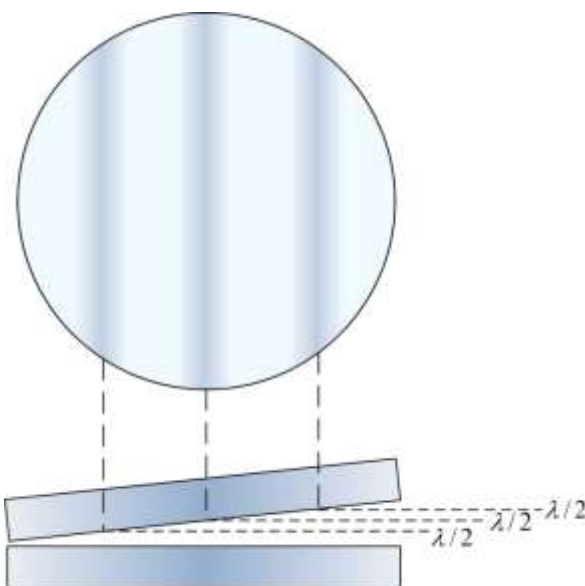


Рис. 4. К объяснению появления темных и светлых полос.

В том случае, когда характер искривления волнового фронта обладает той или иной степенью радиальной симметрии, интерференционные полосы сменяются кольцами (или в общем случае более сложными замкнутыми линиями).

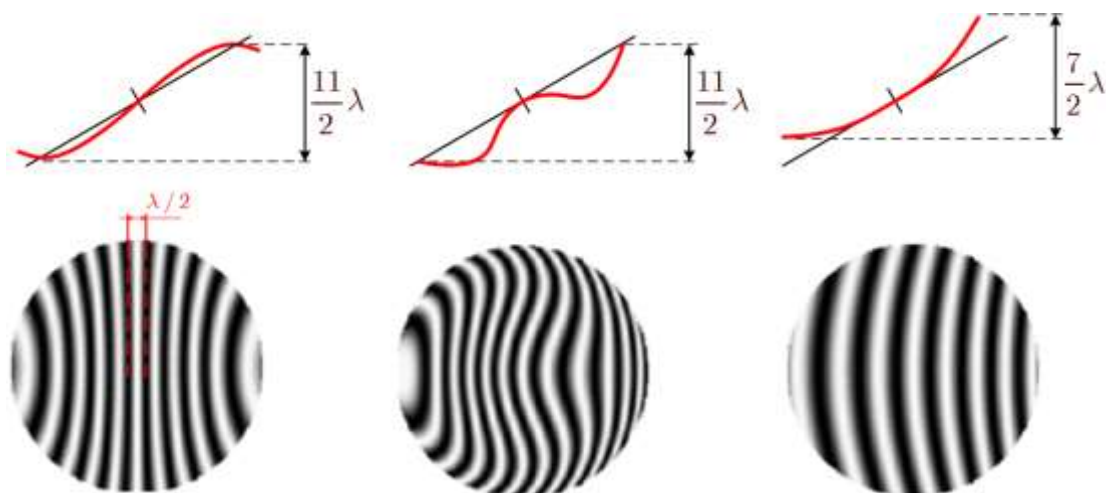


Рис. 5. Влияние формы волнового фронта (красные линии) на структуру интерференционной картины.

Если же амплитуда искривления волнового фронта превосходит величину $\lambda/2$, тогда в интерференционной картине будет наблюдаться множество полос – см. рис. 5. Таким образом, наблюдаемая картина интерференции, представляет собой нечто вроде топографической карты оптической поверхности (или регистрируемого волнового фронта), где изолинии уровня представлены в виде полос с разностью хода, кратной длине волны.

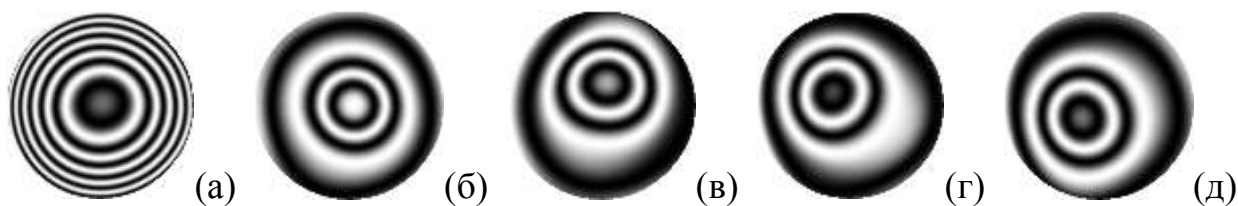


Рис. 6. Типичные функции отклика, измеренные детектором волнового фронта, для первых пяти электродов (слева направо) адаптивного зеркала КВФ-40-32.

Таким, образом, с помощью интерферограмм Физо можно представить форму волнового фронта волны, сравнивая (моделируя процесс интерференции) с некоторым опорным волновым фронтом. Например, при работе с адаптивной оптической системой, возникает задача снятия функций

отклика адаптивного зеркала на управляющие напряжения, прикладываемые к каждому управляющему электроду по отдельности. Программа управления адаптивной оптической системой представляет функции отклика в виде интерферограмм, которые также могут быть получены с помощью интерферометра Физо (см. рис. 6). По количеству полос в изображении функции отклика можно напрямую судить о степени искривления поверхности адаптивного зеркала (ср. с рис. 5): каждая полоса говорит об прогибе поверхности на величину $\lambda/2$. При этом важно понимать, что подобные измерения проводятся для фиксированной длины волны λ .

ТЕМА 3. Электронное и программное обеспечение систем адаптивной оптики

Основные вопросы темы:

Разновидности схем управления АОС. Алгоритм фазового сопряжения. Определение управляющих напряжений. Метод восхождения на холм. Контур управления. Системы апертурного зондирования. Критерии качества работы адаптивных оптических систем. Градиентные методы оптимизации. Метод скорейшего спуска. Стохастическая градиентная оптимизация.

Цель и задачи изучения темы. Электронные компоненты АОС являются основным компонентом системы управления. Студент должен ознакомиться с основными принципами организации управления работой компонентов АОС с учетом функциональных и конструктивных особенностей последних, научиться разбираться в технических аспектах конструирования электронных компонентов АОС.

Основной понятийно-терминологический аппарат: фазовое сопряжение, апертурное зондирование, метод восхождения на холм, волновой фронт, обратная связь.

Требования к уровню подготовленности студента – студент должен иметь базовые представления о принципах алгоритмизации, принципах работы основных компонентов АОС, ориентироваться в основных понятийных аспектах темы, понимать назначение систем управления и основные требования к ним.

Контрольные вопросы по теме:

1. Устройство и характеристики системы с "фазовым ножом".
2. Принцип действия фильтра Цернике.
3. Нелинейный фильтр Цернике.
4. Чем отличаются АОС фазового сопряжения и апертурного зондирования?
5. Преимущества и недостатки системы фазового сопряжения.

7. Перечислите критерии качества работы адаптивных систем.
8. Опишите сущность одного из следующих методов оптимизации критерия качества: наискорейшего спуска, стохастического градиентного или «восхождения на холм». Сравните их по быстродействию.
9. Сущность многоканальной фазовой модуляции и проблемы ее реализации.
10. Проблема локальных экстремумов.
11. Последовательность настройки при модальном управлении.

ТЕМА 4. Приложения адаптивных оптических систем.

Основные вопросы темы:

Применение адаптивной оптики для астрономических наблюдений. Конструкции современных телескопических систем, в которых реализованы принципы адаптивной оптики. Типы детекторов, используемых в адаптивной астрономии. Конструктивные особенности адаптивных зеркал для астрономических телескопов. Применение адаптивной оптики в оптических системах мощных лазеров, примеры. Причины искажений волнового фронта лазерных пучков.

Цель и задачи изучения темы заключаются в выработке навыков применения полученных знаний на примере практических задач и при изучении схем устройства конкретных приборов. Студент должен научиться оценивать необходимость и целесообразность применения принципов адаптивной коррекции фазовых искажений при разработке астрономических и лазерных систем.

Основной понятийно-терминологический аппарат: волновой фронт, тонкая линза, квадрантный детектор, телескопическая система Максудова, лазерный резонатор, тепловое расширение, дифракция, преобразование Фурье.

Требования к уровню подготовленности студента – студент должен разбираться в принципах функционирования астрономической оптики, знать конструкции основных видов телескопов, колмогоровскую теорию турбулентности. Знать устройство и принцип работы лазерных систем, владеть математическим аппаратом преобразований Фурье, иметь навыки работы с программными средами для инженерных вычислений.

Контрольные вопросы по теме:

1. Каким требованиям должно удовлетворять адаптивное зеркало астрономического телескопа? Какие основные трудности возникают при его изготовлении и эксплуатации?

2. Какие типы датчиков волнового фронта используются в астрономических телескопах?

3. Опишите принцип работы системами с искусственной опорной звездой.

4. Какие процессы, происходящие внутри резонатора и в оптическом тракте, приводят к деформации волнового фронта лазерного пучка?

5. Опишите известные Вам примеры мощных лазерных систем, а также круг задач, в которых они используются. Насколько эффективна коррекция формы волнового фронта в подобных задачах? Какие специфические требования к основным элементам АОС определяются спецификой данной задачи?

6. Какова связь между структурой распределения поля в фокальном пятне тонкой линзы и кривизной волнового фронта пучка, падающего на линзу?

Теоретическая часть, не вошедшая в материал лекций по темам 3-4

Фурье-оптика и теория дифракции

Френелевская теория дифракции играет важную роль при описании распространения пучков лучей через неоднородные среды и оптические элементы. Уникальность аппарата теории дифракции заключается в том, что сложная физическая картина распространения излучения сводится, фактически, к математической задаче выполнения преобразования Фурье. Ниже будет приведено краткое описание дифракции светового излучения по Френелю, а также показано, в каких случаях применение френелевского приближения оказывается уместным.

Как известно, теория дифракции позволяет определить структуру поля в области $z > 0$, порожденного волной, прошедшей через некоторое

препятствие (будь то отверстие или любой оптический элемент, ограниченный некоторой апертурой), расположенное в точке $z = 0$. Здесь за z принято направление распространения волны. В общем случае апертура может содержать некоторый оптический элемент, изменяющий амплитуду или фазу проходящей волны. Элементарные теории дифракции обычно описывают структуру поля на большом расстоянии от апертуры (в дальней зоне), а также в малом телесном угле, ориентированном нормально к апертуре. Подход к математическому описанию дифракции по Френелю может быть в общих чертах сведен к следующим шагам:

- Исходя из заранее известного распределения в плоскости апертуры $z = 0$, записывается точное выражение для определения поля волны во всех точках в области.

- Для упрощения полученных выражений применяется параксиальное приближение, ограничивающее расчетную область точками, расположенными близко к оси распространения волны. Справедливость этого приближения может быть легко доказана на основе простых асимптотических выкладок. Наиболее достоверно принять данный подход к слаборасходящимся пучкам.

Делается предположение относительно поля, расположенного непосредственно за апертурой. Данное предположение, имеющее очень простой вид, заключается в том, что в пределах самой апертуры распределение поля равно распределению поля волны, падающей на нее. При этом, разумеется, это распределение может быть вполне определенным образом модифицировано тем оптическим элементом, который располагается в плоскости апертуры. То есть границы апертуры не вносят никаких возмущений в распределение поля в областях внутри апертуры, ну а за ее пределами поле волны всюду полагается равным нулю. Данное приближение, не имеющее строгого доказательства, представляется достаточно достоверным в том случае, если размеры апертуры существенно превышают длину волны излучения, проходящего через нее.

Рассмотрим приближение Френеля к теории дифракции на основе скалярного волнового уравнения, известного так же как уравнение Гельмгольца [2]:

$$\Delta u + k^2 u = 0, \quad (1)$$

которое является универсальным при описании волновых процессов. Здесь $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, а λ – длина волны. В данном случае функция u соответствует некоторой величине, характеризующей волну. В задачах распространения оптического излучения данная величина может соответствовать, например, напряженности электрического или магнитного поля. Функция u также должна отвечать граничным условиям в виде

$$u(x, y, 0) = f(x, y).$$

При этом также предполагается, что в пределе $z \rightarrow \infty$ решение представляет собой набор волн, расходящихся от точки $z = 0$ (условие излучения Зоммерфельда).

Будем искать решение данного уравнения посредством пространственного преобразования Фурье от функции $u(x, y, z)$ по координатам x и y . Тогда функция

$$U(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y)} u(x, y, z) dx dy \quad (2)$$

будет фурье-образом функции u , а $F(k_x, k_y)$ – фурье-образом $f(x, y)$. Поскольку $u(x, y, z)$ есть функция от координат, то ее фурье-образ U должен являться функцией от величин, имеющих размерность, обратную размерности координаты. Величины k_x и k_y имеют физический смысл и размерность волнового вектора. Также они называются *пространственными частотами*.

Функция U должна удовлетворять следующим соотношениям:

$$\frac{d^2 U}{dz^2} + (k^2 - k_x^2 - k_y^2) U = 0,$$

$$U(k_x, k_y, 0) = F(k_x, k_y),$$

а $U(k_x, k_y, z)$ представляет собой волны, уходящие на бесконечность.

Решение данной системы уравнений имеет следующий вид:

$$U(k_x, k_y, z) = F(k_x, k_y) e^{iz\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (3)$$

При этом условие излучения Зоммерфельда определяет выбор знака при извлечении квадратного корня: знак должен быть выбран таким образом, чтобы исключить возможность появления в решении волн, приходящих из бесконечности, при $z \rightarrow \infty$.

Зная решение (3), мы должны выполнить обратное преобразование Фурье для того, чтобы получить решение уравнения (1):

$$u(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_y y)} F(k_x, k_y) e^{ikz\sqrt{1 - k_x^2/k^2 - k_y^2/k^2}} dk_x dk_y. \quad (4)$$

Так мы выполнили первый из указанных выше шагов в описании дифракции в приближении Френеля: мы получили точное выражение, описывающее взаимосвязь между полем $u(x, y, z)$ с его значением в плоскости $z = 0$.

Выражение (4) является точным решением. Однако оно чаще всего не удобно для выполнения расчетов (как аналитических, так и численных). Поэтому для упрощения вычислений корень в показателе экспоненты обычно заменяют его приближенным значением:

$$\sqrt{1 - k_x^2/k^2 - k_y^2/k^2} \approx 1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k^2}.$$

Данное приближение называют параксиальным или, применительно к теории дифракции, просто Френелевским.

Теперь решение (3) можно переписать в виде

$$U(k_x, k_y, z) = F(k_x, k_y) e^{ikz} e^{iz(k_x^2 - k_y^2/2k)}.$$

Тогда, согласно общим свойствам преобразования Фурье, распределение поля $u(x, y, z)$ может быть найдено как свертка функции $f(x, y)$ и результата

обратного преобразования Фурье от $e^{ikz} e^{iz(k_x^2 - k_y^2/2k)}$, т.е. функции $i(k/2\pi)e^{ikz} e^{i(k/2z)(x^2+y^2)}$. Таким образом, получаем:

$$u(x, y, z) = i \frac{k}{2\pi z} e^{ikz} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) e^{ik((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)/2z} d\xi d\eta.$$

Последнее выражение чаще всего удобнее записать в виде

$$u(x, y, z) = i \frac{k}{2\pi z} e^{ikz} e^{ik(x^2+y^2)/2z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) e^{ik(\xi^2+\eta^2)/2z} e^{-ik(x\xi+y\eta)/z} d\xi d\eta, \quad (5)$$

который обычно и ассоциируют с основной формулой френелевского приближения теории дифракции. Выражение (5) позволяет существенным образом упростить как аналитические, так и численные расчеты.

В качестве примера приложения теории дифракции, обладающего чрезвычайно высоким практическим значением, опишем процесс фокусировки оптического излучения тонкой линзой с фокусным расстоянием f . Из общих геометрических соображений (см. [2]) нетрудно показать, что световой пучок, проходя через такую линзу, приобретает дополнительный набег фазы $e^{-ik(x^2+y^2)/2f}$. Последнее означает, что плоская волна, падающая на линзу, после прохождения через нее станет сферической волной с круглым волновым фронтом, обладающим радиусом f .

Предположим, что свет пришел на линзу из бесконечности, в результате чего распределение напряженности поля на линзе однородно:

$$f(x, y) = Ae^{i\psi}.$$

Тогда, согласно (5), в фокальной плоскости линзы $z = f$ распределение поля задается выражением

$$u(x, y, f) = i \frac{k}{2\pi f} Ae^{i\psi} e^{ikz} e^{ik(x^2+y^2)/2z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik(x\xi+y\eta)/z} d\xi d\eta,$$

откуда получаем

$$u(x, y, f) = i \frac{2\pi k}{f} Ae^{i\psi} e^{ikz} e^{ik(x^2+y^2)/2z} \delta(kx/f, ky/f).$$

Последняя формула получена для плоской линзы. Напомним, что модель плоской линзы предполагает наличие у нее бесконечно большой апертуры, что, в свою очередь, противоречит приближению Френеля. Однако данное несоответствие легко обходится математически рассмотрением линзы с конечной апертурой (и при этом бесконечно малой толщиной). Это возможно, если предположить, что при $z = f$ все поле сконцентрировано вблизи точки $(0,0)$ в плоскости (x,y) . Но именно это и происходит при фокусировке излучения линзой.

Если же рассмотреть более общий случай, когда поле не постоянно по апертуре линзы, а задается некоторой функцией $f(x, y)$, распределение поля в фокальной плоскости задается выражением

$$u(x, y, f) = i \frac{k}{2\pi z} e^{ikf} e^{ik(x^2+y^2)/2f} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) e^{-ik(x\xi+y\eta)/f} d\xi d\eta,$$

которое также можно переписать в виде

$$u(x, y, f) = \frac{ik}{2\pi z} e^{ikf} e^{ik(x^2+y^2)/2f} F(kx/f, ky/f), \quad (6)$$

где $F(kx/f, ky/f)$ – фурье-образ функции $f(x, y)$. Таким образом, с точностью до коэффициента, стоящего перед знаком интеграла, распределение поля в фокальной плоскости линзы определяется преобразованием Фурье от входного поля. При этом функция $e^{ik(x^2+y^2)/2f}$ в выражении (6) хоть и зависит от поперечных координат, определяет исключительно распределение фазы и никак не влияет на распределение интенсивности в фокальной плоскости.

Иными словами, если при решении задачи дифракции интерес представляет только интенсивность в некоторой точке на фокальной плоскости – и это конечная цель решения задачи, – то множителем с комплексными экспонентами можно пренебречь и не учитывать их при вычислениях. Если же задача более сложная и интерес представляет не только поле в фокусе, а необходимо провести пучок дальше через другие

компоненты оптической системы, то пренебрежение фазовыми множителями недопустимо.

Дискретное преобразование Фурье

Выполненные нами математические преобразования помогли записать исходную задачу о вычислении дифракционного интеграла в виде преобразования Фурье от исходного сигнала. Однако преимущества такой формы записи совсем не очевидны. В самом деле, интеграл Фурье может быть аналитически вычислен лишь для определенного набора функций. В то же время, если речь идет о реальных оптических системах, распределение поля по апертуре линзы определяется множеством различных (зачастую, случайных) факторов (неисправленные aberrации оптических элементов, предшествующих линзе, фазовые искажения, вносимые термочувствительными элементами при их нагревании при распространении по ним высокоинтенсивного излучения, турбулентные искажения при распространении в атмосфере и др.). Проведенная процедура так и осталась бы не более чем математическим трюком, позволившим перейти от одной формы записи к другой, если бы не алгоритм быстрого преобразования Фурье, который позволяет производить подобные вычисления с очень высокой скоростью и точностью. Реализация алгоритма достаточно сложна и зачастую не доступна неспециалистам по численному моделированию. Однако в настоящий момент алгоритмы быстрого преобразования Фурье реализованы в виде стандартных функций во многих пакетах для инженерных расчетов, таких как Matlab, Mathematica и др. Ниже будут приведены основные и наиболее общие особенности работы с быстрым преобразованием Фурье.

Во-первых, численное преобразование Фурье, как и любое другое численное интегрирование, подразумевает дискретизацию подынтегрального выражения. В таком случае обычно говорят о дискретном преобразовании

Фурье. Чтобы пояснить различие между дискретным преобразованием Фурье и его непрерывным аналогом, введем следующие обозначения. Пусть

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t} dt$$

есть одномерное преобразование Фурье от некоторого сигнала $f(t)$. В данном случае t может соответствовать времени, тогда ω будет иметь смысл круговой частоты; или координате, и тогда ω – пространственная частота (волновой вектор). Если функции $f(t)$ ставить в соответствие распределение напряженности поля, проходящего, скажем, через тонкую щель, то $f(t)$ будет непрерывной функцией, которая определена на некотором интервале $[0, T]$. Тогда дискретным аналогом функции $f(t)$ будет набор из N чисел – вектор $f_n = f(t_n)$, где $n = 1, 2, \dots, N$. Чаще всего, особенно при численном определении преобразования Фурье, последовательность точек t_n , по которым производится дискретизация функции f , является эквидистантной, т.е. $t_n = (n-1)\Delta t$, а $\Delta t = T/(N-1)$.

Алгоритмы численного преобразования Фурье оперируют как раз с дискретизированной формой исходного сигнала – вектором f_n . При этом результатом работы алгоритма обычно также является набор чисел F_n (причем, чаще всего, той же длины N). Элементы вектора F_n – комплексные и определяются следующим образом:

$$F_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-ink/N} .$$

Обратное же преобразование Фурье – переход от вектора частот (волновых векторов) F_n к вектору временных отсчетов (координат) f_n – задается выражением

$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F_n e^{-ink/N} .$$

Представленные выше формулы соответствуют одномерному преобразованию Фурье. Их несложно обобщить на случай двумерного

исходного сигнала (к задачам, в которых приходится иметь дело с двумерным интегралом Фурье, в частности, относится задача о преобразовании поля линзой.) При этом количество точек дискретизации N_x и N_y совсем не обязательно должно быть одинаковым. Однако в силу особенностей организации алгоритма быстрого преобразования Фурье наибольшая скорость расчета достигается, если $N = 2^m$, где m – целое число.

Разумеется, при решении задачи о фокусировке светового излучения, обладающего сложной формой волнового фронта, представляет интерес мелкая структура поля в фокальном пятне, несущая информацию об абберациях высоких порядков. В этой связи возникает вопрос, что нужно сделать, чтобы улучшить качество расчетной дифракционной картины, т.е. получить детализированное изображение распределения поля в фокальной плоскости? Первое, что приходит в голову – увеличить плотность точек, по которым производится дискретизация исходного сигнала (уменьшить шаг дискретизации Δt). Чем более детально мы знаем структуру поля перед линзой, тем более детализированной будет картина в фокальной плоскости. На самом деле, такой подход верен лишь отчасти.

На самом деле, согласно теореме Найквиста, шаг дискретизации Δt определяет максимальную частоту $\omega_{\max} = \pi / \Delta t$ (максимальную пространственную частоту) в спектре сигнала, которая может быть разрешена в результате работы алгоритма быстрого преобразования Фурье. Применительно к рассматриваемой задаче фокусировки оптического излучения двукратное увеличение количества точек, в которых задано распределение поля по апертуре линзы, приводит к расширению расчетной области в фокальной плоскости в два раза. Вместе с этим, как было показано выше, количество точек, определяющих распределение поля в фокальной плоскости линзы, возрастает также в два раза. Таким образом, плотность точек остается прежней.

Согласно общим свойствам дискретного преобразования Фурье, увеличение разрешения спектра сигнала возможно при увеличении длительности сигнала (отрезка $[0, T]$), внутри которого выполняется дискретизация. Однако в рассматриваемой нами задаче "длительность сигнала", т.е. размер апертуры, четко фиксирована, поскольку ее параметры существенным образом влияют на дифракцию волны, проходящей через линзу в том случае, если поперечный размер пучка сопоставим с размерами линзы. В таком случае, для детализации изображения в фокальной плоскости рекомендуется воспользоваться своеобразным аналогом френелевского приближения – добавить к имеющемуся вектору $f(t)$ нули, определяющие отсутствие поля в плоскости линзы за границами ее апертуры.

Также актуальным является вопрос правильной нормировки результата работы алгоритма быстрого преобразования Фурье. Если расчеты производятся в системе Matlab, для получения адекватных значений необходимо умножать вектор F_n , получаемый в результате применения процедуры быстрого преобразования Фурье, на шаг дискретизации Δt (или на произведение шагов $\Delta t_x \Delta t_y$ по двум взаимно перпендикулярным осям); при вычислении обратного преобразования умножать получающееся выражение на количество точек N (или на $N_x N_y$ для двумерных систем).

Наконец, важной особенностью реализации алгоритма быстрого преобразования Фурье является способ сортировки массива F_n , являющегося результатом прямого преобразования Фурье. Необходимо, во-первых, пояснить, что массив F_n содержит величины соответствующие, как положительным, так и отрицательным частотам. При этом первое значение F_1 в фурье-образе отвечает нулевой частоте. Далее от второго до $(N/2+1)$ -го элемента следуют значения, соответствующие положительным частотам. При этом шаг по частоте определяется согласно теореме Найквиста как

$\Delta\omega = \frac{\omega_{\max}}{N/2-1}$. Оставшиеся значения отвечают отрицательным частотам.

Таким образом, для того, чтобы правильным образом построить дифракционную картину поля, сфокусированного линзой, необходимо правильным образом обработать результаты работы алгоритма быстрого преобразования Фурье: произвести нормировку значений и произвести сдвиг элементов массива, чтобы выстроить их в порядке возрастания частоты от $-\omega_{\max}$ до ω_{\max} .

Список дополнительной литературы

- [1] Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. — М.: Наука, — 1990. 264 с.
- [2] Ахманов С.А. Никитин С.Ю. Физическая Оптика. — М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004. — 656 с.
- [3] Борн М. Вольф Э. Основы оптики: Пер. с англ. / Под ред. Г.П. Мотулевич. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
- [4] Быков В.П., Силичев О.О. Лазерные резонаторы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 320 с.
- [5] Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. — М.: «МИР», 1970. — 364 с.
- [6] Звелто О. Принципы лазеров. М.: Мир, 1990.
- [7] Ермолаева Е.В. Зверев М.С. Филатов А.А. Адаптивная оптика. — СПб.: НИУ ИТМО, 2012. — 297 с.
- [8] Кирилловский В.К.. Оптические измерения. Часть 5. Аберрации и качество изображения. СПб.: СПбГУ ИТМО. 2006. — 107 с.
- [9] Князев Б. А. Дискретное преобразование Фурье – как это делается / Б. А. Князев, В. С. Черкасский // Вестник НГУ. Серия: Физика. — 2008. — Т.3, №5. — С. 74–86.
- [10] Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. — М.: Радио и связь, 1985. — 248 с.
- [11] Стюард И. Г. Введение в фурье-оптику. — М.: Мир, 1985. — 182 с.
- [12] Тараненко В. Г., Шанин О. И. Адаптивная оптика. — М.: Радио и связь, 1990. — 112 с.
- [13] Юу Ф.Т.С. . Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. М.:Советское радио, 1979. — 304 с.

[14] Dickey F.M. Holswade S.H. Laser beam shaping. Theory and techniques. — New York: Marcel Dekker, 2000. — 428 p.

[15] N. Kogelnik, T. Li, Laser Beams and Resonators/ Applied optics. — Vol. 5. Issue 10. — 1966. — 1550-1567 pp.