

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)**

**Кафедра физики и прикладной математики**

Прохоров Алексей Валерьевич

Лексин Андрей Юрьевич

## **Математическое моделирование систем генерации и транспортировки лазерного излучения**

Методические указания к лабораторным занятиям

12.04.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»

Владимир-2016 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 «Расчет параметров волоконных световодов» .....	3
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 «Расчет поглощаемой мощности в волоконных световодах» .....	7
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 «Изучение дисперсных характеристик волоконных световодов» .....	11
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 «Моделирование уравнения распространения в чистом дисперсионном режиме» .....	16
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5 «Моделирование распространения оптического импульса в дисперсионно-нелинейной среде» .....	21
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6 «Моделирование образования ударной волны в нелинейных средах» .....	24
РЕКОМЕНДОВАННЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	27

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

### «Расчет параметров волоконных световодов»

**Цель работы:** Освоить технику расчета параметров оптических волокон в среде MATLAB.

#### Краткая теория.

**Оптическое волокно (ОВ)** - это диэлектрическая структура, по которой распространяется оптический сигнал.

**Волоконный световод** представляет собой сильно вытянутый стеклянный цилиндр, состоящий из сердцевины и оболочки

Типичные волокна имеют *сердцевину* (световедущую жилу), *отражающую оболочку*, и специальное покрытие, которое защищает сердцевину и оболочку от влаги и внешних воздействий. И сердцевина, и оболочка изготавливаются из стекла или пластика. Наиболее часто сердцевина и оболочка изготавливаются из особого *кварцевого стекла*.

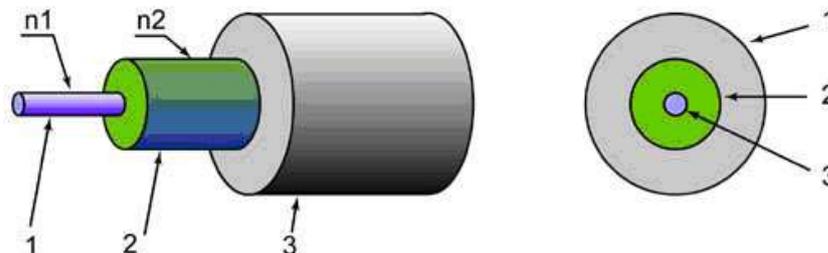


Рис.1 Структура оптоволоконного кабеля: 1 –сердцевина с показателем преломления  $n_1$ ; 2 - отражающая оболочка с показателем преломления  $n_2$ ,  $n_1 > n_2$ ; 3 – защитное покрытие.

Основным материалом и сердечника и оболочки является окись кремния  $\text{SiO}_2$  — кварц.

Изменение показателей преломления ОВ вдоль радиуса называется *профилем показателя преломления*.

В зависимости от профиля показателя ОВ подразделяются на *ступенчатые* и *градиентные*.

- Волокно называется **ступенчатым**, если значение показателя преломления остается постоянным в пределах сердцевины ОВ.

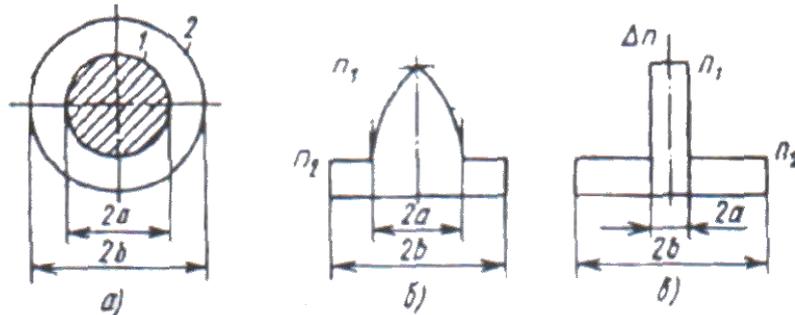


Рис.2 а) поперечное сечение ОВ; б) ОВ с градиентным профилем; в) ОВ со ступенчатым профилем [2].

- У **градиентного** волокна профиль показателя преломления является монотонной убывающей функцией радиуса в пределах его сердцевины (нет четкого перехода между  $n_1$  и  $n_2$ )

### Характеристики световодов

#### Относительный показатель преломления

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (1)$$

где  $n_2, n_1$  - показателем преломления

#### Нормированная частота

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad (2)$$

где  $k_0$ - волновое число: количество волн, которые укладываются на отрезке длиной  $2\pi$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}; k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

- Если параметр  $V > 2,4$ , то такое волокно называют **многомодовым**

Многомодовые волокна обычно имеют сердцевину диаметром 50 или 62,5 мкм, отражающую оболочку диаметром 125 мкм и используются для систем передачи видеoinформации на расстояния в несколько км. В качестве источников излучения в таких системах используются светодиоды, излучающие на длине волны 850 и 1300 нм с шириной спектра излучения 40-80 нм. Лучи, входящие в многомодовое волокно под разными углами, распространяются по разным путям и называются **модами**. Многомодовые волокна изготавливаются как со ступенчатым, так и с градиентным профилем.

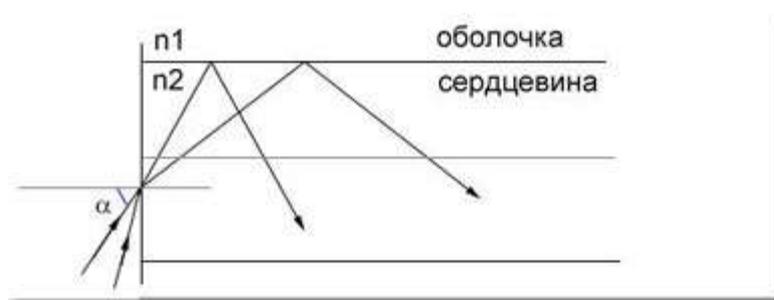


Рис.3 Распространение многомодового излучения в оптоволокне

- Если параметр  $V < 2,4$ , то такое волокно называют **одномодовым**. В одномодовом световоде распространяется только одна мода, соответствующая основному типу волн. Диаметр сердечника одномодового волокна может изменяться от 4 до 10 мкм. Чаще всего одномодовое волокно изготавливается со ступенчатым профилем.

### **Задание к работе.**

Составить программу по расчету параметра  $v_n$  для оптического волокна, характеризующегося различными значениями показателей преломления  $n1$ ,  $n2$  и провести классификацию модовости волокна.

### **Порядок выполнения работы.**

1. Ознакомиться с базовыми функциями среды MATLAB, позволяющими осуществлять ввод/вывод информации.
2. Ознакомиться с базовыми функциями среды MATLAB, позволяющими создавать простейший пользовательский интерфейс.
3. Реализовать программу по расчету параметра  $V$  для оптического волокна, характеризующегося различными значениями показателей преломления  $n_1, n_2$  и провести классификацию модовости волокна.

Параметр  $V$  – это нормированная частота, которая находится по формуле:

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$

Где  $k_0$  – волновое число: количество волн, которые укладываются на отрезке длиной  $2\pi$ :  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;

- Если параметр  $V > 2,4$ , то такое волокно называют **многомодовым**
  - Если параметр  $V < 2,4$ , то такое волокно называют **одномодовым**.
4. Оформить отчёт по лабораторной работе. В отчёте отразить результаты экспериментов по расчёту модовости волокна при разных его параметрах. Защитить работу.

### **Контрольные вопросы.**

1. Формулы для расчёта характеристик оптических световодов.
2. Функции системы MATLAB для создания пользовательского интерфейса.
3. Сравнительный анализ одномодовых и многомодовых оптических световодов.
4. Пояснить программный код.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### «Расчет поглощаемой мощности в волоконных световодах»

**Цель работы:** Освоить способы визуализации графических зависимостей для параметров оптических волокон в среде MATLAB.

#### Краткая теория.

##### Технология изготовления световодов

- Волоконные световоды изготавливают из *кварцевого стекла*:  $\text{SiO}_2$  (оксид кремния)
- Чтобы получить разные показатели преломления, используют различные *присадки*:  $\text{GeO}_2$ ,  $\text{P}_2\text{O}_5$
- Волокна изготавливают по методу *осаждения в газовой фазе* (MCVD)

В опорную кварцевую трубку подают пары четыреххлористого кремния ( $\text{GeCl}_4$ ) и галогенидов легирующих компонентов ( $\text{GeCl}_4$ ,  $\text{BBr}_3$ ,  $\text{POCl}_3$  и т.д.), а также очищенный и осушенный кислород. В зоне нагрева трубки кислородно-водородной горелкой, перемещающейся вдоль трубки с заданной скоростью, происходит окисление галогенидов с образованием оксидов кремния и легирующих компонентов (рис.4).

##### Оптические потери световодов

Одним из важнейших параметров световода являются **оптические потери** в нем, определяющие максимальное расстояние, на которое может быть передан оптический сигнал по световоду.

Пусть  $P_0$ - это мощность, которая вводится в волоконный световод длиной  $L$ , тогда мощность на выходе  $P_T$  – определяется как:

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L) ,$$

$$\alpha_{\text{дБ}} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = 4,34 \alpha$$

где  $\alpha$ - коэффициент потери или постоянная затухания.

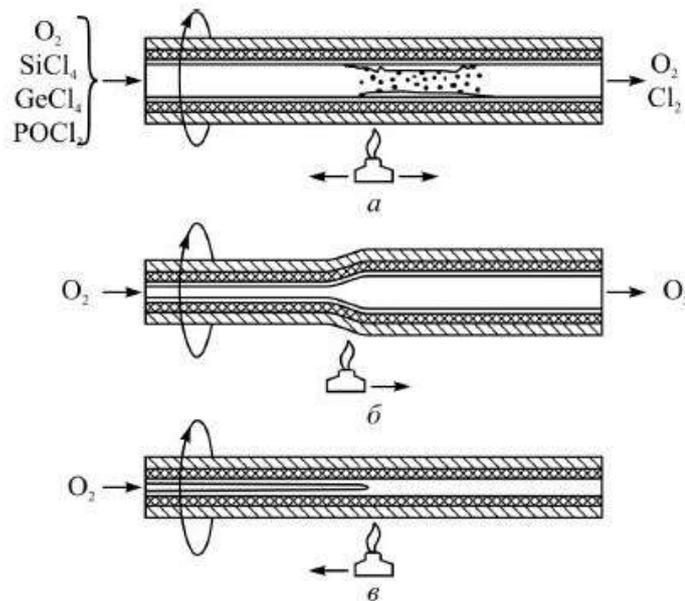


Рис.4 Схема процесса получения заготовки по методу MCVD [2]:  
 а) химическое образование и осаждение оксидов; б) сжатие трубки,  
 в) схлопывание заготовки в стержень.

- **Рэлеевское рассеяние** – это рассеяние света на флуктуациях концентрации или плотности материала.

$$\alpha_R = \frac{c}{\lambda^4}, \text{ где } c = 0,7 \div 0,9 \frac{\text{дБ}}{\text{км} \cdot \text{мкм}^4}$$

Статистические флуктуации плотности и состава с размерами, много меньшими длины волны, "вмораживаются" в стекло при остывании расплава в виде неоднородности показателя преломления и являются причиной рэлеевского рассеяния в световодах. Таким образом, рэлеевское рассеяние является собственным, присущим данному веществу.

На сегодняшний день благодаря совершенствованию технологии получен минимальный уровень оптических потерь в световодах из кварцевого стекла. Другой фактор, влияющий на поглощение света – это наличие гидроксильных групп. И еще один фактор: граничные потери.

### **Задание к работе.**

Реализовать программу расчета и построения графической зависимости мощности прошедшего излучения от длины волокна и длины волны света.

### **Порядок выполнения работы.**

1. Ознакомиться с базовыми функциями среды MATLAB, позволяющими осуществлять визуализацию двух и трехмерных математических зависимостей.

2. Реализовать программу расчета и построения графической зависимости мощности прошедшего излучения от длины волокна и длины волны света.

Для решения данной задачи необходимо воспользоваться формулой:

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L),$$

$P_0$ - это мощность, которая вводится в волоконный световод длиной  $L$ ,

$P_T$  – мощность на выходе.

Для простоты будут учитываться только рэлеевские потери, тогда:

$$\alpha_R = \frac{c}{\lambda^4}, \text{ где } c = 0,7 \div 0,9 \frac{\text{дБ}}{\text{км} \cdot \text{мкм}^4}$$

Необходимо визуализировать соотношение:  $\frac{P_T}{P_0} = \exp(-\alpha L)$  в заданном диапазоне длин волн и для заданной длины оптического световода.

3. Замечание. Перевод единиц из логарифмической шкалы осуществляется следующим образом:

$$\alpha_{\text{дБ}} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = 4,34 \alpha.$$

4. Оформить отчёт по лабораторной работе. В отчёте отразить результаты экспериментов по расчёту мощности прошедшего через волокно излучения при разных его параметрах. Защитить работу.

### **Контрольные вопросы.**

1. Формулы для расчёта мощности излучения в оптическом световоде.
2. Виды потерь в оптическом волокне.

3. Технологии изготовления оптических волокон и их влияние на характеристики проходящего излучения.
4. Пояснить программный код.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

### «Изучение дисперсных характеристик волоконных световодов»

**Цель работы:** изучение и программная реализация графических зависимостей для дисперсных характеристик волоконных световодов.

#### Краткая теория.

**Дисперсия света** - это явление, обусловленное зависимостью абсолютного показателя преломления вещества от частоты (или длины волны) света (частотная дисперсия), или, то же самое, зависимость фазовой скорости света в веществе от длины волны (или частоты).

Дисперсия света представляется в виде зависимости:  $n=n(\lambda)$  ;  $n=\frac{c}{v}$ ;

**Связь длины волны и скорости распространения:**

$$\begin{cases} c = \lambda_1 \times v_1 \\ \vartheta = \lambda_2 \times v_2 \end{cases}$$

$\lambda_1, v_1$  – в первой среде.

$\lambda_2, v_2$  – во второй среде.

#### **Закон Снелла (Снеллиуса). Закон преломления света**

Описывает преломление света на границе двух сред.

Угол падения света на поверхность связан с углом преломления соотношением

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2} = n$$

**Зависимость от длины волны:**

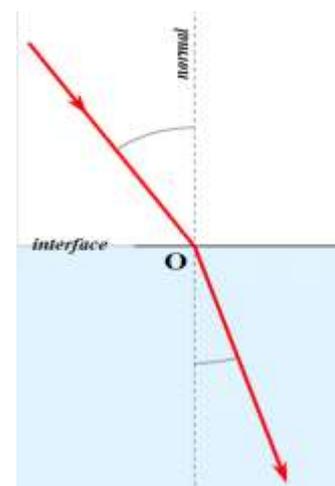
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2} = n = \frac{v_1}{v_2}$$

- Дисперсия называется **нормальной**, если

$$\frac{dn}{dv} > 0,$$

т.е. с ростом частоты  $\nu$  показатель преломления  $n$  увеличивается.

Нормальная дисперсия наблюдается у веществ, прозрачных для света.



Например, обычное стекло прозрачно для *видимого* света, и в этой области частот наблюдается *нормальная дисперсия света в стекле*. На основе явления нормальной дисперсии основано «разложение» света стеклянной призмой монохроматоров.

- Дисперсия называется **аномальной**, если  $\frac{dn}{d\nu} < 0$ ,

т.е. с ростом частоты  $\nu$  показатель преломления  $n$  уменьшается.

*Аномальная дисперсия* наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света в данной среде. Например, у обычного стекла в инфракрасной и ультрафиолетовой частях спектра наблюдается аномальная дисперсия.

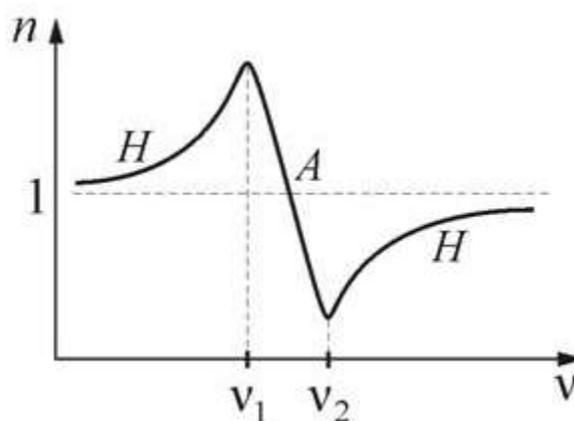


Рис.5. Типичная зависимость показателя преломления материала вблизи линии поглощения. Здесь участки, помеченные литерой Н, соответствуют нормальной, а А – аномальной дисперсии.

### ***Дисперсионные эффекты в оптических волокнах.***

Оптические волокна имеют ряд неотъемлемых физических характеристик. Они влияют на полосу пропускания, затухание и качество сигнала при передаче. В многомодовых волокнах главным фактором, воздействующим на качество сигнала, является **модовая дисперсия**.

Потери, которым подвержены оптические волокна, во многом ведут себя так же, как потери, которым подвержены многие другие физические среды, проводящие электромагнитную энергию. Указанный феномен заключается в

**экспоненциальном росте потери энергии**, которая прямо пропорциональна длине волокна.

Совокупность синусоидальных волн, частоты которых несколько отличаются от некоторой основной (центральной) частоты  $\omega$  и лежат в заданном диапазоне, называют группой волн или **волновым пакетом**. Данный пакет соответствует синусоидальному разложению Фурье со специально подобранными коэффициентами. На его основе можно получить спектр волнового пакета т.е. тот набор частот из которых он состоит.

Дисперсия групповых скоростей 2-го порядка (ДГС-2) определяется вторым слагаемым в разложении постоянной распространения вблизи центральной частоты оптического импульса и имеет вид:  $\beta_2 = \frac{1}{c} \left( 2 \times \frac{dn}{d\omega} + \omega \times \frac{d^2n}{d\omega^2} \right)$ . Именно данный параметр ответственен за уширение оптических импульсов при их распространении в дисперсионных средах.

#### **Задание к работе.**

1. Построить кривые для показателя преломления кварцевого волновода, основываясь на **формуле Селмейера**, с учетом 3х резонансных полос поглощения.  $B=[0.69;0.42;0.9]$ ,  $\lambda = [0.068; 0.12; 9.89]$ мкм
2. Выделить групповую скорость и дисперсию второго порядка при разложении постоянной распространения в кварце в ряд вблизи несущей частоты. Построить графики зависимостей для показателя преломления, групповой скорости и ДГС-2 от длины волны в диапазоне от 0,05 до 10 мкм.

#### **Порядок выполнения работы.**

1. Используя известную формулу Селлмейера

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (1)$$

построить средствами MATLAB зависимости для показателя преломления кварцевого волновода волны в диапазоне длин волн от 0,05 до 10 мкм с

учетом подгоночных параметров  $B_1=0,696163$ ,  $B_2=0,8974794$ ,  $\lambda_1=0,0684043$  мкм,  $\lambda_2=0,1162414$  мкм,  $\lambda_3=9,896161$  мкм.

2. На основе (1) ввести постоянную распространения  $\beta(\omega) = \frac{\omega}{v_g} = n(\omega) \frac{\omega}{c}$  и осуществить средствами MATLAB ее разложение в ряд Тейлора вблизи несущей частоты  $\omega_0$ :

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (2)$$

где  $\beta_m = \left[ \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right]_{\omega=\omega_0}$  ( $m=0,1,2,3\dots$ ). Причем, каждое из слагаемых в разложении оказывается ответственным за свой дисперсионный эффект. В частности, величина групповой скорости импульса может быть получена из соотношения

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{v_g}. \quad (3)$$

Второе слагаемое в разложении (2) имеет вид

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2} \right) \cong \frac{\omega d^2 n}{c d\omega^2} \cong \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (4)$$

и именно оно определяет дисперсию групповых скоростей второго порядка (ДГС-2).

3. Оформить отчёт по лабораторной работе. В отчёте отразить результаты экспериментов по расчёту дисперсных характеристик волоконных световодов. Защитить работу.

### **Контрольные вопросы.**

1. Природа дисперсионных эффектов в волоконных световодах и их влияние на качество передаваемого излучения.
2. Нормальная и аномальная дисперсия. Причины возникновения двух видов дисперсии с физической и математической точек зрения.

3. Основные формулы для оценки дисперсионных эффектов в оптических волокнах. Дисперсионные эффекты разных порядков (математическое обоснование и физическое проявление).

4. Пояснить программный код.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### «Моделирование уравнения распространения в чистом дисперсионном режиме»

**Цель работы:** Научиться применять на практике фурье-метод расщепления по физическим факторам (SSFM – Split-Step Fourier Method) для решения уравнений распространения. Изучить особенности влияния дисперсии среды на форму и длительность оптических импульсов.

#### Краткая теория.

Если длительность оптического импульса превосходит **100 фс**, его динамика задается уравнением распространения вида:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \alpha A + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (1)$$

$T = t - \frac{z}{v_g}$  – время в бегущей системе координат, привязанной к центру импульса,

$\alpha$  - коэффициент оптических потерь,

$\beta_2$  - параметр дисперсии групповых скоростей 2<sup>го</sup> порядка,

$\gamma |A|^2$  - слагаемое, определяющее кубическую нелинейность

Решить уравнение (1), называемое нелинейным уравнением Шрёдингера, аналитически не всегда удается, следовательно, необходимо провести его численный анализ с учетом проведения ряда подготовительных преобразований.

1. Нормирование **временной переменной** путём деления её на

$$\text{начальную длительность импульса: } \tau = \frac{T}{T_0}.$$

2. Введение **нормированной амплитуды**:  $A = \sqrt{P_0} e^{-\frac{\alpha z}{2}} U$ , где  $P_0$  – входная мощность.

3. После подстановки получим:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sign}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} |U|^2 U, \quad (2)$$

где  $\text{sign}(\beta_2) = \begin{cases} 1, \beta_2 > 0 \\ -1, \beta_2 < 0 \end{cases}$ ; а  $L_D = \frac{T_0}{\beta_2}$  и  $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$  — **характерные длины задачи**,

т.е. такие дистанции, на которых ярко проявляется либо **дисперсия**, либо **нелинейность**. Рассмотрим режим, для которого эффектами нелинейности и потерь можно пренебречь. Тогда уравнение (2) можно записать следующим образом:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad (3)$$

Переходя от временного представления к частотному, осуществим фурье-преобразования над (3), получим:

$$i \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{U}, \quad (4)$$

где  $U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(z, \omega) e^{-i\omega T} d\omega$ .

**Формальное решение уравнения (4)** задается формулой:

$U(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z)$ . Для обратной процедуры восстановления временного профиля оптического импульса, прошедшего некоторую дистанцию в оптическом волокне с дисперсией, необходимо провести над этим решением **обратное Фурье-преобразование**. В итоге аналитическое решение уравнения распространения (3) имеет вид:

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(0, \omega) \exp(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z - i\omega T) d\omega \quad (5)$$

В качестве примера может быть рассмотрен случай, когда на вход дисперсионной среды подается **гауссовский импульс** с распределением

$U(0, T) = \exp(-\frac{T^2}{2T_0})$ . В таком случае  $\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) e^{i\omega T} dT$  и после подстановки данного выражения в (5) получим:

$$U(z, T) = \frac{T_0^2}{T_0^2 - i\beta_2 z} \exp(-\frac{T^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}). \quad (6)$$

Полученное решение (6) позволяет сделать вывод о том, что, **проходя через световод, форма импульса не изменяется** (импульс так и остался гауссовским), а **изменяется только его длина**.

### Задание к работе.

- 1) Про моделировать с помощью метода SSFM **уравнение распространения** вида:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2}$$

с начальным гауссовским импульсом  $U(0, T) = e^{-\frac{T^2}{2T_0^2}}$ ,

- 2) Сравнить полученный результат с аналитическим решением вида (6).

### Порядок выполнения работы.

1. Перейти к операторному представлению уравнения (1) в виде:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A, \quad (7)$$

где  $\hat{D}$  - дифференциальный оператор, учитывающий дисперсию и поглощение в линейной среде, а  $\hat{N}$  - нелинейный оператор, описывающий действие нелинейных эффектов на распространение оптического импульса. В общем случае, эти операторы можно представить как:

$$\hat{D} = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} - \frac{\alpha}{2}$$

$$\hat{N} = i\gamma |A|^2$$

2. Реализовать численный алгоритм моделирования (7), суть которого состоит в том, что распространение импульса от точки  $z$  к  $z+h$  описывается в два последовательных шага, как на рис.6.

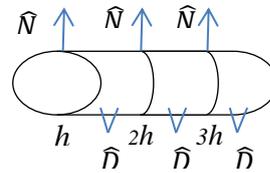


Рис.6 Последовательность действия оператор дисперсии и нелинейности при распространении сигнала вдоль оптической среды.

На первом шаге действует только нелинейность и поэтому  $\hat{D} = 0$ ; а на втором шаге действует только дисперсия и  $\hat{N} = 0$ . Математически это сводится к преобразованию вида:

$$A(z+h+t) = \exp(h(\hat{D} + \hat{N}))A(z,T) \cong \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N})A(z,T) \quad (8)$$

Действие экспоненциального оператора  $\exp(h\hat{D})$  можно выполнить в Фурье-представлении, следуя формуле:

$$\exp(h\hat{D})B(z,T) = \{F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)]F\}B(z,T), \quad (9)$$

где  $F$  обозначает оператор Фурье-преобразования, для которого справедливо  $F(\frac{\partial}{\partial t}) \rightarrow i\omega$ .

3. Используя пакет MATLAB, промоделировать (7) для чисто дисперсионного режима, когда  $\hat{N} = 0$ . Построить двумерные графики зависимости интенсивности оптического импульса от времени на входе среды и при прохождении им расстояния, равного  $L_D = \frac{T_0}{\beta_2}$ . Использовать при расчетах численный метод SSFM, а также аналитическое решение (6).

4. Оформить отчёт по лабораторной работе. В отчёте отразить результаты экспериментов по расчёту динамики волновых пакетов в оптическом волокне в чистом дисперсионном режиме. Защитить работу.

### **Контрольные вопросы.**

1. Нелинейное уравнение Шрёдингера.
2. Математические и физические условия возникновения чистого дисперсионного режима распространения волнового пакета в оптическом волокне.
3. Фурье-метод расщепления по физическим факторам.
4. Пояснить программный код.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

### «Моделирование распространения оптического импульса в дисперсионно-нелинейной среде»

**Цель работы:** изучение особенностей распространения оптического импульса в смешанном нелинейно-дисперсионном режиме.

#### Краткая теория.

Распространение световых импульсов с длительностью более 1 пс описывается *нелинейным уравнением вида*

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \alpha A + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (1)$$

где  $A$  – *огибающая импульса*, взятая из выражения, определяющего линейно-поляризованное поле в световоде:

$$\tilde{E}(r, \omega) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\beta_0 z} \quad (2)$$

где  $x$  – единичный вектор поляризации плоской световой волны,

$F(x, y)$  – поперечное пространственное распределение поля,

$\beta_2$  – постоянная распространения.

$T$  – время, измеряемое в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью импульса.

Параметры  $\beta_2$  и  $\gamma$  определяют, соответственно, вклад дисперсионных и нелинейных эффектов.

В результате совместного действия дисперсионных и нелинейных эффектов оптический импульс может подвергаться *существенным деформациям* как в отношении формы его огибающей, так и вида спектра.

Поскольку нормированный вид уравнения (1) удовлетворяет следующему уравнению распространения

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + \frac{|U|^2}{L_{нл}} U$$

можно перейти к нормированной переменной длине  $\xi = z/L_D$  и ввести параметр  $N = L_D/L_{NL}$  – отношение дисперсионной и нелинейной длин. В итоге уравнение преобразуется к виду

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{1}{2} \text{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + N^2 |U|^2 U$$

Величина  $N$  определяет относительное влияние дисперсионных и нелинейных эффектов на эволюцию импульсов в волоконном световоде. При  $N \ll 1$  преобладают **дисперсионные эффекты (рассмотрены в лабораторной работе №4)**, тогда как при  $N \gg 1$  доминирует **нелинейные эффекты**. В промежуточном случае  $N \sim 1$ , и дисперсия и нелинейность играют одинаково важную роль в процессе эволюции оптического импульса.

### **Задание к работе.**

Смоделировать в системе MATLAB различные режимы распространения оптического импульса в нелинейно-дисперсионной среде с разными соотношениями между нелинейной и дисперсионной длинами.

### **Порядок выполнения работы.**

1. Перейти к безразмерным величинам, отнормировав уравнение (1) на **дисперсионную длину**.
2. Смоделировать полученное уравнение, полагая, что импульс на входе волокна длиной  $L$  имеет гауссовскую форму  $U = U_0 \cdot e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}$  и рассмотрев 3 возможных ситуаций:

- а)  $L \ll L_{NL}$  и  $L \ll L_D$
- б)  $L > L_{NL}$  и  $L \ll L_D$
- в)  $L \approx L_{NL} L_D$

3. Осуществить визуализацию трехмерных пространственно-временных графиков зависимости интенсивности оптического импульса для различных режимов распространения. Восстановить спектры исследуемых импульсов на входе и после прохождения расстояния  $L$  в оптическом волокне.

4. Оформить отчёт по лабораторной работе. В отчёте отразить результаты экспериментов по расчёту динамики волновых пакетов в оптическом волокне в смешанных нелинейно-дисперсионных режимах. Защитить работу.

**Контрольные вопросы.**

1. Эффект фазовой самомодуляции.
2. Математические и физические условия возникновения смешанных нелинейно-дисперсионных режимов распространения волнового пакета в оптическом волокне.
3. Влияние формы огибающей оптического импульса на характер его распространения в волокне.
4. Пояснить программный код.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

### «Моделирование образования ударной волны в нелинейных средах».

**Цель работы:** изучение особенностей возникновения и распространения оптических ударных волн в световодах.

#### Краткая теория.

В случае сверхкоротких импульсов нужно учитывать нелинейные эффекты высшего порядка. Одним из них является дисперсия нелинейности, связанная с зависимостью групповой скорости от интенсивности. Рассматривая бездисперсионный случай с  $\beta_2=0$  и в отсутствии оптических потерь  $\alpha=0$  перейдем к необходимости изучения нелинейного уравнения распространения вида

$$\frac{\partial U}{\partial z} - s \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) = i|U|^2 U \quad (1)$$

где параметр  $s$  задает коэффициент нелинейной дисперсии, а также введён относительный параметр длины  $Z = \frac{z}{L_{NL}}$ . Для этого представим решение  $U$  в форме произведения амплитудной и фазовой частей  $U = \sqrt{I} e^{i\varphi}$ . Полученная на основе такой параметризации система будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial z} + 3sI \frac{\partial I}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + sI \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = I \end{cases} \quad (2)$$

Решая первое уравнение системы, будем использовать метод характеристик, согласно которому общее решение запишется в виде

$$I(Z, \tau) = f(\tau - 3sIZ) \quad (3)$$

Таким образом, можно полагать, что каждая временная точка  $\tau$  движется вдоль прямой линии от начального значения и наклон этой линии зависит от интенсивности. Полагая импульс на входе гауссовским, т.е. вида  $I(0, \tau) = f(\tau) = e^{-\tau^2}$  получим, что после прохождения расстояния  $Z$  его форма примет следующий вид:

$$I(Z, \tau) = \exp(-(\tau - 3sIZ)^2) \quad (4)$$

Поскольку решение (4) соответствует неявно заданной функции, то для восстановления формы оптического импульса необходимо для каждого фиксированного  $I(z, \tau)$  выразить  $\tau$  через  $Z$ . Поскольку скорость движения различных точек огибающей импульса в (4) зависит от интенсивности, очевидно, что движение пика импульса будет запаздывать относительно движения его переднего фронта. Формально такой процесс может развиваться вплоть до реализации условий, при которых задний фронт импульса становится абсолютно прямым, что и соответствует образованию ударной оптической волны на заднем фронте импульса. С математической точки зрения, такая ситуация соответствует случаю  $\frac{\partial I}{\partial \tau} = 0$ . Отсюда можно приблизительно оценить длину образования ударной волны огибающей  $z_s = \sqrt{\frac{e}{2}} \frac{L_{NL}}{3s}$ . На практике идеальная ударная волна в оптике образоваться не может из-за необходимости учета дисперсионных эффектов в (1), которые приводят к сглаживанию процессов укрупнения заднего фронта оптического импульса.

### **Задание к работе.**

Используя метод SSFM, реализованный в среде MATLAB в ходе лабораторной работы №4, осуществить численное моделирование уравнения (1) и получить решения, описывающие образование ударной волны огибающей.

### **Порядок выполнения работы.**

1. Осуществить нормировку уравнения (1) на характерную нелинейную длину.
2. Осуществить коррекцию оператора нелинейности (см. лабораторную работу №4) с учетом нового слагаемого  $s \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U)$ .
3. Смоделировать полученное операторное уравнение в среде MATLAB.

4. Оценить величину характерной длины образования ударной волны (по отношению к нелинейной длине), при которой начинает проявляться эффект самоукручения фронта оптического импульса.

5. Осуществить проверку полученного численного решения в режиме генерации ударных волн с аналитическим (4).

6. Оформить отчёт по лабораторной работе. В отчёте отразить результаты экспериментов по расчёту динамики волновых пакетов в оптическом волокне в режиме образования ударной волны огибающей. Защитить работу.

### **Контрольные вопросы.**

1. Эффект образования оптической ударной волны огибающей. Его практическое значение.

2. Математические условия возникновения ударной волны огибающей при распространении волнового пакета в оптическом волокне.

3. Точность моделирования динамики волновых пакетов методом SSFM на основе сравнения с точными аналитическими решениями.

4. Пояснить программный код.

## РЕКОМЕНДОВАННЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R K Tyson *Principles and Applications of Fourier Optics*, IOP Publishing Ltd, 116 pp, 2014, ISBN: 978-0-750-31056-7.
2. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика: Пер. с англ. М.: Мир, 2009. - 323 с., ISBN 5-03-002418-2.
3. Розанов, Н.Н. Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто- [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2011. — 534 с., ISBN: 978-5-9221-1307-6.
4. Крюков П.Г., Лазеры ультракоротких импульсов и их применения, – Долгопрудный: Издательский Дом ИНТЕЛЛЕКТ, 2012. – 248с., ISBN 978-5-91559-091-4.
5. Л. Аллен, Дж. Эберли, Оптический резонанс и двухуровневые атомы, М.:Мир, 2008. – 222с., ISBN 978-5-08134-1211-5.
6. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-ти т. Том 4. Волны. Оптика. Учебн. пос., 5-е изд. Т.4, Изд.5, 2011. – 256 с., ISBN 978-5-8114-1210-5