

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**
(ВлГУ)
Институт прикладной математики и информатики био- и нанотехнологий
Кафедра физики и прикладной математики

Честнов Игорь Юрьевич
Лексин Андрей Юрьевич
Аракелян Сергей Мартиросович

Методические указания к курсовому проектированию
по дисциплине **«Системы адаптивной оптики и их приложения»**
для студентов ВлГУ, обучающихся
по направлению 200500.62 (12.03.05)
«Лазерная техника и лазерные технологии»

Владимир-2015 г.

Оглавление

1. Организация курсовой работы.....	3
1.1. Цель курсовой работы.....	3
1.2. Тематика курсовой работы.....	3
1.3. Задание на курсовую работу	3
2. Порядок выполнения работы	4
3. Рекомендации по выполнению работы	5
3.1. Теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения работы	5
3.1.1. Назначение и принципы работы установки для коррекции волнового фронта лазерного излучения	5
3.1.2. Математические основы коррекции волнового фронта.....	9
3.1.3. Фокусировка гауссова пучка как дифракционная задача	13
3.1.4. Критерии качества лазерного пучка.....	17
3.2. Рекомендации по составлению программы в среде Matlab	18
3.3. Проведение численных экспериментов	21
3.4. Рекомендации по проведению анализа результатов численных экспериментов.....	22
3.5. Требования к оформлению и содержанию курсовой работы	22
3.6. Порядок защиты курсовой работы и примерный список вопросов к защите	23
Рекомендованный библиографический список	24
Приложение А	26

1. Организация курсовой работы

1.1. Цель курсовой работы

Данная курсовая работа предназначена для студентов, обучающихся по направлению 200500.62 (12.03.05) «Лазерная техника и лазерные технологии», и является частью учебного курса дисциплины "Системы адаптивной оптики и их приложения".

Адаптивные оптические системы представляют собой мощный инструмент по управлению световым излучением. Специалист в области лазерной физики должен понимать те возможности, которые открываются ему в этой сфере, иметь наглядное и четкое представление о том, какие преимущества таит в себе использование адаптивной оптики. Для этого не достаточно просто знать математические принципы функционирования подобных систем или на практическом уровне представлять алгоритм работы с ними. Для того чтобы конструировать такие системы или эффективно использовать весь потенциал адаптивной оптики в решении нестандартных задач, необходимо иметь четкое представление о взаимосвязи фундаментальных физических и математических принципов, лежащих в основе их работы, с конкретными техническими решениями.

1.2. Тематика курсовой работы

Данная курсовая работа посвящена одному из примеров применения адаптивных оптических систем в лазерной физике – коррекции искаженного волнового фронта лазерного луча. Подобные установки могут применяться, например, для управления формой сфокусированного лазерного пятна с целью достижения высокой плотности мощности в пучке или получению заданного распределения интенсивности. Курсовая работа нацелена на освоение студентами математических и технических принципов функционирования обсуждаемых адаптивных оптических систем на примере задачи фокусировки лазерного пучка тонкой линзой, а также на ознакомление с основными критерии оценки качества работы подобных систем.

1.3. Задание на курсовую работу

При выполнении курсовой работы, необходимо провести численное моделирование процесса коррекции волнового фронта лазерного пучка адаптивной оптической системой. Разработке подлежат следующие вопросы:

- Разработка программы, производящей разложение волнового фронта лазерного пучка произвольной формы по полиномам Цернике.
- Разработка программы, визуализирующей распределение интенсивности лазерного пучка с скорректированным волновым фронтом в фокальной плоскости плоской линзой.
- Оценка качества лазерного пучка в фокальном пятне.
- Оформление расчетно-пояснительной записки

Все расчеты выполняются по индивидуальным вариантам задания, приведенным в Приложении А.

Полный объем расчетно-пояснительной записки должен составлять не менее 15 страниц с учетом формул, графиков и приложений.

2. Порядок выполнения работы

Задания к курсовой работе должны быть выполнены в следующем порядке.

1. Изучение теоретического материала, содержащегося в данном руководстве, а также в литературе из рекомендованного библиографического списка, посвященной принципам работы установок для коррекции волнового фронта лазерного излучения.

2. Составление программы в среде Matlab.

3. Проведение численных экспериментов.

4. Анализ результатов работы адаптивной оптической системы на основе визуальных и численных результатов, полученных на этапе моделирования.

5. Подготовка расчетно-пояснительной записки (с обязательным включением обобщенных результатов численных экспериментов, в том числе изображений и графиков распределения интенсивности в фокальной плоскости).

6. Защита курсовой работы.

3. Рекомендации по выполнению работы

3.1. Теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения работы

3.1.1. Назначение и принципы работы установки для коррекции волнового фронта лазерного излучения

Использование адаптивных оптических систем в первую очередь связывают с проведением астрономических измерений через турбулентную атмосферу. Необходимость коррекции волнового фронта в подобном приложении очевидна, поскольку с ее помощью можно существенно увеличить качество изображения и существенно расширить возможности наземных телескопов. Тем не менее, применение адаптивной оптики совсем не ограничено исключительно астрономическими наблюдениями. Важную нишу занимают также задачи, связанные с применением в лазерной физике. К их числу стоит отнести разработку систем передачи лазерного излучения на далекие расстояния, создание адаптивных лазерных резонаторов, управление формой сфокусированного лазерного пятна и др. – см. [1].

Функционирование любой лазерной системы основано на постоянстве ее выходных характеристик или возможности управления ими. К основным характеристикам лазеров относится форма пучка, а также его интенсивность. Задача формирования излучения тесно связана с задачей коррекции aberrаций, которые неизбежно возникают в любой оптической системе. Действительно, оптический тракт лазерной установки состоит из множества различных компонентов, включающих активную среду, ряд пространственных фильтров, оптических элементов и усилителей. Каждый из этих элементов и даже воздушные промежутки тракта вносят свои aberrационные искажения в волновой фронт лазерного луча, без учета которых невозможно получить излучение с заданными параметрами.

Ситуация дополнительно осложняется тем, что в ряде случаев aberrационные искажения имеют случайный характер. Так, например, в результате нагревания активного элемента твердотельных лазеров в нем образуются термолинзы, вызывающие медленно меняющиеся во времени искажения волнового фронта, что является одной из главных причин большой расходимости излучения. В этой связи коррекцию таких фазовых искажений необходимо производить в реальном времени, для чего идеально подходят адаптивные оптические системы.

В данной курсовой работе рассматривается задача управления размером и формой фокального пятна лазера средствами адаптивной оптики, применение которых позволяет существенно улучшить характеристики оптических систем. Так во множестве практических приложений лазерного излучения необходимо использовать лазерное излучение с высокой плотностью мощности, чего можно добиться путем как можно более “острой” фокусировки светового пучка. К подобным задачам, в первую очередь относятся технологические применения лазерного излучения (резка, пробивка отверстий), приложения лазеров в медицине, а также такие экзотические задачи, как инициация термоядерной реакции. Использование адаптивной оптики позволяет значительно (в 2-3 раза и более) увеличить плотность световой энергии на мишени, а также управлять пространственным распределением мощности в фокальном пятне – см. [2,3,4].

Принципиальная схема адаптивной оптической установки для коррекции aberrаций волнового фронта представлена на рис. 1.

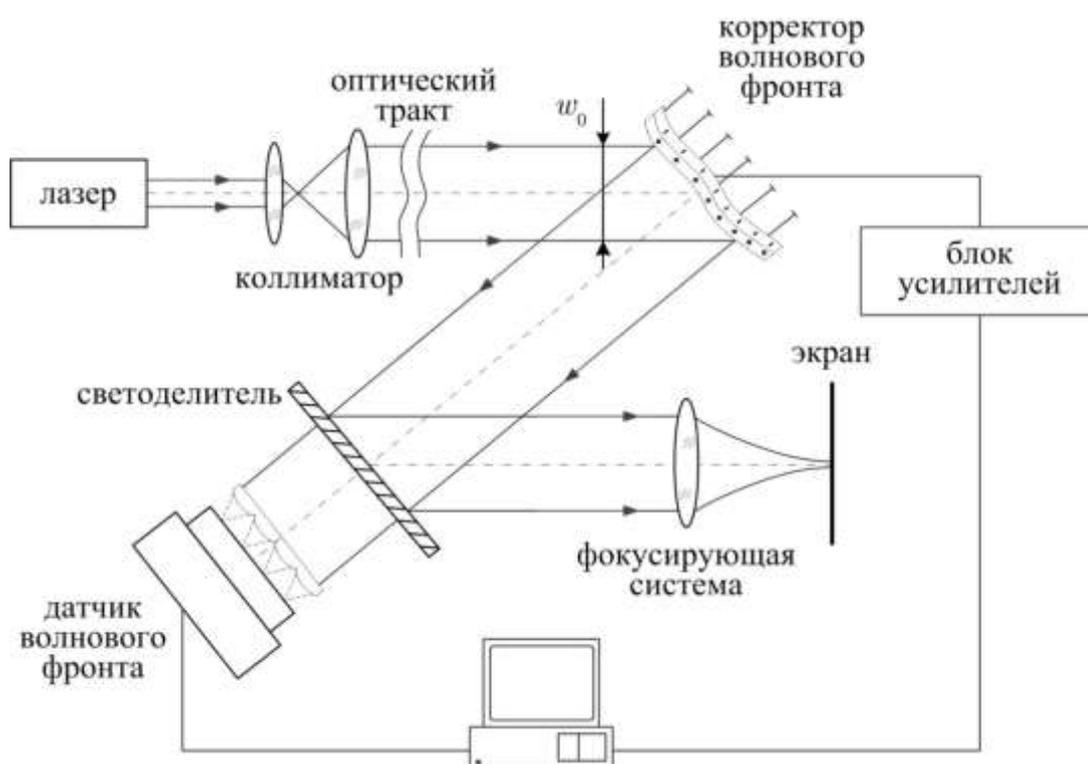


Рис. 1. Принципиальная схема адаптивной оптической установки для коррекции волнового фронта лазерного излучения.

Лазерное излучение с помощью коллиматора, представленного системой линз, собирается в пучок параллельных лучей, характеризующийся эффективным радиусом w_0 . Искажения формы волнового фронта в плоскости

поперечного сечения пучка (перпендикулярной плоскости рисунка) могут возникать как в самом лазерном источнике, так и в оптическом тракте. Лазерный пучок попадает на фазовый корректор, форма поверхности которого должна быть сопряжена с фазовой поверхностью падающего пучка. После отражения от корректора, пучок приходит на детектор волнового фронта, который производит измерение степени искривления волнового фронта и передает эти данные на компьютер. На основе обработки данных с детектора электронная система через блок усилителей подает набор управляющих напряжений на корректор. Последний при этом изменяет свою форму таким образом, что в волновой фронт излучения вносятся искажения, компенсирующие начальные aberrации лазерного пучка. Перед датчиком волнового фронта расположен светоделитель, направляющий большую часть излучения на фокусирующую линзу. В результате работы адаптивной оптической системы волновой фронт выходного излучения выпрямляется, что приводит к уменьшению размера фокального пятна и изменению его формы.

Рассмотрим отдельно компоненты адаптивной оптической системы.

Датчик волнового фронта. В качестве датчика волнового фронта в установках для коррекции лазерного излучения предпочтительно использовать датчик Шак-Гартмановского типа. Он равно эффективно работает, как на определенной длине волны, так и в белом свете, сравнительно нечувствителен к механическим вибрациям, а также способен работать с импульсным лазерным излучением практически любой длительности (см. [4]).

Принцип работы датчика Шака-Гартмана основан на измерении фазового профиля лазерного излучения по результатам измерений локальных наклонов волнового фронта. Для этих целей апертура лазерного пучка с помощью линзового растра разбивается на ряд областей. В фокальной плоскости линзового растра располагается ПЗС камера, регистрирующая изображение фокальных пятен от каждого элемента растра. Для согласования входной апертуры пучка, размеров линзового растра и приемной площадки ПЗС камеры в системе обычно установлена согласующая оптика (линза или телескоп).

Когда попадающий на датчик волновой фронт плоский, изображения от каждой из микролинз расположены в правильном порядке, определяемом геометрией растра. Когда же волновой фронт искажен, изображения смещаются от своих заданных положений, причем степень смещения каждого изображения пропорциональна среднему наклону волнового фронта по апертуре соответствующей микролинзы. По характеру и величине этих смещений

на основе специального математического алгоритма удастся восстановить структуру волнового фронта по всей апертуре пучка.

Корректор волнового фронта. Корректор волнового фронта выступает ключевым элементом любой адаптивной оптической системы и определяет возможности всей системы. В настоящий момент наиболее распространены зеркальные корректоры волнового фронта, когда фазовые искажения в волновой фронт вносятся деформированной особым образом зеркальной поверхностью. Существует довольно много типов деформируемых зеркал: с биморфными пьезоактюаторами, с пьезоактюаторами толкательного типа, гидравлические и электромеханические, сегментированные зеркала (подробнее см. [5]).

К корректору предъявляются повышенные требования: эффективность воспроизведения aberrаций волнового фронта, широкий диапазон деформации поверхности при небольшом количестве управляющих электродов, температурная стабильность поверхности, лучевая стойкость покрытия, простота изготовления, а также низкая стоимость. В настоящей работе предлагается рассматривать корректор на основе биморфного пьезоэлемента, или так называемое биморфное зеркало, наиболее полно удовлетворяющее всем перечисленным требованиям. Кроме того, биморфные зеркала обладают достаточно большим диапазоном деформации поверхности (до десятков микрометров), что позволяет им корректировать даже сильно искаженный волновой фронт.

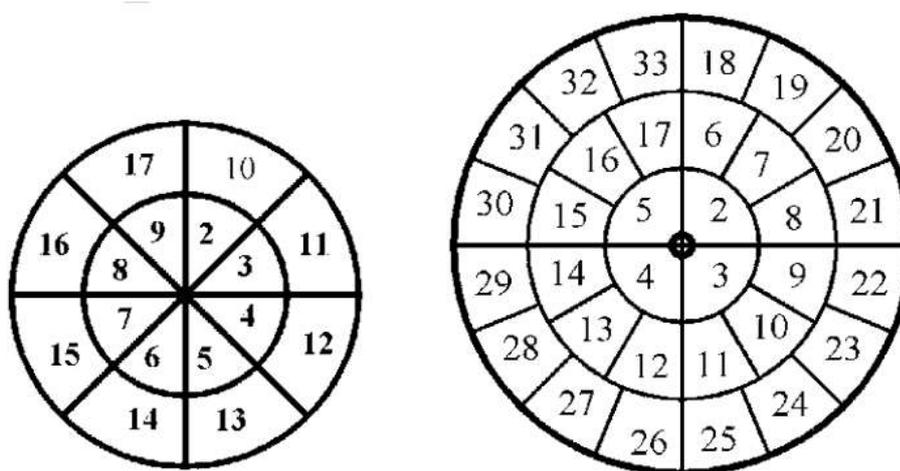


Рис. 2. Примеры схем расположения управляющих электродов для биморфного зеркала.

Биморфное зеркало состоит из двух скрепленных пьезокерамических пластин (дисков), расположенных на подложке, к которым подведена систе-

ма электродов. Пластины поляризованы в противоположных направлениях, вследствие чего при подаче напряжения на электроды, одна пластина сжимается, а противоположная - растягивается, что приводит к локальному искривлению отражающей поверхности. Технически биморфное зеркало реализовано в форме круглого диска, к которому подводится система управляющих электродов, определенным образом разбивающих поверхность зеркала на сегменты. Схема расположения электродов в биморфных зеркалах обычно радиально-кольцевая (см. рис. 2). Однако количество электродов и способ их упаковки могут различаться в зависимости от назначения зеркала. В общем случае, чем большим количеством степеней свободы обладает зеркало, тем точнее оно способно воспроизводить необходимую форму. При конструировании адаптивной оптической системы выбор числа пространственных мод фазового корректора зависит от множества параметров: от типа и точности датчика волнового фронта, от характера искажений волнового фронта, которые необходимо компенсировать, от процедуры оценки остаточной ошибки аппроксимации [6].

Для описания деформаций биморфного зеркала удобно разлагать их по какой-либо системе ортогональных функций, например, по полиномам Цернике, которые также используются и для моделирования искажений волнового фронта. Способность биморфного зеркала хорошо воспроизводить моды Цернике является ключевым преимуществом этого вида корректоров. При этом точность воспроизведения фазового профиля гибким зеркалом зависит от его конструкции (числа управляющих электродов, так и от их взаимного расположения) [7].

Для оценки способности конкретного деформируемого зеркала воспроизводить моды Цернике, необходим детальный расчет функции отклика зеркала на прикладываемые напряжения (см. [7, 8]). Решение данной задачи, требующей хорошей подготовки в области математического моделирования, выходит за рамки этой курсовой работы. В этой связи предположим, что используемое в нашей схеме зеркало способно воспроизводить некоторое количество N полиномов Цернике с приемлемой остаточной ошибкой.

3.1.2. Математические основы коррекции волнового фронта

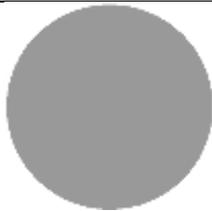
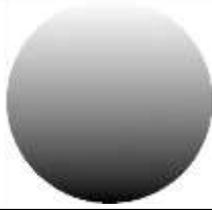
Волновой фронта лазерного пучка, падающего на корректор, обычно обладает достаточно сложной формой, которую будем описывать некоторой функцией от поперечных координат $\phi(x, y)$. Именно эта зависимость, фактически, и измеряется датчиком волнового фронта. Также как и в оптике абер-

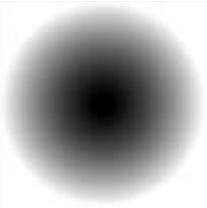
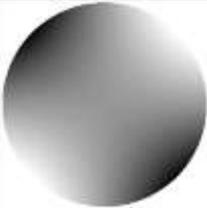
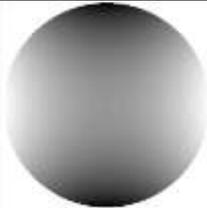
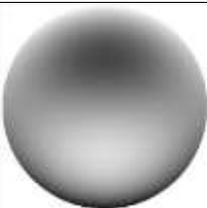
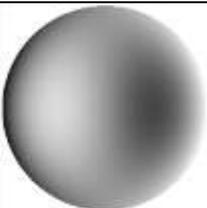
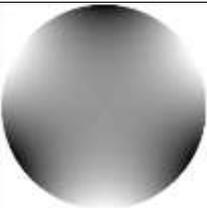
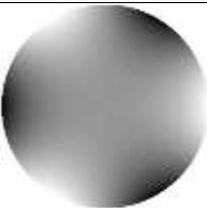
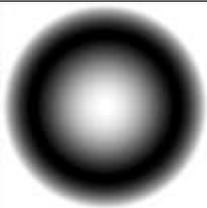
раций, функцию $\phi(x, y)$ удобно представить в виде суммы некоторых известных функций. На этом принципе основаны многие алгоритмы обработки показаний датчика волнового фронта и последующего пересчета этих показаний в базис функций отклика корректора. В качестве набора функций (базиса разложения) обычно выбирают полиномы Цернике, которые описывают классические aberrации оптических систем [9]. Надо сказать, что известны и более оптимальные варианты разложения волнового фронта. Однако моды Цернике значительно выигрывают тем, что имеют простое аналитическое выражение, а также хорошо воспроизводятся биморфными зеркалами.

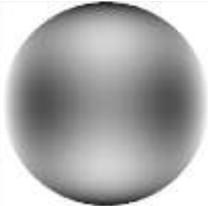
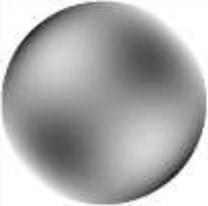
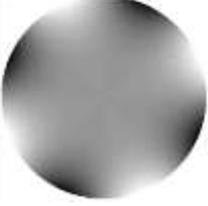
Полиномы Цернике $Z_n^m(r, \theta)$ задаются в полярных координатах (r, θ) на окружности с единичным радиусом ($r = \sqrt{x^2 + y^2} < 1$) и характеризуются радиальным n и азимутальным порядком m (при том величина $m = 0, 1, 2 \dots n$). Для данного радиального порядка $n = N$ существует $(N+1)(N+2)/2$ полиномов Цернике. Вместо двух индексов n и m также используется последовательная нумерация с одним индексом j .

Первые моды Цернике, представленные в табл. 1. названы так же, как известные aberrации, и имеют простой смысл.

Таблица 1

n	m	j	Выражение для полинома Цернике	Название соответствующей aberrации	Графическое изображение
0	0	1	1	Поршень	
1	1	2	$2r \cos \theta$	Наклон	
1	-1	3	$2r \sin \theta$	Наклон	

2	0	4	$\sqrt{3}(2r^2 - 1)$	Расфокусировка	
2	2	5	$\sqrt{6}r^2 \sin 2\theta$	Астигматизм	
2	-2	6	$\sqrt{6}r^2 \cos 2\theta$	Астигматизм	
3	1	7	$\sqrt{8}(3r^2 - 2r)\sin \theta$	Кома	
3	-1	8	$\sqrt{8}(3r^2 - 2r)\cos \theta$	Кома	
3	3	9	$\sqrt{8}r^3 \sin 3\theta$	Трилистник	
3	3	10	$\sqrt{8}r^3 \cos 3\theta$	Трилистник	
4	0	11	$\sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$	Сферическая	

4	2	12	$\sqrt{10}(4r^4 - 3r^2)\cos 2\theta$	Астигматизм 5го порядка	
4	-2	13	$\sqrt{10}(4r^4 - 3r^2)\sin 2\theta$	Астигматизм 5го порядка	
4	4	14	$\sqrt{10}r^4 \cos 4\theta$	Пепельница	
4	-4	15	$\sqrt{10}r^4 \sin 4\theta$	Пепельница	

Преимуществом использования мод Цернике является также то, что они являются ортогональными (или ортонормированными). Это свойство означает, что скалярное произведение $(Z_i, Z_j) = 1$ только если $i = j$ и равно нулю в других случаях. Скалярное произведение определяется как интеграл

$$(Z_i, Z_j) = \pi^{-1} \int_0^1 Z_i(\vec{r}) Z_j(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (1)$$

Отсюда следует, что если фазовая аберрация $\phi(\vec{r})$ представлена как бесконечная сумма полиномов Цернике,

$$\phi(\vec{r}) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j Z_j(\vec{r}), \quad (2)$$

то коэффициенты разложения определяются как скалярные произведения

$$a_j = \pi^{-1} \int_0^1 \phi(\vec{r}) Z_j(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (3)$$

Тем не менее, из-за несовершенства оборудования, а также для быстрого действия алгоритма обработки сигнала, бесконечную сумму в разложении (2) обычно обрывают на некотором N слагаемом.

В данной курсовой работе предполагается, что биморфное зеркало в паре с датчиком волнового фронта способны безошибочно воспроизвести N полиномов Цернике. Для выполнения работы необходимо произвести разложения функции кривизны волнового фронта $\phi(x, y)$ в ряд из N полиномов. Форма $\phi(x, y)$ определяется вариантом задания. Величину N необходимо подобрать в результате серии численных экспериментов, исходя из требования достижения высокого качества сфокусированного пучка. При этом предполагается, что полученная функция $\phi_N = \sum_{j=1}^N a_j Z_j(\vec{r})$ может быть точно воспроизведена деформируемым зеркалом в виде волнового фронта, сопряженного падающему.

Вследствие конечности ряда, полученная функция $\phi_N = \sum_{j=1}^N a_j Z_j(\vec{r})$ будет отличаться от исходной. Ошибка коррекции, определяемая как

$$\Delta\phi(x, y) = \phi - \phi_N, \quad (4)$$

будет соответствовать кривизне волнового фронта после прохождения адаптивной оптической системы.

3.1.3. Фокусировка гауссова пучка как дифракционная задача

Большинство приложений лазерной физики так или иначе сопряжено с задачей фокусировки лазерного излучения и получения контролируемого распределения интенсивности в лазерном пятне. Одна из самых распространенных задач сводится к фокусировке лазерного излучения в пятно малого размера, в котором достигается высокая плотность энергии.

Напряженность \vec{E} поля лазерного излучения, распространяющегося в идеальной, т.е. избавленной от аберраций, среде может быть описана выражением

$$\vec{E} = E(\vec{r}, z) e^{i\phi(x, y)} e^{i(\omega t - kz)},$$

где ω - частота лазерного поля (для простоты можно считать излучение монохроматическим), $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - соответствующее волновое число (λ - длина волны излучения). Лазерное излучение распространяется вдоль оси z , а величина \vec{r} представляет собой радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси z . Величина $\vec{E} = E(\vec{r}, z)$ называется комплексной амплитудой поля в поперечном сечении пучка и в общем случае зависит от продольной координа-

ты z , что отражает дифракционную расходимость гауссова пучка или действие фокусирующих оптических элементов.

При фиксированном значении z распределение комплексной амплитуды поля $E(r)$ в поперечном сечении сколлимированного лазерного пучка (с малой расходимостью) обычно описывается гауссовой (или супергауссовой функцией) – см. рис. 3:

$$E(r) = E_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{w_0} \right)^n \right], \quad (5)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, а n - число (обычно целое), характеризующее степень супергауссовости пучка. Если $n = 2$, пучок гауссовский, при больших значениях этой величины пучок имеет супергауссовскую форму с более плоской вершиной. Величина w_0 характеризует ширину пучка и в общем случае будет зависеть от продольной координаты z . Так, для гауссовского пучка, эта величина имеет смысла полуширины пучка по уровню $1/e$ от максимума интенсивности. Величина E_0 определяет максимальное значение комплексной амплитуды, которое для идеального гауссова пучка располагается на оптической оси, т.е. в точке $r = 0$.

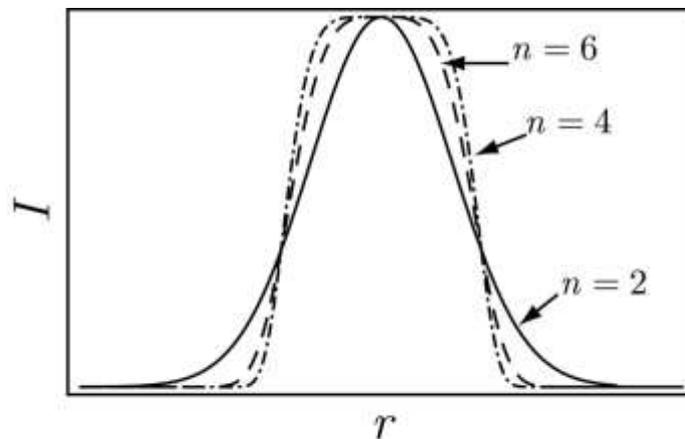


Рис. 3. Распределение интенсивности в поперечном сечении для гауссова пучка $n = 2$ и супергауссовых пучков ($n = 4$ и $n = 6$).

В большинстве технологических применениях лазера удобнее оперировать не комплексной амплитудой, а интенсивностью лазерного излучения I (плотностью мощности), измеряемой в $\text{Вт}/\text{м}^2$. (более часто встречается внесистемная величина $\text{Вт}/\text{см}^2$). Для гауссова пучка распределение интенсивности (в системе единиц СИ [10]) в поперечном сечении будет определяться квадратом комплексной амплитуды:

$$I = \frac{cn\varepsilon_0}{2} |E_0|^2 = \frac{cn\varepsilon_0}{2} |E_0|^2 \exp \left[-\left(\frac{r}{w_0} \right)^n \right],$$

где n - показатель преломления среды, в которой распространяется пучок (для воздушной оптической трассы можно принять $n = 1$), ε_0 - электрическая постоянная. Тогда полная световая мощность в пучке может быть найдена из соотношения

$$P = \iint_S I(x, y) dx dy, \quad (6)$$

где интегрирование ведется в бесконечных пределах, если пучок распространяется в свободном пространстве, или по ограниченной площади апертуры линзы S . Для гауссова пучка интеграл может быть легко рассчитан: $P = \pi w_0^2 I_0$ (I_0 - интенсивность в центре пучка).

Если волновой фронт избавлен от внешних абберационных искажений, гауссово распределение интенсивности сохраняется в любой плоскости вдоль оптической оси. Изменяется при этом лишь характерная ширина пучка w_0 . Если безабберационный гауссов пучок ($n = 2$) с размером пятна в перетяжке w_{01} падает на идеальную тонкую линзу, та преобразует его в гауссов пучок с перетяжкой w_{02} . При этом

$$w_{02} = \frac{w_{01}}{\sqrt{(1 - l_1/f)^2 + \left(\frac{2\pi w_{01}^2}{\lambda f} \right)^2}}, \quad (7)$$

где l_1 - расстояние между положением перетяжки w_{01} и линзой, f - фокусное расстояние линзы. Местоположение перетяжки после преобразования пучка линзой определяется выражением

$$l_2 = f \left\{ 1 + \frac{(l_1/f - 1)}{(l_1/f - 1)^2 + \left(\frac{2\pi w_{01}^2}{\lambda f} \right)^2} \right\}.$$

В оптике чаще всего выполняется условие $\left(\frac{2\pi w_{01}^2}{\lambda f} \right)^2 > 1$ (для этого необходимо, чтобы диаметр коллимированного пучка был порядка 1 мм или больше). Тогда положение перетяжки будет, фактически, совпадать с задней

фокальной плоскостью линзы. В этом же пределе получается выражение для размера перетяжки в отсутствии aberrаций волнового фронта гауссова пучка:

$$w_{02} = \frac{2\pi f}{\lambda w_{01}}.$$

Несмотря на кажущуюся простоту эффективное решение задачи фокусировки лазерного излучения в реальных оптических системах сопряжено с существенными трудностями. В первую очередь это связано со значительными aberrационными искажениями, которые вносятся в лазерный пучок оптическими элементами и случайными процессами. Фокусировка лазерного луча может быть описана с использованием математического аппарата теории дифракции [11, 12].

Простейшим фокусирующим устройством является линза. При прохождении светового пучка через тонкую сферическую линзу с фокусным расстоянием f последняя изменяет волновой фронт пучка, преобразуя комплексную амплитуду с некоторым коэффициентом передачи $\Lambda(r)$:

$$E_L(r) = \Lambda(r)E(r).$$

Величину $\Lambda(r)$ можно выбрать, полагая, что идеальная линза не изменяет распределение интенсивности в поперечном сечении пучка, а лишь искривляет волновой фронт. Тогда

$$\Lambda(r) = \exp(ikr^2 / 2f).$$

Т.е. если на линзу падает волна с плоским волновым фронтом, то на выходе из линзы волновой фронт станет круглым с радиусом кривизны, равным f .

После прохождения линзы световая волна распространяется в соответствии с законами дифракции. Классическая оптика предсказывает, что распределение интенсивности световой волны в фокальной плоскости линзы соответствует дифракционной картине в дальней зоне. Используя дифракционный интеграл в приближении Френеля [12], можно получить распределение комплексной амплитуды поля $E_F(x, y, f)$ в фокальной плоскости линзы:

$$E_F(x, y, f) = \frac{i}{\lambda f} \exp\left[-ik\left(f + \frac{x^2 + y^2}{2f}\right)\right] F(kx/f, ky/f), \quad (8)$$

где $F(kx/f, ky/f) = \iint E_L(\xi, \eta) \exp\left[\frac{ik}{f}(x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta$ - пространственный

Фурье-образ комплексной амплитуды поля в поперечном сечении пучка, па-

дающего на линзу. Здесь $E_L(r)$ - комплексная амплитуда пучка перед линзой. Таким образом, распределение интенсивности лазерного пучка в фокальной плоскости линзы может быть найдено через пространственное Фурье-преобразование входящего пучка.

3.1.4. Критерии качества лазерного пучка

Результат действия фокусирующей системы (линзы) на лазерное излучение можно оценить как качественно, т.е. на основе визуального изображения распределения плотности мощности в фокальной плоскости, так и количественно. При фокусировке идеальной линзой гауссова пучка, распространяющегося по безаберрационной оптической трассе, в фокальной плоскости, согласно (8), пятно имеет также гауссову форму. Максимум интенсивности при этом находится на оси пучка. Однако если оптическая трасса вносит искажения в волновой фронт пучка, распределение интенсивности в фокальном пятне может значительно отличаться от идеального. Для количественной характеристики распределения интенсивности поля используются следующие критерии [8,13].

Критерий фокусировки:

$$J(r_i) = \frac{1}{P} \iint \rho(x, y) I(x, y, r_i) dx dy .$$

Величина $J(t)$ равняется части общей мощности P (ср. с формулой (6)) лазерного излучения, локализованной внутри круга радиуса r_i . Величина

$$\rho(x, y) = \exp\left[-(x^2 + y^2)/r_i^2\right]$$

называется апертурной функцией. Данный критерий особенно важен, когда необходимо получить равномерное распределение интенсивности в фокальной плоскости. Производя анализ качества пучка при выполнении курсовой работы, рекомендуется строить зависимость величины J от r_i .

Пиковая плотность мощности $I_{\max} = \max I(x, y)$. При фокусировке пучка с искаженным волновым фронтом данная величина может отличаться (почти всегда в меньшую сторону), от максимальной мощности при фокусировке идеального гауссова пучка.

Для определения положения наиболее интенсивного участка рассчитывается смещение энергетического центра в радиальном направлении (от оптической оси):

$$r_c = \frac{1}{P_0 w_0} \iint r_{\perp} I(x, y) dx dy$$

и по декартовым осям:

$$\text{по } x: \quad X_c = \frac{1}{P_0 w_0} \iint x I(x, y) dx dy$$

$$\text{по } y: \quad Y_c = \frac{1}{P_0 w_0} \iint y I(x, y) dx dy$$

Эффективность работы адаптивной оптической системы можно также оценить относительным критерием [8]

$$\eta = \left(\frac{J_{AO} - J_0}{J_0} \right),$$

где J_{AO} – значение критерия фокусировки (или любого другого из перечисленных выше параметров), достигнутое в результате коррекции волнового фронта адаптивной оптической системой; J_0 - значение данного параметра до коррекции

3.2. Рекомендации по составлению программы в среде Matlab

В ходе выполнения курсовой работы для проведения расчета распределения интенсивности лазерного излучения в фокальном пятне следует воспользоваться программной средой Matlab. В частности, с помощью средств данного пакета необходимо составить программы, выполняющие операции, описанные ниже.

1. Производить разложение искаженного волнового фронта (характер искажения выбирается в соответствии с вариантом задания) в ряд по полиномам Цернике. Визуализировать функции, подлежащие разложению, а также ошибки коррекции (неисправленной аберрации), определяемой по формуле (4). Программа должна иметь возможность производить разложения в ряд по произвольному числу полиномов. Данная программа качественным образом имитирует действие адаптивной оптической системы, которая, как предполагается, способна безошибочно исправлять аберрации в форме полиномов Цернике с порядками от 1 до некоторого целого N .

Рекомендации по составлению программы:

Полиномы Цернике могут быть заданы набором специальных функций `zernfun` и `zernfun2`, которые отсутствуют в стандартном пакете Matlab и должны быть самостоятельно скачаны студентами с информационного ре-

сурса, указанного в списке рекомендованной литературы под номерами [14,15]. Приветствуется также самостоятельное написание студентами программы, производящей построение полиномов Цернике.

2. Моделировать действие плоской идеальной линзы с определенными параметрами на гауссовский пучок с заданным распределением фазы. Параметры линзы задаются ее фокусным расстоянием f , а также апертурой (определяются вариантом задания – см. Приложение А). Гауссов пучок характеризуется полушириной w_0 – формула (5) – и длиной волны λ . Распределение поля в фокальной плоскости необходимо определить по формуле (8).

Рекомендации по составлению программы

Для расчета пространственного фурье-образа комплексной амплитуды поля, входящего в интеграл (8), необходимо воспользоваться двумерным алгоритмом быстрого преобразования Фурье, задаваемого командой `fft2`. Matlab представляет результат действия команды `fft2` таким образом, что нулевая пространственная частота (которая соответствует центральной области пучка) находится по краям двумерного массива. Для правильного отображения результата необходимо выполнить циклический сдвиг всех элементов массива на величину, равную половине длины. Для этого необходимо воспользоваться встроенной функцией `fftshift`.

Для правильного отображения распределения поля в фокальной плоскости необходимо, во-первых, произвести нормировку массива, полученного в результате двумерного преобразования Фурье, элементы которого пропорциональны амплитуде в фокальном пятне. Для этого результат действия команды `fft2` необходимо умножить на величину $(\Delta x)^2$, где Δx — шаг пространственной сетки (если сетка квадратная). Во-вторых, необходимо правильно задать размеры области в фокальной плоскости, в которой формируется изображение, определяемое алгоритмом дискретного преобразования Фурье. Для этого необходимо воспользоваться понятием критической частоты Найквиста, известным из области цифровой обработки сигналов. Критическая частота Найквиста соответствует максимальной пространственной частоте в Фурье-спектре комплексной амплитуды фокусируемого излучения и равняется $(kx/f)_{\max} = 1/(2\Delta x)$. Для детального понимания принципов работы с дискретным преобразованием Фурье рекомендуется ознакомиться с дополнительной литературой – см., напр., [16]

3. Производить численную оценку качества лазерного пятна в поперечном сечении по формулам раздела 3.1.4. Данная процедура должна быть

применена как к пучку с неисправленными (исходными) абберациями, так и к пучку, подвергнутому коррекции процедурой разложения по полиномам Цернике.

Ниже приводится список функций и команд Matlab, рекомендуемых к использованию при составлении программ:

- floor() - отбрасывает дробной части числа;
- zeros() - формирует массив нулей заданной размерности;
- exp() - вычисление экспоненты;
- linspace() - формирует вектора чисел, равномерно распределенных в заданном интервале;
- meshgrid() – формирует массив значений осей координат, используемых для построения трехмерных графиков;
- pol2cart() – трансформирует матрицы значений, заданные в полярных координатах, в матрицы, заданные в декартовых координатах;
- cart2pol() – трансформирует матрицы значений, заданные в декартовых координатах, в матрицы, заданные в полярных координатах,
- trapz() – производит интегрирование заданной функции по методу трапеций;
- fft2() – производит двумерное преобразование Фурье;
- fftshift() – производит перестановку элементов выходных массивов функции fft (fft2), размещая нулевую частоту в центре спектра;
- pi - константа π ;
- figure - создание нового окна графического вывода;
- plot() - построение двумерных графиков;
- surf() – построение поверхности;
- title() - формирование заголовка графика;
- xlabel(), ylabel(), zlabel() - формирование надписей у осей графиков.

Для успешного выполнения курсовой работы также требуется знания основ синтаксиса среды Matlab, принципов организации циклов и перемножения матриц, с которыми при необходимости можно ознакомиться с помощью справки Matlab.

3.3. Проведение численных экспериментов

В ходе выполнения численных экспериментов следует придерживаться следующего порядка их выполнения:

1. Построение распределения интенсивности сфокусированного лазерного пучка с плоским волновым фронтом в фокальной плоскости линзы. Параметры оптической системы, а также характеристика самого пучка определяются вариантом задания (см. приложение А).

2. Проверка правильности работы программы. Для этого необходимо провести сравнение результатов расчета с предсказаниями теории для идеальной оптической системы. А именно сравнить ширину получившегося пучка со значением, определенным по формуле (7), а также полную мощность в пучке до фокусировки и после фокусировки по формуле (6). Провести оценку влияния конечной диафрагмы линзы на ширину фокального пятна по сравнению с шириной пучка по формуле (7).

3. Построение распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы для лазерного пучка с искаженным волновым фронтом по формулам раздела 3.1.3.

4. Определение качества полученного изображения по критериям, представленным в разделе 3.1.4.

5. Симуляция коррекции волнового фронта адаптивной оптической системой на основе разложения функции аберраций волнового фронта по конечному числу полиномов Цернике. Начальное количество полиномов Цернике необходимо взять равным 10. Определение остаточной ошибки коррекции волнового фронта адаптивной оптической системой по формуле (4).

6. Построение распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы для лазерного пучка с исправленным волновым фронтом.

7. Определение качества исправленного изображения по критериям, представленным в разделе 3.1.4.

8. Повторение процедуры, описанной в пунктах 5 – 7, с изменением числа полиномов Цернике, по которому производится разложение. Число полиномов Цернике рекомендуется брать из ряда 10, 15, 21, 28, 35. Результаты экспериментов (численные значения параметров качества фокального пятна) рекомендуется привести в виде таблицы.

3.4. Рекомендации по проведению анализа результатов численных экспериментов

Для анализа результатов необходимо провести сравнение характеристик распределения интенсивности лазерного излучения в фокальной плоскости линзы для различных адаптивных оптических систем, качественно различающихся числом полиномов Цернике, которых способна компенсировать система. Качественные представления о распределении интенсивности в фокальном пятне могут быть сформированы уже на основе визуального анализа изображений, полученных в ходе выполнения работы.

Форма изображения, которое стоит считать приемлемым и исправленным, должна быть определена из конкретного назначения оптической системы, иными словами, из того, где и для каких целей это пятно должно применяться. Поскольку моделируемая процедура коррекции предназначена для приближения исправленного волнового фронта к плоскому, при увеличении точности коррекции форма пятна должна приближаться к форме, предсказываемой теорией фокусировки гауссова пучка со сферическим (в пределе плоским) волновым фронтом. Такая форма соответствует радиально симметричному пятну с максимальной интенсивностью в центре, равномерно спадающей к периферии. На основе знаний из курса лазерной физики необходимо обосновать, в каких именно приложениях может потребоваться подобная форма пятна.

При сравнении серии экспериментов, выполненных с разным значением числа полиномов Цернике, необходимо определить, какое число полиномов Цернике является достаточным для того, чтобы компенсировать конкретный набор аберраций пучка, определяемых вариантом задания.

3.5. Требования к оформлению и содержанию курсовой работы

Структура и оформление расчётно-пояснительной записки должны соответствовать ГОСТ 2.105-95 ЕСКД и ГОСТ 7.1-2003. Рекомендованная структура расчетно-пояснительной записки представлена ниже:

1. Титульный лист.
2. Постановка задачи и задания на курсовую работу с указанием и визуализацией исходных данных (начальной формы волнового фронта).
3. Результаты численных экспериментов с обязательным включением изображений формы искажения волнового фронта; формы остаточных искажений, неисправленных в ходе симуляции процедуры коррекции; распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы.
4. Обсуждение и анализ результатов.

5. Выводы по курсовой работе.
6. Библиографический список.
7. Приложение. Текст М-файла для проведения численных экспериментов.

3.6. Порядок защиты курсовой работы и примерный список вопросов к защите

Для успешной защиты курсовой работы необходимо продемонстрировать уверенное знание принципов коррекции волнового фронта и физики фокусировки лазерного излучения. Студент также должен быть готов продемонстрировать работоспособность написанной им программы, самостоятельно изложить содержание работы и основные выводы, а также ответить на вопросы преподавателя. Примерный перечень вопросов представлен ниже.

1. Описать физическую постановку задачи. Объяснить необходимость коррекции волнового фронта излучения в задачах лазерной физики (возможно использование материалов, содержащихся в пояснительной записке).
2. Описать принцип работы адаптивной оптической системы для коррекции волнового фронта лазерного излучения, а также отдельных ее узлов.
3. Прокомментировать отдельные фрагменты М-файла, созданного для проведения численных экспериментов.
4. Дать определение отдельным видам оптических аберраций и объяснить степень их влияния на формирование оптического изображения.
5. Прокомментировать качество сфокусированного лазерного пятна, изображение которого было получено при выполнении курсовой работы, на основе использованных критериев качества. Пояснить в каких задачах лазерной физики тот или иной критерий играет определяющую роль при оценке качества сфокусированного пятна.

Рекомендованный библиографический список

- [1] Ермолаева Е.В. Зверев М.С. Филатов А.А. Адаптивная оптика. — СПб.: НИУ ИТМО, 2012. — 297 с.
- [2] Boyko O. Adaptive shaping of a focused intence laser beam into a doughnut mode / O. Boyko, Th. Planchon, P. Mercere, C. Valentin, Ph. Balcou // Optics Communications. — 2005. — Vol. 246. — P. 131–140.
- [3] Zheng Z. The investigation of controlling laser focal profile by deformable mirror and eave-front sensor / Z. Zheng, N. Ling, W. Jiang // Journal of modern optics. — 1999. — Vol. 46(2). — P.341–348.
- [4] Александров А.Г. Адаптивная коррекция излучения мощного титан-сапфирового лазера, Журнал прикладной спектроскопии / А.Г. Александров, В.Е. Завалова, А.В. Кудряшов, А.Л. Рукоусев, В.В. Самаркин // Журнал прикладной спектроскопии. — 2005. — Т. 72, № 5. — С. 678–683.
- [5] Алиханов А.Н. Деформируемые зеркала для силовых и информационных лазерных систем / А.Н. Алиханов, Е.А. Берченко, В.Ю. Киселев, В.Н. Кулешов, М.С. Курчанов, Э.А. Нарусбек, А.Г. Отсечкин, Б.В. Прилепский, В.Г. Сон, А.С. Филатов // Адаптивная оптика Лазерно-оптические системы и технологии: Монография — М. Изд-во ФГУП "НПО АСТРОФИЗИКА", 2009. — С. 54–58.
- [6] Бакут П.А. Оценка потенциального разрешения пассивных методов формирования изображений через турбулентную атмосферу. Ч. IV. Адаптивный телескоп с датчиком Гартмана / П.А. Бакут, А.Е. Белозеров, А.А. Ряхин // Оптика атмосферы. — 1990. — Т. 3, № 8. — С. 995–1001.
- [7] Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Адаптивная коррекция тепловых и турбулентных искажений лазерного излучения деформируемым зеркалом. — Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2008. — 152 с.
- [8] Канев Ф.Ю., Лукин В.П. Адаптивная оптика. Численные и экспериментальные исследования: Монография. — Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2005. — 250 с.
- [9] Борн М. Вольф Э. Основы оптики: Пер. с англ. / Под ред. Г.П. Мотулевич. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
- [10] Бутиков И.Е. Оптика. — СПб.: Лань, 2012. — 608 с.
- [11] Ахманов С.А. Никитин С.Ю. Физическая Оптика. — М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004. — 656 с.
- [12] Dickey F.M. Holswade S.H. Laser bean shaping. Theory and techniques. — New Work: Marcel Dekker, 2000. — 428 p.

[13] Тараненко В. Г., Шанин О. И. Адаптивная оптика. — М.: Радио и связь, 1990. — 112 с.

[14] Matlab central. File exchange. [Электронный ресурс] — режим доступа: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/28665-zernike3/content/zernfun.m>

[15] Matlab central. File exchange. [Электронный ресурс] — режим доступа: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/7687-zernike-polynomials/content/zernfun2.m>

[16] Князев Б. А. Дискретное преобразование Фурье – как это делается / Б. А. Князев, В. С. Черкасский // Вестник НГУ. Серия: Физика. — 2008. — Т.3, №5. — С. 74–86.

Приложение А

Варианты задания на курсовую работу

В табл. А.1 собраны численные значения параметров, которые необходимо использовать при моделировании фокусировки лазерного пучка. Комплексную амплитуду пучка на входе в линзу необходимо брать в форме:

$$E(x, y) = E_0 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{w_0} \right)^n} e^{-i\phi(x, y)}.$$

Физический смысл обозначений w , x , y , E_0 и n пояснен в разделе 3.1.3. Вследствие некоторых процессов, происходящих внутри лазерной системы, а также в оптическом тракте, волновой фронт лазерной пучка приобретает определенные искажения и на входе в линзу описывается функцией $\phi(x, y)$. Линза характеризуется фокусным расстоянием f и апертурой диаметра d_L . Лазерное излучение считается непрерывным и монохроматичным и характеризуется длиной волны λ и полной мощностью P .

Таблица А.1

Номер варианта	Тип лазера	λ , мкм	P , Вт	w_0 , мм	n	f , мм	d_L , мм
1	CO ₂	10.6	150	7	2	60	25
2	YAG:Nd ³⁺	1.064	500	10	2	50	25
3	YAG:Nd ³⁺	0.532	10	5	2	110	25
4	Yb ³⁺	1.07	150	8	6	75	40
5	Ar	0.488	75	6	2	85	40
6	Er ³⁺	1.53	150	6	2	100	20
7	CO ₂	10.6	50	10	2	75	35
8	YAG:Nd ³⁺	1.064	1000	9	2	60	40
9	YAG:Nd ³⁺	0.532	20	5	2	85	40
10	Er ³⁺	1.53	50	11	4	125	40
11	Yb ³⁺	1.07	500	12	2	100	40
12	Er ³⁺	1.53	250	7	6	75	20
13	CO ₂	10.6	100	5	2	50	18
14	YAG:Nd ³⁺	1.064	750	10	2	80	50
15	YAG:Nd ³⁺	0.532	25	8	2	60	20

Форма искажений волнового фронта $\phi(x, y)$ выбирается из табл. А.2.

Таблица А.2

Номер варианта	$\phi(x, y)$
1	$\pi \sin\left(\frac{2}{w_0} x\right) + 0.8\pi \sin\left(\frac{2}{w_0} y\right)$
2	$1.1\pi \sin\left(\frac{2}{w_0} x\right) + 0.7\pi \cos\left(\frac{1}{w_0} (y - 0.2w_0)\right)$
3	$0.8\pi \sin\left(\frac{1}{w_0} (x + 1.5w_0)\right) + 0.7\pi \sin\left(\frac{2}{w_0} (y - 0.5w_0)\right)$
4	$1.2\pi e^{-\frac{(x+w_0)^2+(y-0.6w_0)^2}{w_0^2}} + \pi e^{-\frac{(x-0.4w_0)^2+(y-0.2w_0)^2}{(0.5w_0)^2}} + 0.8\pi e^{-\frac{(x+0.2w_0)^2+(y+0.4w_0)^2}{(0.7w_0)^2}}$
5	$1.3\pi e^{-\frac{(x+w_0)^2+(y-1.2w_0)^2}{(1.7w_0)^2}} + \pi e^{-\left(\frac{(x-0.4w_0)^2+(y-0.2w_0)^2}{(1.2w_0)^2}\right)^2} + 0.75\pi e^{-\frac{(x-0.2w_0)^2+(y+0.5w_0)^2}{(0.7w_0)^2}}$
6	$\pi e^{-\frac{x^2+(0.2y-0.2w_0)^2}{(0.8w_0)^2}} + \pi e^{-\frac{(x+0.4w_0)^2+(y-1.2w_0)^2}{(1.8w_0)^2}} + 0.75\pi e^{-\frac{(x+1.2w_0)^2+(y+0.5w_0)^2}{(0.7w_0)^2}}$
7	$\pi e^{-\frac{(0.8x-0.1w_0)^2+(0.1y-0.2w_0)^2}{(0.4w_0)^2}} + 0.7\pi e^{-\frac{(0.3x-0.4w_0)^2+(1.2y+0.7w_0)^2}{(1.8w_0)^2}}$
8	$2\pi \frac{x^2 + y^2}{2.5w_0^2} e^{-\frac{\left(\sqrt{(x-0.3w_0)^2+(y+0.3w_0)^2} - w_0\right)^2}{0.3w_0^2}}$
9	$2\pi \frac{(x + 2w_0)^2 + y^2}{9w_0^2} e^{-\frac{\left(\sqrt{(x-0.25w_0)^2+(y+0.4w_0)^2} - 0.8w_0\right)^2}{0.4w_0^2}} + \left(\frac{x}{2w_0} + \frac{y}{2w_0}\right)$
10	$2\pi e^{-\frac{\left(\sqrt{(x-0.25w_0)^2+(y+0.4w_0)^2} - 0.8w_0\right)^2}{0.4w_0^2}}$
11	$0.6\pi \sin\left(\frac{1}{w_0} (x + w_0)\right) + 0.7\pi \sin\left(\frac{2}{w_0} (y - 0.75w_0)\right)$

12	$\pi \cos^2\left(\frac{1.4}{w_0} x\right) + \pi \sin\left(\frac{1}{w_0} (y + 0.5w_0)\right)$
13	$0.8\pi \sin\left(\frac{1}{w_0} (x + 1.5w_0)\right) + 0.7\pi \sin\left(\frac{2}{w_0} (y - 0.5w_0)\right)$
14	$1.2\pi e^{-\frac{(x+w_0)^2+(y-0.6w_0)^2}{w_0^2}} + \pi e^{-\frac{(x-0.4w_0)^2+(y-0.2w_0)^2}{(0.5w_0)^2}} + 0.8\pi e^{-\frac{(x+0.2w_0)^2+(y+0.4w_0)^2}{(0.7w_0)^2}}$
15	$\pi \sin\left(\frac{1.5}{w_0} x + \frac{1}{w_0} (y - 0.5w_0)\right) \cos\left(\frac{1.75}{w_0} (x - w_0) + \frac{4}{w_0} (y - 0.75w_0)\right)$