

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)  
Институт Биологии и Экологии



УТВЕРЖДАЮ

Директор института

Н.Н. Смирнова

«          » 2022-г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Направление подготовки

06.04.01 «Биология»

Направленность (профиль) подготовки

«Медико-биологические науки»

Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Математическое моделирование биологических процессов» является формирование у магистров математического мышления при работе с данными экологических исследований и экспериментов, знакомство с основными методами математической обработки биологических и экологических данных, приемами анализа, хранения и интерпретации биологической экологической информации, а также обучение методам знакового и объектного моделирования биологических процессов, с последующей оценкой корректности разработанных моделей.

**Задача:** научить пользоваться компьютером и прикладными программами при проведении научных исследований является современным требованием ко всем специалистам, работающим практически в любой области молекулярной биологии, биохимии и биофизики.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Математическое моделирование биологических процессов» относится к обязательной части

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-6. Способен творчески применять и модифицировать современные компьютерные технологии, работать с профессиональными базами данных, профессионально оформлять и представлять результаты новых разработок	ОПК-6.1. Знает: - пути и перспективы применения современных компьютерных технологий в биологических науках и образовании; ОПК-6.2. Умеет: - работать с профессиональными базами и банками данных в избранной области профессиональной деятельности; ОПК-6.3. Владеет: - необходимым математическим аппаратом и навыками анализа и хранения	Знать:  - способы представления экспериментальной информации;  - математические модели, лежащие в основе различных способов обработки и анализа информации;  - методы и алгоритмы оценки информативности параметров, описывающих изучаемые процессы, явления и объекты;  - методы и алгоритмы упорядочения информации в зависимости от выбранных	Тесты

	электронных изображений, имеет опыт модификации компьютерных технологий в целях профессиональных исследований	критериев и целей исследования.  уметь:  использовать пакеты прикладных программ для обработки результатов медико-биологических исследований.	
ОПК-8. Способен использовать современную исследовательскую аппаратуру и вычислительную технику для решения инновационных задач в профессиональной деятельности	ОПК-8.1. Знает: - типы современную аппаратуру для полевых и лабораторных исследований в области профессиональной деятельности ОПК-8.2. Умеет: - использовать современную вычислительную технику; ОПК-8.3. Владеет: - способностью творчески модифицировать технические средства для решения инновационных задач в профессиональной деятельности	Применять математические методы для обработки медико-биологических данных;  владеть:  базовыми представлениями о методах оценок численных значений характеристик измеряемых величин.	Тесты
ПК-5. Способен использовать специализированные методики сбора и анализа статистической информации о показателях биологических систем различных уровней организации	ПК-5.1. Знает: Правила работы в информационных системах; Методы анализа научных данных; Основы обработки диагностической и медико-биологической информации с помощью современных компьютерных технологий ПК-5.2. Умеет: - применять методы математического анализа, методы статистической обработки результатов наблюдений, методы планирования эксперимента: Оценивать степень и значимость		Тесты

	отклонения результатов лабораторного исследования от референтного интервала ПК-5.3. Владеет: способностью использовать информационные системы для поиска информации, + необходимой для проведения профессиональной деятельности; способностью соотносить результаты клинических лабораторных исследований третьей категории сложности с референтными интервалами		
--	--	--	--

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачётных единицы, 108 часов

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации <i>(по семестрам)</i>
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	В форме практической подготовки		
1	Математические модели в биологии	3	1-3		8			14	
2	Модели биологических систем, описываемые одним диф. уравнением первого порядка	3	4-7		6			16	РК №1(неделя 6)



3	Модели, описываемые системами двух автономных дифференциальных уравнений	3	8-11		6			14	
4	Модели роста популяций.	3	12-14		8		2	14	РК №2(неделя 12)
5	Классические модели	3	15-18		8		2	14	РК №3(неделя 18)
<b>Всего за 3 семестр:</b>					<b>36</b>			<b>72</b>	<b>Зачет с оценкой</b>
<b>Наличие в дисциплине КП/КР</b>									
<b>Итого по дисциплине</b>					<b>36</b>			<b>72</b>	<b>Зачет с оценкой</b>

### Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Тема 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В БИОЛОГИИ

1. Понятие модели.
2. Объекты, цели и методы моделирования.
3. Модели в разных науках. Компьютерные и математические модели.
4. История первых моделей в биологии. Современная классификация моделей биологических процессов.
5. Регрессионные, имитационные, качественные модели.
6. Принципы имитационного моделирования и примеры моделей. Специфика моделирования живых систем.

#### Тема 2. МОДЕЛИ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЕМЫЕ ОДНИМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

1. Модели, приводящие к одному дифференциальному уравнению.
2. Стационарное состояние (состояние равновесия).
3. Устойчивость состояния равновесия.
4. Решение линейного дифференциального уравнения
5. Примеры: экспоненциальный рост, логистический рост.
6. Рост колонии микроорганизмов
7. Популяционное моделирование

#### Тема 3. МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЕМЫЕ СИСТЕМАМИ ДВУХ АВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.

1. Фазовая плоскость.
2. Фазовый портрет.
3. Метод изоклин.
4. Главные изоклины.
5. Устойчивость стационарного состояния.
6. Линейные системы.
7. Типы особых точек: узел, седло, фокус, центр.
8. Пример: химические реакции первого порядка

#### Тема 4. МОДЕЛИ РОСТА ПОПУЛЯЦИЙ.

1. Непрерывные модели: экспоненциальный рост
2. Логистический рост
3. Модели с наименьшей критической численностью.
4. Модели с перекрывающимися поколениями.
5. Дискретное логистическое уравнение.

#### Тема 5. КЛАССИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1. Ограничения по субстрату. Модели Моно и Михаэлиса-Ментен.
2. Базовая модель взаимодействия. Конкуренция. Отбор.
3. Модель альтернативного синтеза двух ферментов Жакоба и Моно как триггерная система
4. Классические модели Лотки и Вольтерра
5. Колебания и ритмы в биологических системах

### **Содержание практических занятий по дисциплине**

#### **Практическое занятие 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В БИОЛОГИИ: ПОСТРОЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ ЛОТКИ ВОЛЬТЕРРА**

Задача 1 Рассчитайте, какова будет численность оленей через 1, 3, 5 и 10 лет при полном отсутствии хищников. Отобразите изменения численности оленей в течение данного периода времени графически. Исходная численность оленей – 200, где  $a_1=2$ ,  $a_2=-1$ ,  $b_1=-0,1$ ,  $b_2=0,1$

Задача 2 Рассчитайте, какова будет численность оленей через 1, 3, 5 и 10 лет, если начальная численность волков составляет 15 особей и не изменяется на протяжении указанного периода времени. Отобразите изменения численности оленей в течение данного периода времени графически.

Задача 3 Рассчитайте, какова будет численность оленей через 1, 3, 5 и 10 лет, если начальная численность волков составляет 15 особей и возрастает на 10% ежегодно. Отобразите изменения численности оленей в течение данного периода времени графически.

#### **Практическое занятие 2. МОДЕЛИ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЕМЫЕ ОДНИМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Построить динамическую модель, визуализировать полученные расчетные данные, дать анализ модели, исходя из следующих условий: Для производства вакцины на заводе выращивают культуру бактерий. Экспериментально установлена скорость размножения бактерий. Известно также, что при увеличении числа бактерий начинается самоотравление, причем количество погибающих бактерий пропорционально квадрату биомассы. Определенную массу забирают ежедневно на нужды производства. ( $X=100$ ,  $a=2$ ,  $b=0,01$ ,  $M=20$ ) Требуется установить, как будет меняться масса бактерий с течением времени. Визуализировать полученную модель

#### **Практическое занятие 3. КИНЕТИКА МОНО- И БИМОЛЕКУЛЯРНОЙ РЕАКЦИИ.**

Исходя из условий, построить фазовый портрет динамической системы. Исследовать устойчивость системы, используя матричную модель и методом Ляпунова, определить тип особой точки, найти уравнения асимптот.

#### **Практическое занятие 4. КИНЕТИКА ФЕРМЕНТАТИВНОЙ РЕАКЦИИ (1)**

Рассмотреть механизм ферментативной реакции. Описать кинетику реакции системой дифференциальных уравнений.

#### **Практическое занятие 5. КИНЕТИКА ФЕРМЕНТАТИВНОЙ РЕАКЦИИ (2)**

Рассмотреть механизм ферментативной реакции. Описать кинетику реакции системой дифференциальных уравнений, с учетом коэффициентов. Дать графическое представление результатов расчетов зависимости скорости реакции от нескольких факторов.



## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### 5.1. Текущий контроль успеваемости

#### *Вопросы рейтинг-контроля.*

##### **Рейтинг №1**

1. Животным пустыни приходится преодолевать большие расстояния между источниками воды. Как зависит максимальное расстояние, которое способно преодолеть животное, от его размера?
2. Пусть сила тяжести на некой гипотетической планете составляет  $2/g$  земной, а атмосферное давление в 2 раза меньше, чем на Земле, однако парциальное давление кислорода то же, что и на Земле. Каков будет максимальный вес летающих животных на этой планете, если на Земле он составляет 14 кг?
3.  $X_n$  и  $Y_n$  — численности жертвы и хищника соответственно в  $n$ -м году. Взрослые особи обоих видов, участвовавшие в размножении в этом году, погибают до наступления следующего. Каждая самка хищника лаёт потомство, из которого до следующего года доживает  $R = X_n/20$  особей. Каждая самка жертвы даёт  $R = 6/Y_n$  особей, доживающих до следующего года и участвующих в размножении.

##### **Рейтинг №2**

1. Популяция бактерий растёт, подчиняясь логистическому уравнению: равновесная плотность составляет 5-10<sup>8</sup> клеток на 1 мл. При малой плотности популяция удваивается за 40 мин. Какова будет плотность популяции через 2 час, если начальная плотность равна: а) 10<sup>8</sup> клеток на 1 мл; б) 10<sup>6</sup> клеток на 1 мл?
2. В популяционном ящике, где содержатся плодовые мушки (*Drosophila*), корм для взрослых особей имеется в избытке, а для личинок — в ограниченном количестве. Взрослые самки откладывают 10 яиц в день. Соотношение полов 1:1. Ежедневно гибнет 10 от всех взрослых особей. Яйцо превращается в личинку спустя 24 час после того, как оно было отложено. Спустя 4 дня личинка окукливается, а через 5 дней после окукливания вылупляется взрослая особь. Смертность имеется лишь на личиночной стадии развития. Вероятность того, что данное яйцо доживет до окукливания, равна  $(1 + x/100)^{-1}$ , где  $x$  — число яиц, отложенных за четыре предыдущих дня; другими словами, это численность личинок в ящике в момент, когда вылупится рассматриваемая личинка (если пренебречь смертностью).

Какова равновесная плотность взрослых особей в ящике? Какова будет равновесная плотность, если:

- а) каждая самка будет ежедневно откладывать вдвое больше яиц;
- б) ежедневная смертность взрослых особей вдвое уменьшится;
- в) изымать из ящика половину всех ежедневно появляющихся взрослых особей?

##### **Рейтинг №3**

1. Модели взаимодействия видов.
2. Классификация типов взаимодействий. Вольтерровские модели.
3. Обобщенная модель Колмогорова. Типы трофических функций.
4. Автоколебательные системы. Модель темповых процессов фотосинтеза.
5. Примеры: модель Лоренца, модель хищник - две жертвы.
6. Понятие идентификации динамических моделей. Общая схема идентификации системы. Методы идентификации параметров динамических моделей.

## **5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины - контрольные вопросы для подготовки к зачету с оценкой:**

1. Классификация моделей биологических систем.
2. Объект, метод и цель моделирования. Качественные, регрессионные и имитационные модели.
3. Математический аппарат моделирования биологических систем. Модели, описываемые одним уравнением. Понятие устойчивости стационарного состояния и устойчивости решения.
4. Модели, описываемые одним дифференциальным уравнением.
5. Автономное и неавтономное уравнение. Аналитическое решение.
6. Уравнение с запаздыванием. Возможные типы решения. Метод Ляпунова и графический метод исследования устойчивости стационарного состояния.
7. Модели роста отдельной популяции. Непрерывные модели Мальтуса, Ферхюльста, модель с минимальной критической численностью.
8. Модели популяций с перекрывающимися поколениями. Типы решений: ограниченный рост, колебания, хаос. Бифуркационная диаграмма.
9. Модели с запаздыванием. Учет возрастной структуры популяции.
10. Модели, описываемые двумя уравнениями. Фазовая плоскость и фазовый портрет.
11. Метод изоклин. Главные изоклины вертикальных и горизонтальных касательных. Система двух линейных уравнений, ее решение. Особые точки.
12. Система двух автономных дифференциальных уравнений общего вида. Метод Ляпунова исследования устойчивости стационарного состояния (линеаризации решения в окрестности особой точки). Примеры: уравнения химической реакции Лотки и уравнения взаимодействия видов Вольтерра.
13. Модели взаимодействия видов.
14. Классификация типов взаимодействий. Вольтерровские модели.
15. Обобщенная модель Колмогорова. Типы трофических функций.
16. Автоколебательные системы. Модель темповых процессов фотосинтеза.
17. Примеры: модель Лоренца, модель хищник - две жертвы.
18. Понятие идентификации динамических моделей. Общая схема идентификации системы. Методы идентификации параметров динамических моделей.

## **5.3. Самостоятельная работа обучающегося**



Усвоение курса обеспечивается систематической самостоятельной работой студентов в соответствии с содержанием курса. Самостоятельная внеаудиторная работа студентов предусматривает проработку лекционного материала и материала рекомендуемой литературы для подготовки к практическим работам, рейтингам и зачету.

Фонд оценочных материалов для проведения аттестации уровня сформированности компетенций, обучающихся по дисциплине, оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
Бландов А.Н. Кинетика ферментативных реакций [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Бландов А.Н.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Университет ИТМО, 2015.— 30 с.	2015	<a href="http://www.iprbookshop.ru/66505.html">http://www.iprbookshop.ru/66505.html</a>
Тупик Н.В. Компьютерное моделирование [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Тупик Н.В.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2013.— 230 с.	2013	<a href="http://www.iprbookshop.ru/13016.html">http://www.iprbookshop.ru/13016.html</a>
Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1 [Электронный ресурс]/ Ризниченко Г.Ю.— Электрон. текстовые данные.— Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2002.— 232 с.	2002	<a href="http://www.iprbookshop.ru/17629.html">http://www.iprbookshop.ru/17629.html</a>
Дополнительная литература		
Рубин А.Б. Биофизика. Том 1. Теоретическая биофизика [Электронный ресурс]: учебник/ Рубин А.Б.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2004.— 448 с.	2004	<a href="http://www.iprbookshop.ru/13075.html">http://www.iprbookshop.ru/13075.html</a>
Биофизика [Электронный ресурс]: учебник для вузов/ В.Г. Артюхов [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Москва, Екатеринбург: Академический Проект, Деловая книга, 2016.— 295 с.	2016	<a href="http://www.iprbookshop.ru/60018.html">http://www.iprbookshop.ru/60018.html</a>

### 6.2. Периодические издания

### 6.3. Интернет-ресурсы

Математические методы в медицине - <http://www.golkom.ru/kme/13/2-99-1-3.html>

Методы мат статистики в иммуноферментном анализе - <http://www.medlabs.ru/MI/Method/MthM1.doc>

Методы статистического исследования - [http://knowledge.allbest.ru/mathematics/3c0a65635a3ad68b5c53b89521216c37\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/mathematics/3c0a65635a3ad68b5c53b89521216c37_0.html)


Применение статистики в здравоохранении - <http://referats.allbest.ru/mathematics/9000090477.html>

Элементы математической статистики - [http://knowledge.allbest.ru/mathematics/3c0a65635b2ac78b5c53a89421306c27\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/mathematics/3c0a65635b2ac78b5c53a89421306c27_0.html)

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое оснащение аудитории (326-Б): количество студенческих мест – 25, площадь 46,1 м<sup>2</sup>, оснащение: мультимедийное оборудование (ноутбук ACER, проектор переносной HITACHI CP-S240, экран). Мультимедийные средства; наборы слайдов, задания для коллективного и индивидуального решения; программно-методические материалы; учебно-методические материалы (учебники; методические пособия; тесты.).

Рабочую программу составил:

доцент кафедры биологии и экологии, к.х.н. Ширкин Л.А. 

Рецензент (представитель работодателя): к.т.н. Сенатов А.С. 

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры БиЭ

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой  Трифонова Т.А.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 06.04.01 «Биология»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии  Трифонова Т.А.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20 02 / 20 03 учебный года

Протокол заседания кафедры № 32 от 24.06.02 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_