

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

« 30 » 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

Математические методы в экономике и финансах

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Методы оптимизации и вариационное исчисление» – изучение математических методов поиска экстремумов в более широкой постановке вопроса.

Задачи:

- ознакомление с основными классическими методами решения экстремальных задач и теорией вариационного исчисления;
- выработка практических навыков решения различных прикладных задач;
- подготовка в области построения и использования различных математических моделей, ознакомление с методами и приемами самостоятельных математических исследований.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Методы оптимизации и вариационное исчисление» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, численные методы, методы оптимального управления, математические методы и модели исследования операций.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-1. Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Знает фундаментальные понятия математических и естественных наук, научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок. ПК-1.2. Знает средства проектирования программного обеспечения, баз данных и программных интерфейсов. ПК-1.3. Умеет анализировать научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок, представлять результаты исследований. ПК-1.4. Умеет вырабатывать варианты и выбирать средства реализации требований к программному обеспечению. ПК-1.5. Владеет навыками осуществления теоретического обобщения научных данных, результатов экспериментов и наблюдений. ПК-1.6. Владеет навыками проектирования структур данных, баз данных, программных интерфейсов.	Знать основы теории вариационного исчисления. Уметь применять аппарат экстремальных задач и вариационного исчисления для решения прикладных задач. Владеть вычислительными методами оптимизации.	Отчеты по лабораторным работам. Контрольные вопросы к лабораторным работам. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-2. Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области	ПК-2.1. Знает методы и приемы формализации задач, методы анализа научных данных в конкретной области профессиональной деятельности. ПК-2.2. Умеет оформлять результаты научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ и применять	Знать основы теории вариационного исчисления. Уметь применять аппарат экстремальных задач и вариационного	Отчеты по лабораторным работам. Контрольные вопросы к лабораторным работам.

профессиональной деятельности.	методы анализа результатов исследований и разработок. ПК-2.3. Владеет навыками организации сбора и изучения научно-технической информации по теме исследований и разработок.	исчисления для решения прикладных задач. Владеть вычислительными методами оптимизации.	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
--------------------------------	--	--	---

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Экстремальные задачи	3	1-8	16		8	12	40	
1.1.	Конечномерные задачи без ограничений.	3	1-2	4		2	3	10	
1.2.	Конечномерные гладкие задачи с равенствами	3	3-4	4		2	3	10	
1.3.	Конечномерные гладкие задачи с равенствами и неравенствами	3	5-6	4		2	3	10	Рейтинг-контроль 1
1.4.	Производные по Гато и Фреше	3	7-8	4		2	3	10	
2	Вариационное исчисление	3	9-18	20		10	15	50	
2.1.	Основная задача вариационного исчисления.	3	9-10	4		2	3	12	
2.2.	Задача Больца	3	11	2		2	2	12	Рейтинг-контроль 2
2.3.	Задача с подвижными концами и задача Лагранжа	3	12-14	6		2	4	14	
2.3.	Условия второго порядка в КВИ	3	15-18	8		4	6	12	Рейтинг-контроль 3
Всего за 3 семестр:				36		18		90	Экзамен (36)
Итого по дисциплине				36		18		90	Экзамен (36)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

1. Цели и задачи изучения дисциплины. Историческая справка.
2. Классификация экстремальных задач.
3. Основные принципы оптимизации на примере функции одной переменной.
4. Положительно определенные матрицы. Критерий Сильвестра.
5. Методы безусловной оптимизации в многомерном случае.
6. Принцип Лагранжа в теории экстремальных задач.
7. Методы условной оптимизации в многомерном случае.
8. Задачи выпуклого программирования.
9. Теорема Куна-Такера.
10. Дифференцирование в функциональных пространствах.
11. Производная по направлению, вариация по Лагранжу. Производные по Гато и Фреше.

12. Теорема о суперпозиции для отображений в нормированных пространствах.
13. Примеры функционалов и постановка основных задач классического вариационного исчисления (КВИ).
14. Леммы Лагранжа (основная лемма КВИ) и Дюбуа-Реймона. Вывод уравнения Эйлера.
15. Метод решения простейшей задачи КВИ (интегральный функционал с закрепленными концами).
16. Метод решения простейшей задачи КВИ (интегральный функционал с подвижными концами).
17. Задача Больца.
18. Задача Лагранжа.
19. Различие понятий сильного и слабого экстремума в задачах КВИ.
20. Условия Вейерштрасса сильного локального минимума для задачи КВИ.
21. Вариации второго порядка. Условие Лежандра. Условия Якоби.

Содержание лабораторных занятий по дисциплине

1. Основные принципы оптимизации.
2. Методы безусловной оптимизации в одномерном и многомерном случаях.
3. Принцип Лагранжа в теории экстремальных задач.
4. Гладкая задача с равенствами
5. Гладкая задача с равенствами и неравенствами.
6. Дифференцирование в функциональных пространствах. Вычисление производных Фреше.
7. Линейные функционалы. Вычисление норм функционалов.
8. Решение простейшей задачи классического вариационного исчисления (КВИ), интегральный функционал с закрепленными концами.
9. Решение задачи Больца.
10. Решения задачи КВИ для интегрального функционала с подвижными концами
11. Задача Лагранжа.
12. Пример различия понятий сильного и слабого экстремума в задачах КВИ.
13. Условия Вейерштрасса сильного локального минимума для задачи КВИ.
14. Условие Лежандра.
15. Вариации второго порядка. Условия Якоби.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль 1 «Экстремальные задачи»

1. Задачи безусловной оптимизации.
2. Гладкие конечномерные задачи с ограничениями в виде равенств.
3. Гладкие конечномерные задачи с ограничениями в виде неравенств.

Рейтинг-контроль 2 «Дифференцирование в бесконечномерном пространстве»

1. Производная по направлению.
2. Производная Гато.
3. Производная Фреше.

Рейтинг-контроль 3 «Вариационное исчисление».

1. Классическая задача.

2. Задача Больца.
3. Задача с подвижными концами.

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен).

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Основные принципы оптимизации.
2. Методы безусловной оптимизации в одномерном и многомерном случаях.
3. Принцип Лагранжа в теории экстремальных задач.
4. Задачи выпуклого программирования.
5. Гладкая задача с равенствами и неравенствами.
6. Теорема Куна-Такера.
7. Дифференцирование в функциональных пространствах.
8. Вариация по Лагранжу. Производные по Гато и Фреше.
9. Теорема о суперпозиции для отображений в нормированных пространствах.
10. Примеры функционалов и постановка основных задач классического вариационного исчисления (КВИ).
11. Леммы Лагранжа (основная лемма КВИ) и Дюбуа-Реймона. Вывод уравнения Эйлера.
12. Метод решения простейшей задачи КВИ (интегральный функционал с закрепленными концами).
13. Метод решения простейшей задачи КВИ (интегральный функционал с подвижными концами).
14. Задача Больца.
15. Задача Лагранжа.
16. Различие понятий сильного и слабого экстремума в задачах КВИ.
17. Условия Вейерштрасса сильного локального минимума для задачи КВИ.
18. Условие Лежандра.
19. Вариации второго порядка. Условия Якоби.
20. Понятие о принципе максимума Понтрягина.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания берутся из учебника Галеев Э.М. «Оптимизация». Примеры формулировок отдельных заданий:

1. Исследовать на экстремум $x^2 + y^2 + z^2 + t^2$ при условии $x^4 + y^4 + z^4 + t^4 = 1$.
2. Проверить, что функционал линейный и найти его норму.
3. Вычислить дифференциал Фреше заданного функционала.
4. Решить простейшую задачу классического вариационного исчисления.
5. Найти допустимую экстремаль функционала Больца.
6. Решить задачу с подвижными концами.
7. Решить изопериметрическую задачу.
8. Решить задачу Лагранжа.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Алексеев, В. М. Оптимальное управление / Алексеев В. М. , Тихомиров В. М. , Фомин С. В. - 3-е изд. , испр. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 408 с. - ISBN 978-5-9221-0589-7.	2011	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105897.html
Дополнительная литература		
1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-0590-3.	2011	https://e.lanbook.com/book/2097
2. Пантелеев А.В., Бортакровский А.С. Теория управления в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: Высш. шк. 2003	2003	
3. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Вариационное исчисление и методы оптимизации. Учебное пособие для университетов. М.: Высш. шк. 2003	2003	
4. Пантелеев А.В. Вариационное исчисление в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: Высш. шк. 2006	2006	

6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
2. Автоматика и телемеханика, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>
4. <http://lib.mexmat.ru>
5. <http://www.mathnet.ru/>
6. <http://www.dha.spb.ru>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Лабораторные занятия проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple
3. MathCad
4. MATLAB

Рабочую программу составил:

д.ф.-м.н., профессор каф. ФАиП Беспалов М.С.



Рецензент (представитель работодателя):

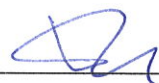
заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____