

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

« 30 » 08 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ  
И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**02.04.01 «Математика и компьютерные науки»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Математические методы в экономике и финансах**

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Дополнительные главы теории функций и функционального анализа» — ознакомление со специальными разделами анализа и их приложениями к математическим, естественнонаучным и техническим задачам.

Задачи:

- ознакомление с важнейшими понятиями специальных разделов анализа, такими как целые и мероморфные функции, конформные отображения и полные аналитические функции;
- формирование практических навыков использования методов работы с этими объектами;
- формирование навыков построения и использования математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Дополнительные главы теории функций и функционального анализа» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, дифференциальная геометрия и топология, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач. УК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности. УК-1.3. Владеет методологией системного и критического анализа проблемных ситуаций; методиками постановки цели, определения способов ее достижения, разработки стратегий действий.	<b>Знать</b> основные понятия специальных разделов анализа. <b>Владеть</b> методами комплексного анализа. <b>Уметь</b> применять их для решения прикладных задач.	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-1. Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Знает фундаментальные понятия математических и естественных наук, научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок. ПК-1.3. Умеет анализировать научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок, представлять результаты исследований. ПК-1.5. Владеет навыками осуществления теоретического обобщения научных данных, результатов экспериментов и наблюдений.	<b>Знать</b> основные понятия специальных разделов анализа. <b>Владеть</b> методами комплексного анализа. <b>Уметь</b> применять их для решения прикладных задач.	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации



## 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Целые и мероморфные функции	1	1-6	6	6		6	27	Рейтинг-контроль 1
2	Конформные отображения	1	7-12	6	6		6	27	Рейтинг-контроль 2
3	Аналитическое продолжение	2	13-18	6	6		6	27	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 1 семестр:</b>				<b>18</b>	<b>18</b>			<b>81</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>18</b>	<b>18</b>			<b>81</b>	<b>Экзамен (27)</b>

### Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Раздел 1. Целые и мероморфные функции

*Тема 1. Рост целой функции. Порядок и тип. Малая и большая теоремы Пикара.* Целая трансцендентная функция. Порядок. Тип. Вид целой трансцендентной функции, не принимающей заданного значения. Вид целой трансцендентной функции, принимающей заданное значение в конечном числе точек. Малая и большая теоремы Пикара.

*Тема 2. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями. Разложение целых функций в бесконечные произведения.* Теорема Вейерштрасса. Показатель сходимости последовательности. Теорема Адамара. Теорема Бореля. Род целой функции.

*Тема 3. Мероморфные функции. Теорема Миттаг-Леффлера.* Мероморфные функции. Необходимое и достаточное условие мероморфности функции. Характеристическое свойство рациональной функции Теорема Миттаг-Леффлера. Следствие.

#### Раздел 2. Конформные отображения

*Тема 1. Конформные отображения. Теорема Римана.* Теорема о сохранении области. Конформные отображения и их свойства. Необходимое и достаточное условие конформности отображения. Теорема Римана.

*Тема 2. Принцип соответствия границ.* Граничная функция. Теорема о соответствии границ. Принцип соответствия границ. Распространение принципа сохранения границ на области с бесконечно удаленной точкой в качестве внутренней точки и граничной точки.

*Тема 3. Полиномы Фабера. Лемма Бернштейна-Уолша. Теорема Бернштейна.* Континуум. Полиномы Фабера, порожденные континуумом. Ряды по полиномам Фабера. Примеры. Лемма Бернштейна-Уолша. Теорема Бернштейна.

#### Раздел 3. Аналитическое продолжение

*Тема 1. Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция. Понятие римановой поверхности.* Непосредственное аналитическое продолжение. Принцип непрерывного продолжения. Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция. Естественная граница функции. Область существования функции. Точки ветвления и их классификация. Разложение функции в обобщенный степенной ряд в окрестности точки ветвления. Понятие римановой поверхности.

*Тема 2. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии. Элемент, круговой элемент. Аналитическое продолжение элемента вдоль дуги. Теорема о монодромии.*

*Тема 3. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля-Шварца. Достижимая дуга границы. Принцип симметрии. Аналитическая и правильная аналитическая кривая. Обобщение принципа симметрии в случае правильных аналитических дуг. Формула Кристоффеля-Шварца.*

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Целые и мероморфные функции**

*Тема 1. Рост целой функции. Порядок и тип. Малая и большая теоремы Пикара. Решение задач.*

*Тема 2. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями. Разложение целых функций в бесконечные произведения. Решение задач.*

*Тема 3. Мероморфные функции. Теорема Миттаг-Леффлера. Решение задач.*

### **Раздел 2. Конформные отображения**

*Тема 1. Конформные отображения. Теорема Римана. Решение задач.*

*Тема 2. Принцип соответствия границ. Решение задач.*

*Тема 3. Полиномы Фабера. Лемма Бернштейна-Уолша. Теорема Бернштейна. Решение задач.*

### **Раздел 3. Аналитическое продолжение**

*Тема 1. Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция. Понятие римановой поверхности. Решение задач.*

*Тема 2. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии. Решение задач.*

*Тема 3. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля-Шварца. Решение задач.*

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль 1**

1. Определить порядок и тип заданной целой функции.
2. Доказать, что при любом значении параметра уравнение имеет бесконечно много решений.
3. Построить целую функцию, принимающую заданную последовательность значений на заданной последовательности точек.

#### **Рейтинг-контроль 2**

1. Построить конформное отображение заданной угловой области на единичный круг.
2. По заданному комплексному потенциалу обтекания окружности построить эквипотенциальные линии и линии тока. Найти скорость течения.

#### **Рейтинг-контроль 3**

1. Для ветви заданной многозначной функции, удовлетворяющей заданному условию, найти формулу для вычисления значений, формулу для производной и лорановское разложение в заданном кольце по степеням  $z$ .
2. Исследовать особые точки заданной многозначной функции.



## 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Контрольные вопросы к экзамену

1. Рост целой функции. Порядок и тип. Малая и большая теоремы Пикара.
2. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями. Разложение целых функций в бесконечные произведения.
3. Мероморфные функции. Теорема Миттаг-Леффлера.
4. Конформные отображения. Теорема Римана.
5. Принцип соответствия границ
6. Полиномы Фабера. Лемма Бернштейна-Уолша. Теорема Бернштейна.
7. Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция.
8. Понятие римановой поверхности.
9. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии.
10. Принцип симметрии.
11. Формула Кристоффеля-Шварца.

## 5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

### Темы самостоятельных работ

1. Определить порядок и тип заданной целой функции.
2. Доказать, что при любом значении параметра уравнение имеет бесконечно много решений.
3. Построить целую функцию, принимающую заданную последовательность значений на заданной последовательности точек.
4. Построить конформное отображение заданной угловой области на единичный круг.
5. По заданному комплексному потенциалу обтекания окружности построить эквипотенциальные линии и линии тока. Найти скорость течения.
6. Для ветви заданной многозначной функции, удовлетворяющей заданному условию, найти формулу для вычисления значений, формулу для производной и лорановское разложение в заданном кольце по степеням  $z$ .
7. Исследовать особые точки заданной многозначной функции.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/6570/1/00707.pdf>.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9.	2020	<a href="https://e.lanbook.com/book/151505">https://e.lanbook.com/book/151505</a>
2. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Электронный ресурс] / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. - 4-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ, 2015. - 365 с. - ISBN 978-5-9963-2658-7.	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326587.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326587.html</a>

Дополнительная литература		
1. Функции комплексного переменного [Электронный ресурс] / А. А. Туганбаев А.А. - М.: ФЛИНТА, 2017. - 48 с. - ISBN 978-5-9765-1406-5.	2017	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976514065.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976514065.html</a>
2. Теория и практика конформных отображений [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / А. Н. Канатников, Е. Е. Красновский, В. Д. Морозова, К. Ю. Федоровский. - М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. - 84 с. - ISBN 978-5-7038-3791-7.	2013	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703837917.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703837917.html</a>

## 6.2. Периодические издания

Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

## 6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

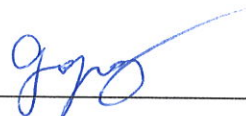
Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного, практического и лабораторного типа. Практические и лабораторные работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

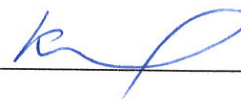
Рабочую программу составил:

к.ф.-м.н., доцент каф. ФАиП Додонов А.Е.



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_