

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

« 30 » 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

Математические методы в экономике и финансах

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Численные методы» — ознакомление с численным анализом, методами приближенных расчетов, их компьютерной реализацией и использованием в естественнонаучных, технических и экономических задачах.

- Задачи:
- ознакомление с важнейшими понятиями и методами численного анализа;
- формирование практических навыков использования численных методов и их компьютерной реализации;
- формирование навыков построения и использования математических моделей.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-2. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	ОПК-2.1. Знает принципы создания и исследования новых математических моделей в естественных науках. ОПК-2.2. Умеет использовать навыки создания и исследования новых математических моделей в естественных науках в профессиональной деятельности. ОПК-2.3. Владеет практическим опытом создания и исследования подобных математических моделей и разработки теорий и методов для их описания.	Знать основные понятия численного анализа. Уметь применять эти методы для решения прикладных задач. Владеть методами вычислительной математики.	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Многочлены	3	1-4	4		8		22	
2	Аппроксимация алгебраическими многочленами	3	5-10	6		12		33	Рейтинг-контроль 1
3	Аппроксимация тригонометрическими многочленами	3	11-14	4		8		22	Рейтинг-контроль 2
4	Сплайны	3	15-16	2		4		11	
5	Улучшение сходимости рядов	3	17-18	2		4		11	Рейтинг-контроль 3
Всего за 3 семестр:				18		36		99	Экзамен (27)
Итого по дисциплине				18		36		99	Экзамен (27)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Многочлены

Тема 1. Многочлены и их корни. Алгоритм Евклида. Многочлен, его коэффициенты, степень, корни, кратность корня. Основная теорема алгебры. Теорема Виета. Свойства многочленов с вещественными коэффициентами. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя двух многочленов. Корни производной многочлена. Устранение кратности корней многочлена с помощью алгоритма Евклида.

Тема 2. Граница корней многочлена. Схема Горнера. Применение схемы Горнера для оценки границы вещественных корней многочлена. Последовательность Штурма. Правило Штурма. Оценка наибольшего по модулю корня многочлена методом квадрирования корней (методом Лобачевского).

Раздел 2. Аппроксимация алгебраическими многочленами

Тема 1. Метод наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов

Тема 2. Полиномиальная интерполяция. Постановка задачи интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Построение интерполяционного многочлена методом Ньютона и методом Лагранжа. Погрешность полиномиальной интерполяции. Определение многочленов Чебышёва, их свойства. Оптимальный выбор узлов интерполяции.

Тема 3. Первая теорема Вейерштрасса. Точки альтернанса. Теорема Чебышева об альтернансе. Теорема Валле-Пуссена. Алгоритм Ремеза. Многочлен наилучшего приближения. Теорема Бореля. Первая теорема Вейерштрасса. Альтернанс. Теорема Чебышева об альтернансе. Теорема Валле-Пуссена. Алгоритм Е. Я. Ремеза.

Раздел 3. Аппроксимация тригонометрическими многочленами

Тема 1. Тригонометрические многочлены. Тригонометрический многочлен. Корни тригонометрического многочлена. Теорема о количестве корней тригонометрического

многочлена. Следствие. Интерполяционная формула Лагранжа для тригонометрических многочленов. Равноотстоящие узлы.

Тема 2. Вторая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса с доказательством Н. И. Ахиезера.

Раздел 4. Сплаины

Тема 1. Сплаины. Параболические сплайны первого и второго типов.

Раздел 5. Улучшение сходимости рядов

Тема 1. Улучшение сходимости рядов. Метод Куммера. Метод Абеля.

Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Раздел 1. Многочлены

Тема 1. Устранение кратности корней многочлена. Написать программу, устраняющую кратность корней заданного многочлена с помощью алгоритма Евклида.

Тема 2. Схема Горнера. Написать программу, находящую границу вещественных корней заданного многочлена с помощью схемы Горнера.

Тема 3. Метод квадрирования корней (метод Лобачевского). Написать программу, находящую оценку наибольшего по модулю корня заданного многочлена с помощью метода квадрирования.

Тема 4. Правило Штурма. Написать программу, локализирующую корни заданного многочлена с помощью правила Штурма

Раздел 2. Аппроксимация алгебраическими многочленами

Тема 1. Метод наименьших квадратов. Написать программу, находящую многочлен заданной степени по заданной таблице с помощью метода наименьших квадратов.

Тема 2. Полиномиальная интерполяция методом Ньютона. Написать программу, находящую интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции на заданном отрезке по равноотстоящим узлам. Оценить погрешность интерполяции.

Тема 3. Полиномиальная интерполяция методом Лагранжа. Написать программу, находящую интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по заданному набору узлов. Оценить погрешность интерполяции.

Тема 4. Полиномиальная интерполяция в чебышёвских узлах. Написать программу, находящую интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по чебышёвским узлам на заданном отрезке. Оценить погрешность интерполяции.

Тема 5. Альтернанс. Пользуясь теоремой об альтернансе, доказать, что заданный многочлен является многочленом наилучшего приближения для заданной функции. С помощью Maple построить графики.

Тема 6. Алгоритм Ремеза. Написать программу, находящую для заданной функции на заданном отрезке многочлен наилучшего приближения заданной степени.

Раздел 4. Аппроксимация непрерывных периодических функций тригонометрическими многочленами

Тема 1. Разложение тригонометрического многочлена второй степени на простые множители. Написать программу, раскладывающую заданный тригонометрический многочлен второй степени на простые множители.

Тема 2. Разложение тригонометрического многочлена второй степени на простые множители. Написать программу, раскладывающую заданный тригонометрический многочлен третьей степени на простые множители.

Тема 3. Тригонометрическая интерполяция методом Лагранжа. Написать программу, строящую интерполяционный тригонометрический многочлен методом Лагранжа по заданным узлам.

Тема 4. Тригонометрическая интерполяция по равноотстоящим узлам. Написать программу, строящую интерполяционный тригонометрический многочлен по равноотстоящим узлам на заданном отрезке.

Раздел 5. Сплаины

Тема 1. Параболические сплайны первого типа. Написать программу для построения параболического сплайна первого типа по заданной таблице.

Тема 2. Параболические сплайны второго типа. Написать программу для построения параболического сплайна второго типа по заданной таблице.

Раздел 6. Улучшение сходимости рядов

Тема 1. Метод Куммера. Написать программу, вычисляющую сумму заданного числового ряда с заданной погрешностью, используя метод Куммера.

Тема 2. Метод Абеля. Написать программу, вычисляющую сумму заданного степенного ряда с заданной погрешностью, используя метод Абеля.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль 1

1. Методом Горнера найти границу вещественных корней заданного многочлена.
2. Пользуясь алгоритмом Евклида, устранить кратность корней заданного многочлена.
3. Сделав три шага метода квадрирования, найти оценку наибольшего по модулю корня заданного многочлена
4. Локализовать корни заданного многочлена с помощью правила Штурма.

Рейтинг-контроль 2

1. Построить интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции на заданном отрезке по равноотстоящим узлам. Оценить погрешность интерполяции.
2. Построить интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по чебышёвским узлам. Оценить погрешность интерполяции.
3. Методом наименьших квадратов построить многочлен заданной степени по заданной таблице.
4. Доказать, что заданный многочлен является многочленом наилучшего приближения для заданной функции.
5. Построить интерполяционный тригонометрический многочлен для заданной функции по заданным узлам.

Рейтинг-контроль 3

1. Построить параболический сплайн первого типа по заданной таблице.
2. Построить параболический сплайн второго типа по заданной таблице.
3. Вычислить сумму заданного числового ряда с заданной погрешностью, улучшив его сходимость с помощью метода Куммера.
4. Вычислить сумму заданного степенного ряда с заданной погрешностью, улучшив его сходимость с помощью метода Абеля.

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

Контрольные вопросы к экзамену

1. Основные определения и теоремы о многочленах. Схема Горнера.
2. Алгоритм Евклида. Устранение кратности корней многочлена.
3. Метод квадрирования корней (метод Лобачевского).
4. Правило Штурма.

5. Метод наименьших квадратов.
6. Полиномиальная интерполяция. Оценка погрешности при полиномиальной интерполяции
7. Многочлены Чебышёва. Выбор узлов интерполяции.
8. Многочлен наилучшего приближения. Первая теорема Вейерштрасса.
9. Чебышёвский альтернанс. Теорема Валле-Пуссена. Алгоритм Ремеза.
10. Тригонометрические многочлены. Количество их корней.
11. Интерполяция тригонометрическими многочленами.
12. Вторая теорема Вейерштрасса
13. Сплаины.
14. Метод Куммера
15. Метод Абеля.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Темы самостоятельных работ

1. Методом Горнера найти границу вещественных корней заданного многочлена.
2. Пользуясь алгоритмом Евклида, устранить кратность корней заданного многочлена.
3. Сделав три шага метода квадрирования, найти оценку наибольшего по модулю корня заданного многочлена
4. Локализовать корни заданного многочлена с помощью правила Штурма.
5. Построить интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции на заданном отрезке по равноотстоящим узлам. Оценить погрешность интерполяции.
6. Построить интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по чебышёвским узлам. Оценить погрешность интерполяции.
7. Методом наименьших квадратов построить многочлен заданной степени по заданной таблице.
8. Доказать, что заданный многочлен является многочленом наилучшего приближения для заданной функции.
9. Построить интерполяционный тригонометрический многочлен для заданной функции по заданным узлам.
10. Построить параболический сплайн первого типа по заданной таблице.
11. Построить параболический сплайн второго типа по заданной таблице.
12. Вычислить сумму заданного числового ряда с заданной погрешностью, улучшив его сходимость с помощью метода Куммера.
13. Вычислить сумму заданного степенного ряда с заданной погрешностью, улучшив его сходимость с помощью метода Абеля.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/2786/1/00288.pdf>.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5-00101-836-0.	2020	https://e.lanbook.com/book/126099
2. Карманова, Е. В. Численные методы : учеб. пособие / Карманова Е. В. - 3-е изд. , стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6.	2020	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html
Дополнительная литература		
1. Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под редакцией В. А. Садовниченко. — 4-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 243 с. — ISBN 978-5-9963-2980-9.	2015	https://e.lanbook.com/book/70743
2. Плещинская, И. Е. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad : учебное пособие / И. Е. Плещинская. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 195 с. - ISBN 978-5-7882-1715-4.	2014	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217154.html

6.2. Периодические издания

Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

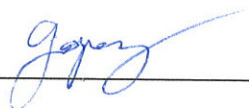
Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного, практического и лабораторного типа. Практические и лабораторные работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

Рабочую программу составил:

к.ф.-м.н., доцент каф. ФАиП Додонов А.Е.



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.21 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.21 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____