

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности

А.А.Панфилов

« 26 » 08 2019 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«КАЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»**

Направление подготовки: 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Профиль/программа подготовки: «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования: магистратура

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
3	4 / 144	18	18	18	63	Экзамен (27)
Итого	4 / 144	18	18	18	63	Экзамен (27)

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения дисциплины «Качественные методы анализа сложных систем» является формирование у студентов знаний, умений и навыков необходимых для исследования сложных динамических систем возникающих в разных областях естественных наук, таких как экономика, физика, химия, биология.

Задача: получение навыка программной реализации сложных динамических систем и их исследования с помощью прикладных программ (Maple, MatLab, MatCAD, и т.д.).

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина «Качественные методы анализа сложных систем» относится к вариативной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, функциональный анализ.

## **3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
<b>ОПК-3.</b> Способен самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, в том числе отечественного производства	Частичное	<b>Знать</b> основные понятия и методы анализа сложных систем, в том числе методы исследования линейных и непрерывных систем с малым числом переменных. <b>Уметь</b> строить модели сложных динамических систем, возникающих в естественных науках и исследовать их. <b>Владеть</b> навыками исследования сложных систем, описываемых дискретными и непрерывными моделями.
<b>ПК-3.</b> Способен проводить методические и экспертные работы в области математики и информатики	Частичное	<b>Знать</b> основные понятия и методы анализа сложных систем, в том числе методы исследования линейных и непрерывных систем с малым числом переменных. <b>Уметь</b> строить модели сложных динамических систем, возникающих в естественных науках и исследовать их. <b>Владеть</b> навыками исследования сложных систем, описываемых дискретными и непрерывными моделями.

## 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Основы динамических систем	3	1-2	2	2	2	7	3 (50%)	
2	Дискретные системы: Моделирование, компьютерная симулация.	3	3-4	2	2	2	7	3 (50%)	
3	Анализ дискретных систем: точки равновесия, визуализация фазового пространства, асимптотическое поведение системы.	3	5-6	2	2	2	7	3 (50%)	Рейтинг-контроль 1
4	Непрерывные модели. Бифуркации. Визуализация бифуркаций.	3	7-8	2	2	2	7	3 (50%)	
5	Хаос в дискретных моделях. Основные характеристики хаоса. Показатель Ляпунова	3	9-10	2	2	2	7	3 (50%)	
6	Интерактивная симулация сложных систем	3	11-12	2	2	2	7	3 (50%)	Рейтинг-контроль 2
7	Клеточные автоматы. Биологическая модель клеточного автомата.	3	13-14	2	2	2	7	3 (50%)	
8	Методы анализа клеточных автоматов.	3	15-16	2	2	2	7	3 (50%)	
9	Основы сетей.	3	17-18	2	2	2	7	3 (50%)	Рейтинг-контроль 3
Всего за 3 семестр:				18	18	18	63	27 (50%)	Экзамен (27)
Итого по дисциплине				18	18	18	63	27 (50%)	Экзамен (27)

### Содержание лекционных занятий по дисциплине

Тема 1. Динамические системы. Фазовое пространство. Модели с дискретным временем и разностные уравнения.

Тема 2. Классификация дискретных динамических систем. Принципы построения модели с одной или несколькими переменными.

Тема 3. Равновесие динамической системы и её поиск. Диаграмма Ферхюльста. Перемасштабирование переменных.

Тема 4. Асимптотическое поведение линейных дискретных систем. Локальная устойчивость в дискретных нелинейных системах.

Тема 5. Непрерывные модели. Классификация. Связь между непрерывными и дискретными моделями.

Тема 6. Бифуркации (одномерный случай). Бифуркация Андронова-Хопфа.

Тема 7. Хаос в дискретных моделях. Характеристики хаоса. Показатель Ляпунова.

Тема 8. Клеточные автоматы. Примеры.

Тема 9. Методы анализа клеточных автоматов.

Тема 10. Метод самосогласованного поля.

Тема 11. Основы теории сетей.

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

Тема 1. Поиск точек равновесия для моделей, описываемых системами разностных уравнений.

Тема 2. Построение диаграммы Ферхольста для заданного отображения.

Тема 3. Исследование асимптотического поведения дискретной по времени, линейной системы.

Тема 4. Линеаризация нелинейной системы вблизи её точек равновесия и анализ их устойчивости.

Тема 5. Поиск и исследование точек равновесий для моделей, описываемых системой линейных дифференциальных уравнений.

Тема 6. Построение бифуркационных диаграмм для нелинейных динамических систем.

Тема 7. Поиск критических значений параметров динамической системы, при которых возникает бифуркация.

Тема 8. Построение первых N состояний двумерных автоматов с окрестностью фон Ньюмана, динамика в которых задана специальным образом.

Тема 9. Использование ренормгруппового подхода для определения критического (при котором происходит качественное изменение динамики) значения вероятности начального распределения клеточных автоматом.

## **Содержание лабораторных занятий по дисциплине**

Тема 1. Поиск точек равновесия для моделей, описываемых системами разностных уравнений.

Тема 2. Построение диаграммы Ферхольста для заданного отображения.

Тема 3. Исследование асимптотического поведения дискретной по времени, линейной системы.

Тема 4. Линеаризация нелинейной системы вблизи её точек равновесия и анализ их устойчивости.

Тема 5. Поиск и исследование точек равновесий для моделей, описываемых системой линейных дифференциальных уравнений.

Тема 6. Построение бифуркационных диаграмм для нелинейных динамических систем.

Тема 7. Поиск критических значений параметров динамической системы, при которых возникает бифуркация.

Тема 8. Построение первых N состояний двумерных автоматов с окрестностью фон Ньюмана, динамика в которых задана специальным образом.

Тема 9. Использование ренормгруппового подхода для определения критического (при котором происходит качественное изменение динамики) значения вероятности начального распределения клеточных автоматом.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В преподавании дисциплины «Качественные методы анализа сложных систем» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- интерактивные лекции (по всем темам).

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **Текущий контроль успеваемости**

Рейтинг-контроль 1 «Анализ дискретных систем»

1. Поиск точек равновесия для моделей, описываемых системами разностных уравнений.

2. Построение диаграммы Ферхольста для заданного отображения.

3. Исследование асимптотического поведения дискретной по времени, линейной системы.

4. Линеаризация нелинейной системы вблизи её точек равновесия и анализ их устойчивости.

## Рейтинг-контроль 2 «Непрерывные модели. Бифуркации»

1. Поиск и исследование точек равновесий для моделей, описываемых системой линейных дифференциальных уравнений.
2. Построение бифуркационных диаграмм для нелинейных динамических систем.
3. Поиск критических значений параметров динамической системы, при которых возникает бифуркация.

## Рейтинг-контроль 3. «Клеточные автоматы. Основы сетей».

1. Построение первых N состояний двумерных автоматов с окрестностью фон Ньюмана, динамика в которых задана специальным образом.
2. Используя ренормгрупповой подход определить критическое значение (при котором происходит качественное изменение динамики) вероятности начального распределения клеточных автоматов.
3. Исследование поведения клеточных автоматов при разных значениях вероятности начального распределения.
4. Исследование системы клеточных автоматов с помощью метода среднего поля.

## Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Вопросы к экзамену

1. Динамические системы. Фазовое пространство. Модели с дискретным временем и разностные уравнения.
2. Классификация дискретных динамических систем. Принципы построения модели с одной или несколькими переменными.
3. Равновесие динамической системы и её поиск. Диаграмма Ферхюльста. Перемасштабирование переменных.
4. Асимптотическое поведение линейных дискретных систем. Локальная устойчивость в дискретных нелинейных системах.
5. Непрерывные модели. Классификация. Связь между непрерывными и дискретными моделями.
6. Бифуркации (одномерный случай). Бифуркация Андронова-Хопфа.
7. Хаос в дискретных моделях. Характеристики хаоса. Показатель Ляпунова.
8. Клеточные автоматы. Примеры.
9. Анализ клеточных автоматов.
10. Метод самосогласованного поля.
11. Основы теории сетей.

### Задачи к экзамену

1. Преобразовать данные уравнения к автономным уравнениям первого порядка:
  - a)  $x_t = x_{t-1}(1 - x_{t-1}) \sin t$ ,
  - б)  $x_t = x_{t-1} + x_{t-2} - x_{t-3}$ .
2. Построить модель динамики популяции, в которой учитывается не только экспоненциальный рост, но и сходимость размера популяции к определённой величине.
3. Построить модель популяции, прирост которой растёт с максимальной скоростью при определённом размере популяции, но уменьшается при отклонении от оптимального размера.
4. Найти равновесие в модели  $x_t = x_{t-1} - x_{t-2}^2 + 1$
5. Найти равновесие в модели  $x_t = x_{t-1}y_{(t-1)}$ ;  $y_t = y_{t-1}(x_{t-1} - 1)$
6. Построить диаграмму Ферхюльста для моделей
  - a)  $x_t = x_{t-1} + 0.1$ ,  $x_0 = 0.1$
  - б)  $x_t = 1.1x_{t-1}$ ,  $x_0 = 0.1$
7. Изучить асимптотическое поведение решения следующей системы
$$\begin{aligned}x_t &= x_{t-1} - y_{t-1} \\y_t &= -x_{t-1} - 3y_{t-1} + z_{t-1} \\z_t &= y_{t-1} + z_{t-1}\end{aligned}$$
8. Нарисовать фазовое пространство следующей модели
$$\frac{ds}{dt} = -aSI, \frac{di}{dt} = aSI - bI; \text{ где } S \geq 0, I \geq 0, a > 0, b > 0.$$
9. Найти значение параметра  $r$ , при котором возникает бифуркация в динамической системе  $\frac{dx}{dt} = rx(x+1) - x$ . Нарисовать диаграмму бифуркаций.

## **Самостоятельная работа студентов**

### **Темы самостоятельных работ**

1. Визуализация фазовых пространств дискретных по времени систем.
2. Линейная устойчивость дискретных систем.
3. Визуализация фазовых пространств непрерывных по времени систем.
4. Бифуркации седло-узел, дикритическая, вилообразная.
5. Бифуркации в дискретных моделях.
6. Примеры простых бинарных клеточных автоматов.
7. Примеры биологических моделей, которые описываются с помощью клеточных автоматов.
8. Основные характеристики клеточных автоматов.
9. Визуализация фазовых пространств клеточных автоматов.
10. Метода самосогласованного поля.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **7.1. Книгообеспеченность**

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
1. Алексеев В.Е., Таланов В.А., Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. — М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 153 с. ISBN: 5-9556-0066-3	2016		<a href="http://www.iprbookshop.ru/52186.html">http://www.iprbookshop.ru/52186.html</a>
2. Авдошин, С.М. Дискретная математика. Алгоритмы: теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.М. Авдошин, А.А. Набебин. — Электрон. дан. — Москва : ДМК Пресс, 2019. — 282 с.	2019		<a href="https://e.lanbook.com/book/112932">https://e.lanbook.com/book/112932</a>
Дополнительная литература			
1. Ким Д.П. Сборник задач по теории автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: Физматлит, 2008. -328 с.	2008		<a href="https://www.studmed.ru/kim-dp-sbornik-zadach-po-teorii-avtomaticheskogo-upravleniya-mnogomernye-nelineynye-optimalnye-i-adaptivnye-sistemy_1350d2a3be7.html">https://www.studmed.ru/kim-dp-sbornik-zadach-po-teorii-avtomaticheskogo-upravleniya-mnogomernye-nelineynye-optimalnye-i-adaptivnye-sistemy_1350d2a3be7.html</a>

### **7.2. Интернет-ресурсы**

1. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
2. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
3. Образовательные ресурсы – <http://window.edu.ru/>
4. Основы оптимального управления: <http://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-323-principles-of-optimal-control-spring-2008/>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: MATLAB.

Рабочую программу составил доцент Платов А.С.

*А.С.Платов*

(подпись)

Рецензент (представитель работодателя):

зам. директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А. В.

*А.В.Кожин*

(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1а от 26.08.2019 года

Заведующий кафедрой Бурков В. Д.

*В.Д.Бурков*

(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии

направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1а от 26.08.2019 года

Председатель комиссии: заведующий кафедрой Бурков В. Д.

*В.Д.Бурков*

(подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочую программу дисциплины

### КАЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

образовательной программы направления подготовки 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»,

направленность: «Математические методы в экономике и финансах» (магистратура)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
(Подпись) (ФИО)