

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности

А.А.Панфилов

« 26 » 08 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИСКРЕТНЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ»

Направление подготовки: 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Программа подготовки: «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования: магистратура

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
2	6 / 216	36	18		126	Экзамен (36)
Итого	6 / 216	36	18		126	Экзамен (36)

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Дискретные и вероятностные модели» – изучение математических методов анализа и моделирования, дополняющих основные классические методы.

Задачи:

- ознакомление с аппаратом теории вероятности и дискретной математики, применяемым при математическом моделировании;
- формирование теоретических знаний и практических навыков для решения разнообразных прикладных задач и задач математического моделирования;
- подготовка в области построения и использования различных математических моделей, ознакомление с методами и приемами самостоятельных математических исследований.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Дискретные и вероятностные модели» относится к базовой части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика и математическая логика, теория случайных процессов, численные методы.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
ОПК-2. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	Частичное	Знать основные дискретные и вероятностные модели. Уметь применять их аппарат для решения прикладных задач. Владеть дискретными и вероятностными методами исследования и анализа.
ПК-1. Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Частичное	Знать основные понятия теории дискретных и вероятностных моделей. Уметь применять их для решения прикладных задач. Владеть методами дискретных и вероятностных моделей.

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 216 ч., 6 зачетных единицы.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Производящая и характеристическая функции в теории вероятностей. Вероятностное моделирование.	2	1-5	10	6		30	8 (50%)	Рейтинг-контроль 1
2	Производящая функция для последовательностей. Специальные числа и функции.	2	6-7	4	2		20	3 (50%)	
3	Преобразование Фурье	2	8-9	4	2		20	3 (50%)	
4	Дискретное преобразование Фурье	2	10-15	12	6		30	9 (50%)	Рейтинг-контроль 2
5	Быстрые алгоритмы	2	16-18	6	2		26	4 (50%)	Рейтинг-контроль 3
Всего за 2 семестр:				36	18		126	27 (50%)	Экзамен (27)
Итого по дисциплине				36	18		126	27 (50%)	Экзамен (27)

Содержание лекционных и практических занятий по дисциплине

Тема 1. Производящая и характеристическая функции. Предельные теоремы теории вероятностей. Вероятностное моделирование.

Производящая функция в теории вероятностей. Факториальные моменты. Производящая функция для случайного числа слагаемых и последовательности распределений. Теорема Пуассона.

Характеристические функции в теории вероятностей. Соответствие множеств функций распределения и характеристических функций.

Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Датчики случайных чисел. Моделирование методом Монте-Карло.

Тема 2. Производящая функция для последовательностей.

Производящая функция для последовательностей. Свертка последовательностей. Числа Фибоначчи и фибоначчива система счисления.

Формулы для конечных сумм и их вывод. Числа и полиномы Бернулли.

Тема 3. Преобразование Фурье функций

Преобразование Фурье суммируемых функций и его свойства. Свертка функций.

Преобразование Фурье функций, суммируемых в квадрате как унитарный оператор. Теорема Планшереля. Спектральное разложение унитарного оператора.

Тема 4. Дискретное преобразование Фурье

Дискретное преобразование Фурье конечных сигналов и его свойства. Свертка сигналов. Циркулянтная матрица.

Дискретное преобразование Фурье как унитарный оператор и его спектральное разложение.

Сигналы Бернулли. Применение дискретного преобразования Фурье для вычисления конечных тригонометрических сумм.

Тема 5. Быстрые алгоритмы

Реверсная перестановка. Алгоритм Кули-Тьюкки быстрого дискретного преобразования Фурье в матричном виде и в виде блок-схемы. Практическая реализация быстрых алгоритмов.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Дискретные и вероятностные модели» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- интерактивные лекции (по всем темам).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль 1

1. Производящая функция в теории вероятностей.
2. Производящая функция последовательности.
3. Последовательность Фибоначчи.
4. Фибоначчиева система счисления.
5. Линейная форма Фибоначчи.

Рейтинг-контроль 2

1. Характеристическая функция в теории вероятностей.
2. Преобразование Фурье.
3. Унитарная форма преобразования Фурье.

Рейтинг-контроль 3

1. Дискретное преобразование Фурье.
2. Спектральное разложение дискретного преобразования Фурье.

3. Быстрый алгоритм дискретного преобразования Фурье.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Производящая функция в теории вероятности. Факториальные моменты.
2. Производящая функция для случайного числа слагаемых и последовательности распределений.
3. Теорема Пуассона.
4. Производящая функция для последовательностей. Свертка последовательностей.
5. Числа Фибоначчи и производящая функция для них.
6. Фибоначчиева система счисления.
7. Линейная форма Фибоначчи.
8. Характеристические функции в теории вероятностей.
9. Закон больших чисел.
10. Центральная предельная теорема.
11. Преобразование Фурье суммируемых функций и его свойства.
12. Свертка функций. Преобразование Фурье свертки.
13. Преобразование Фурье функций суммируемых в квадрате
14. Теорема Планшереля.
15. Функции Эрмита.
16. Спектральное разложение унитарного оператора преобразования Фурье.
17. Пространство дискретных периодических сигналов
18. Дискретное преобразование Фурье
19. Циркулянтная матрица.
20. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье
21. Алгоритм Кули-Тьюкки для дискретного преобразования Фурье
22. Сигналы Бернулли.
23. Суммы степеней синусов в равноотстоящих узлах.

Самостоятельная работа студентов

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания подготовлены в системе TEX выдаются студентам в виде pdf-файла. TEX-листинг задания приводится.

1. Атаку по объекту совершают с помощью последовательно вылетающих самолетов с нагрузкой в n авиационных бомб, каждая из которых с равной вероятностью может попасть и промахнуться по объекту. Случайная величина ξ_k равна числу попаданий по объекту при k -ом вылете на объект. В результате атаки (сброс всех бомб) одного самолета цель, перемещающаяся по объекту, может быть поражена с вероятностью p . Осуществляется постоянный мониторинг атак, в результате которого дается указание об их прекращении при поражении цели. Найти производящую функцию случайной величины $\eta_{\nu} = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_{\nu}$, равной числу попавших по объекту бомб в результате осуществленных ν вылетов до поражения цели. Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины η_{ν} .

Данные для задачи:

```
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline
n & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
\hline
p & 0,4 & 0,3 & 0,6 & 0,4 & 0,3 & 0,6 & 0,4 & 0,6 & 0,4 & 0,3 & 0,6 & 0,2 \\
\hline
\end{tabular}
\vskip 0.2cm
```

2. Два числа $n_1=50$ и $n_2=100+6N$ представить в фибоначчевой системе счисления. Составить алгоритм сложения двух чисел в фибоначчевой системе счисления. Продемонстрировать действие этого алгоритма на примере сложения чисел n_1 и n_2 .

3А. Два числа $n_1=50$ и $n_2=100+6N$ записать в канонической линейной форме Фибоначчи. Составить алгоритм сложения двух чисел, представленных в канонической линейной форме Фибоначчи с аналогичным представлением суммы. Продемонстрировать действие этого алгоритма на примере сложения чисел n_1 и n_2 .

3Б. Число $n_2=100+6N$ представить в виде слова в алфавите $\{0,1\}$, где каждое из тройки чисел a, b, j для канонической линейной формы Фибоначчи числа n_2 представлено в фибоначчевой системе счисления.

\vskip 0.2cm

4. Пусть функция плотности распределения случайной величины ξ равна $p_{\xi}(x) = Ce^{-N|x|}$; \quad Вычислить: а) константу C , б) характеристическую функцию, в) математическое ожидание, г) дисперсию.

\vskip 0.2cm

5. Функции плотности распределения независимых случайных величин ξ_1 и ξ_2 равны $p_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-N)^2}{2}}$, \quad $p_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+N)^2}{2}}$.

Для случайной величины $\xi = \xi_1 + \xi_2$ найти:

а) функцию плотности, б) математическое ожидание, в) дисперсию.

\vskip 0.2cm

6. Вычислить преобразование Фурье для:

а) единичного импульса длиной N : \quad $f(x) = 1$, если $x \in [0, N]$, и $f(x) = 0$, если $x \notin [0, N]$;

б) пилоидального импульса высотой N : \quad $f(x) = \frac{N-x}{N}$, если $x \in [0, N]$, и $f(x) = \frac{N+x}{N}$, если $x \in [-N, 0]$, $f(x) = 0$, если $x \notin [-N, N]$;

в) функции e^{-Nx^2} .

\vskip 0.2cm

7. Написать матрицу F унитарной формы дискретного преобразования Фурье порядка 4.

Вычислить степени F^2 , F^3 , F^4 этой матрицы F . Вычислить матрицы проекторов на собственные подпространства:

$Q_0 = \frac{1}{4}(E + F + F^2 + F^3)$, \quad $Q_1 = \frac{1}{4}(E + iF - F^2 - iF^3)$,

$Q_2 = \frac{1}{4}(E - F + F^2 - F^3)$, \quad $Q_3 = \frac{1}{4}(E - iF - F^2 + iF^3)$.

Вычислить размерности собственных подпространств.

Найти базис из собственных векторов этой матрицы F .

8. Написать матрицу F_6 дискретного преобразования Фурье порядка 6 в трех видах: общий вид, приведенный и числовой.

9. Для выбранного числового массива $n = (n_0; n_1; n_2; n_3; n_4; n_5; n_6; n_7)$ выполнить все шаги быстрого алгоритма реализации ДПФ.

Указание: в качестве массива цифр n взять дату вашего рождения: $n_0; n_1$ - день, $n_2; n_3$ - месяц, $n_4; n_5; n_6; n_7$ - год.

10. Вычислить сигналы Бернулли: b_{-3} периода $N+3$ для вариантов $1 \leq N \leq 5$ или b_{-2} периода N для вариантов $N > 5$.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
1. Беспалов М.С. Дискретные и вероятностные модели. Учебное пособие. Владимир: ВлГУ. 2017. 84с.	2017		http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/6747
Дополнительная литература			
1. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1987	1987		
2. Беспалов М.С. Математические методы в информатике и вычислительной технике. В 2-х ч. Ч.2. Введение в прикладной гармонический анализ. Владимир. ВлГУ. 2007.	2007		http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/2949
3. Ефимов А.В., Золотарев Ю.Г. Терпигорева В.М. Математический анализ. В 2-х. т. М: Высш. школа, 1980	1980		
4. Бернюков А.К. Избранные главы дискретной математики. Уч. пос. Владимир: ВлГУ. 2009	2009		http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/1432
5. Лукач Е. Характеристические функции. М: Наука, 1979	1979		
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М:Мир, 1967	1967		
7. Романовский И.В. Дискретный анализ. СПб: Невский диалект. 2003	2003		
8. Малоземов В.Н.. Машарский С.М. Основы дискретного гармонического анализа. СПб: Лань. 2012	2012		
9. Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. М.: Наука. 1982	1982		

7.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
2. Автоматика и телемеханика, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

7.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>
4. <http://lib.mexmat.ru>
5. <http://www.mathnet.ru/>
6. <http://exponenta.ru/>
7. <http://www.edu.ru/>

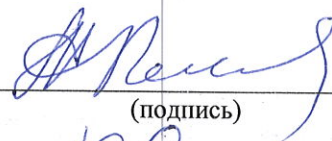
8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:


1. Microsoft Excel
2. Maple
3. MathCad
4. MATLAB

Рабочую программу составил профессор Беспалов М.С.



(подпись)

Рецензент (представитель работодателя):
зам. директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А. В.



(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1а от 26.08.2019 года

Заведующий кафедрой Бурков В. Д.



(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1а от 26.08.2019 года

Председатель комиссии: заведующий кафедрой Бурков В. Д.



(подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочую программу дисциплины

ДИСКРЕТНЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ

образовательной программы направления подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»,
направленность: «Математические методы в экономике и финансах» (бакалавриат)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой _____ / _____
(Подпись) (ФИО)