

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
А.А.Панфилов
« 08 » 2015 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Уравнения математической физики и их приложения»

Направление подготовки 02.04.01 Математические и компьютерные науки

Профиль/программа подготовки - Математические методы в экономике и финансах

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения - очная

Семестр	Грудоем- кость зач. ед, час.	Лекций, час.	Практичес- ких занятий, час.	Лабора- торных работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	5/180	18	18	-	108	экз. (36 ч.)
Итого	5/180	18	18	-	108	экз.(36 ч.)

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Уравнения математической физики и их приложения» является ознакомление с фундаментальными методами исследования соотношений между бесконечно малыми величинами, которые возникают при моделировании физических и экономических процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО магистратуры

Дисциплина «Уравнения математической физики и их приложения» относится к вариативной части для направления 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» (магистратура). Логически и содержательно связана с другими дисциплинами. В результате изучения дисциплины обучающийся должен знать основы и применять методы теории дифференциальных уравнений с частными производными, необходимые для анализа моделей физических и экономических процессов.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Выпускник, освоивший программу магистратуры, должен обладать следующими общекультурными компетенциями (ОК)

Способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1).

Готовностью к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3)

Выпускник, освоивший программу магистратуры, должен обладать следующими общепрофессиональными компетенциями (ОПК):

Способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1)

Обучающийся должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующие виду профессиональной деятельности, на который ориентирована программа магистратуры (ПК):

Способностью к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать - основные понятия и методы теории уравнений с частными производными, в том числе корректные постановки классических задач; уметь разбирать доказательства математических утверждений и получать следствия формулируемых результатов;

уметь - применять математические методы для построения математических моделей и исследования объектов научно-исследовательской и профессиональной деятельности, уметь применять современные программные комплексы к решению задач математической физики;

владеть - навыками решения дифференциальных уравнений с частными производными на уровне, позволяющем разрабатывать и анализировать простейшие математические модели задач, возникающих в научно-исследовательской и профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п / п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы, коллоквиумы	СРС	КП / КР		
1	Линейные однородные уравнения 1-го порядка	1	1-2	2	-	2	-	-	8	-	2/50%	РК 1
2	Классификация уравнений 2-го порядка.	1	3-6	4	-	4	-	-	10	-	4/50%	
3	Гиперболические уравнения	1	7-10	4	-	4	-	-	30	-	4/50%	РК 2
4	Эллиптические уравнения	1	11-14	4	-	4	-	-	30	-	4/50%	РК 3
5	Параболические уравнения.	1	15-18	4	-	4	-	-	30	-	4/50%	
Итого				18		18			108		18/50%	Экзамен (36ч)

Содержание курса

1. Линейные однородные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.
2. Канонический вид и классификация линейных уравнений 2-го порядка от n переменных в точке.
3. Характеристики линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области; классификация уравнений. Теорема о канонической форме.
4. Уравнение колебаний струны. Формула Даламбера. Единственность решения задач Коши и Гурса.
5. Задача Штурма - Лиувилля. Схема метода Фурье в применении к гиперболическим уравнениям.
6. Первая краевая задача для уравнения колебаний струны. Общий случай неоднородности.
7. Понятие корректности краевой задачи. Примеры. Пример Адамара. Волновое уравнение. Задача Коши (при $n > 1$). Формулы Кирхгофа и Пуассона.
8. Задача Штурма - Лиувилля в пространстве. Решение задачи о колебаниях прямоугольной мембраны методом Фурье.
9. Цилиндрические функции и их свойства. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом Фурье.
10. Основные краевые задачи для эллиптических уравнений. Уравнение Лапласа и его общее решение в полярных координатах на плоскости.
11. Принцип максимума для эллиптических уравнений. Единственность решения краевых задач.
12. Представимость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде ряда и в виде интеграла Пуассона.

13. Фундаментальные решения оператора Лапласа. Формулы Грина и их следствия.
14. Гармонические функции и их свойства. Теоремы о среднем.
15. Функция Грина оператора Лапласа и её свойства.
16. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа при известной функции Грина. Формула Пуассона (случай шара).
17. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Решение смешанной задачи методом Фурье. Принцип максимума. Единственность решения смешанной задачи.
18. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Единственность решения задачи Коши

5. Образовательные технологии

1. лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: текущего контроля (контрольных работ, рейтинг – контролей); самостоятельной работы (типовых расчетов, курсовых работ и др.) и промежуточной аттестации (зачёта, зачета с оценкой или экзамена).

Публикуемые компоненты ФОС:

1. Полный список теоретических вопросов промежуточной аттестации (несменяемая часть).
2. Типовые формы текущей аттестации (КР).
3. Типовые формы самостоятельной работы (ТР).

Для генерирования сменяемой части оценочных средств (задач), используются материалы библиотеки ВлГУ и указанных там же специальных сайтов.

Текущий контроль в форме рейтинг –контроля

Рейтинг-контроль 1. Тема «Уравнения в частных производных 1-го порядка; гиперболические уравнения».

- a. Методом характеристик осуществить следующее: 1) решить уравнение, 2) построить интегральные поверхности, 3) привести уравнение к каноническому виду.
- b. Решение задачи Штурма - Лиувилля.
- c. Уравнение колебания струны. Решение методом разделения переменных некоторых типов краевых задач.

Рейтинг-контроль 2. Тема «Эллиптические уравнения»

Решение методом разделения переменных краевых задач различного типа:

- a. Уравнение Лапласа.
- b. Некоторые виды уравнения Пуассона.

Рейтинг-контроль 3. Тема «Параболические уравнения».

- a. Уравнение теплопроводности.
- b. Решение методом разделения переменных краевых задач различного типа. Интеграл Пуассона.

Для выдачи конкретных заданий используются материалы сборника: Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты). — М: Высшая школа, 2009.

Промежуточная аттестация в форме экзамена

Вопросы к экзамену

1. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, теорема об общем решении, локальная теорема существования и единственности решения задачи Коши).
2. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, построение общего решения).
3. Существование и единственность решения задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Метод построения решения задачи Коши.
4. Канонический вид линейного уравнения 2-го порядка от n переменных в точке. Классификация уравнений.
5. Характеристики линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области; классификация уравнений. Пример уравнения смешанного типа.
6. Теорема о канонической форме линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области.
7. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для уравнения свободных колебаний струны (неограниченной и полуограниченной).
8. Задача Гурса. Формула решения в случае уравнения свободных колебаний струны.
9. Задача Штурма -Лиувилля; свойства её решений.
10. Общая схема решения первой краевой задачи для однородных гиперболических уравнений методом разделения переменных.
11. Решение смешанной задачи для уравнения свободных колебаний струны методом разделения переменных (случаи закреплённых концов и свободных концов).
12. Первая краевая задача для уравнения колебаний струны: общий случай неоднородности.
13. Понятие корректности постановки краевой задачи. Примеры корректно и некорректно поставленных задач (в т.ч. пример Адамара).
14. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны. Устойчивость решения.
15. Единственность решения задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны.

16. Задача Штурма - Лиувилля в пространстве; свойства её решений.
17. Цилиндрические функции и их свойства.
18. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом разделения переменных.
19. Преобразование оператора Лапласа к полярным координатам на плоскости. Общее решение уравнения Лапласа на плоскости.
20. Принцип максимума для эллиптических уравнений.
21. Доказательство единственности решения первой и третьей краевых задач для эллиптических уравнений с помощью принципа максимума.
22. Формулировка теоремы о единственности решения второй краевой задачи для эллиптических уравнений. Решение задачи Неймана для уравнения Лапласа в круге; условие разрешимости задачи.
23. Лемма о представимости решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде ряда (сходимость ряда метода Фурье).
24. Теорема о представлении решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде интеграла Пуассона (непрерывные краевые условия).
25. Формулы Грина и их следствия.
26. Фундаментальные решения оператора Лапласа.
27. Лемма о представлении значения гармонической функции в точке в виде некоторого интеграла по границе области гармоничности.
28. Теоремы о среднем для гармонических функций.
29. Существование и свойства производных от гармонической функции.
30. Функция Грина для оператора Лапласа и её свойства. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа по известной функции Грина.
31. Вывод формулы Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.
32. Решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом разделения переменных.
33. Общий случай неоднородности в смешанной задаче для одномерного уравнения теплопроводности.
34. Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности.
35. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.
36. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.

Самостоятельная работа в форме типового расчета.

Типовой расчет №1

1. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
2. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.

3. Методом характеристик привести к каноническому виду линейное уравнение в частных производных второго порядка на плоскости.
4. Для данного линейного уравнения в частных производных второго порядка на плоскости (гиперболического или параболического типа) построить решение задачи Коши.
5. Для данного гиперболического уравнения на плоскости построить решение задачи Гурса.

Типовой расчет №2

1. Решить задачу Штурма-Лиувилля; задачу на собственные значения и собственные функции.
2. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для одномерного уравнения колебаний струны при отсутствии «неоднородностей» в уравнении и граничных условиях либо при наличии таковых.
3. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности при отсутствии «неоднородностей» в уравнении и граничных условиях либо при наличии таковых.
4. Методом разделения переменных решить задачу о колебаниях круглой мембраны.
5. Методом разделения переменных построить решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа либо уравнения Пуассона в круге (кольце, секторе, прямоугольнике и т.п.).

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Уравнения в частных производных [Электронный ресурс] / Треногин В.А., Недосекина И.С. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013- 228 с.- ISBN 978-5-9221-1448-6.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114486.html>
2. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Соболева Е.С., Фатеева Г.М. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 96 с. - ISBN 978-5-9221-1053-2.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110532.html>
3. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / Романко В.К. - М. : БИНОМ, 2013. - 344 - ISBN 978-5-9963-0782-1.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307821.html>
4. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] / В.К. Романко. - М. : БИНОМ, 2012. - -219 с. : ил. - ISBN 978-5-9963-0783-8. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307838.html>

Дополнительная литература

1. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] / Ильин А.М. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1036-5.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110365.html>
2. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными [Электронный ресурс] : В.Л. Матросов, Р.М. Асланов, М.В. Топунов. - М. : ВЛАДОС, 2011. - 376 с. - ISBN 978-5-691-01655-4. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785691016554.html>
3. Лекции об уравнениях с частными производными [Электронный ресурс] / Петровский И.Г. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009 - 404 с.- ISBN 978-5-9221-1090-7.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110907>
4. Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Крупин, А.Л. Павлов, Л.Г. Попов - М. : Издательский дом МЭИ, 2011. - 352 с. - ISBN 978-5-383-00640-5.

периодические издания

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.

Электронные учебные материалы на компакт-дисках.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.034.01 Математические и компьютерные науки

Рабочую программу составил доцент кафедры ФАиП Звягин М.Ю.
(ФИО, подпись)

Рецензент директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК –Инвест»
Крисько О.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

Протокол № 94 от 18.09.15 года

Заведующий кафедрой

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления

Протокол № 1/2 от 18.09.15 года

Председатель комиссии

(ФИО, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____