

2015  
2016

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
(ВлГУ)



А.А.Панфилов

2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ СИСТЕМАМИ»**  
(наименование дисциплины)

Направление подготовки: 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Программа подготовки: «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования: магистратура

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоемкость,зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
3	72 (2 з.е.)	18	-	18	36	Зачёт
Итого	72 (2 з.е.)	18	-	18	36	Зачёт

Владимир 2015

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения дисциплины «Оптимальное управление распределёнными системами» является формирование у студентов знаний, умений и навыков позволяющих решать задачи управления системами, динамика которых описывается уравнениями в частных производных. Также, целью курса является получение навыков численного решения задач оптимального управления распределенными системами, построение алгоритмов и их дальнейшей реализации в пакетах прикладных программ (MatLab, MatCAD, и т.д.)

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина «Оптимальное управление распределёнными системами» относится к вариативной части по направлению 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» (магистратура). Ее изучение позволит обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен знать теоретические основы и методы решения задач оптимального управления распределёнными системами.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Выпускник, освоивший программу магистратуры, должен обладать следующими **общекультурными** компетенциями:

- способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1).

Выпускник, освоивший программу магистратуры, должен обладать следующими **общепрофессиональными** компетенциями:

- способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках (ОПК-2).

Выпускник, освоивший программу магистратуры, должен обладать **профессиональными** компетенциями, соответствующие виду профессиональной деятельности, на которой ориентирована программа магистратуры:

**научно-исследовательская деятельность:**

- способностью к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).

**производственно-технологическая деятельность:**

- способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках (ПК-6).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1. знать - основные понятия и методы оптимального управления распределённым системами; методы численного решения систем распределенных по параметрам; знать основные численные методы решения оптимизационных задач.
2. уметь получать необходимые условия оптимальности и с их помощью строить алгоритмы для численного поиска решения соответствующих оптимизационных

задач; уметь получать достаточные условия оптимальности; уметь анализировать вопросы существования и единственности оптимального управления.

3. владеть навыками исследования систем, которые описываются уравнениями в частных производных. Владеть навыками использования специализированных математических пакетов научных программ, таких как Matlab позволяющих программировать солверы для численного решения задач оптимального управления. Уметь извлекать актуальную информацию из научных статей и осваивать новые методы.

#### **4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости и (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР	
1	Управляемая система описываемая УРЧП первого порядка с нелокальным граничным условием.	3	1-2	2		2		4		2 / 50 %
2	Существование решения и его зависимость от неоднородной части для УРЧП первого порядка с нелокальным граничным условием.	3	3-4	2		2		4		2 / 50 %
3	Численное решение системы: аппроксимация Эйлера с разностью вперёд, назад и центральной.	3	5-6	2		2	+	4		2 / 50 %
4	Задача ОУ на примере	3	7-8	2		2		4		2 / 50 %

	управления популяцией распределённой по возрасту.										
5	Существование оптимального управления популяцией распределённой по возрасту.	3	9-10	2		2		4		2 / 50 %	
6	Принцип максимума в задаче управления распределённым системами (эвристический подход).	3	11-12	2		2	+	4		2 / 50 %	Рейтинг-контроль 2
7	Численное решение задачи оптимального управления. Использование неявных и полу-неявных разностных схем.	3	13-14	2		2		4		2 / 50 %	
8	Управление распределённой системой с периодическими коэффициентами	3	15-16	2		2		4		2 / 50 %	
9	Задача оптимального управления популяцией распределённой по возрасту, основные характеристики которой периодичны.	3	17-18	2	8	2	+	4		2 / 50 %	Рейтинг-контроль 2
Всего				18	18		36		18/50%	Зачёт	

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия).
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек).
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений).
4. Проведение лабораторных работ с применением математических программных пакетов (таких MatLab).

Объём учебной работы с применением интерактивных методов в среднем составляет 50% общего объёма аудиторной учебной работы.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: контрольных работ, рейтинг – контролей, типовых расчетов и промежуточной аттестации – зачёта.

### **Текущий контроль в форме рейтинг - контроля.**

Рейтинг-контроль 1

Контрольная работа к рейтинг-контролю №1

Типы задач

1. Получение необходимых условий оптимальности в системах описываемых уравнениями в частных производных первого порядка с фиксированными граничными условиями.
2. Получение достаточных условий оптимальности для систем с распределёнными параметрами, описываемые уравнениями в частных производных первого порядка с фиксированными граничными условиями.
3. Задача оптимального управления для систем, описываемых интегральными уравнениями.

Рейтинг-контроль 2

Контрольная работа к рейтинг-контролю №2

Типы задач.

1. Получение необходимых условий оптимальности в системах описываемых уравнениями в частных производных первого порядка с нелокальными граничными условиями.
2. Получение необходимых условий оптимальности в системах описываемых уравнениями в частных производных второго порядка с фиксированными граничными условиями.
3. Исследование существования решения в задаче оптимального управления системой описываемой в частных производных первого порядка с нелокальными граничными условиями. в общем случае.

Рейтинг-контроль 3

Контрольная работа к рейтинг-контролю №3

Типы задач

1. Получение разностных схем для численного решения задач оптимального управления систем, которые описываются уравнениями в частных производных первого порядка с нелокальными граничными условиями.

2. Получение необходимых условий оптимальности в системах описываемых уравнениями в частных производных первого порядка с периодическими коэффициентами.

### Основные примеры контрольных заданий

1. Найти решение следующей задачи

$$\begin{cases} Dy(a, t) + 4y(a, t) = t & (a, t) \in (0, \pi) \times (0, 1) \\ y(0, t) = t & t \in (0, 1) \\ y(a, 0) = 1, & a \in (0, \pi) \end{cases}$$

2. Найти решение следующей задачи

$$\begin{cases} Dy(a, t) + ay(a, t) = t^2 & (a, t) \in (0, \pi) \times (0, 1) \\ y(0, t) = t & t \in (0, 1) \\ y(a, 0) = 1, & a \in (0, \pi) \end{cases}$$

3. Найти решение следующей задачи

$$\begin{cases} Dy(a, t) + 4y(a, t) = 1 & (a, t) \in (0, \pi) \times (0, 1) \\ y(0, t) = \int_0^\pi y(a, t) da & t \in (0, 1) \\ y(a, 0) = 1, & a \in (0, \pi) \end{cases}$$

4. Привести необходимые условия оптимальности в задаче

$$\begin{cases} \int_0^1 \int_0^\pi h(a)y(a, t) da dt \rightarrow \max_{0 \leq h \leq 1} \\ \begin{cases} Dy(a, t) + 4y(a, t) = -h(a, t) & (a, t) \in (0, \pi) \times (0, 1) \\ y(0, t) = t & t \in (0, 1) \\ y(a, 0) = 1, & a \in (0, \pi) \end{cases} \end{cases}$$

4. Привести необходимые условия оптимальности в задаче

$$\begin{cases} \int_0^1 \int_0^\pi h(a)y(a, t) da dt \rightarrow \max_{0 \leq h \leq 1} \\ \begin{cases} Dy(a, t) + \frac{1}{100}y(a, t) = -h(a, t)y(a, t) & (a, t) \in (0, \pi) \times (0, 1) \\ y(0, t) = \int_0^\pi \beta(a)y(a, t) da & t \in (0, 1) \\ y(a, 0) = 1, & a \in (0, \pi) \end{cases} \end{cases}$$

5. Построить разностную схему (аппроксимация Эйлера) для численного решения задачи

$$\begin{cases} Dy(a, t) + 4y(a, t) = 1 & (a, t) \in (0, \pi) \times (0, 1) \\ y(0, t) = \int_0^\pi y(a, t) da & t \in (0, 1) \\ y(a, 0) = 1, & a \in (0, \pi) \end{cases}$$

### Промежуточная аттестация в форме зачёта.

Вопросы к зачёту

1. Управляемая система описываемая УРЧП первого порядка с нелокальным граничным условием.
2. Существование решения и его зависимость от неоднородной части для УРЧП первого порядка с нелокальным граничным условием.
3. Численное решение системы: аппроксимация Эйлера с разностью вперёд, назад и центральной.
4. Задача ОУ на примере управления популяцией распределённой по возрасту.
5. Существование оптимального управления популяцией распределённой по возрасту.
6. Принцип максимума в задаче управления распределённым системами (эвристический подход).

7. Управление распределённой системой с периодическими коэффициентами.
8. Задача оптимального управления популяцией распределённой по возрасту, основные характеристики которой периодичны.

### **Вопросы для СРС**

1. Метод градиентного спуска.
2. Оптимальное управления структурированной по возрасту популяцией с логистической правой частью и периодическими коэффициентами.
3. Диффузия в математической модели.
4. Оптимальное управление в модели Фишера.
5. Управление в реакционно-диффузной модели.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **а) основная литература (содержится в библиотеке ВлГУ):**

1. Динамическое программирование в экономических задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. В. Лежнёв.-М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. - 179 с. - ISBN 978-5-9963-2564-1.
2. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления/Романко В.К.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.— 344 с. ISBN 978-5-9963-0782-1
3. Уравнения в частных производных [Электронный ресурс] / Треногин В.А., Недосекина И.С. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013- 228 с.. ISBN 978-5-9221-1448-6.

### **б) дополнительная литература:**

1. Алексеев В.М. Оптимальное управление :учебное пособие/ Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 408 с. ISBN 978-5-9221-0589-7
2. Егоров А.И. Основы теории управления /Егоров А.И.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 504 с.
3. Сборник задач по теории автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы /Ким Д.П. . — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.— 329 с. ISBN 978-5-9221-0937-6с) интернет - ресурсы:

### **с) программное обеспечение и Интернет – ресурсы**

1. Пакет Matlab
2. MathCad
3. Maple
4. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
5. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
6. Образовательные ресурсы – [window.edu.ru/](http://window.edu.ru/)
7. Основы оптимального управления: <http://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-323-principles-of-optimal-control-spring-2008/>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Лекционная аудитория 405 - 3: 16 - посадочных мест, 11 - компьютеров.
2. Электронные учебные материалы на компакт-дисках.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.04.01 «Математика и компьютерные науки».

Рабочую программу составил ст.преподаватель каф. ФАиП А.С.Платов А.С.Платов  
(ФИО, подпись)

Рецензент (ы) директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма  
«ПРОК - Инвест» О.В. Крисько О.В. Крисько

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 94 от 16.09.2015 года

Заведующий кафедрой А.А. Давыдов

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления направлению 02.04.01 «Математика и компьютерные науки».

Протокол № 1/2 от 18.09.2015 года

Председатель комиссии А.А. Давыдов

(ФИО, подпись)

### **ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_