

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики
(Наименование института)



УТВЕРЖДАЮ:
Директор института

К.С. Хорьков

2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
НЕПРЕРЫВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

01.04.02 Прикладная математика и информатика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

математическое моделирование

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

Год 2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Непрерывные математические модели» является дать магистрантам дополнительные знания соответствующих разделов математики, ознакомить с основными задачами прикладной математики, приводящими к непрерывным математическим моделям, освоить современные методы исследования математических моделей.

Задачи:

1. Изучение основных этапов построения непрерывных математических моделей при
2. Решение практических задач моделирования в физике, химии, биологии и экономике;
3. Освоение специальных методов вычислительной математики для исследования нелинейных явлений: Хаос, Катастрофы и др.;
4. Овладеть навыками работы с пакетами специальных прикладных программ для математических и научных расчетов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Непрерывные математические модели» относится к обязательной части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1 Дисциплины (модули) учебного плана.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает современные проблемы фундаментальной и прикладной математики и информатики и подходы к их решению. ОПК-1.2 Умеет выбирать и использовать адекватные поставленной задаче методы её решения, в том числе нетрадиционные и использующие междисциплинарные знания. ОПК-1.3 Владеет навыками выработки стратегии и оценки достижимости решения актуальных задач фундаментальной и прикладной математики.	Знает: современные проблемы фундаментальной и прикладной математики и информатики и подходы к исследованию нелинейных моделей; Умеет: выбирать и использовать адекватные поставленной задаче методы её решения, в том числе нетрадиционные и использующие междисциплинарные знания. Владеет: навыками выработки стратегии и оценки достижимости решения актуальных задач фундаментальной и прикладной математики.	Комплексный отчёт по практическим. Контрольные вопросы к текущей и промежуточной аттестации.
ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в областях: физики, химии, биологии и экономики.	ОПК-3.1. Знает основные концепции и особенности математического моделирования в различных областях знаний. ОПК-3.2. Умеет разрабатывать математические модели для решения задач в области профессиональной	Знает: основные концепции и особенности математического моделирования в физике, биологии, экономике и др. Умеет разрабатывать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности, оценивать их	Практико-ориентированные задания Контрольные вопросы к текущей и промежуточной аттестации.

	деятельности, оценивать их качество и при необходимости реализовывать модель в виде компьютерной программы. ОПК-3.3. Владеет навыками научного исследования задач предметной области с использованием разработанных моделей.	качество и при необходимости реализовывать модель в виде компьютерной программы. Владеет навыками научного исследования линейных и нелинейных задач физики, биологии, экономики с использованием разработанных моделей.	
--	--	---	--

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Раздел 1. Понятие о динамических системах. Модели и методы моделирования	1	1-6	4	8	-	-	12	рейтинг-контроль №1
2	Раздел 2 Динамика на фазовой плоскости. Качественная теория устойчивости.	1	7-11	8	16	-	-	24	рейтинг-контроль №2
3	Раздел 3 Хаотическая динамика. Фракталы и теория катастроф.	1	12-18	6	12	-	-	18	рейтинг-контроль №3
Всего за <u>1</u> семестр:				18	36	-	-	54	экзамен (36)
Наличие в дисциплине КП/КР		-	-	-	-	-	-	-	
Итого по дисциплине		-	-	18	36	-	-	54	экзамен (36)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Понятие о динамических системах. Модели и методы моделирования

Тема 1 Математическая модель динамической системы.

Содержание темы. Непрерывные модели в естественных науках. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Единство математических моделей.

Тема 2 Классификация моделей.

Содержание темы. Консервативные и диссипативные системы. Линейные и нелинейные системы. Потoki и каскады. Примеры динамических систем разной физической природы.

Раздел 2. Динамика на плоскости. Качественная теория.

Тема 3 Регулярная динамика.

Содержание темы. Бифуркации. Фазовые потоки на прямой. Геометрическое представление решений ОДУ. Автоколебания. Переход от осциллятора Ван-дер-Поля к системе реакции-диффузии. Автоволны.

Тема 4 Состояния равновесия. Понятие бифуркации.

Содержание темы. Линеаризация вблизи неподвижной точки. Бифуркации фазовых потоков на прямой. Фазовые потоки на плоскости. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Предельные циклы. Бифуркации фазовых потоков на плоскости. Бифуркация Пуанкаре-Андропова-Хопфа.

Тема 5 Понятие динамического хаоса.

Содержание темы. Содержание темы. Что такое динамический хаос. Характеристики динамического хаоса. Эргодичность и перемешивание. Отображение Пуанкаре. Показатель Ляпунова.

Тема 6 Понятие аттрактора и бассейна в динамических системах.

Содержание темы. Примеры хаотического поведения в непрерывных динамических системах. Аттракторы Лоренца и Рёслера. Хаос в одномерных отображениях и диссипативных системах. Треугольное отображение. Логистическое отображение. Построение и интерпретация отображения Пуанкаре. Вычисление показателей Ляпунова.

Раздел 3 Хаотическая динамика. Фракталы и теория катастроф.

Тема 7 Фракталы и теория бифуркаций.

Содержание темы. Понятие фрактального множества. Рекурсивное построение фракталов (ковёр Серпинского, кривая Дракона). Множества Мандельброта и Жюлиа. Связь фракталов с каскадом бифуркаций. Фрактальная размерность.

Тема 8 Размерность. Аттракторы и энтропия.

Содержание темы. Размерность и геометрическая структура аттракторов. Примеры хаотических и не хаотических аттракторов. Понятие странного аттрактора. Примеры систем, обладающих странными аттракторами. Модели самоорганизованной критичности. Основы теории перколяции.

Тема 9 Универсальные свойства квадратичных отображений.

Содержание темы. Логистическое отображение и переход к хаосу. Неподвижные точки и их устойчивость. Каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу. Окна периода 3 в области хаотического режима. Самоподобие. Масштабная инвариантность. Универсальность Фейгенбаума. Непрерывные системы и переход к хаосу через бифуркаций удвоения периода. Другие сценарии перехода к хаосу. Турбулентность системы Лоренца.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. Понятие о динамических системах. Модели и методы моделирования

Тема 1 Математическая модель динамической системы. Типы моделей. Прямая и обратные задачи моделирования (4 часа).

Тема 2 Классификация моделей. Введение в Матлаб. Линейные и нелинейные модели на плоскости. Символьные методы решения систем уравнений. Численное интегрирование систем дифференциальных уравнений (4 часа)

Раздел 2. Динамика на плоскости. Качественная теория.

Тема 3 Выполнение работы по сравнительному анализу точных и приближенных моделей. (4 часа)

Тема 4 Аналитическое и численное исследование 2-х мерных линейных систем вблизи неподвижной точки. (4 часа)

Тема 5 Освоение метода линеаризации Пуанкаре и Ляпунова для нелинейных систем на плоскости. Бифуркации фазовых потоков и методы их классификации. на прямой. Фазовые потоки на плоскости. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Предельные циклы. (4 часа)

Тема 6 Понятие аттрактора и бассейна в динамических системах. Показатель Ляпунова. Бифуркация Пуанкаре-Андронов-Хопфа. Что такое динамический хаос. Характеристики динамического хаоса. Эргодичность и перемешивание. (4 часа)

Раздел 3 Хаотическая динамика. Фракталы и теория катастроф.

Тема 7 Фракталы и бифуркации. Понятие фрактального множества. Связь фракталов с каскадом бифуркаций. Оценка фрактальной размерности. (4 часа)

Тема 8 Размерность аттрактора и энтропия. Построение функции последования по алгоритму Такенса. Способы оценки размерности аттракторов и энтропии Колмогорова на примерах хаотических и не хаотических аттракторов. (4 часа).

Тема 9 Универсальные свойства квадратичных отображений. Уравнения Лоренца и логистическое отображение. Переход к хаосу. Вычисление неподвижных точек и их

устойчивость. Дерево бифуркаций. Каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу
Окна прозрачности. Самоподобие. (4 часа).

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №1

1. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.
2. Обсуждение условий применимости различных математических моделей.
3. Классификация уравнений и задач математической физики. Анализ размерностей.
4. Классификация уравнений и задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Понятие характеристической поверхности. Анализ размерностей.
5. Примеры построения физических моделей, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
 - Движение материальной точки и твёрдых тел.
 - Задачи, описывающие движение тел в среде с сопротивлением
 - Задачи термодинамики и молекулярной физики
 - Задачи радиоактивного распада вещества.
 - Вывод уравнений радиоактивного распада.
 - Закон Фурье для передачи тепла.
 - Уравнение математического маятника.
 - Понятие о линеаризации дифференциальных уравнений.
 - Точные и приближённые решения.

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №2.

С помощью имитационного моделирования показать на примерах простейших маятников возникновение не изохронности собственных колебаний точной модели, т.е. изменение периода собственных колебаний с изменением амплитуды (начальной амплитуды колебаний) по индивидуальному заданию:

1. Физический маятник;
2. Колебательный контур (с учётом намагничённости индуктивности);
3. Пружинный маятник (при отклонении от закона Гука);
4. Движение маятника в вязкой жидкости и найти предельную амплитуду, при которой период колебаний изменяется более чем на 1%.

Для этого требуется;

1. Получить точное и приближённое уравнения.
2. Интегрируя модели получить графически зависимости периода собственных колебаний от амплитуды для этих моделей.
3. Построить эти зависимости на одном графике и определить критическую точку.
4. Определить закон изменения амплитуды.
5. Построить предельные фазовые портреты и описать их деформацию.

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №3.

Провести исследование индивидуальной модели 2-х мерной хаотической системы из каталога преподавателя используя Матлаб и блок символьных вычислений Матлаб, т.е.:

- Получить для заданных значений параметров реализации $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$. Построить фазовые портреты.
- Аналитически и используя символьные вычисления получить характер устойчивости положения равновесия по Ляпунову и асимптотическая устойчивость.

- Определить точки бифуркаций.
- Отчёт

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Общие сведения о построении математических моделей задач естествознания, уравнениях в частных производных и краевых условиях.
2. Примеры построения математических моделей задач естествознания нахождение их приближенных решений. Анализ полученных решений и выяснение причин получения неблагоприятных решений.
3. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.
4. Обсуждение условий применимости различных математических моделей.
5. Классификация уравнений и задач математической физики. Анализ размерностей.
6. Классификация уравнений и задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Понятие характеристической поверхности. Анализ размерностей.
7. Задачи радиоактивного распада вещества и термодинамики. Вывод уравнений радиоактивного распада. Закон Фурье. Задачи термодинамики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
8. Задачи кинематики, динамики и молекулярной физики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
9. Задачи, описывающие движение тел в среде с сопротивлением, адиабатические процессы, геометрические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
10. Уравнение математического маятника. Понятие о линеаризации дифференциальных уравнений. Точные и приближённые решения.
11. Понятие о теории устойчивости решений.
12. Задачи электротехники, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
13. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость положения равновесия. Функция Ляпунова, теорема Ляпунова
14. Центробежный регулятор Вышнеградского.
15. Предельные циклы. Устойчивые, вполне не устойчивые и полуустойчивые циклы.
16. Функция последования.
17. Критерий существования предельных циклов.
18. Грубые предельные циклы.
19. Примеры задач, демонстрирующие устойчивость и её отсутствие.
20. Ламповый генератор.
21. Задачи электродинамики, механики, теории упругости.
22. Вывод уравнений Максвелла.
23. Уравнение переноса.
24. Аналитические методы решения и исследования поведения решений.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине включает в себя следующие:

- 1) проработку учебного материала по конспектам, учебной и научной литературе;
- 2) подготовку к практическим и лабораторным занятиям;
- 3) подготовку по всем видам контрольных мероприятий, в том числе к текущему контролю знаний и промежуточной аттестации.

Темы для самостоятельной работы студентов

1. Единство математических моделей динамических систем.
2. Уравнения процессов переноса.
3. Лазер как динамическая система.
4. Популяционные модели в физике, химии и биологии.

5. Популяционные модели в экономике.
6. Уравнение Шрёдингера.
7. Колебание струн музыкальных инструментов. Физические аналогии.
8. Уравнение Кортевега-де-Фриза.
9. Фазовые переходы.
10. Колебания и волны в химических реакциях.
11. Уединенные волны в оптике.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература*		
1. Афонин В.В. Моделирование систем [Электронный ресурс]/ Афонин В.В., Федосин С.А.-Электрон. текстовые данные.- Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.- 269 с.	2016	Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/52179.html .- ЭБС «IPRbooks»
2. Сёмина В.В. Моделирование систем [Электронный ресурс]: методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Моделирование систем»/ Сёмина В.В.— Электрон. текстовые данные - Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2016.— 17 с.	2016	Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/64869.html .- ЭБС «IPRbooks»
3. Плохотников К.Э. Методы разработки математических моделей и вычислительный эксперимент на базе пакета MATLAB : курс лекций / Плохотников К.Э.. — Москва : СОЛОН-ПРЕСС, 2017. — 628 с. — ISBN 978-5-91359-211-8.	2017	https://www.iprbookshop.ru/64926.html
Дополнительная литература		
1. Журавлева Т.Ю. Практикум по дисциплине «Имитационное моделирование» [Электронный ресурс]/ Журавлева Т.Ю.- Электрон. текстовые данные.- Саратов: Вузовское образование, 2015.- 35 с.	2015	Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/27380.html .- ЭБС «IPRbooks»
2. Выгодчикова И.Ю. Математические модели рынка ценных бумаг : учебное пособие / Выгодчикова И.Ю.. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 257 с. — ISBN 978-5-4497-0982-0.	2021	https://www.iprbookshop.ru/104669.html
3. Башкирцева И.А. Компьютерное моделирование нелинейной динамики: непрерывные модели : учебное пособие / Башкирцева И.А., Рязанова Т.В., Ряшко Л.Б.. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2017. — 84 с. — ISBN 978-5-7996-2046-2.	2017	https://www.iprbookshop.ru/106397.html

6.2. Периодические издания

1. Журнал «Вестник Российской академии наук», ISSN 0869-5873
2. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий», ISSN 1810-7206.
3. «Информационные технологии» Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал ISSN 1684-6400 Подписной индекс 72656

4. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий»
5. Журнал «Вестник Российского экономического университета им. Плеханова»
6. Журнал «Вычислительные технологии»
7. Computerworld Россия, ISSN: 1560-5213.

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://www.exponenta.ru>.
2. <http://math.semestr.ru/group/sampling-method.php>.
3. www.mathhelpplanet.com - некоммерческий математический форум, на котором можно получить консультацию и реальную помощь в решении по практически любому вопросу, связанному с математикой и многочисленными её приложениями.
4. <http://www.kxlab.com> - сайт _kx Лаборатории. Отправная точка поиска информации о новейших научных разработках в области вычислительной математики, автоматизации моделирования и программных продуктах _kx Лаборатории.
5. www.csin.ru - Образовательный интернет-проект, посвященный computer science и смежным дисциплинам. Мы формируем комьюнити людей, профессионально занимающихся или даже просто интересующихся данной тематикой. Также мы собираем информацию, например, русскоязычные курсы по информатике.
6. www.teorver.ru - Портал, посвященный таким разделам математики, как теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, математическая теория телетрафика и другим приложениям теории вероятностей.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического/лабораторного типа, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Практические и лабораторные занятия проводятся в аудитории (компьютерном классе) 5116-3 (или аналогичном компьютерном классе в зависимости от сетки расписания).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- 1) MS Word;
- 2) MS PowerPoint;
- 3) MS Excel;
- 4) Matlab.

Рабочую программу составил проф. каф. ФИПМ Бутковский О.Я.

(должность, ФИО, подпись)

Рецензент

Генеральный директор ООО «ФС Сервис» Д.С. Квасов

(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФИПМ

Протокол №1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой _____

(ФИО, подпись)

С.М. Аракелян

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании учебно-методической комиссии направления 01.04.02

Протокол №1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии _____

(ФИО, должность, подпись)

С.М. Аракелян

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2022 / 2023 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2022 года

Заведующий кафедрой _____

С.С. Абрамкин

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____