

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности



А.А.Панфилов

« 02 » _____ 09 20 19 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
НЕПРЕРЫВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
(наименование дисциплины)

Направление подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Профиль/программа подготовки Математическое моделирование

Уровень высшего образования Магистратура

Форма обучения очное

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лабора- т. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
1	4/144	18	36	-	54	экзамен (36)
Итого	4/144	18	36	-	54	экзамен (36)

Владимир 2019

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: дать магистрантам дополнительные знания соответствующих разделов математики, ознакомить с основными задачами прикладной математики, приводящими к непрерывным математическим моделям, освоить современные методы исследования математических моделей.

Задачи: Основной задачей дисциплины является изучение основных этапов построения непрерывных математических моделей при решении практических задач моделирования в физике, химии, биологии и экономике. Освоение специальных методов вычислительной математики и при изучении данного курса овладеть навыками работы с пакетами прикладных программ для математических и научных расчетов, ориентированных на широкие круги пользователей.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Непрерывные математические модели» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока относится к дисциплинам обязательной части Б1 учебного плана.

Изучение данной дисциплины проходит в первом семестре и опирается на результатах изучения дисциплин бакалавриата, развивающих общепрофессиональные компетенции, относящиеся к группам «Теоретические и практические основы профессиональной деятельности» и «Информационно-коммуникационные технологии для профессиональной деятельности. Набор таких дисциплин зависит от конкретной программы бакалавриата, ранее освоенной студентом. Примерами являются: «Информационные технологии в профессиональной деятельности», «Дискретная математика», «Численные методы», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическое моделирование», «Имитационное моделирование».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции ¹	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	частичное освоение	Знать: <ul style="list-style-type: none">• современные проблемы фундаментальной и прикладной математики и информатики и подходы к их решению; Уметь: <ul style="list-style-type: none">• выбирать и использовать адекватные поставленной задаче методы её решения, в том числе нетрадиционные и использующие междисциплинарные знания; Владеть: <ul style="list-style-type: none">• навыками выработки стратегии и оценки достижимости решения актуальных задач фундаментальной и прикладной математики.
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	частичное освоение	Знать: <ul style="list-style-type: none">• основные концепции и особенности математического моделирования в различных областях знаний; Уметь: <ul style="list-style-type: none">• разрабатывать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности и оценивать их качество;• при необходимости реализовывать модель в виде компьютерной программы; Владеть: <ul style="list-style-type: none">• навыками научного исследования задач предметной области с использованием разработанных моделей.

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Раздел 1. Понятие о динамических системах (4 часа).	1	1-6	4	8	-	12	5/42%	Рейтинг-контроль №1
2	Раздел 2 Динамика на плоскости. Качественная теория. (8 часов)	1	7-11	8	16	-	24	10/42%	Рейтинг-контроль №2
3.	Раздел 3 Фракталы и хаотическая динамика. (6 часов)	1	12-18	6	12	-	18	10/55%	Рейтинг-контроль №3
Всего за I семестр:		1	18	18	36	-	54	25/46%	Экзамен, 36ч.
Наличие в дисциплине КИ/КР		-				-			
Итого по дисциплине		1	18	18	36	-	54	25/46%	Экзамен, 36ч.

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Понятие о динамических системах.

Тема 1.1 Математическая модель динамической системы.

Содержание темы. Непрерывные модели в естественных науках. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Единство математических моделей.

Тема 1.2 Классификация моделей.

Содержание темы. Консервативные и диссипативные системы. Линейные и нелинейные системы. Потоки и каскады. Примеры динамических систем разной физической природы.

Раздел 2 Динамика на плоскости. Качественная теория.

Тема 2.1 Регулярная динамика.

Содержание темы. Бифуркации. Фазовые потоки на прямой. Геометрическое представление решений ОДУ. Автоколебания. Переход от осциллятора Ван-дер-Поля к системе реакции-диффузии. Автоволны.

Тема 2.2 Состояния равновесия. Понятие бифуркации.

Содержание темы. Линеаризация вблизи неподвижной точки. Бифуркации фазовых потоков на прямой. Фазовые потоки на плоскости. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Предельные циклы. Бифуркации фазовых потоков на плоскости. Бифуркация Пуанкаре-Андронов-Хопфа.

Тема 2.3 Понятие динамического хаоса.

Содержание темы. Что такое динамический хаос. Характеристики динамического хаоса. Эргодичность и перемешивание. Отображение Пуанкаре. Показатель Ляпунова.

Тема 2.4. Понятие аттрактора и бассейна в динамических системах.

Содержание темы. Примеры хаотического поведения в непрерывных динамических системах. Аттракторы Лоренца и Рёсслера. Хаос в одномерных отображениях и диссипативных системах. Треугольное отображение. Логистическое отображение. Построение и интерпретация отображения Пуанкаре. Вычисление показателей Ляпунова.

Раздел 3 Фракталы и хаотическая динамика.

Тема 3.1 Фракталы и бифуркации

Содержание темы Понятие фрактального множества. Рекурсивное построение фракталов (ковёр Серпинского, кривая Дракона). Множества Мандельброта и Жюлиа. Связь фракталов с каскадом бифуркаций. Фрактальная размерность.

Тема 3.2 Размерность аттракторов и энтропия

Содержание темы Размерность и геометрическая структура аттракторов. Примеры хаотических и не хаотических аттракторов. Понятие странного аттрактора. Примеры систем, обладающих странными аттракторами. Модели самоорганизованной критичности. Основы теории перколяции.

Тема 3.3. Универсальные свойства квадратичных отображений

Содержание темы Логистическое отображение и переход к хаосу. Неподвижные точки и их устойчивость. Каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу Окна периода 3 в области хаотического режима. Самоподобие. Масштабная инвариантность. Универсальность Фейгенбаума. Непрерывные системы и переход к хаосу через бифуркации удвоения периода. Другие сценарии перехода к хаосу. Турбулентность системы Лоренца.

Содержание практических/лабораторных занятий по дисциплине

Раздел 1. Понятие о динамических системах

Тема 1.1 Математическая модель динамической системы.

Содержание темы. Введение в инструментарий пакета Матлаб. Для исследования непрерывных моделей в естественных науках. Построение Фазовых траекторий.

Тема 1.2 Классификация моделей.

Содержание темы. Графические средства Матлаб. Интегрирование систем ОДУ.

Раздел 2 Динамика на плоскости. Качественная теория.

Тема 2.1 Регулярная динамика.

Содержание темы. Выполнение работы по сравнительному анализу точных и приближенных моделей.

Тема 2.2 Состояния равновесия. Понятие бифуркации.

Содержание темы. Аналитическое и численное исследование 2-х мерных систем вблизи неподвижной точки. Освоение метода линеаризации Пуанкаре-Ляпунова на плоскости.

Тема 2.3 Понятие динамического хаоса.

Содержание темы. Бифуркации фазовых потоков и методы их классификации. на прямой. Фазовые потоки на плоскости. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Предельные циклы.

Бифуркация Пуанкаре-Андронов-Хопфа. Что такое динамический хаос. Характеристики динамического хаоса. Эргодичность и перемешивание. Показатель Ляпунова.

Тема 2.4. Понятие аттрактора и бассейна в динамических системах.

Содержание темы. Бифуркации фазовых потоков на плоскости. Примеры хаотического поведения в непрерывных динамических системах. Аттракторы Лоренца и Рёсслера. Оценка показателей Ляпунова.

Раздел 3 Фракталы и хаотическая динамика.

Тема 3.1 Фракталы и бифуркации

Содержание темы Понятие фрактального множества. Связь фракталов с каскадом бифуркаций. Оценка фрактальной размерности.

Тема 3.2 Размерность аттрактора и энтропия.

Содержание темы Построение функции последования по алгоритму Такенса. Способы оценки размерности аттракторов и энтропии Колмогорова на примерах хаотических и не хаотических аттракторов.

Тема 3.3. Универсальные свойства квадратичных отображений

Содержание темы Уравнения Лоренца и логистическое отображение. Переход к хаосу. Вычисление неподвижных точек и их устойчивость. Дерево бифуркаций. Каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу Окна прозрачности. Самоподобие. Универсальность Фейгенбаума.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Непрерывные математические модели» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- Групповая дискуссия (лекционные и практические занятия по всем разделам по результатам исследования демонстрационных моделей тестовых примеров);
- Разбор конкретных ситуаций (лекционные занятия);
- Уровневая дифференциация (контрольные мероприятия по индивидуальным заданиям, защита лабораторных работ).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль успеваемости

Рейтинг –контроль №1

1. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.
2. Обсуждение условий применимости различных математических моделей.
3. Классификация уравнений и задач математической физики. Анализ размерностей.

4. Классификация уравнений и задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Понятие характеристической поверхности. Анализ размерностей.

5. Примеры построения физических моделей, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

- Движение материальной точки и твёрдых тел.
- Задачи, описывающие движение тел в среде с сопротивлением
- Задачи термодинамики и молекулярной физики
- Задачи радиоактивного распада вещества.
- Вывод уравнений радиоактивного распада.
- Закон Фурье для передачи тепла.
- Уравнение математического маятника.
- Понятие о линеаризации дифференциальных уравнений.
- Точные и приближённые решения.

Рейтинг-контроль № 2.

С помощью имитационного моделирования показать на примерах простейших маятников показать возникновение не изохронности собственных колебаний точной модели, т.е. изменение периода собственных колебаний с изменением амплитуды (начальной амплитуды колебаний) по индивидуальному заданию:

1. Физический маятник;
2. Колебательный контур (с учётом намагничённости индуктивности);
3. Пружинный маятник (при отклонении от закона Гука);
4. Движение маятника в вязкой жидкости.

и найти предельную амплитуду, при которой период колебаний изменяется более чем на 1%.

Для этого требуется;

1. Получить точное и приближённое уравнения.

2. Интегрируя модели получить графически зависимости периода собственных колебаний от амплитуды для этих моделей.

3. Построить эти зависимости на одном графике и определить критическую точку.

4. Определить закон изменения амплитуды.

5. Построить предельные фазовые портреты и описать их деформацию.

Рейтинг-контроль № 3.

Провести исследование индивидуальной модели 3-х мерной хаотической системы из каталога преподавателя используя Матлаб и блок символьных вычислений Матлаб, т.е.:

- Получить для заданных значений параметров реализации $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$. Построить фазовые портреты.
- Аналитически и используя символьные вычисления получить характер устойчивости положения равновесия по Ляпунову и асимптотическая устойчивость.
- Определить точки бифуркаций.
- Отчёт

Примерный перечень вопросов для экзамена

1. Общие сведения о построении математических моделей задач естествознания, уравнениях в частных производных и краевых условиях.
2. Примеры построения математических моделей задач естествознания нахождение их приближенных решений. Анализ полученных решений и выяснение причин получения неблагоприятных решений.
3. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.
4. Обсуждение условий применимости различных математических моделей.
5. Классификация уравнений и задач математической физики. Анализ размерностей.
6. Классификация уравнений и задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Понятие характеристической поверхности. Анализ размерностей.
7. Задачи радиоактивного распада вещества и термодинамики. Вывод уравнений радиоактивного распада. Закон Фурье. Задачи термодинамики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
8. Задачи кинематики, динамики и молекулярной физики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
9. Задачи, описывающие движение тел в среде с сопротивлением, адиабатические процессы, геометрические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
10. Уравнение математического маятника. Понятие о линеаризации дифференциальных уравнений. Точные и приближённые решения.
11. Понятие о теории устойчивости решений.
12. Задачи электротехники, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
13. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость положения равновесия. Функция Ляпунова, теорема Ляпунова
14. Центробежный регулятор Вышнеградского.
15. Предельные циклы. Устойчивые, вполне не устойчивые и полуустойчивые циклы.

16. Функция последования.
17. Критерий существования предельных циклов.
18. Грубые предельные циклы.
19. Примеры задач, демонстрирующие устойчивость и её отсутствие.
20. Ламповый генератор.
21. Задачи электродинамики, механики, теории упругости.
22. Вывод уравнений Максвелла.
23. Вывод телеграфного уравнения, дисперсия волн.
24. Уравнение продольных и поперечных колебаний стержня.
25. Уравнение переноса.
26. Уравнение Шрёдингера.
27. Аналитические методы решения и исследования поведения решений.
28. Колебание струн музыкальных инструментов. Физические аналогии.
29. Задача о фазовом переходе.
30. Уравнение Кортевега-де-Фриза.
31. Математические модели в химической кинетике.
32. Модель Хищник-жертва.

Темы для самостоятельной работы студентов

1. Этапы моделирования
2. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка.
3. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений 3-го порядка.
4. Операторы и их применение к символьным вычислениям в Матлаб:
 - 4.1. Решение систем линейных автономных и неавтономных уравнений в Матлаб.
 - 4.2. Графическое представление векторных полей в пространстве в Матлаб.
5. Уравнения колебаний в механических, электрических, химических и биологических системах.
6. Изохронность линейных колебаний
7. Локальная и глобальная устойчивость в фазовом пространстве.
8. Катастрофы и бифуркации в нелинейных моделях.
9. Способы перехода от непрерывных моделей к дискретным на примере генератора Ван-дер-Поля.
10. Универсальное поведение квадратичных отображений.
11. Явление перемежаемости в нелинейных системах.
12. Статистические свойства развитого хаоса.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература*			
1. Афонин В.В. Моделирование систем [Электронный ресурс]/ Афонин В.В., Федосин С.А.-Электрон. текстовые данные.- Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.- 269 с.	2016		Режим доступа: http://www.iprbooks.hop.ru/52179.html .- ЭБС «IPRbooks»
2. Сёмина В.В. Моделирование систем [Электронный ресурс]: методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Моделирование систем»/ Сёмина В.В.— Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2016.— 17 с.	2016		Режим доступа: http://www.iprbooks.hop.ru/64869.html .- ЭБС «IPRbooks»
3. Журавлева Т.Ю. Практикум по дисциплине	2015		Режим доступа:

«Имитационное моделирование» [Электронный ресурс]/ Журавлева Т.Ю.- Электрон. текстовые данные.- Саратов: Вузовское образование, 2015.- 35 с.			http://www.iprbooks.hop.ru/27380.html .- ЭБС «IPRbooks»
Дополнительная литература			
1. Матюшкин И.В. Моделирование и визуализация средствами MATLAB физики наноструктур [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Матюшкин И.В.- Электрон. текстовые данные.- Москва: Техносфера, 2011.- 168 с.	2011		Режим доступа: http://www.iprbooks.hop.ru/13280.html .- ЭБС «IPRbooks»
2. Саталкина Л.В. Математическое моделирование [Электронный ресурс]: задачи и методы механики. Учебное пособие/ Саталкина Л.В., Пеньков В.Б.- Электрон. текстовые данные.- Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.- 97с.	2013		Режим доступа: http://www.iprbooks.hop.ru/22880.html .- ЭБС «IPRbooks»
3. Склярова Е.А. Компьютерное моделирование физических явлений [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Склярова Е.А., Малютин В.М.- Электрон. текстовые данные.- Томск: Томский политехнический университет, 2012.- 152 с.	2012		Режим доступа: http://www.iprbooks.hop.ru/34668.html .- ЭБС «IPRbooks»

7.2. Периодические издания

1. Журнал «Вестник Российской академии наук», ISSN 0869-5873
2. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий», ISSN 1810-7206.
3. «Информационные технологии» Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал ISSN 1684-6400 Подписной индекс 72656
4. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий»
5. Журнал «Вестник Российского экономического университета им. Плеханова»
6. Журнал «Вычислительные технологии»
7. Computerworld Россия, ISSN: 1560-5213.

7.3. Интернет-ресурсы

1. <http://www.exponenta.ru>.
2. <http://math.semestr.ru/group/sampling-method.php>.
3. www.mathhelpplanet.com - некоммерческий математический форум, на котором можно получить консультацию и реальную помощь в решении по практически любому вопросу, связанному с математикой и многочисленными её приложениями.
4. <http://www.kxlab.com> - сайт _kx Лаборатории. Отправная точка поиска информации о новейших научных разработках в области вычислительной математики, автоматизации моделирования и программных продуктах _kx Лаборатории.
5. www.csin.ru - Образовательный интернет-проект, посвященный computer science и смежным дисциплинам. Мы формируем комьюнити людей, профессионально занимающихся или даже просто интересующихся данной тематикой. Также мы собираем информацию, например, русскоязычные курсы по информатике.
6. www.teorver.ru - Портал, посвященный таким разделам математики, как теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, математическая теория телетрафика и другим приложениям теории вероятностей.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Практические занятия проводятся в аудитории (компьютерном классе) 511б-3 (или аналогичном компьютерном классе в зависимости от сетки расписания). Минимально возможный объём ОЗУ для выполнения лабораторных работ – 4 ГБ.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- 1) MS Word;
- 2) MS PowerPoint;
- 3) MS Excel;
- 4) Matlab.

Рабочую программу составил Трушковский О.А.
(ФИО, подпись)

Рецензент
(представитель работодателя) Ген. директор ООО "ФС Сервис" Быховск РС
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ

Протокол № 1 от 02.09.2019 года

Заведующий кафедрой С.И. Архипович
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Протокол № 1 от 02.09.2019 года

Председатель комиссии С.И. Архипович
(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2020-2021 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 31.08.2020 года

Заведующий кафедрой _____ *С.И. Архиван*

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочую программу дисциплины

Непрерывные математические модели

образовательной программы направления подготовки *01.04.02 Прикладная математика и информатика*

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой _____ / _____
Подпись ФИО