

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича  
Столетовых»**  
(ВлГУ)



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ДИСКРЕТНЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ»**

**Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»**

**Программа подготовки «Математическое моделирование»**

**Уровень высшего образования -- магистратура**

**Форма обучения очная**

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Практич . занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
2	5/180	36	36	-	72	экз. (36 час.)
Итого	5/180	36	36	-	72	экз. (36 час.)

Владимир 2015

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Преподавание курса «Дискретные и вероятностные модели» имеет своей целью – изучение математических методов анализа и моделирования, дополняющих основные классические методы. При этом подчеркивается общность и близость применяемых методов исследования в различных областях научных познаний. При освоении дисциплины «Дискретные и вероятностные модели» решаются следующие задачи:

1. Ознакомление с аппаратом теории вероятности и дискретной математики, применяемым при математическом моделировании.
2. Формирование теоретических знаний и практических навыков для решения разнообразных прикладных задач и задач математического моделирования.
3. Подготовка в области построения и использования математических моделей, ознакомление с методами самостоятельных математических исследований.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

В соответствии с учебным планом дисциплина «Дискретные и вероятностные модели» относится к обязательным дисциплинам вариативной части подготовки магистрантов по специальности 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» и предполагает углубление и дифференциацию профессиональных компетенций магистрантов. Понимание путей развития различных областей современной математики во взаимосвязи с общественным прогрессом позволяет магистрантам глубже осознать специфику данного учебного курса, который аккумулирует разделы различных математических курсов. В результате у них создается правильное представление о путях приобретения человечеством знаний об окружающем нас мире, о развитии методов этого познания. Для освоения данного курса необходимо предварительное изучение следующих дисциплин: математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, дискретной математики.

Отдельные близкие вопросы рассматриваются в теории случайных процессов, в теории кодирования, в теории чисел и в численных методах.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Магистрант в результате освоения дисциплины должен овладеть следующими *общепрофессиональными и профессиональными компетенциями*:

- способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики (ОПК-4).
- способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности (ПК-4).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: Знать: основные идеи и методы вероятностных и дискретных вычислений; границы применимости конкретных методов. Уметь: выбрать и обосновать метод решения задачи, сформировать алгоритм решения и указать область его применения. Владеть: навыками использования информационных технологий для решения прикладных задач; культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, навыками математического моделирования на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем; языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания.

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 180 ч., 5 зачетных единицы.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах/%)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации	
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы, коллоквиумы	CPC			
1	Производящая и характеристическая функции в теории вероятностей. Вероятностное моделирование.	2	1-5	10		10			20		10 (50%)	Рейтинг-контроль 1
2	Производящая функция для последовательностей. Специальные числа и функции.	2	6-7	4		4			8		4(50%)	-
3	Преобразование Фурье	2	8-9	4		4			10		4 (50%)	Рейтинг-контроль 2
4	Дискретное преобразование Фурье	2	10-15	12		12			22		12 (50%)	
5	Быстрые алгоритмы	2	16-18	6		6			12		6 (50%)	Рейтинг-контроль 3
<b>ИТОГО:</b>				<b>36</b>		<b>36</b>			<b>72</b>		<b>36 (50%)</b>	<b>Экзамен</b>

### ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

**Тема 1.** Производящая и характеристическая функции. Предельные теоремы теории вероятностей. Вероятностное моделирование.

Производящая функция в теории вероятностей. Факториальные моменты. Производящая функция для случайного числа слагаемых и последовательности распределений. Теорема Пуассона.

Характеристические функции в теории вероятностей, их свойства. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема. Датчики случайных чисел. Моделирование методом Монте-Карло.

**Тема 2.** Производящая функция для последовательностей.

Производящая функция для последовательностей. Свертка последовательностей. Числа Фибоначчи и системы счисления на их основе.

Формулы для конечных сумм и их вывод. Числа и полиномы Бернулли.

**Тема 3.** Преобразование Фурье функций

Преобразование Фурье суммируемых функций и его свойства. Свертка функций.

Преобразование Фурье функций суммируемых в квадрате как унитарный оператор. Теорема Планшереля. Спектральное разложение унитарного оператора.

#### **Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

Дискретное преобразование Фурье конечных сигналов и его свойства. Свертка сигналов. Корреляционная функция. Циркулянтная матрица.

Дискретное преобразование Фурье как унитарный оператор и его спектральное разложение. Суммы Гаусса.

Дискретные периодические функции Бернулли. Числа и многочлены Коробова. Применение дискретного преобразования Фурье для вычисления конечных тригонометрических сумм.

#### **Тема 5. Быстрые алгоритмы**

Дискретное преобразование Уолша в нумерации Адамара и два принципиально различных быстрых алгоритм Гуда его реализации. Алгоритм Кули-Тьюкки быстрого дискретного преобразования Фурье.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Качество обучения достигается за счет использования следующих форм учебной работы: лекции, практические занятия, самостоятельная работа магистранта (выполнение индивидуальных домашних заданий), консультации, активное, постоянное взаимодействие между преподавателем и магистрантом в процессе обучения.

В рамках дисциплины «Дискретные и вероятностные модели» предусмотрено 50% аудиторных занятий, проводимых в активной и интерактивной формах, что включает:

- Совместную работу со слушателями при разработке и изучении моделей.
- Показ иллюстративного материала с использованием мультимедиа технологий.
- Анализ и решение конкретных прикладных задач с применением ЭВМ.
- Решение типовых задач с использованием реальных данных.
- Использование технологий дистанционного обучения.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: рейтинг-контролей, типовых расчетов и промежуточной аттестации в виде экзамена.

#### **Текущий контроль в форме рейтинг - контроля.**

Рейтинг-контроль 1 «Производящая и характеристическая функции в теории вероятностей»

##### **Типы задач**

1. Вычисление производящей функции для дискретной неотрицательной случайной величины.
2. Вычисление характеристических функций для случайных величин.
3. Вычисление производящей функции для последовательности.

#### **Рейтинг-контроль 2 «Преобразование Фурье»**

##### **Типы задач**

1. Вычисление преобразования Фурье функции.
2. Вычисление свертки функций.
3. Вычисление функций Эрмита.

### Рейтинг-контроль 3 «Быстрое дискретное преобразования Фурье»

#### Типы задач

1. Построение матриц дискретного преобразования Фурье.
2. Прямое вычисление дискретного преобразования Фурье.
3. Быстрое вычисление дискретного преобразования Фурье.

#### ЗАДАЧИ для формирования заданий рейтинг-контроля и для самостоятельной работы студентов

1. Найти производящую функцию для: а) биномиального закона распределения с параметрами  $n$  и  $p$ ; б) закона Пуассона; в) геометрического распределения. Вычислить математическое ожидание и дисперсию.
2. Найти производящую функцию для кортежа биномиальных коэффициентов.
3. Найти производящую функцию для последовательности Фибоначчи.
4. Представить заданное число в фибоначчиевой системе счисления.
5. Представить заданное число в линейной форме Фибоначчи.
6. Найти характеристическую функцию для: а) биномиального закона распределения с параметрами  $n$  и  $p$ ; б) закона Пуассона; в) показательного распределения; г) нормального распределения с заданными параметрами. Вычислить математическое ожидание и дисперсию.
7. Вычислить преобразование Фурье заданной функции.
8. Вычислить функции Эрмита заданного порядка, не больше пяти.
9. Написать матрицу дискретного преобразование Фурье заданного порядка в трех разных видах: развернутый, сокращенный, числовой.
10. Вычислить дискретное преобразование Фурье заданного массива.
11. Найти собственные числа матрицы дискретного преобразования Фурье.
12. Найти собственные векторы матрицы дискретное преобразование Фурье порядка 2, или хотя бы один собственный вектор в случае порядка 4.
13. Вычислить степени матрицы дискретное преобразование Фурье заданного порядка.
14. Найти матрицы проекторов на собственные подпространства для матрицы ДПФ порядка 4 или 6.
15. Вычислить начальные числа и многочлены Бернулли.
16. Вычислить для заданного объема сетки  $N$  начальные дискретные периодические функции Бернулли.
17. Вычислить начальные числа и многочлены Коробова.
18. Для индивидуального числового массива (например, дата рождения) вычислить:  
а) дискретное преобразование Фурье, б) дискретное преобразование Уолша в нумерации Адамара, -- с помощью быстрого алгоритма Кули-Тьюокки (в случае ДПФ) или дважды с помощью разных быстрых алгоритмов Гуда (в случае ДПУ).

#### Промежуточная аттестация. Вопросы для подготовки к экзамену

1. Производящая функция в теории вероятности. Факториальные моменты.
2. Производящая функция для случайного числа слагаемых и последовательности распределений.
3. Теорема Пуассона.
4. Производящая функция для последовательностей. Свертка последовательностей.
5. Числа Фибоначчи и фибоначчиева система счисления.
6. Линейная форма Фибоначчи.
7. Числа Бернулли и полиномы Бернулли.
8. Характеристические функции в теории вероятностей.
9. Закон больших чисел.
10. Центральная предельная теорема.
11. Датчики случайных чисел. Моделирование методом Монте-Карло.
12. Преобразование Фурье суммируемых функций и его свойства.

13. Свертка функций. Преобразование Фурье свертки.
14. Преобразование Фурье функций суммируемых в квадрате
15. Теорема Планшереля.
16. Спектральное разложение унитарного оператора.
17. Пространство конечных сигналов
18. Дискретное преобразование Фурье
19. Суммы Гаусса.
20. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье
21. Дискретное преобразование Уолша
22. Быстрый алгоритм Гуда для дискретного преобразования Уолша
23. Кронекерово и новое тензорное произведение матриц
24. Алгоритм Кули-Тьюкки для дискретного преобразования Фурье
25. Суммы степеней синусов в равноотстоящих узлах

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### ***основная литература:***

1. Вероятность и статистика [Электронный ресурс] / Монсик В.Б., Скрынников А.А. - М. : БИНОМ. -- 213. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114516.html>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] / Балдин К. В. - М.: Дашков и К. - 214. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394021084.html>
3. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс] / Ибрагимов Н.Х. - 2-е изд., доп. и испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113779.html>

### ***дополнительная литература:***

1. Экономико-математическое моделирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.И. Гусева. - 2-е изд., стереотип. - М. : ФЛИНТА, 2011. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785893499766.html>
2. Основы математического моделирования [Электронный ресурс] : Учебное пособие для вузов / Маликов Р.Ф. - М. : Горячая линия - Телеком, 2010. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991201230.html>
3. "Жесткие" и "мягкие" математические модели." [Электронный ресурс] / Арнольд В.И. - 3-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2011 <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576907.html>

### ***Периодическая литература***

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414).
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414).

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекционные аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком. Аудитории для проведения лабораторных занятий (528-3), оснащённые современными персональными компьютерами, объединёнными в локальную вычислительную сеть и укомплектованными необходимым системным и прикладным программным обеспечением аудитории вычислительного центра.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Рабочую программу составил - проф. каф ФАиП Беспалов М.С.

Рецензент : директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест» Крисько О.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП протокол № 39 от 19.09.2015 года.

Заведующий кафедрой Р.Д. Давыдов проф. Давыдов А.А.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.04.02 протокол № 19 от 01.10.15 года.

Председатель комиссии

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 2016-2017 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 31.08.16 года

Заведующий кафедрой С.М. Аракелян Аракелян С.М.

Рабочая программа одобрена на 2017-2018 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.17 года

Заведующий кафедрой С.М. Аракелян Аракелян С.М.

Рабочая программа одобрена на 18-19 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 03.09.17 года

Заведующий кафедрой С.М. Аракелян Аракелян С.М.