

Проректор по УМР  
А.А.Панфилов

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) «Многокритериальные задачи принятия решений» является формирование комплекса знаний об организационных, научных и методических основах использования методов многокритериальной оптимизации для поддержки принятия решений, подготовка научной базы, на основе которой строится общеобразовательная, общая техникоэкономическая и специальная подготовка обучающегося.

### Задачи дисциплины

- Формулировать, ставить и решать задачи выбора и адаптации подходящего метода принятия решений в процессах решения научных и технических задач;
- Формулировать, ставить и решать задачи, связанные с принятием решения в условиях многокритериальности;
- проводить необходимые расчеты в рамках построения математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Данная дисциплина относится к обязательным дисциплинам вариативной части ОПОП. Изучение данной дисциплины проходит в 3-м семестре и базируется на знаниях, приобретённых студентами в рамках курсов «Непрерывные математические модели», «Современные проблемы прикладной математики и информатики» и др.

Данный курс обеспечивает дальнейшее изучение дисциплин «Актuarная математика» и понадобится для изучения специальных дисциплин.

Знания, полученные в рамках изучения данной дисциплины, могут быть применены для написания выпускной квалификационной работы.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);
- способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики (ОПК-4);
- способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- способность разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);
- способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности (ПК-4).

В результате освоения дисциплины студент должен демонстрировать освоение указанных компетенций по дескрипторам «знания, умения, владения», в соответствии с тематическими модулями дисциплины, применять полученные знания в последующем обучении и профессиональной деятельности:

1. **Знать:** базовые понятия и определения многокритериальных задач принятия решений; методы и алгоритмы решения задач; различные способы вовлечения лица, принимающего решение, в процесс принятия решений, на основе которых строятся различные многокритериальные методы принятия решений.
2. **Уметь:** решать поставленные многокритериальные задачи, составлять математическую постановку задачи по словесному описанию, уметь подбирать метод решения задачи и анализировать результаты решения, применять изученный материал в научных исследованиях.
3. **Владеть:** методами решения многокритериальных задач; навыками написания программ, реализующих алгоритмы решения МЗПР; навыками исследовательской работы,



в том числе поиск тематической литературы, подбора подходящей, применения полученных знаний для разработки проекта и представления результатов исследований.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

| №<br>п / п | Раздел<br>(тема)<br>дисциплины                                        | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах). |                      |                     |                    |     |         | Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %) | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|------------|-----------------------------------------------------------------------|---------|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------------------|--------------------|-----|---------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            |                                                                       |         |                 | Лекции                                                                                  | Практические занятия | Лабораторные работы | Контрольные работы | СРС | КП / КР |                                                                         |                                                                                                           |
| 1          | Предмет и основные понятия теории принятия решений                    | 3       | 1-3             | 6                                                                                       | -                    | 6                   |                    | 12  |         | 6 / 50%                                                                 |                                                                                                           |
| 2          | Принятие решений при нескольких критериях<br>Принцип Эджаорта-Парето. | 3       | 4-8             | 10                                                                                      | -                    | 10                  |                    | 20  |         | 20 / 50%                                                                | Рейтинг-контроль №1                                                                                       |
| 3          | Многокритериальная оптимизация. Свойства множества Парето.            | 3       | 9-13            | 10                                                                                      | -                    | 10                  |                    | 20  |         | 10 / 50%                                                                | Рейтинг-контроль №2                                                                                       |
| 4          | Методы многокритериальной оптимизации                                 | 3       | 14-18           | 10                                                                                      | -                    | 10                  |                    | 20  |         | 10 / 50%                                                                | Рейтинг-контроль №3                                                                                       |
| Всего      |                                                                       | 3       | 18              | 28                                                                                      | -                    | 36                  |                    | 72  |         | 36 / 50%                                                                | Экзамен 36                                                                                                |

#### СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ ЛЕКЦИИ

##### Раздел 1. Предмет и основные понятия теории принятия решений (6 часов):

Предмет теории принятия решений. Становление и развитие теории принятия решений. Хорошо и плохо структуризованные задачи. Многокритериальность как пример плохой структуризации. Бинарные отношения и их свойства

##### Раздел 2. Принятие решений при нескольких критериях (10 часов):

Природа многокритериальности. Примеры многокритериальных задач принятия решений. Субъективные и объективные элементы выбора решений при нескольких критериях. Роль человека в многокритериальных задачах принятия решений. Лицо, принимающее решение (ЛПР). Примеры ЛПР. Ограниченность понятия ЛПР. Распределенное принятие решений. Проблемы с неопределенным числом ЛПР. Переговоры и дискуссии. Возможности человека в многокритериальных задачах принятия решений. Современные представления о психологии принятия решений. Ос-



новные уровни восприятия окружающего мира. Роль логического и образного восприятия.

### **Раздел 3. Основные понятия многокритериальной оптимизации (10 часов):**

Бинарные отношения предпочтения в задачах принятия решений. Бинарные отношения в задаче скалярной оптимизации. Основные понятия многокритериальной оптимизации (МКО). Решения и показатели, измерение показателей, шкалы, критерии. Критериальное и целостное принятие решений. Требования к критериям в задаче многокритериальной оптимизации МКО. Формулировка понятия МКО. МКО как теоретическая основа выбора решений с использованием математических моделей. Множество допустимых решений и множество достижимых критериальных векторов. Доминирование по Парето и по Слейтеру. Использование квазипорядка и строгого порядка для построения понятия решения. Множество критериальных векторов, оптимальных по Парето (паретова граница) и по Слейтеру. Эффективные и слабо-эффективные решения. Оптимальность по Джоффриону. Собственно эффективные решения. Свойства оптимальных решений. Свойства множества, оптимального по Парето. Свойства множества, оптимального по Слейтеру. Свертки критериев. Условия оптимальности. Выпуклые задачи. Понятие эффективной выпуклости. Достаточное условие эффективной выпуклости (лемма Карлина). Условия оптимальности в эффективно-выпуклых задачах. Условия оптимальности в общем случае.

### **Раздел 4. Методы многокритериальной оптимизации (10 часов):**

Классификация многокритериальных методов в соответствии с ролью ЛПР. Методы, основанные на построении решающего правила. Решающее правило в виде функции ценности (полезности). Кривые безразличия и субъективное замещение. Многомерные функции полезности и поверхности безразличия. Стратегическая эквивалентность функций полезности. Предельный коэффициент замещения. Аддитивная функция полезности. Условия аддитивности и построение аддитивной функции ценности для двух критериев. Эвристические подходы к построению решающих правил. Процесс анализа иерархии критериев Т. Саати. Итеративные многокритериальные процедуры. Структуризованные и неструктуризованные процедуры. Возможности человека в итеративных процедурах. Требования, предъявляемые к итеративным процедурам: сходимость, простота вопросов к ЛПР, малое число итераций, устойчивость к ошибкам ЛПР. Основные типы итеративных процедур. Современные графические итеративные методы. Проекция на эффективное множество. Процедура Корхонена-Лааксо. Бег по границе Парето. Структуризованная процедура визуализации карт решений (Шаг по паретовой границе). Методы аппроксимации паретовой границы. Представление ЛПР совокупности недоминируемых точек. Профили альтернатив. Выбор среди недоминируемых точек. Трудности непосредственного выбора из большого списка альтернатив. Методы аппроксимации паретовой границы для линейных систем. Методы, основанные на аппроксимации ОЭП и визуализации ее двумерных сечений. Свойства двумерных сечений ОЭП. Диалоговые карты решений. Методы аппроксимации паретовой границы для нелинейных систем. Использование случайного поиска, сверток критериев, идеальной и целевых точек, а также критериальных ограничений. Генетические методы аппроксимации паретовой границы. Гибридные методы аппроксимации ОЭП. Визуализация паретовой границы для нелинейных невыпуклых систем. Диалоговые карты решений для нелинейных невыпуклых систем. Метод разумных целей для задач с конечным числом альтернатив.

### **ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Принятие решений при нескольких критериях. Роль лица, принимающего решения. (4 часа)
2. Бинарные отношения при многокритериальной оптимизации. (4 часа)



3. Свёртки критериев. Выпуклые задачи. (4 часа)
4. Методы, основанные на построении решающего правила. (6 часов)
5. Графические итеративные многокритериальные процедуры. (6 часов)
6. Методы аппроксимации паретовой границы для линейных систем. (6 часов)
7. Методы аппроксимации паретовой границы для нелинейных систем. (6 часов)

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- информационно-развивающие технологии;
- развивающие проблемно-ориентированные технологии;
- личностно ориентированные технологии обучения.

| Методы                             | Лекция | Лабораторные и практические занятия | СРС |
|------------------------------------|--------|-------------------------------------|-----|
| Метод IT                           | +      | +                                   | +   |
| Работа в команде                   |        | +                                   |     |
| Case-study                         |        | +                                   |     |
| Проблемное обучение                | +      | +                                   |     |
| Контекстное обучение               |        | +                                   | +   |
| Обучение на основе опыта           | +      | +                                   | +   |
| Индивидуальное обучение            |        | +                                   | +   |
| Междисциплинарное обучение         | +      | +                                   | +   |
| Опережающая самостоятельная работа |        |                                     | +   |

В рамках изучения дисциплины возможно применение широко спектра образовательных технологий: лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и лабораторные занятия); case-study; метод проектов; обучение в малых группах; мастер-классы; применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и семинарских занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ); технология развития критического мышления; информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

Текущим контролем успеваемости является действующая в университете система рейтинг-контроля.

#### Контрольные вопросы и задания к рейтинг-контролю №1

1. Решить задачу «Фирма имеет возможность реализовывать свои товары на 4-х различных рынках. Затраты на рекламу на этих рынках составляют соответственно 7, 5, 9, и 6 тыс. денежных единиц, доля рынка - 45, 40, 50 и 45 процентов, а объем продаж - 90, 85, 80 и 83 тыс. штук. При этом ставятся одновременно следующие цели: минимизация затрат на рекламу, завоевание максимальной доли рынка и максимизация объема продаж в течение планируемого периода».

2. Плановое задание по изготовлению 4 видов костюмов необходимо распределить между 3 швейными фабриками. Производственные мощности  $i$ -й фабрики ( $i=1,2,3$ ) позволяют за рассматриваемый период времени выпустить  $r_{ij}$  костюмов  $j$ -й модели ( $j=1,2,3,4$ ). При этом, если все производственные мощности фабрики идут на производство костюмов одного типа, то костюмы других видов производиться не могут. Заданы цены  $c_j$  на костюм  $j$ -й модели и себестоимости  $s_{ij}$  изготовления  $j$ -й модели на  $i$ -й фабрике.

$$R = \begin{bmatrix} 20 & 240 & 300 & 150 \\ 240 & 300 & 200 & 300 \\ 150 & 240 & 300 & 200 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 400 & 400 & 500 & 200 \\ 250 & 300 & 250 & 400 \\ 400 & 500 & 400 & 300 \end{bmatrix},$$

$$C = [500 \quad 650 \quad 800 \quad 500].$$

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация прибыли.

Критерий 2. Максимизация количества комплектов. Комплект состоит из 18 костюмов первого вида, 15 костюмов второго вида и по 10 костюмов третьего и четвертого видов.

3. Три вида деталей можно производить на станках разных типов без переналадки. Мощность станков, ограничение на рабочее время и себестоимость в рублях одной детали каждого вида указаны в следующей таблице:

| Вид деталей | Производительность станков (деталей в час) |       | Себестоимость деталей |
|-------------|--------------------------------------------|-------|-----------------------|
|             | 1 тип                                      | 2 тип |                       |
| 1           | 20                                         | 45    | 8                     |
| 2           | 30                                         | 20    | 6                     |
| 3           | 50                                         | 60    | 0,5                   |

Фонд рабочего времени для станков составляет соответственно 12 и 8 часов.

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация количества комплектов. Комплект состоит из 16 деталей первого вида, 12 деталей второго вида и 24 детали третьего вида.

Критерий 2. Максимизация себестоимости.

4. Нефтеперерабатывающий завод получает 4 различных полуфабриката: 400 тыс. л алкилата, 250 тыс. л крекинг-бензина, 350 тыс. л бензина прямой перегонки и 100 тыс. л изопентона. В результате смешивания этих четырех компонентов в разных пропорциях образуются три сорта авиационного бензина: бензин А 2:3:5:2, бензин Б - 3:1:2:1 и бензин С - 2:2:1:3. Стоимость 1 тыс. л указанных сортов бензина характеризуется числами 12000 руб., 10000 руб., 15000 руб.

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация стоимости всей продукции.

Критерий 2. Минимизация остатков полуфабрикатов.

### Контрольные вопросы и задания к рейтинг-контролю №2

1. Полуфабрикаты поступают на предприятие в виде листов фанеры. Всего имеется две партии материала, причем первая партия содержит 400 листов, а вторая 250 листов фанеры. Из поступающих листов фанеры необходимо изготовить комплекты двух видов. Комплект первого вида включает 4 детали 1-го типа, 3 детали 2-го типа и 2 детали 3-го типа. Комплект второго вида включает 2 детали 1-го типа, 4 детали 2-го типа и 3 детали 3-го типа. Лист фанеры каждой партии может раскраиваться различными способами. Количество деталей каждого типа, которое получается при раскрое одного листа соот-



ветствующей партии по тому или иному способу раскроя, представлено в следующей таблице.

Стоимость одного листа первой партии составляет 1000 руб., а стоимость одного листа второй партии – 1200 руб. Цена комплекта первого вида составляет 150 руб., цена комплекта второго вида – 200 руб.

| Детали | Способ раскроя (1 п) |    |   | Детали | Способ раскроя (2 п) |   |   |
|--------|----------------------|----|---|--------|----------------------|---|---|
|        | 1                    | 2  | 3 |        | 1                    | 2 | 3 |
| 1      | 0                    | 6  | 9 | 1      | 6                    | 5 |   |
| 2      | 4                    | 3  | 4 | 2      | 5                    | 4 |   |
| 3      | 10                   | 16 | 0 | 3      | 8                    | 0 |   |

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация прибыли от продажи всех комплектов деталей.

Критерий 2. Максимизация количества комплектов первого вида.

Критерий 3. Максимизация количества комплектов второго вида.

Примечание: для построения Парето-оптимального множества рассмотреть только критерии 2,3.

- На фабрике производится продукты двух типов. Для производства используются станки трех типов, два типа сырья, квалифицированная и неквалифицированная рабочая сила.

Сырье. Для производства одной единицы первого продукта требуется одна единица сырья первого типа и семь единиц сырья второго типа. Для производства одной единицы второго продукта требуется три единицы сырья первого типа и пять единиц сырья второго типа.

Станки. Станок первого типа имеет ресурс мощности  $3 \cdot 10^6$ , второго типа –  $1 \cdot 10^6$ , третьего типа –  $3 \cdot 10^5$ . При производстве первого продукта используется 0.5 единиц ресурса мощности станка первого типа, 0.2 единицы ресурса мощности станка второго типа и 0.025 единиц ресурса мощности станка третьего типа. При производстве второго продукта используется 2 единицы ресурса мощности станка первого типа, 0.5 единиц ресурса мощности станка второго типа и 0.1 единица ресурса мощности станка третьего типа.

Персонал. Бригада из одного квалифицированного рабочего и восьми неквалифицированных рабочих может выпустить  $1.5 \cdot 10^5$  единиц первого продукта. Бригада из двух квалифицированных рабочих и 11-ти неквалифицированных рабочих может выпустить  $4 \cdot 10^4$  единиц второго продукта.

Стоимость одной единицы сырья первого типа 1 руб., второго типа – 0.15 руб. Стоимость одного станка первого типа  $8 \cdot 10^6$  руб., станка второго типа –  $7 \cdot 10^6$  руб., станка третьего типа –  $9 \cdot 10^6$  руб. Амортизационные отчисления составляют 5 % от стоимости станка. Заработная плата квалифицированных рабочих  $6.25 \cdot 10^3$  руб., неквалифицированных –  $4 \cdot 10^3$  руб. Цена первого продукта составляет 3.5 руб., второго – 12.5 руб.

Считается, что имеется неограниченное количество сырья. В наличии имеется 5 станков первого типа, 5 – второго типа, 3 – третьего типа. Максимальное число квалифицированных рабочих – 360, неквалифицированных – 2500. Платежеспособный спрос на первый продукт составляет  $2.2 \cdot 10^7$  руб., на второй продукт –  $2.7 \cdot 10^7$  руб.

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация стоимости продукции.

Критерий 2. Максимизация количества комплектов. Комплект состоит из 15 продуктов первого типа и 5 продуктов второго типа.

- Четыре нефтеперерабатывающих завода с ежедневной производительностью 4, 6, 10 и 10 млн. тонн бензина снабжают пять бензохранилищ, ежедневная потребность которых составляет 7, 7, 7, 7 и 2 млн. тонн бензина соответственно. Стоимость транспорти-



ровки составляет 0.3 руб. за 1000 тонн на один км между заводами и хранилищами. Расстояние между заводами и хранилищами в км приведено в следующей таблице.

| Заводы                | Хранилища |     |     |     |     | Объем |
|-----------------------|-----------|-----|-----|-----|-----|-------|
|                       | 1         | 2   | 3   | 4   | 5   |       |
| 1                     | 160       | 300 | 170 | 100 | 160 | 4     |
| 2                     | 300       | 270 | 260 | 90  | 230 | 6     |
| 3                     | 130       | 40  | 220 | 30  | 100 | 10    |
| 4                     | 30        | 100 | 50  | 40  | 240 | 10    |
| Вместимость хранилища | 7         | 7   | 7   | 7   | 2   | 30    |

Время (в часах), затрачиваемое на транспортировку бензина, приведено в следующей таблице.

| Заводы | Хранилища |   |   |   |   |
|--------|-----------|---|---|---|---|
|        | 1         | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1      | 3         | 5 | 1 | 8 | 2 |
| 2      | 4         | 5 | 3 | 7 | 2 |
| 3      | 4         | 9 | 3 | 6 | 4 |
| 4      | 1         | 2 | 1 | 5 | 7 |

Найти оптимальную схему транспортировки бензина, решая многокритериальную задачу.

Критерий 1. Минимизация стоимости транспортировки бензина.

Критерий 2. Минимизация **общего** времени, затрачиваемого на транспортировку бензина из всех заводов во все хранилища.

4. 4 распределительных центра поставляют автомобили пяти дилерам. Автомобили от распределительных центров к дилерам перевозятся на трейлерах, и стоимость перевозки пропорциональна расстоянию между пунктами отправления и назначения и не зависят от степени загрузки трейлера. В таблице приведены расстояния между распределительными центрами и дилерами, а также соответствующие величины спроса и предложения, выраженные в количествах автомобилей. При полной загрузке трейлер вмещает 18 автомобилей. Транспортные расходы составляют 25 рублей за один км пути, пройденного трейлером.

| Центры | Дилеры |     |     |     |     | Предложения |
|--------|--------|-----|-----|-----|-----|-------------|
|        | 1      | 2   | 3   | 4   | 5   |             |
| 1      | 100    | 150 | 200 | 140 | 35  | 239         |
| 2      | 50     | 70  | 60  | 65  | 80  | 119         |
| 3      | 40     | 90  | 100 | 150 | 130 | 181         |
| 4      | 170    | 50  | 110 | 230 | 100 | 161         |
| Спрос  | 111    | 131 | 259 | 98  | 101 | 700         |

Найти оптимальную схему транспортировки автомобилей, решая многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация общей загрузки трейлеров.

Критерий 2. Минимизация суммарной стоимости транспортировки автомобилей.

### Контрольные вопросы и задания к рейтинг-контролю №3

1. 4 пекарни осуществляют ежедневные поставки хлеба для пяти магазинов. В таблице представлена информация о спросе на продукцию, ее наличии и транспортных издержках:

| Пекарни | Транспортные издержки, руб./кг |             |             |             |             | Предложение |
|---------|--------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|         | 1-й магазин                    | 2-й магазин | 3-й магазин | 4-й магазин | 5-й магазин |             |
| А       | 0,9                            | 1,7         | 2,9         | 2,8         | 0,8         | 200         |
| В       | 1,3                            | 2,1         | 2,7         | 1,6         | 2,9         | 300         |



|                       |     |     |     |     |     |           |
|-----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| C                     | 2,0 | 3,0 | 2,4 | 0,7 | 2,6 | 200       |
| D                     | 1,1 | 1,9 | 3,0 | 0,6 | 0,2 | 200       |
| Потребность магазинов | 100 | 200 | 150 | 100 | 300 | 850 / 900 |

Время (в часах), затрачиваемое на транспортировку хлеба, приведено в следующей таблице.

| Пекарни | Магазины |     |     |     |     |
|---------|----------|-----|-----|-----|-----|
|         | 1        | 2   | 3   | 4   | 5   |
| 1       | 1,2      | 0,7 | 0,9 | 0,8 | 1,8 |
| 2       | 0,3      | 1,5 | 0,5 | 0,8 | 1,2 |
| 3       | 0,2      | 1,7 | 0,4 | 1,4 | 0,6 |
| 4       | 0,8      | 1,4 | 0,4 | 1,6 | 0,8 |

Найти оптимальную схему транспортировки хлеба, решая многокритериальную задачу.

Критерий 1. Минимизация стоимости транспортировки.

Критерий 2. Минимизация **общего** времени, затрачиваемого на транспортировку хлеба из всех пекарней во все магазины.

2. 4 лесозаготовочных предприятия осуществляют поставки леса пяти деревообрабатывающим заводам. Лес перевозят на лесовозах, и стоимость перевозки пропорциональна расстоянию между пунктами отправления и назначения и не зависят от степени загрузки лесовоза. В таблице приведены расстояния между лесозаготовочными предприятиями и деревообрабатывающими заводами, а также соответствующие величины спроса и предложения, выраженные в куб. м. При полной загрузке лесовоз вмещает 16 куб. м. Транспортные расходы составляют 30 рублей за один км пути, пройденного лесовозом.

| Лесозагот. предприятия | Деревообрабатывающие заводы |     |     |     |     | Предложения |
|------------------------|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-------------|
|                        | 1                           | 2   | 3   | 4   | 5   |             |
| 1                      | 160                         | 300 | 170 | 100 | 160 | 700         |
| 2                      | 300                         | 270 | 260 | 90  | 230 | 650         |
| 3                      | 130                         | 40  | 220 | 30  | 100 | 700         |
| 4                      | 30                          | 100 | 50  | 40  | 240 | 520         |
| Спрос                  | 400                         | 500 | 350 | 900 | 420 | 2570        |

Найти оптимальную схему транспортировки леса, решая многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация общей загрузки лесовозов.

Критерий 2. Минимизация суммарной стоимости транспортировки леса.

3. 4 фермерских хозяйства осуществляют поставки зерна пяти мелькомбинатам. Зерно от фермерских хозяйств к мелькомбинатам перевозится на грузовых машинах вместимостью 2,5 тонны. Стоимость перевозки пропорциональна расстоянию между пунктами отправления и назначения и не зависит от степени загрузки машины. В таблице приведены расстояния в км между фермерскими хозяйствами и мелькомбинатами, а также соответствующие величины спроса и предложения, выраженные в тоннах. Транспортные расходы составляют 23 рубля за один км пути, пройденного одной грузовой машиной.

| Фермерские хозяйства | Мелькомбинаты |     |     |     |     | Предложения |
|----------------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-------------|
|                      | 1             | 2   | 3   | 4   | 5   |             |
| 1                    | 80            | 170 | 290 | 280 | 80  | 22          |
| 2                    | 130           | 210 | 170 | 160 | 290 | 13          |
| 3                    | 200           | 250 | 240 | 70  | 240 | 17          |

|       |  |     |     |     |    |    |    |
|-------|--|-----|-----|-----|----|----|----|
| 4     |  | 110 | 190 | 300 | 60 | 20 | 18 |
| Спрос |  | 3   | 13  | 7   | 7  | 40 | 70 |

Найти оптимальную схему транспортировки зерна, решая многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация общей загрузки грузовиков.

Критерий 2. Минимизация суммарной стоимости транспортировки зерна.

4. Сотовая компания собирается строить новую базовую станцию в области, где имеется 10 населенных пунктов с координатами X и Y. Уровень сигнала от базовой станции уменьшается пропорционально квадрату расстояния до населенного пункта.

| Населенный пункт | X  | Y  | Число жителей |
|------------------|----|----|---------------|
| 1                | 10 | 15 | 52            |
| 2                | 3  | 6  | 104           |
| 3                | 5  | 25 | 30000         |
| 4                | 17 | 4  | 110           |
| 5                | 9  | 10 | 26            |
| 6                | 15 | 7  | 315           |
| 7                | 6  | 18 | 754           |
| 8                | 1  | 3  | 1267          |
| 9                | 12 | 8  | 1999          |
| 10               | 18 | 4  | 516           |

Расходы на установку базовой станции внутри населенных пунктов приведены в следующей таблице. Стоимость установки одной базовой станции вне населенных пунктов составляет 63 тыс. у.е.

| Населенный пункт | Расходы на установку одной базовой станции, тыс. у.е. |
|------------------|-------------------------------------------------------|
| 1                | 10                                                    |
| 2                | 7                                                     |
| 3                | 14                                                    |
| 4                | 17                                                    |
| 5                | 9                                                     |
| 6                | 15                                                    |
| 7                | 6                                                     |
| 8                | 10                                                    |
| 9                | 12                                                    |
| 10               | 18                                                    |

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Минимизация взвешенной суммы квадратов расстояний до населенных пунктов с учетом числа жителей в каждом населенном пункте.

Критерий 2. Минимизация стоимости установки базовой станции.

### Вопросы к экзамену

1. Основные понятия МЗПР: ЛПР, КВР, МВВ, МКО.
2. Функции ЛПР и его влияние на принятие решений.
3. Бинарные множества: классификация и краткая характеристика.
4. Модель решения с точки зрения восприятия.
5. Качественная стратегия принятия решений.
6. Отношения строгого порядка.
7. Методы решения многокритериальных задач.
8. Метод идеальной точки: понятие идеальной точки, точка утопии, характеристика метода.



9. Метод свертки критериев.
10. Метод ограничений.
11. Границы множества по Парето и Слейтеру, свойства точек границ.
12. Парето-эффективные множества.
13. Слабосвязные множества.
14. Метод скалярной оптимизации применение при решении многокритериальных задач.
15. Однокритериальные задачи, сведение многокритериальных задач к однокритериальным.
16. Задачи многокритериальной оптимизации.
17. Достаточные условия существования множества Парето и выполнения свойства фон Неймана-Моргенштерна.
18. Оптимальность по Джоффриону.
19. ОЭП: понятие и свойства.
20. Общая теория свёрток критериев.
21. Линейная свёртка.
22. Устойчивость паретовой и слейтеровой границ.
23. Оптимальность в эффективно выпуклых задачах МКО.
24. Свёртки на основе идеальной точки.
25. Свёртка Гермейера.
26. Методы МКО: метод Штойера
27. Функция полезности. Аддитивные функции полезности.
28. Метод STEM.
29. Метод Джоффриона-Дайера-Файнберга.
30. Простейшие итеративные методы.

#### **Вопросы для контроля самостоятельной работы**

1. Укажите причины (источники) многокритериальности, приведите содержательные примеры многокритериальных задач.
2. Перечислите и объясните смысл основных элементов математической модели операции.
3. Укажите классификации многокритериальных задач принятия решений, приведите примеры практических многокритериальных задач для каждого класса каждой из классификаций.
4. Что такое функция ценности? Укажите ее основные свойства.
5. Что такое отношения предпочтения и безразличия? Укажите их основные свойства, раскройте их взаимосвязь с функцией ценности.
6. Что такое функция выбора? Почему она является более общим инструментом описания предпочтений, чем отношение предпочтения-безразличия и функция ценности?
7. Как формируются решения многокритериальной задачи в различных ее постановках при моделировании предпочтений с помощью функции ценности?
8. Как формируются решения многокритериальной задачи в различных ее постановках при моделировании предпочтений с помощью отношений предпочтения и безразличия?
9. Что такое решающее правило, принцип оптимальности?
10. Раскройте смысл отношения Эджворта- Парето.
11. Сформулируйте условия Парето-оптимальности для общего случая, поясните их смысл.
12. Сформулируйте условия Парето-оптимальности для вогнутых и линейных задач, поясните их смысл.
13. Расскажите о методе "Стоимость-эффективность".
14. Укажите классификации методов решения многокритериальных задач, дайте общую характеристику методам каждого класса каждой из классификаций.

15. Охарактеризуйте возможности человека по оцениванию (выражению) предпочтений. Как их следует учитывать при выборе (разработке) метода решения многокритериальной задачи?
16. Запишите формулу для аддитивной функции ценности. Каковы отличительные особенности такой функции, касающиеся свойств предпочтений? Сформулируйте условия ее существования.
17. В чем суть подхода к решению многокритериальных задач путем сведения их к однокритериальным? В чем преимущества и недостатки (сложности применения) такого подхода?
18. Как выглядит оптимизационная задача, к которой приводит метод главного критерия? Укажите порядок решения задачи этим методом; преимущества и недостатки (сложности применения) метода.
19. Что такое обобщенный критерий (свертка), коэффициенты важности (относительные веса) критериев? Приведите примеры обобщенных критериев.
20. В чем сущность метода целевого программирования? Какие основные формулы для расчета степени близости векторной оценки варианта к целевому множеству используются на практике.
21. В каких случаях и как задача целевого программирования сводится к задаче линейного программирования?
22. На решение каких задач ориентирован метод анализа иерархий? В чем его отличительные особенности? Каковы его преимущества и недостатки?
23. Как осуществляется сбор информации о важности критериев при помощи парных сравнений? Как на основе результатов таких сравнений рассчитываются коэффициенты весовости критериев? Как оценивается согласованность результатов парных сравнений?
24. Как рассчитываются приоритеты вариантов относительно цели и выбирается лучший вариант?
25. Раскройте сущность интерактивных процедур решения многокритериальных задач.
26. В чем сильные и слабые стороны интерактивных процедур?
27. Расскажите о порядке решения многокритериальных задач методом последовательных уступок Е.С. Вентцель; дайте общую оценку этому методу.
28. В чем суть методов "сканирования" паретовой границы при помощи варьирования весовых коэффициентов в обобщенных критериях или уровней притязаний?
29. Расскажите о методах группы ЭЛЕКТРА (как строятся отношения предпочтения и выбирается наилучший вариант). Дайте общую оценку этим методам.
30. Раскройте суть методология последовательного адекватного моделирования предпочтений.
31. Какие критерии называются однородными? Как практически преобразовать неоднородные критерии в однородные?
32. Что такое качественная важность критериев? Как она представляется?
33. Сформулируйте определения понятий «один критерий важнее другого» и «оба критерия равноважны». Как в них использовано свойство однородности критериев? Почему эти определения адекватны для критериев с порядковой шкалой.
34. Как проявляется противоречивость качественной информации о важности критериев? Как корректируется такая противоречивая информация?
35. Запишите решающее правило для случая, когда все критерии упорядочены по важности.
36. Запишите решающее правило для случая, когда все критерии равноважны.
37. Что такое количественная важность критериев? Как она представляется?
38. Что такое  $N$ -модель и  $N$ -оценки?
39. Сформулируйте определение понятия «один критерий важнее другого в  $h$  раз». Почему это определение адекватно для критериев с порядковой шкалой?



40. Как проявляется противоречивость количественной информации о важности критериев? Как корректируется такая противоречивая информация?
41. Зачем и как осуществляется совершенствование шкалы критериев? Что такое шкала первой порядковой метрики?
42. Запишите решающее правило, использующее количественную информацию о важности критериев со шкалой первой порядковой метрики.
43. Расскажите об использовании методов теории важности критериев в процедурах последовательного адекватного моделирования предпочтений.
44. Что такое субъективные вероятности? Как их оценивают?
45. Какие виды независимости критериев по полезности Вы знаете и какие формы многокритериальной функции полезности им соответствуют (запишите соответствующие формулы)?
46. Как построить аддитивную функцию полезности?
47. Как построить мультипликативную функцию полезности?

#### ОБЪЕМ СРС И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ РАБОТ В ЧАСАХ

| Вид СРС                                                                                                                                                                             | Количество часов |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий. | 25               |
| Подготовка к проверочным работам                                                                                                                                                    | 22               |
| Выполнение домашних заданий, подготовка к лабораторным занятиям                                                                                                                     | 25               |
| Итого                                                                                                                                                                               | 72               |

#### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

##### а) основная литература:

1. Пиявский С.А. Принятие решений [Электронный ресурс]: учебник / Пиявский С.А. – Самара: Самарский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. – 180 с. – , по паролю
2. Методы принятия решений [Электронный ресурс]: лабораторный практикум/ Н.В. Акамсина [и др.]. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. – 102 с.
3. Методы и модели принятия управленческих решений: Учебное пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 384 с. ISBN 978-5-16-006914-2

##### б) дополнительная литература:

1. Мендель А.В. Модели принятия решений [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям «Экономика» и «Менеджмент»/ Мендель А.В. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. – 463 с.
2. Ильин А.В. Принятие решений о распределении бюджетных средств [Электронный ресурс]/ Ильин А.В. – М.: Статут, 2015. – 104 с.
3. Головина Е.Ю. Интеллектуальные методы для создания систем поддержки принятия решений [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Головина Е.Ю. – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – 104 с.

##### в) периодические издания

1. Журнал «Вестник Российской академии наук», ISSN 0869-5873
2. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий», ISSN 1810-7206.
3. «Информационные технологии» Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал ISSN 1684-6400 Подписной индекс 72656



4. Журнал «Бизнес-информатика» – рецензируемый междисциплинарный научный журнал, выпускаемый с 2007 года Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ). Администрирование журнала осуществляется Школой бизнес-информатики НИУ ВШЭ.
5. Журнал «Вестник Института экономики РАН»
6. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий»
7. Журнал «Вестник МГУ: экономика»
8. Журнал «Вестник Российского экономического университета им. Плеханова»
9. Журнал «Вестник финансового университета»
10. Журнал «Вопросы экономики»
11. Журнал «Вычислительные технологии»

#### **в) интернет-ресурсы**

Ресурсы для дистанционного освоения курса, размещенные на сайте [www.cs.vlsu.ru](http://www.cs.vlsu.ru).

Современные информационные системы для создания и реализации математических методов в экономике и финансах:

1. Mathcad – программное средство, среда для выполнения на компьютере разнообразных математических и технических расчетов, снабженная простым в освоении и в работе графическим интерфейсом, которая предоставляет пользователю инструменты для работы с формулами, числами, графиками и текстами. В среде Mathcad доступны более сотни операторов и логических функций, предназначенных для численного и символьного решения математических задач различной сложности (<http://www.ptc.com>).
2. MatLab – высокоуровневый язык и интерактивная среда для программирования, численных расчетов и визуализации результатов. С помощью MATLAB можно анализировать данные, разрабатывать алгоритмы, создавать модели и приложения (<http://matlab.ru>).
3. Maple – одна из наиболее популярных систем символьных вычислений, обладающая превосходной научной графикой (<http://www.maplesoft.com>).
4. Power Sim Constructor, Power Sim Studio – программное обеспечение Powersim включает в себя различные типы инструментов имитационного моделирования (<http://powersim.ru>).
5. Anylogic AnyLogic – инструмент имитационного моделирования (<http://www.anylogic.ru>).
6. BPWin – мощный инструмент моделирования, разработанный фирмой Computer Associates Technologies который используется для анализа, документирования и реорганизации сложных бизнес-процессов. Модель, созданная средствами BPwin, позволяет четко документировать различные аспекты деятельности - действия, которые необходимо предпринять, способы их осуществления, требующиеся для этого ресурсы и др. (<http://www.ca.com>).

Интернет-ресурсы, базы данных, информационно-справочные и поисковые системы по тематике дисциплины:

1. <http://www.exponenta.ru> – Образовательный математический портал.
2. <http://www.kxlab.com> - сайт \_kx Лаборатории. Отправная точка поиска информации о новейших научных разработках в области вычислительной математики, автоматизации моделирования и программных продуктах \_kx Лаборатории.
3. [www.mathhelpplanet.com](http://www.mathhelpplanet.com) - некоммерческий математический форум, на котором можно получить консультацию и реальную помощь в решении по практически любому вопросу, связанному с математикой и многочисленными её приложениями.
4. [www.csin.ru](http://www.csin.ru) - Образовательный интернет-проект, посвященный computer science и смежным дисциплинам. Мы формируем комьюнити людей, профессионально занимающихся или даже просто интересующихся данной тематикой. Также мы собираем информацию, например, русскоязычные курсы по информатике.



5. [www.teorver.ru](http://www.teorver.ru) - Портал, посвященный таким разделам математики, как теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, математическая теория телеграфа и другим приложениям теории вероятностей.
6. <http://edu.ru> - Федеральный портал "Российское образование", поддерживаемый ФГУ ГИИ ИТТ "Информика". Каталог интернет-ресурсов по предметам.
7. <http://www.mathtree.ru> - Древоподобный каталог математических ресурсов содержит информацию о кафедрах, персонах, публикациях, библиотеках, журналах и т.п.
8. <http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал, предоставляющий российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
9. <http://algotlist.manual.ru> - Сайт, посвященный алгоритмам и методам программирования.
10. <http://www.ecsocman.edu.ru/> - Образовательный портал - экономика, социология, менеджмент.
11. <http://www.fea.ru/> - Портал лаборатории "Вычислительная механика" физикомеханического факультета СПбГПУ.

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекционные аудитории, оснащенные доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком.

Аудитории для проведения лабораторных занятий, оснащенные современными персональными компьютерами, объединенными в локальную вычислительную сеть и укомплектованными необходимым системным и прикладным программным обеспечением, аудитории вычислительного центра.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» программа «Математическое моделирование».

Рабочую программу составил доцент кафедры ФиПМ Абрахин С.И.  Абрахин С.И.

Рецензент

(представитель работодателя) ген. директор ООО "РС Сервис" Квасов Д.С. 

(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ

Протокол № 1А от 01.10.15 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Аракелян С.М.

(ФИО, подпись) 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» программа «Математическое моделирование».

Протокол № 1А от 01.10.15 года

Председатель комиссии \_\_\_\_\_ Аракелян С.М.

(ФИО, подпись) 

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_