Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых »
(ВлГУ)
КОЛЛЕДЖ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА **МАТЕМАТИКА**
для специальностей среднего профессионального образования
54.02.01 «Дизайн (по отраслям)»

Владимир 20__

Кафедра-разработчик: Колледж инновационных технологий и предпринимательства ВлГУ.

Составитель:
старший преподаватель колледжа ________________________________ И.С. Яппарова

Одобрено на заседании цикловой комиссии колледжа инновационных технологий и предпринимательства ВлГУ

протокол № ______ от «____» ________________ 20___ года

Председатель цикловой комиссии ________________________________Г.П. Тонконог

Директор КИТП ВлГУ ____Ю.Д. Корогодов

Пояснительная записка.

Методические указания разработаны в соответствии с учебной программой по дисциплине «Прикладная математика» с целью повышения эффективности профессионального образования и самообразования в ходе практических занятий

Цели и задачи практических занятий:

— обобщение, систематизация, углубление теоретических знаний;
— формирование умений применять полученные знания в практической деятельности;
— развитие аналитических, проектировочных, конструктивных умений;
— выработка самостоятельности, ответственности, точности и творческой инициативы.

В результате обучающийся должен

уметь:

- применять математические методы для решения профессиональных задач;
- использовать приемы и методы и математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

знать:

- основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, а так же для формирования практических умений и навыков. На практических занятиях студенты под руководством преподавателя повторяют теоретический материал, выполняют практические задания. Практические задания выполняются студентом самостоятельно, а так же с использованием необходимых пояснений преподавателя. К практическому занятию требуется предварительная подготовка, которую студент должен провести самостоятельно перед занятием. Список литературы и вопросы, необходимые для подготовки, студент получает перед занятием из методических рекомендаций к практическому занятию.

Практические задания могут выполняться студентами индивидуально или фронтально.

Раздел 1 **Элементы дискретной математики (**6 часов)

Цель: Уметь выполнять операции над множествами, решать задачи с помощью диаграмм Эйлера-Венна, графов.

Повторите необходимый теоретический материал по конспекту лекции.

Для решения задач необходимо знать:

1. *Основные определения теории множеств;*
2. *Операции над множествами;*
3. *Отношения и их свойства;*
4. *Основные понятия и определения теории графов (граф, вершина графа, рёбра, дуги, нуль-граф, степень вершины и т. д.)*

Задания для фронтального решения

Задание 1

1) Найти множества A∩B, AUB, A/B, B/A, если:

а) A={e, o, p, x} B={x, y}

б) A={x: -3<x<4} B={x: 0≤x≤6}

в) A={2^n+1}, B={n+1} nϵN

2) Найти множества A∩B, AUB, A/B, B/A, если:

а) A={12, 13, 14, 15} B={12, 14, 16}

б) A={x: 0<x<2} B={x: 1≤x≤4}

в) A={3-(n+1)}, B={n+5} nϵN

3) Пусть X = {1, 2, 3, 4, 5}. Бинарное отношение $R \subseteq X \times X$ задано характеристическим свойством:

$$R = \{(a,b) \mid |a-b| = 2, a,b \in X\}.$$

Представить отношение R другими возможными способами. Выяснить, какими свойствами оно обладает. Является ли R отношением эквивалентности?

4) Пусть X = {1, 2, 3, 4, 5}. Бинарное отношение $R \subseteq X \times X$ задано характеристическим свойством:

$$R = \{(a,b) \mid a-b > 1, a,b \in X\}.$$

Представить отношение R другими возможными способами. Выяснить, какими свойствами оно обладает.

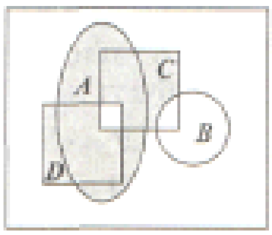
5) Пусть X = {1, 2, 3, 4}. Бинарное отношение $R \subseteq X \times X$ задано характеристическим свойством:

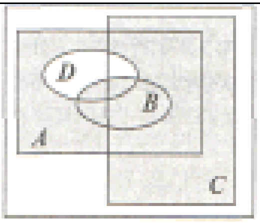
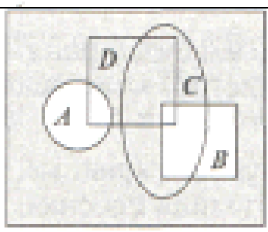
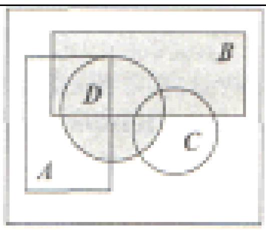
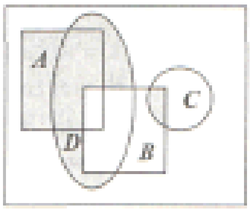
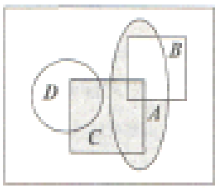
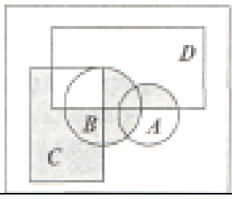
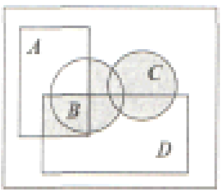
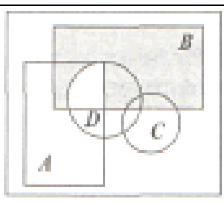
$$R = \{(a,b) \mid a+b < 4, a,b \in X\}.$$

Представить отношение R другими возможными способами. Выяснить, какими свойствами оно обладает.

<u>Задание 2</u>

1. Найти
   А) разность множеств
   Б) пересечение множеств
   В) объединение множеств

1	

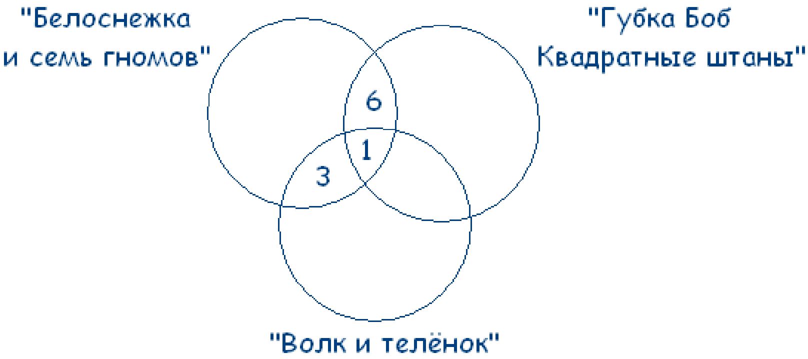
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Задание 3

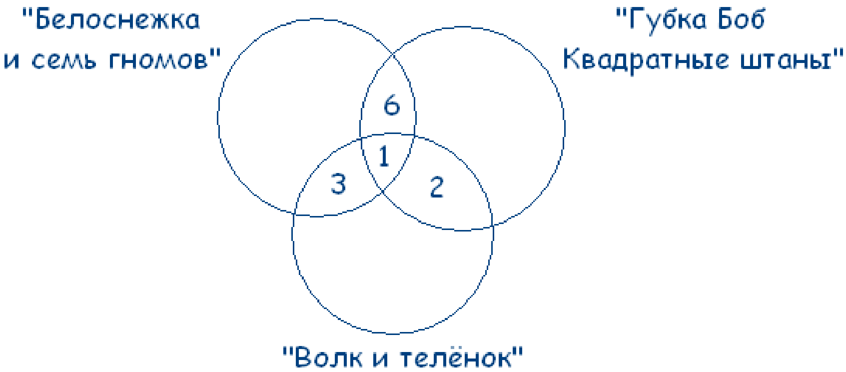
Задача 1. Среди школьников шестого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма:

«Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны», «Волк и теленок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрали 21 ученик, среди которых трое назвали еще «Волк и теленок», шестеро – «Губка Боб Квадратные Штаны», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и теленок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны»?

Решение: В этой задаче 3 множества, из условий задачи видно, что все они пересекаются между собой. Получаем такой чертеж:



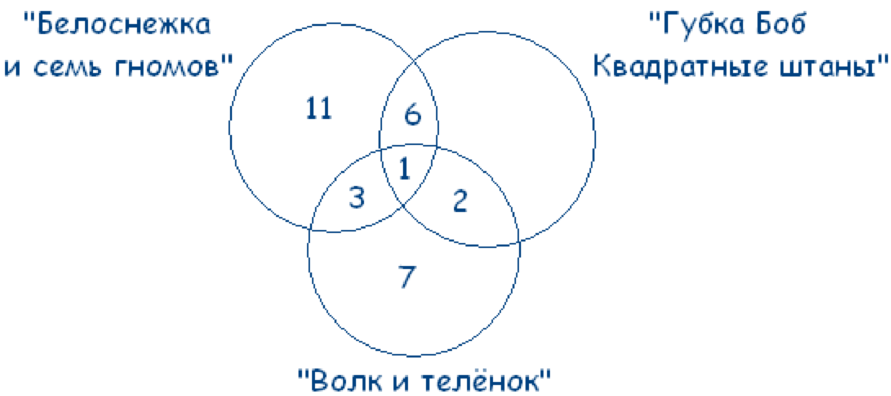
Учитывая условие, что среди ребят, которые назвали мультфильм «Волк и теленок» пятеро выбрали сразу два мультфильма, получаем:



21 – 3 – 6 – 1 = 11 – ребят выбрали только «Белоснежку и семь гномов».

13 – 3 – 1 – 2 = 7 – ребят смотрят только «Волк и теленок».

Получаем:



38 – (11 + 3 + 1 + 6 + 2 + 7) = 8 – человек смотрят только «Губка Боб Квадратные Штаны».

Делаем вывод, что «Губка Боб Квадратные Штаны» выбрали 8 + 2 + 1 + 6 = 17 человек.

Ответ. 17 человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны».

Задача 2. Из 10 участников ансамбля шестеро умеют играть на гитаре, пятеро на ударных инструментах, пятеро на духовых. Двумя инструментами владеют: гитарой и ударными – трое, ударными и духовыми – двое, гитарой и духовыми – четверо. Остальные участники ансамбля только поют. Сколько певцов в ансамбле?

Задача 3. На 1 курсе учатся 200 студентов, 106 из них знают английский язык, 60 – немецкий, 92 – французский. 24 студента знают английский и немецкий языки, 36 – английский и французский, 30 – немецкий и французский, 14 – все три языка. Остальные знают только один испанский язык. Сколько студентов знают:

а) ровно два языка?
б) только французский язык?
в) знают немецкий и французский, но не знают английский?
г) не знают испанский язык?

Задача 4. При изучении читательского спроса оказалось, что 60% опрошенных читает журнал «Огонек», 50% - журнал «Юность», 50% - журнал «Аврора». Журналы «Огонек» и «Юность» читают 30% опрошенных, «Юность» и «Аврора» - 20%, «Огонек» и «Аврора» - 40%, все три журнала – 10%. Сколько процентов опрошенных не читают ни один журнал?

Задача 5. В день авиации всех желающих катали на самолете, планере, дельтаплане. На самолете прокатилось 30 человек, на планере – 20, на дельтаплане – 15. И на самолете, и на планере каталось 10 человек, на самолете и дельтаплане – 12, на планере и дельтаплане – 5, два человека прокатились и на самолете, и на планере, и на дельтаплане. Сколько было желающих прокатиться?

Задача 6. Каждый из студентов группы занимается хотя бы одним видом спорта. Пятеро занимаются альпинизмом, шестеро – волейболом, 10 человек – борьбой. Известно, что двое занимаются и альпинизмом, и волейболом; трое – волейболом и борьбой; четверо – альпинизмом и борьбой; а один занимается всеми тремя видами спорта. Сколько студентов занимается только борьбой.

Задача 7. В одной из студенческих групп все студенты умеют программировать. Десять человек умеют работать на Бейсике, 10 – на Паскале, 6 – на Си. Два языка знают: 6 человек Бейсик и Паскаль, 4 – Паскаль и Си, 3 – Бейсик и Си. Один человек знает все три языка. Сколько студентов в группе?

<u>Задание 4.</u>

Задача 1.

1. Занумеруйте вершины графа G_1 (рис. 1) и определите степени всех его вершин. Нарисуйте какой-либо остовный подграф графа G_1. Запишите матрицу смежности и матрицу инцидентности графа G_1, занумеровав его ребра.
2. Покажите, что графы G_1и G_2 (рис. 1) изоморфны. Планарен ли граф G_2?
3. Определите цикломатическое число графа G_1 (рис. 1). Выясните, можно ли нарисовать граф G_1, не отрывая руки от бумаги и не проходя ни по одному ребру дважды. Ответ обоснуйте.
4. Выясните, сколько ребер нужно удалить из графа G_1 (рис. 1) при построении его каркаса. Занумеруйте вершины графа G_1 и постройте каркас двумя способами (обход «в ширину», обход «в глубину»), начав обход из вершины с максимальной степенью.

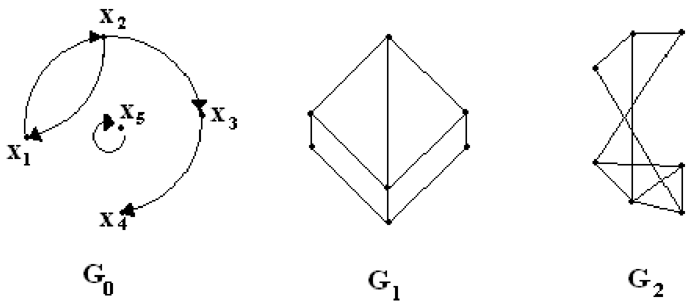
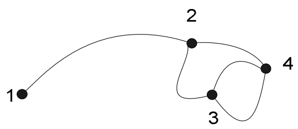


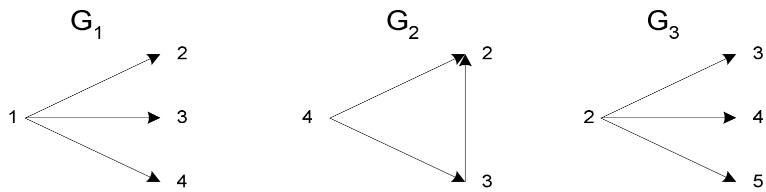
Рисунок 1

Задача 2.

1.Постройте матрицу смежности и инцидентности для графа*:*



2. Постройте матрицы смежности и инцидентности графа G: $G_1 \cup G_2 \cup G_3$



Задание 5. Ответьте на вопросы теста. Каждый вопрос имеет 4 варианта ответа, из которых - один верный и три неверных.

1. Множество N натуральных чисел:
а) Конечно
б) Бесконечно
в) Ограничено
г) Симметрично

63. Множество всех букв греческого алфавита:
а) Бесконечно
б) Конечно
в) Пустое множество
г) Ограничено

2. Если каждый элемент множества А является в то же время элементом множества В, то множество А называется:
а) Подмножеством Б
б) Множество Б называется подмножеством множества А
в) Множество А не является подмножеством множества Б
г) Множество Б не является подмножеством множества А

3. Пересечением множеств А и В называется множество тех и только тех элементов, которые принадлежат:
а) Множеству А
б) Множеству В
в) Множеству А и множеству В одновременно
г) Нет верного ответа

4. Объединением множеств A и B называется множество тех и только тех элементов, которые входят:

а) Хотя бы в одно из множеств A и B
б) Которые состоит из тех и только тех элементов множества A, не принадлежащих множеству B
в) Которые состоит из тех и только тех элементов множества B, не принадлежащих множеству A
г) И в множество A и в множество B

5. Разностью двух множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов:

а) Множества A, которые не принадлежат множеству B
б) Множества B, которые не принадлежат множеству A
в) Множества элементов которые принадлежат множеству A и B одновременно
г) Нет верного ответа

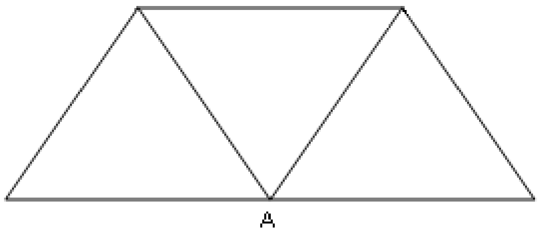
6.Выберите утверждение о числовых множествах, которое является истинным…

а) Множество целых чисел является подмножеством множества действительных чисел.
б) Множество рациональных чисел является подмножеством множества иррациональных чисел.
в) Отрезок [1;2] является подмножеством промежутка (1;10].
г) Интервал (-4,0) является подмножеством отрезка [-3;-1].

7.Укажите пару (x ; y), находящуюся в отношении y=cos x :

а) (1;1)
б) (0;1)
в) (1;0)
г) (0;-1)

8. Степень вершины A равна…



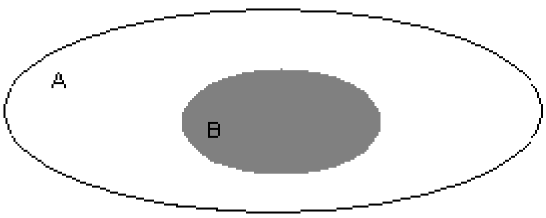
а) 3
б) 0
в) 4
г) 5

9.Даны множества: A={4,7,13}, B={0,2,4,6,8,10,12,14}

Количество элементов множества, являющегося пересечением множеств A и B, равно…

а) 1
б) 3
в) 8
г) 10

10. Даны два множества A и B



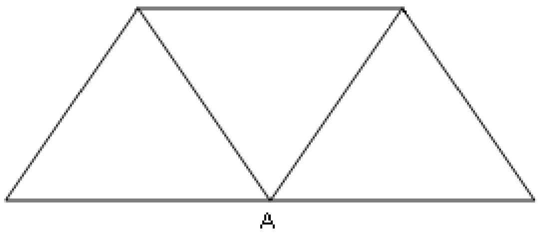
Область, выделенная серым цветом является:

а) пересечением множества A и B
б) дополнением множества B до множества A

в) объединением множества А и В
г) разностью множества А и В

11. Какое из заданных отношений обладает свойством симметричности?
а) Отношение «быть меньше»
б) Отношение «быть больше»
в) Отношение «перпендикулярности прямых»
г) Отношение «быть делителем»

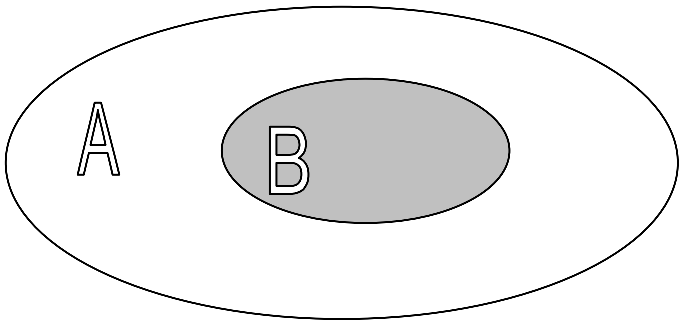
12. Количество ребер, идентичных вершине А, равно



а) 0
б) 5
в) 4
г) 3

13. Выберите утверждение о числовых множествах, которое является истинным
а) Отрезок [1;10] является подмножеством промежутка (1;10]
б) Множество рациональных чисел является подмножеством множества иррациональных чисел
в) Множество целых чисел является подмножеством множества действительных чисел
г) Интервал (-4;0) является подмножеством множества целых чисел

14. Даны два множества А и В



Область, выделенная серым цветом является
а) пересечение множества А и В
б) дополнение множества В до множества А
в) объединение множества А и В
г) разность множества А и В

15. Укажите пустые множества среди следующих : множество целых корней уравнения x^2-9=0; множество целых корней уравнения $x^2+9=0$; множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}=0$

а) множество целых корней уравнения x^2-9=0
б) множество целых корней уравнения $x^2+9=0$
в) множество целых корней уравнения x^2-9=0; множество целых корней уравнения $x^2+9=0$;

г) множество целых корней уравнения $x^2+9=0$; множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}=0$

16. Заданы множества A={2,3,4,5} и D={3,4,5}. Верным для них будет утверждение:
   а) Множество A - подмножество множества D
   б) Множество D - подмножество множества A
   в) Множество A и множество D равны
   г) Множество A - множество-степень множества D

17. Если отношение задано неравенством: $3x-4y<0$, то данному отношению принадлежит следующая пара чисел.
   а) (0;1)
   б) (3;1)
   в) (2;0)
   г) (1;0)

18. Какое из множеств определяет $A \cup B$, если A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {3, 4, 5, 6, 7}
   а) {1, 4, 5}
   б) {1, 2, 3, 4, 5}
   в) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
   г) {1, 2, 3, 4, 6, 7}

Аудиторная самостоятельная работа № 1«Множества и отношения»
Вариант 1

1. Найти пересечение, объединение и разность (A\B, B\A), следующих множеств. Изобразите результат в виде множества, заданного перечислением всех его объектов. Начертите диаграммы Эйлера-Венна, иллюстрирующие результат:

   A={14, 45, 69}, B={44, 69, 139}
2. Дано: $A = [1; 5)$, $B = (2; +\infty)$, $C = (-\infty; 3]$

   Найти:
   1. $B \cup (A \cap C) =$
   2. $B \cap (A \cup C) =$
3. Дано множество A={1;9; 28; 17; 35; 43; 29; 57;12} Какие из следующих элементов принадлежат этому множеству, а какие нет: $\frac{34}{2}$; 27; $\frac{129}{3}$; 48; 28; 55, $\varnothing$. Запишите математическими символами.

4. Отношение R на множестве X задано перечислением своих элементов: R = {(1,2), (1,1), (2,2), (2,1), (3,1), (3,3)}. Нарисуйте график, схему и граф отношения. Запишите его матрицу. Какими свойствами обладает отношение? Является ли оно отношением эквивалентности? Объясните ответ.

5. Пусть X = {-2, -1, 0, 1, 2, 3}. Отношение задано характеристическим свойством: $R = \{(a,b) | a+b=3, a,b \in X\}$ Представить отношение R другими возможными способами. Выяснить, какими свойствами оно обладает.

Вариант 2

1. Найти пересечение, объединение и разность (A\B, B\A), следующих множеств. Изобразите результат в виде множества, заданного перечислением всех его объектов. Начертите диаграммы Эйлера-Венна, иллюстрирующие результат: A={16; 45, 69}, B={44, 69,139}

2. Дано: A = [–8; 1) , B = (–3; +∞), C = (– ∞; –1]. Найти:
   1. $B\cup(A\cap C) =$
   2. $B\cap(A\cup C) =$

3. Дано множество A={9; 19; 28; 17; 36; 49; 29; 58; 2;10} Какие из следующих элементов принадлежат этому множеству, а какие нет: $\frac{56}{2}$; 24; $\frac{64}{2}$; 49; 28; 58, $\varnothing$.

   Запишите математическими символами.
4. Отношение R на множестве X задано перечислением своих элементов: R = {(2,2), (1,1), (1,2), (2,1), (3,1), (1,3)}. Нарисуйте график, схему и граф отношения. Запишите его матрицу. Какими свойствами обладает отношение? Является ли оно отношением эквивалентности? Объясните ответ.
5. Пусть X = {0, 1, 2, 3, 4}. Бинарное отношение задано характеристическим свойством: $R=\left\{(a,b)\middle|\ a+b\ \textit{делится на}\ 3, a,b\in X\right\}$. Представить отношение R другими возможными способами. Какими свойствами оно обладает?

Раздел 2. **Элементы математического анализа**

Тема 2.1.Теория пределов. Непрерывность (4 часа)

Цель:
Вычисление пределов функций, раскрытие неопределенностей. Вычисление односторонних пределов, классификация точек разрыва
Вопросы для повторения теории:
- Предел функции. Свойства пределов функций.
- Замечательные пределы.
- Односторонние пределы.
- Непрерывные функции, их свойства.
- Точки разрыва.

Задание 1. Вычислить пределы последовательностей:

$$1)\lim_{n\to\infty}\frac{2n+1}{3n+5}\qquad 2)\lim_{n\to\infty}\frac{3-2n}{n+6}\qquad 3)\lim_{n\to\infty}\frac{10n+3}{1+2n}$$

$$4)\lim_{n\to\infty}\frac{4n+16}{9n}\qquad 5)\lim_{n\to\infty}\frac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}\qquad 6)\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2+(n-1)^2}{(n-1)^2-(n+1)^2}$$

$$7)\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}\qquad 8)\lim_{n\to\infty}\frac{n^3-100n^2+1}{100n^2+16n}\qquad 9)\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n-7}-\sqrt{n+2}\right)$$

Задание 2. Вычислить пределы функций:

$$1)\lim_{x\to 0}\frac{x^4+2x^2-3x}{x^3-3x^2+x}\qquad 2)\lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x-2}{x^2+x}\qquad 3)\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x^2}$$

$$4)\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{1+2x}-3\right)}{\sqrt{x}-2}\qquad 5)\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}\qquad 6)\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)^2+(x-1)^2}{(x-1)^2-(x+1)^2}$$

$$7)\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt[3]{x^3+2x-1}}{x+2}\qquad 8)\lim_{x\to 0}\frac{x^3-15x^2+x}{18x^2+15x}\qquad 9)\lim_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt{4x-7}-\sqrt{x+2}\right)}{x-2}$$

Задание 3. Вычислить пределы функций, используя замечательные пределы:

$$1)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+3}{x^2}\right)^{x^2+1}\qquad 2)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}\qquad 3)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$$

$$4)\lim_{x\to 0}\left(1+10x^2\right)^{x^3\cdot\frac{1}{x}}\qquad 5)\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}\qquad 6)\lim_{x\to 0}\frac{3x^2-5x}{\sin 4x}$$

$$7)\lim_{x\to 0}\frac{tg3x}{tgx}\qquad 8)\lim_{x\to 0}\frac{9\ln(1-2\text{x})}{4arctg3x}\qquad 9)\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 7x}{\sin x\cdot x^2}$$

Задание 4. Доказать, что функция является непрерывной

$а) f(\text{x})=x+9$

$б) f(\text{x})=\text{x}^3+8$

$в) f(\text{x})=2\,\text{x}^2+6x-5$

$г) f(\text{x})=10\,\text{x}^2-12x$

Задание 5. Найти точки разрыва и установить их тип

$$а)\ \text{y}=f(\text{x})=\begin{cases}-e^{-x}, x<0\\ 0, x=0\\ e^{x}, x>0\end{cases}$$

$$б)\ \text{y}=f(\text{x})=\frac{\sin x}{x}$$

$$в)\ y=f(\text{x})=e^{\frac{1}{x+3}}$$

$$г)\ \text{y}=f(\text{x})=\frac{\cos x}{x}$$

Тема2.2.Дифференциальное исчисление функции одной переменной (8часов)

Цель:

Нахождение производных и дифференциалов функций. Касательная к графику функции. Нахождение скорости и ускорения. Исследование функции с помощью первой и второй производной и построение графика.

Вопросы для повторения теории:

- Элементарные функции.
- Сложная функция.
- Определение производной функции. Таблица производных, правила дифференцирования. Производная сложной функции.
- Геометрический и физический смысл производной.
- Возрастание и убывание функции, условия возрастания и убывания. Экстремумы функций, необходимое условие существования экстремума.
- Исследование функции с помощью первой производной.

- Производная второго порядка. Нахождение точек экстремума с помощью второй производной.
- Выпуклые функции. Точки перегиба.
- Исследование функции с помощью первой и второй производной и построение графика.
- Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции с помощью производной.

Задания для фронтального решения

1. Найти производные 1-го порядка данных функций

1) *а)* $y = 3x^3 - \frac{5}{x^7} - \sqrt[4]{x^5}$; *б)* $s = (1+t^2)(2 - 3\mathrm{arcctg}t)$; *в)* $u = \ln^3 \frac{V}{2}$; *г)* $z = \frac{5 - \sin 3t}{e^{4t}}$.

2) *а)* $y = 5x - \frac{2}{x^4} + 3\sqrt[5]{x^6}$; *б)* $s = (4 - 3\ln t)(5 + 2\sin t)$; *в)* $u = \sin^4(2V+3)$; *г)* $z = \frac{\sin(2-t)}{2 - \ln 3t}$. 3)

а) $y = 7x^2 + \frac{4}{x^6} - \sqrt[5]{x^2}$; *б)* $s = (3 - \cos t)(5 + 6\sin t)$; *в)* $u = \sqrt[3]{1 - 4V^2}$; *г)* $z = \frac{t^3 - e^{3t}}{\arccos 2t}$.

4) *а)* $y = 5x^2 + \frac{3}{x^4} - \sqrt[6]{x^7}$; *б)* $s = (3t^3 - 4)(t - 2\cos t)$; *в)* $u = \ln^2(5V - 3)$; *г)* $z = \frac{\ln(4-5t)}{\sin t}$.

5) *а)* $y = x^5 - \frac{2}{x^3} + 2\sqrt[7]{x^5}$; *б)* $s = t^4(4 + \mathrm{arctg}t)$; *в)* $u = \cos^3(3V+1)$; *г)* $z = \frac{t - \arcsin 5t}{e^{-t}}$.

6) *а)* $y = x^4 + \frac{1}{x} - 2\sqrt[3]{x}$; *б)* $s = (3 + \mathrm{tg}t)(1 - 4\mathrm{ctg}t)$; *в)* $u = tg^4(3V+2)$; *г)* $z = \frac{\mathrm{arctg}2t}{1+4t^2}$.

2. Составить уравнение касательной к кривой $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0.

1) $\frac{x^2-3}{x}$, $x_0 = 1$.

2) $\sqrt{5-x^2}$, $x_0 = 2$.

3) $\frac{x^2+3x}{3}$, $x_0 = -1$.

4) $\sqrt{x} + 2x$, $x_0 = 9$.

5) $\frac{x^2}{x-2}$, $x_0 = 1$.

6) $\sqrt{1+3x}$, $x_0 = 1$.

3. Найти дифференциалы функций:

1) $y = \sin 2x + 5$;

2) $y = \ln x - x^3$;

3) $y = 4 + 8\sin x$;

4) $y = 2x - 1.$

5) $y = 1 - \cos x;$

6) $y = 10 - 3x^2$

4. Найти производную второго порядка функции y=f(x).

1) $y = \ln x + 9$

2) $y = \cos x - \ln x$

3) $y = \mathrm{sinx} + x^4$

4) $y = x^2 + \sin x$

5) $y = x + \ln x$

6) $y = 3e^x + 2x$

5. Исследовать функцию и построить ее график.

1. $f(x) = x^2 - 2x + 8$.
2. $f(x) = -x^2 + 5x + 4$.
3. $f(x) = -x^3 + 3x - 2$.
4. $f(x) = x^3 + 3x + 2$.

Тема 2.3.Интегральное исчисление функции одной переменной (8 часов)

Цель: Интегрирование функций. Вычисление площадей фигур и объемов тел вращения с помощью определенного интеграла.

Вопросы для повторения теории:

- Неопределенный интеграл, его свойства.
- Таблица основных интегралов.
- Непосредственное интегрирование.
- Метод замены переменных.
- Интегрирование по частям.
- Определенный интеграл, его свойства.
- Основная формула интегрального исчисления.
- Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.
- Приложения определенного интеграла для вычисления площадей фигур и объемов тел вращения.

Задания для фронтального решения

1. Найти интегралы.

1) $\int \left(\frac{7}{x^2 + 16} - \frac{x^4 + 5}{x^5} + 3\sqrt{x} \right) dx$ $\quad\quad$ $\int \left(\frac{5}{5x^2 + 5} + 7^x - \frac{\sin 2x}{\cos x} \right) dx$

2) $\int\left(\frac{5}{\sqrt{3+x^2}}-\frac{2x^2+10}{x}+4\sqrt[6]{x^5}\right)dx$ $\int\left(\frac{2}{2x^2+2}+2^x-\frac{x^2-4}{x+2}\right)dx$

3) $\int\left(\frac{2+\sqrt{x}}{x}-\frac{2}{\sqrt{x^2+3}}+4e^x\right)dx$ $\int\left(\frac{12}{3+3x^2}-3\cos x+\frac{x^2-9}{x-3}\right)dx$

4) $\int\left(\frac{8}{\sqrt{5+x^2}}+\frac{6+x^3}{x^4}-3\sqrt[8]{x^5}\right)dx$ $\int\left(\frac{6}{2x^2+2}-2\sin x+3^x\right)dx$

5) $\int\left(\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}+\frac{4x^2-1}{x^3}-2\sqrt[8]{x^3}\right)dx$ $\int\left(\frac{6}{3x^2-9}+\frac{3\sin^3 x-5}{\sin^2 x}\right)dx$

6) $\int\left(\frac{3\cos^3 x-2}{\cos^2 x}-5\sqrt[5]{x^3}\right)dx$ $\int\left(\frac{16}{2x^2-8}-\frac{3-x^3}{x^4}+5^x\right)dx$

2. Проинтегрировать подходящей заменой переменного.

1) $\int\frac{dx}{\sin^2 3x}$ $\int\frac{xdx}{\sqrt{2+x^2}}$ $\int e^{1-3x}\,dx$

2) $\int(2x-1)\cos(x^2-x)\,dx$ $\int x\sqrt{5+x^2}\,dx$ $\int e^{6x+5}\,dx$

3) $\int 10^{2x+1}\,dx$ $\int\sin\frac{x}{2}dx$ $\int\frac{dx}{5x+3}$

4) $\int x^2(3-x^3)^{10}dx$ $\int\cos 2x\,dx$ $\int e^{\sin x}\cos x\,dx$

5) $\int\frac{dx}{x\ln x}$ $\int\sin 2x\,dx$ $\int 3^{7x-1}\,dx$

6) $\int\frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ $\int\sin(2-3x)dx$ $\int\frac{dx}{e^{3x}}$

Проинтегрировать по частям.

1) $\int(7x-1)\cos x\,dx$ $\int\operatorname{arctg} x\,dx$

2) $\int(6-5x)e^x\,dx$ $\int(7x+5)\ln x\,dx$

3) $\int x\cos x\,dx$ $\int\operatorname{arcctg} x\,dx$

4) $\int(1+2x)\cos x\,dx$ $\int\arcsin x\,dx$

5) $\int (8x-1)\sin 5x\,dx$ $\qquad\qquad$ $\int (6+5x)\ln x\,dx$

6) $\int xe^x\,dx$ $\qquad\qquad$ $\int (3x+2)\ln x\,dx$

3. Вычислить определенный интеграл.

1) $\int\limits_1^2 \left(x^3+10x\right)dx$

2) $\int\limits_{-2}^3 \left(3x^2+6x-2\right)dx$

3) $\int\limits_1^3 \left(x^2-16x+3\right)dx$

4) $\int\limits_0^8 \left(21x-19\right)dx$

5) $\int\limits_{-4}^0 \left(x^3+8\right)dx$

6) $\int\limits_{10}^{13} \left(2x+7\right)dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

1) $y=x^2-2,\ y=1-2x$

2) $y=x^3,\quad y=8,\quad x=0$

3) $y=3x^2+1,\quad y=3x+6$

4) $y=x^2,\ y=x+1$

5) $y=x^2,\ \ y=2-x^2$

6) $y=x^2-1,\ y=1-x$

5. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями.

1) $x^2-y=0,\quad y=1$

2) $x^2+y=0,\quad y=-1$

3) $x-y^2=0,\quad x=1$

4) $y = 4x^3, \quad x = 0, \quad y = -4$

5) $y = 4x^3, \quad x = 1, \quad y = 0$

6) $y = -4x^3, \quad x = -1, \quad y = 0$

Самостоятельная аудиторная работа *по теме* «Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла».

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3)dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_2^3 (2x-1)^3 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь *S*, пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4)dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1 (3x+1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь *S*, пройденный точкой за четвертую секунду.

Раздел 4 **Элементы теории вероятностей и математической статистики. (6 часов)**

Цель:

Вычисление вероятностей событий. Нахождение функции распределения случайной величины и ее числовых характеристик. Анализ реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков. Анализ информации статистического характера.

Повторите необходимый теоретический материал по конспекту лекции.

Для решения задач необходимо знать:

- Случайные события и их вероятности.
- Теоремы сложения и умножения вероятностей.
- Случайные величины.
- Дискретные и непрерывные случайные величины.
- Распределение случайных величин.

- Числовые характеристики случайной величины.
- Генеральная и выборочная совокупности.

Задания для фронтального решения

Задание 1. Используя классическое определение вероятности события, решить следующие задачи:

1. Издательство отправило газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,9, во второе - 0,7, в третье - 0,85. Найти вероятность следующих событий:

а) только одно отделение получит газеты вовремя;

б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

2. В первой урне находятся 12 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 10 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными? Какова вероятность, что оба шара окажутся белыми?

3. В партии из 25 деталей находятся 8 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Определить, какова вероятность того, что обе детали окажутся бракованными.

4. Подброшены две игральные кости. Найти вероятность события А того, что выпадет хотя бы одна шестерка.

5. Найти вероятность, что при бросании игральной кости выпадет число, большее 4.

6. Найти вероятность, что при бросании игральной кости выпадет число, не меньшее 2 и не большее 5.

9.Куб, все грани которого окрашены распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней а) одну, б) две, в)три.

10.При стрельбе относительная частота попаданий оказалась равной 0.85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

11.Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

12.Набирая номер телефона абонент забыл последние 2 цифры и, помня лишь то, что эти цифры различны набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

13.В ящике из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на удачу 6 деталей 4 стандартных. (Это, так называемая задача о выборке, обобщите ее и составьте аналогичные.)

14.Восемь различных книг расставляются рядом на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

15.В забеге участвуют 5 спортсменов: А, Б, В, Г, Д, каждый из которых имеет одинаковые шансы на успех. Какова вероятность того, что парвые три места займут соответственно бегуны А, Б, В?

16.Автобус должен сделать 8 остановок. Найти вероятность того, что никакие два пассажира из пяти, едущих в автобусе, не выйдут на одной и той же остановке.

17.Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Какова вероятность того, что среди 6-ти билетов, взятых на удачу, будет два выигрышных?

18.Монета подброшена два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз

Задачи на теоремы сложения и умножения вероятностей

1) В магазин поступило 30 телевизоров, 5 среди которых имеют скрытые дефекты. Наудачу отбираются 2 телевизора для проверки. Какова вероятность того, что оба они не имеют дефектов?

2) Вероятность безотказной работы двух независимо работающих сигнализаторов равна 0.6 и 0.7. Найти вероятность того, что сработают: а) оба сигнализатора, б) хотя бы один сигнализатор.

3) Изделия проверяются на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно равна 0.8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартно.

4) Партия товара, состоящая из 15 ящиков, подлежит приемке, если при проверке наугад двух выбранных ящиков окажется, что содержащиеся в них изделия удовлетворяют стандарту. Найти вероятность приемки партии, содержащей в 5 ящиках нестандартные изделия.

5) В группе специалистов 3 экономиста и 5 юристов. Для проведения проверки работы фирмы наудачу отбираются 4 специалиста. Какова вероятность того, что вэта группа состоит из двух юристов и двух экономистов?

6) В партии деталей 12 стандартных изделий и 3 нестандартных. 5 деталей, выбранных наудачу, проверяют на соответствие стандарту. Найти вероятность того, что среди них не окажется нестандартных.

7) В экзаменационном билете три вопроса, Вероятность ответа на первый вопрос - 0.9; на второй - 0.7; на третий - 0.5. Найти вероятность различных оценок.

8) На складе телевизионного ателье из имеющихся 20 микросхем 6 изготовлены первым заводом, остальные - вторым. Найти вероятность того, что две наудачу взятых микросхемы изготовлены первым заводом.

9) Студент знает 20 вопросов из 25-ти. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

10) В рабочем поселке 11 торговых точек, 8 из которых - ИЧП. Для проверки наудачу отбираются 5. Какова вероятность того, что в число проверяемых попадут только частные торговые предприятия?

11)Брошены монета и игральная кость. Найти вероятность совмещения событий: «появился герб», появилось 6 очков».

12)Монета бросается до тех пор пока 2 раза подряд не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятности следующих событий: а)опыт окончится до шестого бросания; б)потребуется четное число бросаний.

13)Вероятности поражении цели первым стрелком равна 0,8, вторым 0,6. Найти вероятности следующих событий: а) цель поражена двумя попаданиями; б) одним выстрелом; в) цель не поражена.

14)В урне находится 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его в урну. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар, при втором черный и при третьем – синий.

15)Три электрические лампочки последовательно включены в цепь. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит номинальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи не будет.

16)В урне 7 белых и 9 красных шаров. Из урны наугад вынимают первый шар, определяют цвет. Затем второй шар. Найдите вероятность, что они оба белые.

Задание 2. Используя формулы полной вероятности и Байеса, решить следующие задачи:

1. Имеются 2 одинаковые урны. В первой урне находятся 7 белых и 3 черных шаров, во второй – 6 белых и 4 черных. Наугад выбираются урна и из нее извлекается один шар. Выбранный шар оказался черным. Какова вероятность, что этот шар из 2 урны?
2. Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадет к первому контролеру =0,5, ко второму =0,6. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером =0,94, а вторым =0,92. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.
3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная равна 0,9, а второго – 0,8. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная.
4. Имеются 3 одинаковые урны. В первой урне находятся 6 синих и 4 черных шаров, во второй – только синие и в третьей – только черные. Наугад выбираются урна и из нее извлекается один шар. Какова вероятность, что этот шар синий?
5. Имеются 2 одинаковые урны. В первой урне находятся 7 белых и 3 черных шаров, во второй – 6 белых и 4 черных. Наугад выбираются урна и из нее извлекается один шар. Выбранный шар оказался черным. Какова вероятность, что этот шар из 1 урны?

Задание 3. Используя формулу Бернулли, решить следующие задачи:

1. Вероятность того, что расход электроэнергии на продолжении одних суток не превысит установленной нормы равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.
2. Найти вероятность осуществления от одного до трех разговоров по телефону при наблюдении шести независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,6.
3. Прибор состоит из пяти элементов, включенных в цепь параллельно и работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого

элемента за время Т равна 0,5. Для безаварийной работы прибора достаточно, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность того, что за время Т прибор будет работать безотказно?

4. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету =0,3. Какова вероятность того, что из семи приобретенных билетов три билета окажутся выигрышными?

5. Магазин получил 40 деталей. Вероятность наличия нестандартной детали в партии равна 0,04. Найти наиболее вероятное число нестандартных деталей в этой партии.

6. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,8. Найдя вероятности возможного числа появления бракованных деталей среди 5 отобранных, найти наивероятнейшее число появления бракованных деталей из 5 отобранных, указав его вероятность.

7. Сколько раз необходимо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее выпадение тройки было равно 10?

8. Для данного участника игры вероятность набросить кольцо на колышек =0,3. Какова вероятность того, что при шести бросках 3 кольца окажутся на колышке?

9. На самолете имеются 4 одинаковых двигателя. Вероятность нормальной работы каждого двигателя в полете равна р. Найти вероятность того, что в полете могут возникнуть неполадки в одном двигателе.

Задачи на составление вариационных рядов

1.Имеются данные о еженедельном количестве проданных компьютеров одной из фирм: 398, 412, 560, 474, 544, 690, 587, 600, 613, 457, 504, 477, 530, 641, 359, 566, 452, 633, 474, 499. 580, 606, 344, 455,505, 396, 347, 441, 390, 632, 400, 582. Составьте вариационный ряд. Найдите среднее количество проданных компьютеров. Рассчитайте показатели вариации.

2.Администрацию магазина интересует частота покупок калькуляторов. Менеджер в течении января регистрировал данные о покупке МК и собрал следующие данные: 8, 4, 4, 9, 3, 3, 1, 2, 0, 4, 2, 3, 5, 7, 10, 6, 5, 7, 3, 2, 9, 8, 1, 4, 6, 5, 4, 2, 1, 0, 8. Постройте вариационный ряд, определите его числовые характеристики. Какие рекомендации вы дали бы администрации универсама?

3.Число пассажиров одного из рейсов за 30 дней составило: 128, 121, 134, 118, 123, 109, 120, 116, 125, 128, 121, 129, 130, 131, 127, 119, 114, 124, 110, 126, 134, 125, 128, 123, 128, 133, 132, 136, 134, 129. Составьте вариационный ряд. Найдите среднее число пассажиров в рейсе? Рассчитайте показатели вариации. Сделайте анализ полученных результатов.

4.Продажа акций на аукционе характеризуется следующими данными:

Продажа акций в %	9 - 15	15 – 21	21 – 27	27 – 33
Число акционерных обществ	3	5	4	2

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите средний процент продажи акций. Охарактеризуйте колеблемость процента продажи акций с помощью соответствующих показателей.

5.Для оценки состояния деловой активности предприятий были проведены обследования и получены следующие результаты:

Показатель деловой активности	0 – 8	8 – 16	16 – 24	24 - 32
Число предприятий	10	15	8	5

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднее значение показателя деловой активности, дисперсию.среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Сделайте анализ полученных результатов.

6. Имеются данные о числе сделок, заключённых брокерскими фирмами:

Число сделок	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90
Число фирм	20	18	12	5

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите средне число заключённых сделок, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, размах вариации. Объясните полученные результаты.

7.В колледже собранны данные о числе часов пропущенных по неуважительной причине студентами третьего курса:

Число пропущенных часов в текущем месяце	0	1	2	3	4	5
Число студентов	10	27	25	28	30	17

Постройте полигон распределения частот. Найдите среднее число пропущенных дней, стандартное отклонение, коэффициент вариации. Является ли распределение симметричным?

Литература

1. Дадаян А. А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с.: 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет)ISBN 978-5-91134-460-3.
2. Шипачев В. С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 304 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010071-5
3. Ячменёв Л.Т. Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование; Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-369-01032-7

1. Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для учреждений СПО/ В. П. Григорьев, Ю. А. Дубинский – 10-е изд.,стер. – М.: Издат. Центр «Академия», 2014 ISBN 978-5-4468-0784-0

2. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования / С. Г. Григорьев, С. В. Иволгина; под ред. В. А. Гусева. – 10-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с., ISBN: 978-5-4468-0624-9

3. Канцедал С. А. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 224 с.: 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет)ISBN 978-5-8199-0304-9.

Интернет-ресурсы:

1. www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
2. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).
3. http://www.studentlibrary.ru/ Электронно-Библиотечная Система «Консультант Студента».
4. http://e.lanbook.com/ Электронная библиотечная система издательства «Лань».
5. http://www.biblio-online.ru/ Электронно-библиотечная система.
6. http://znanium.com/ Электронно-библиотечная система.
7. http://www.iprbookshop.ru/ Электронно-библиотечная система.