

# Тепломассообмен

## Лекция 1

### 1.1. Введение. Основные понятия и определения

Теплопередача или теплообмен – это учение о самопроизвольных необратимых процессах распространения теплоты в пространстве. Под процессом распространения теплоты понимается обмен внутренней энергией между отдельными элементами и областями рассматриваемой среды.

Вследствие большой сложности процессы распространения теплоты обычно рассматриваются в комплексе разнообразных явлений. Существуют три вида переноса теплоты:

1. теплопроводностью,
2. конвекцией,
3. излучением (радиацией).

Теплопроводность – молекулярный перенос тепла в твердых телах. В металлах при этом способе теплопередачи большую роль играют свободные электроны.

Конвекция – имеет место в газах и жидкостях. Теплота передается при перемешивании всей массы неравномерно нагретого газа или жидкости. Конвекция сопровождается теплопроводностью.

Излучение – процесс передачи теплоты, происходящий между телами, разделенными полностью или частично средой, пропускающей излучение. При этом наблюдается три стадии передачи теплоты:

- превращение части внутренней энергии одного из тел в энергию электромагнитных волн,
- распространение электромагнитных волн в пространстве,
- поглощение энергии другим телом.

Совокупность всех трех видов переноса теплоты называется сложным теплообменом. Его изучение затруднительно, поэтому изучают все три вида переноса теплоты отдельно.

**В технике и в быту происходят процессы теплообмена между различными жидкостями, разделенными твердой перегородкой. Процесс передачи тепла от горячей жидкости к холодной через разделяющую их стенку называется теплопередачей. Она осуществляется различными процессами теплопереноса.**

**Теплообмен может быть в разных средах: чистых веществах и смесях. При этом может изменяться их агрегатное состояние или нет. Теплообмен в этом случае протекает по-разному.**

**При испарении воды в воздушное пространство происходит не только теплообмен, но и перенос вещества (пар, частицы жидкости) молекулярным или конвективным путем.**

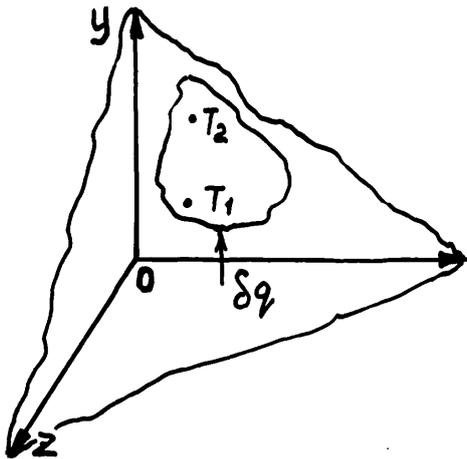
**Конвективный массообмен – это совместный процесс молекулярного и конвективного переноса массы. Процесс теплообмена в этом случае усложняется.**

**Сплошные среды, в которых рассматривают изучаемые процессы, бывают однородные и неоднородные.**

**В однородных средах физические свойства, температура и давление во всех точках одинаковы; в неоднородных – они различны. Различают сплошные среды изотропные и анизотропные. В изотропных – физические свойства не зависят от направления, в анизотропных – некоторые свойства могут быть функцией направления.**

**Сплошная среда может быть однофазной и многофазной. В однофазной среде свойства могут изменяться непрерывно (чистые вещества); в многофазных – скачкообразно.**

## **1.2. Температурное поле**



Возьмем однородное изотропное (с одинаковыми физическими свойствами во всех направлениях) тело и будем его нагревать. Температура тела в разных его точках будет изменяться во времени, а теплота распространяться от точки с более высокой температурой  $T_1$  к точке с менее высокой температурой  $T_2$ , а также во всех направлениях (x-y-z) (рис.1.1.).

Поэтому в общем случае передача теплоты теплопроводностью в твердом теле сопровождается изменением температуры как в пространстве (x-y-z), так и во времени ( $\tau$ ), т.е. температура является функцией направлений и времени:

рис. 1.1

$$T=f(x,y,z,\tau),$$

где x,y,z - координаты,

$\tau$  - время.

Эта функция определяет температурное поле в рассматриваемом теле. Т.о. температурное поле – это совокупность значений температур для всех точек пространства в данный момент времени.

Температурное поле бывает стационарное и нестационарное. В данном выражении температура зависит от координат и времени. Такое температурное поле называется нестационарным.

Если температура является функцией только координат, то такое поле называется стационарным трехмерным, т.е. не изменяющимся в течение времени, а только по направлениям x,y,z:

$$T=f(x, y, z),$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0.$$

Если температура является функцией одной координаты, то поле называется одномерным (стационарным или нестационарным):

$$T=f(x) \text{ –одномерное стационарное поле,}$$

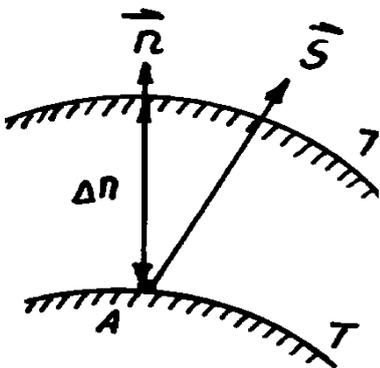
$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

$T=f(x, \tau)$  –одномерное нестационарное поле,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Если выберем в нагреваемом теле точки с одинаковыми температурами и соединим их, то получим поверхность одинаковых температур. Такая поверхность равных температур называется изотермической поверхностью. Изотермические поверхности не пересекаются.

### 1.3. Градиент температуры



Выберем две изотермические поверхности, находящиеся на расстоянии  $\Delta n$  друг от друга, с температурами  $T$  и  $\Delta T + T$  соответственно (рис. 1.2.). На изотермической поверхности с температурой  $T$  возьмем точку  $A$  и определим, в каком направлении будет наибольшая разность температур на единицу длины при ее перемещении в любом направлении.

По поверхности с температурой  $T$  температура равна  $const$ , т.е. она не меняется (изотермическая поверхность), а перемещаясь по направлению  $S$ , температура меняется.

Наибольшая разность температур по отношению к единице длины (расстоянию) будет в направлении нормали к изотермической поверхности с температурой  $T$ .

Предел отношения изменения температуры  $\Delta T$  к расстоянию между изотермами по нормали, при  $\Delta n$ , стремящемся к нулю, называется градиентом температуры. Его размерность [град/м]:

$$\underline{\underline{grad T = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} :}}$$

Градиент температуры – это вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры.

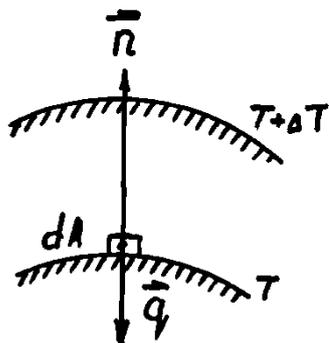
Проекции вектора  $\text{grad } T$  на координатные оси:

$$(\text{grad}T)_x = \frac{\partial T}{\partial x}; (\text{grad}T)_y = \frac{\partial T}{\partial y}; (\text{grad}T)_z = \frac{\partial T}{\partial z}.$$

## Теплопроводность

### 2.1. Закон Фурье

Теплота распространяется сама собой в любом теле или в пространстве только при условии наличия разности температур в различных точках. Это условие относится и к передаче теплоты теплопроводностью. При этом градиент температуры в разных точках тела не должен быть равен нулю.



Связь между количеством теплоты  $\delta Q$ , проходящем через площадку  $dA$  определяется уравнением Фурье.

Выделим на изотермической поверхности элементарную площадку  $dA$  (рис. 2.1.). Тогда, количество теплоты, проходящее через элементарную площадку  $dA$  за промежуток времени  $d\tau$  при градиенте температуры будет равно, Дж:

$$dQ_\tau = -\lambda dA d\tau \text{grad}T = -\lambda dA d\tau \frac{\partial T}{\partial n}. \quad (1)$$

рис. 2.1.

Эта зависимость называется законом Фурье или основным уравнением теплопроводности.

Знак минус показывает, что тепловой поток направлен в сторону уменьшения температуры, а градиент температуры является отрицательной величиной.

Отношение количества теплоты, проходящей через заданную поверхность к единице времени, называется тепловым потоком ( $\Phi$ ), Дж/с, Вт:

$$\Phi = \frac{dQ_\tau}{d\tau} = -\lambda dA \text{grad}T. \quad (2)$$

Отношение теплового потока  $\Phi$  к единице площади поверхности  $dA$  называется плотностью теплового потока  $q$ , Вт/м<sup>2</sup>:

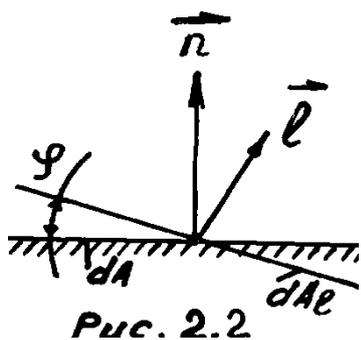
$$q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \text{grad}T. \quad (3)$$

Вектор плотности теплового потока  $\vec{q}$  направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону убывания температуры (см. рис. 2.1.).

Если элементарная площадка  $dA$  направлена под углом  $\varphi$  к плоскости касательной к изотермической поверхности (рис. 2.2.), то:

$$q_n = q \cos \varphi = -\lambda \cos \varphi \frac{\partial T}{\partial n},$$

самая большая плотность теплового потока направлена по нормали к изотермической поверхности.



Если тепловой поток  $q$  спроектировать на оси  $ox$ ,  $oy$  и  $oz$  то получим:

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y},$$

$$q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Эти тепловые потоки являются составляющими вектора плотности теплового потока  $q$ :

$$\vec{q} = i \cdot \vec{q}_x + j \cdot \vec{q}_y + k \cdot \vec{q}_z,$$

(4)

т.о. количество теплоты, проходящее через поверхность твердого тела, определится, если известно температурное поле внутри тела, что и является главной задачей теории теплопроводности.

## 2.2. Коэффициент теплопроводности

Величина  $\lambda$ , входящая в уравнение Фурье, называется коэффициентом теплопроводности. Эта величина является физическим параметром вещества, и характеризует его способность проводить теплоту.

Из уравнения (3) имеем:

$$\lambda = \frac{|q|}{|\text{grad}T|} = \frac{|q|}{|\partial T/\partial n|} \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)},$$

$$\text{или } \lambda = -\frac{q}{\partial T/\partial n}.$$

Числовые значения  $\lambda$  определяет количество теплоты, проходящей через единицу изотермической поверхности в единицу времени при градиенте температуры, равным единице.

Коэффициент теплопроводности зависит от давления, физических свойств вещества, температуры, влажности. Для большинства веществ определяется опытным путем, а для расчетов принимается по таблицам.

Зависимость  $\lambda=f(T)$  линейная для большинства веществ, а также может быть определена по приближенной формуле:

$$\lambda = \lambda_0[1 + b(T - T_0)],$$

где  $\lambda_0$  - значение при  $T_0$ ,

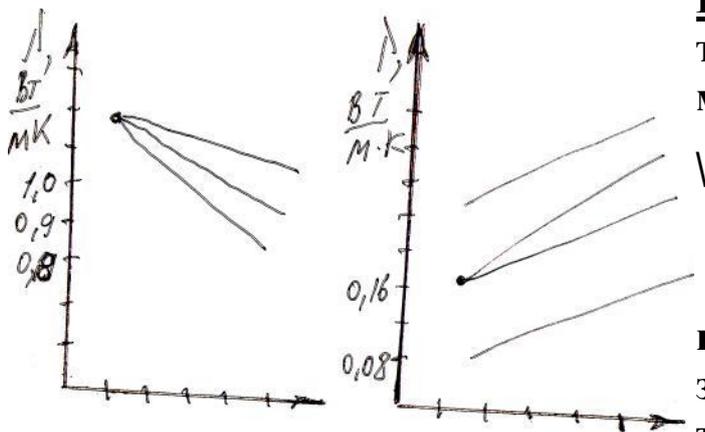
$b$  - постоянная величина, принимаемая из опытов.

Лучшими проводниками являются металлы, у которых  $\lambda$  изменяется в пределах 3...458 Вт/(м·К). Теплопроводность чистых металлов с ростом температуры убывает (за исключением Al).

Самым теплопроводным металлом является серебро ( $\lambda=458$

Вт/(м·К). В

теплоизоляционных материалах  $T, K$



теплопроводность возрастает по линейному закону при повышении температуры и изменяется в

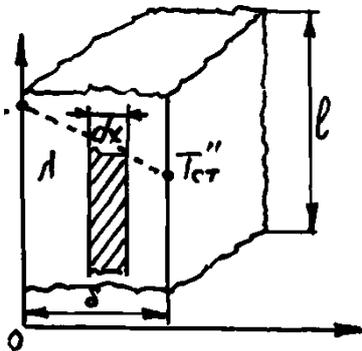
пределах 0,02...3,00 Вт/(м·К).

Малое значение  $\lambda$  объясняется наличием пор с воздухом в теплоизоляционных материалах, имеющих малую теплопроводность.

Рост  $\lambda$  объясняется тем, что при повышении температуры увеличивается теплообмен излучением между поверхностями твердого скелета пор через воздушные ячейки.

## Лекция 2

### Теплопроводность через однослойную плоскую стенку



Рассмотрим однослойную плоскую стенку, длина и ширина которой бесконечно велики по сравнению с толщиной  $\delta$  (рис.3.). Стенка имеет одинаковую толщину, причем температура  $T'_{ct}$  и  $T''_{ct}$  поддерживаются постоянными (т.е. они являются изотермическими). Температура меняется только перпендикулярно плоскости стенки. Это направление принимается за ось X. Коэффициент теплопроводности принимается постоянным, т.е.

рис. 3.  $\lambda = const$ . Режим стационарный, т.е.  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$  и,

следовательно,  $T = f(x, y, z)$ . Но, так как температура меняется только в направлении оси X, то:  $T = f(x)$  - температурное поле одномерное и стационарное.

Закон Фурье в этом случае запишется в виде:

$$\Phi = -\lambda A \left( \frac{dT}{dx} \right).$$

Разделив переменные будем иметь:

$$dT = - \left( \frac{\Phi}{\lambda A} \right) dx,$$

$$\text{или} \quad \int_{T'_{cm}}^{T''_{cm}} dT = - \int_0^{\delta} \frac{\Phi}{\lambda A} dx; \quad T'_{cm} - T''_{cm} = \frac{\Phi}{\lambda A} \delta,$$

$$\text{или } \Phi = \frac{\lambda A}{\delta} (T_{cm}' - T_{cm}''), \quad (5)$$

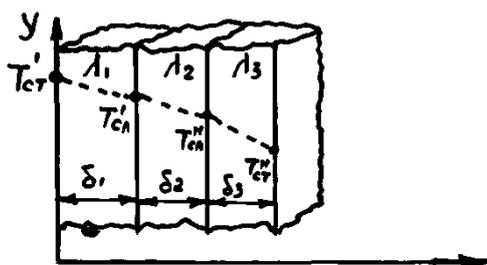
где  $\frac{\lambda}{\delta}$  - тепловая проводимость.

Т.о. тепловой поток, передаваемый теплопроводностью через плоскую стенку, прямо пропорционален коэффициенту теплопроводности  $\lambda$ , площади  $A$ , времени  $\tau$ , разности температур на наружных поверхностях стенки  $(T_{cm}' - T_{cm}'')$  и обратно пропорционален толщине стенки  $\delta$ .

Величина  $(T_{cm}' - T_{cm}'') = \Delta T$  называется температурным напором.

Полученное уравнение справедливо, когда  $\lambda$  является величиной постоянной. В действительности теплопроводность зависит от температуры, и закон изменения температур изображается штриховой (кривой) линией (см. рис. 3.).

### Теплопроводность через многослойную плоскую стенку



На практике встречаются случаи, когда имеется несколько слоев материала, с разным коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ .

Рассмотрим трехслойную стенку, в которой толщина отдельных слоев равна соответственно  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  (рис.4.), а их коэффициенты теплопроводности  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ . Температура наружных поверхностей  $T_{ct}'$  и  $T_{ct}''$ , а

темпера тура между слоями  $T_{cm}'$  и  $T_{cm}''$ .  $A$  – площадь

рис. 4. тура между слоями  $T_{cm}'$

поверхности стенок.

Используя уравнения (5), запишем значения теплового потока для каждого слоя:

$$\Phi = \frac{\lambda_1 A}{\delta_1} (T'_{cm} - T'_{cl}),$$

$$\Phi = \frac{\lambda_2 A}{\delta_2} (T'_{cl} - T''_{cl}),$$

$$\Phi = \frac{\lambda_3 A}{\delta_3} (T''_{cl} - T''_{cm}).$$

Решив эти уравнения относительно разности температур и сложив их, получим:

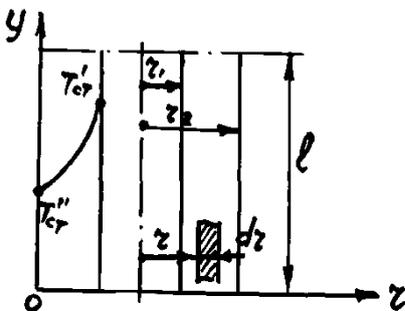
$$T'_{cm} - T''_{cm} = \frac{\Phi}{A} \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right),$$

тогда, тепловой поток, передаваемый теплопроводностью через многослойную плоскую стенку, будет равен:

$$\Phi = \frac{A(T'_{cm} - T''_{cm})}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} \quad \text{или} \quad \Phi = \frac{A(T'_{cm} - T''_{cm})}{R_1 + R_2 + R_3},$$

где  $R = \frac{\delta}{\lambda}$  - внутреннее термическое сопротивление.

Для любого числа слоев имеем:



$$\Phi = \frac{A(T'_{cm} - T''_{cm})}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}.$$

Величина  $\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}$  - называется полным внутренним термическим сопротивлением многослойной плоской стенки.

Температура меняется по линейному закону в каждом слое (см. рис.4).

### Теплопроводность через однослойную цилиндрическую стенку

В цилиндрической трубе изотермическими поверхностями будут цилиндрические поверхности. Температура меняется только в направлении радиуса. Тепловой поток будет радиальным. Будем считать, что

труба имеет бесконечную длину. Температурное поле принимаем одномерным, т.е.  $T=f(r)$ . Распределение температуры – равномерное. (рис.5.) Выделим участок трубы длиной  $l$ . рис. 5.

В этом участке на расстоянии  $r$  возьмем поверхность  $A$ . Ее величина:  $A=2\pi rl$ . Температура внутренней поверхности  $T_{cm}'$ , наружной поверхности  $T_{cm}''$ . Через поверхности проходит один и тот же тепловой поток  $\Phi$ .

На расстоянии  $r$  выделяем кольцевой слой, толщиной  $dr$ . Этот элементарный слой можно рассматривать как плоскую стенку. Тогда, по закону Фурье имеем:

$$\Phi = -\lambda A \left( \frac{dT}{dr} \right).$$

$$\text{Для кольцевого слоя: } \Phi = -\lambda 2\pi r l \left( \frac{dT}{dr} \right).$$

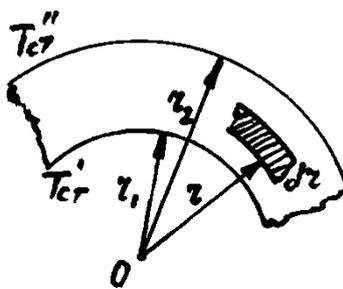
$$\text{Разделив переменные, будем иметь: } dT = -\frac{\Phi}{2\pi\lambda} \frac{dr}{r}.$$

$$\text{Тогда: } \int_{T_{cm}'}^{T_{cm}''} dT = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\Phi}{2\pi\lambda} \frac{dr}{r}; T_{cm}' - T_{cm}'' = \frac{\Phi}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

$$\text{Окончательно: } \Phi = \frac{T_{cm}' - T_{cm}''}{\ln \frac{r_2}{r_1}} 2\pi\lambda l.$$

Температура изменяется по логарифмическому закону.

### Теплопроводность через шаровую поверхность



Выберем шаровую поверхность радиуса  $r$ . (рис.6.). Будем считать, что температура изменяется только в направлении радиуса. Изотермическими поверхностями будут являться концентрические шаровые поверхности. Примем температуру внутренней поверхности равной  $T_{cm}'$ , наружной

$T_{cm}''$ ,  $\lambda$ - const, внутренний радиус  $r_1$ , наружной  $r_2$ .

рис. 6.

На расстоянии  $r$  выберем толщину шаровой поверхности  $dr$ . Тогда, тепловой поток, проходящий через слой  $r$  толщиной  $dr$  определится из уравнения Фурье:

$$\Phi = -\lambda A \left( \frac{dT}{dr} \right) = -\lambda 4\pi r^2 \left( \frac{dT}{dr} \right).$$

$$\text{Или: } dT = -\frac{\Phi}{4\pi\lambda r^2} dr.$$

$$\int_{T_{cm}'}^{T_{cm}''} dT = -\frac{\Phi}{4\pi\lambda} \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2}; T_{cm}'' - T_{cm}' = -\frac{\Phi}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right);$$

$$T_{cm}' - T_{cm}'' = \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \Phi = \frac{4\pi\lambda(T_{cm}' - T_{cm}'')}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}.$$

$$\frac{1}{r_1} > \frac{1}{r_2}, \text{ т.к. } r_1 < r_2.$$

Температура меняется по закону гиперболы.

### Теплопроводность тел произвольной формы

Из предыдущего известно, что для каждой правильной формы тела существует свое уравнение теплопроводности. В практике часто встречаются тела неправильной формы и для них уравнения будут иметь некоторые особенности. Тепловой поток, проходящий через стенки тел неправильной формы (овальная, кривая) определится из уравнения:

$$\Phi = \frac{\lambda}{\delta} A_{\text{ср}} (T'_{\text{ст}} - T''_{\text{ст}}), \quad \text{Вт,}$$

Где:  $A_{\text{ср}}$  – площадь поверхности, определяемая в зависимости от формы тела

Для плоской и цилиндрической стенок при  $\frac{A_{\text{внешн}}}{A_{\text{внутр}}} < 2$

$$A_{\text{ср}} = \frac{A_{\text{внешн}} + A_{\text{внутр}}}{2}$$

Для цилиндрической стенки при  $\frac{A_{\text{внешн}}}{A_{\text{внутр}}} > 2$

$$A_{\text{ср}} = \frac{A_{\text{внешн}} - A_{\text{внутр}}}{\ln \frac{A_{\text{внешн}}}{A_{\text{внутр}}}}$$

Для шаровой поверхности:

$$A_{\text{ср}} = \sqrt{A_{\text{внешн}} A_{\text{внутр}}}$$

Это формулы для приближенных вычислений. Расчет сложных объектов производится отдельно по элементам (тоже приближенно). Более точные решения получают при экспериментах.

Если температура различна в отдельных точках, то получают значения средней температуры:

$T_{\text{ср}} = \frac{A_1 T_1 + A_2 T_2 + \dots + A_n T_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$ , где:  $A_1, A_2, A_n$  – поверхности, имеющие температуры  $T_1, T_2, T_n$

Если коэффициент теплопроводности имеет различные значения по сечению, например, плоской стенки, то принимается зависимость  $\lambda = \lambda_0 [1 + b(T - T_0)]$ .

$$T_{\text{ср}} = \frac{T'_{\text{ст}} + T''_{\text{ст}}}{2} \quad \Phi = \frac{\lambda}{\delta} A_{\text{ср}} (T'_{\text{ст}} - T''_{\text{ст}})$$

$$T''_{\text{ст}} = \frac{\lambda_0 (1 + b(T - T_0)) A_{\text{ср}} (T'_{\text{ст}} - T''_{\text{ст}})}{2\delta}, \quad [B_T]$$

Плотность теплового потока:

$$q = \frac{\Phi}{A} = \frac{\lambda}{\delta} \left[ 1 + b \left( \frac{T'_{\text{ст}} + T''_{\text{ст}}}{2} \right) \right] (T'_{\text{ст}} - T''_{\text{ст}}), \quad \left[ \frac{B_T}{M^2} \right]$$

### Условия однозначности для процессов теплопроводности

Дифференциальное уравнение  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T$  выведено на основе общих законов физики и для его решения, то есть нахождения конкретных значений температур, например, на поверхности необходимо знать условия однозначности, так как в общем виде решение этого уравнения имеет бесчисленное множество.

Условия однозначности включают в себя:

- Геометрические, характеризующие форму и размеры тела, то есть ими задается форма и размеры тела.

- Физические условия, характеризующие физические свойства среды, то есть задаются физические параметры тела ( $\lambda, c, \rho, \gamma, \mu$  и т.д.) и может быть задан закон распределения внутренних источников тепла.
- Начальные условия, характеризующие поведение тела в начальный период времени. Задаются в виде закона распределения температуры внутри тела в начальный момент времени:

При  $\tau=0 \rightarrow T = (x, y, z)$ , при равномерном распределении при  $\tau=0 \rightarrow T=T_0=\text{const}$

- Граничные условия характеризуют взаимодействие тела с окружающей средой. Они задаются несколькими способами:

**А. граничные условия первого рода** – задается распределение температур на поверхности тела для каждого момента времени:  $T_c = f(x, y, z, \tau)$ .  $T_c$  – температура на поверхности тела. В простейшем случае, если температура на поверхности тела постоянна, то  $T_c = \text{const}$

**В. граничные условия второго рода** – задаются значения плотности теплового потока для каждой точки в любой момент времени:  $q_{\text{п}} = f(x, y, z, \tau)$ .  $q_{\text{п}}$  – плотность теплового потока на поверхности тела. В простейшем случае  $q_{\text{п}} = \text{const}$ .

**С. граничные условия третьего рода** – задается температура окружающей среды  $T_{\text{ж}}$  и закон теплообмена между окружающей средой и телом. Таким образом они характеризуют закон теплообмена между телом и окружающей средой. Для описания этого закона используется уравнение Ньютона-Рихмана:  $q = \alpha(T_c - T_{\text{ж}})$  или  $q = \alpha\Delta T$ , где:  $\Delta T$  – температурный напор.

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи характеризующий интенсивность теплоотдачи между телом и окружающей средой  $[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}]$ . Численно равен количеству теплоты, отдаваемой единицей поверхности в единицу времени при разности температуры в 1 градус.

Согласно закону сохранения энергии – количество теплоты, отдаваемое телом равно количеству теплоты, поглощаемому им. Тогда:  $\alpha(T_c - T_{\text{ж}}) = -\lambda(\frac{\partial T}{\partial n})_c$ . Индекс (С) означает, что температура и градиент относятся к поверхности тела.  
Окончательно

$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda}(T_c - T_{ж})$  - Это частное выражение закона сохранения

энергии для поверхности тела. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  зависит от большого числа факторов и в большинстве случаев определяется экспериментально. Он описывает интенсивность теплообмена между окружающей средой и телом.

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta T} \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_c, \quad \left[\frac{Вт}{М^2 К}\right]$$

$$\alpha = f(w, \lambda, \mu, \rho, c, x, T_{ж}, T_{ст}, \Delta T, \Phi, l_1 \dots l_n)$$

При решении более сложных задач приходится задавать граничные условия в виде сопряженных, т.е. рассматривать их по обе стороны границы раздела:

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_Г = \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_Г + q_v(x_Г, y_Г, z_Г, \tau)$$

$$T_1(x_Г, y_Г, z_Г, \tau) = T_2(x_Г, y_Г, z_Г, \tau)$$

При отсутствии внутренних источников теплоты:

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_Г = \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_Г$$

$$T_1(x_Г, y_Г, z_Г, \tau) = T_2(x_Г, y_Г, z_Г, \tau)$$

Таким образом находят температурные поля с обеих сторон границы.

### Лекция 3

#### Основные положения о нестационарном режиме

При условии нестационарного режима выражение  $\frac{\partial T}{\partial \tau} \neq 0$ , то есть при изменении времени температура меняется от своего первоначального состояния до конечного, определяемого, как правило, температурой окружающей среды  $T_{ж}$ . При нестационарном

режиме основное уравнение теплопроводности запишется в виде:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T$ , (1)

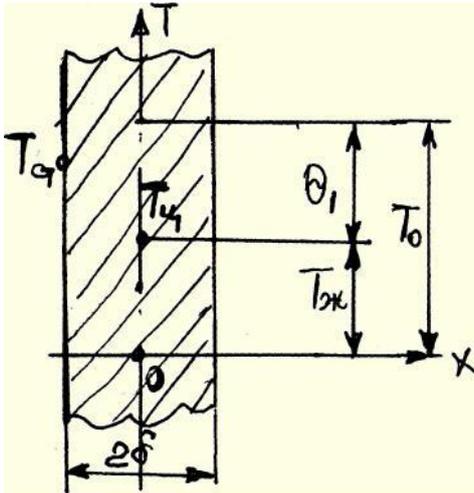
где:  $a$  – коэффициент температуропроводности, равный  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ ,  $\left[\frac{М^2}{с}\right]$

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\left[\frac{Вт}{МК}\right]$

$\rho$  – плотность вещества,  $\left[\frac{кг}{М^3}\right]$

$c$  – теплоемкость массовая,  $\left[\frac{КДж}{кг К}\right]$

Граничные условия для решения уравнения (1) запишутся в виде :



$$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{\text{ст}} = -\frac{\alpha}{\lambda}(T_{\text{ст}} - T_{\text{ж}}), \quad (2)$$

Где:  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}]$ .

С учетом уравнений (1) и (2) температура определится как функция многих переменных и постоянных величин:  $T =$

$$f(a, \lambda, \alpha, \tau, x, y, z, T_0, T_{\text{ж}}, l_0 \dots l_n), \quad (3)$$

Т.е. температура зависит от многих факторов и её нахождение представляет собой трудную задачу.

Поэтому для решения уравнений (1) и (2) все переменные можно сгруппировать в три безразмерных параметра:

$$B_i = \frac{\alpha l}{\lambda_{\text{ст}}} - \text{критерий Био}, \quad F_0 = \frac{\alpha \tau}{l^2} - \text{критерий Фурье}, \quad \frac{x}{l} - \text{безразмерная координата.}$$

Тогда исходная функция в виде безразмерной температуры определится:

$$\frac{\theta}{\theta_1} = F(B_i, F_0, \frac{x}{l}),$$

Где:  $\theta = T_{\tau} - T_{\text{ж}}$  – избыточная текущая температура

$$\theta_1 = T_0 - T_{\text{ж}} - \text{избыточная начальная температура}$$

$T_{\tau}$  – температура тела текущая,  $T_0$  – температура тела начальная,  $T_{\text{ж}}$  –

температура окружающей среды.

### Теплопроводность через однородную пластину при нестационарном режиме

Выберем однородную плоскую пластину толщиной  $2\delta$  с размерами по осям OX и OT бесконечно большими. Пластина омывается с обеих сторон жидкостью с температурой  $T_{\text{ж}}$ .

В начальный момент времени ( $\tau=0$ ) пластина имеет температуру  $T_0$ . Тогда, избыточная начальная температура  $\theta_1 = T_0 - T_{\text{ж}}$  будет постоянной для всех точек тела.

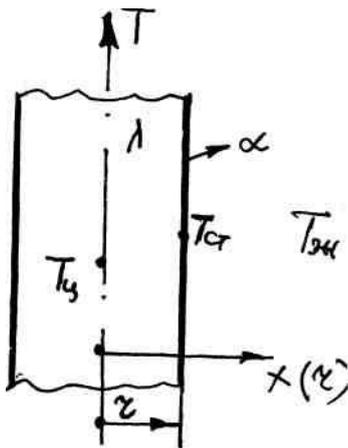
Примем:  $\lambda, \alpha, \rho = \text{const}$ . При таких условиях уравнение теплопроводности будет

иметь вид:  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ . Начальные условия:  $\tau = 0, \quad \theta = \theta_1$

Граничные условия:  $x = \pm \delta;$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{x=\pm \delta} = \pm \frac{\alpha \theta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}}, \quad \text{где: } \theta_{\text{ст}} - \text{избыточная температура на стенке.}$$

Необходимо найти: температуру в центре  $T_{ц}$ , температуру на стенке  $T_{ст}$ , количество



теплоты  $Q_0$ , выделившееся за время  $\tau$ .

Температура на стенке и в средней части определится из соотношения:

$$\frac{\theta_{ст}}{\theta_1} = \frac{T_{ст} - T_{ж}}{T_0 - T_{ж}} = f(B_i; F_0); \quad (3) \quad \frac{\theta_{ц}}{\theta_1} = \frac{T_{ц} - T_{ж}}{T_0 - T_{ж}} = f_1(B_i; F_0)$$

; (4)

Количество теплоты, отдаваемое пластиной в окружающую среду за время  $d\tau$  должно равняться изменению её внутренней энергии. Начальное количество теплоты, равное начальной

внутренней энергии отсчитывается от значения внутренней энергии при температуре среды, окружающей стенку:

$$Q_0 = 2Ac\rho\delta(T_0 - T_{ж}) = 2Ac\rho\delta\theta_1$$

Количество теплоты, выделяющееся при охлаждении пластины за время  $\tau$ :

$$\frac{Q_{\tau}}{Q_0} = f_2(B_i; F_0), \quad Q_{\tau} = 2Ac\rho\delta(T_0 - T_{ср.ст.}); \quad (5);$$

где:  $T_{ср.ст.}$  — средняя температура стенки по истечении времени  $\tau$ .

Зависимости 3,4,5 задаются в виде графиков. Сначала вычисляют значения  $B_i$  и  $F_0$ , а

затем зависимости  $\frac{\theta_{ст}}{\theta_1}$ ,  $\frac{\theta_{ц}}{\theta_1}$ ,  $\frac{Q_{\tau}}{Q_0}$  и по начальной энтальпии определяют  $T_{ст}$ ,  $T_{ц}$  и  $Q_{\tau}$ .

### Цилиндр бесконечной длины

Рассмотрим круглый цилиндр бесконечной длины радиусом  $R$ . Примем:  $\alpha = \text{const}$ ,

$\lambda = \text{const}$ .  $C$  и  $\rho$  не зависят от температуры. Необходимо найти:  $T_{ст}$ ,  $T_{ц}$ ,  $Q_{\tau}$ . Для данного

случая дифференциальное уравнение  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T$  будет иметь вид:

$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$ . Задача решается аналогично предыдущей, поэтому:  $\frac{\theta_{ст}}{\theta_1} =$

$$f(B_i; F_0) \quad \frac{\theta_{ц}}{\theta_1} = f_1(B_i; F_0) \quad \frac{Q_{\tau}}{Q_0} = f_2(B_i; F_0).$$

Значения критериев для цилиндра определяются из соотношений:

$$B_i = \frac{\alpha r}{\lambda_{ст}}, \quad F_0 = \frac{\alpha \tau}{r^2}. \text{ Значения } \frac{\theta_{ст}}{\theta_1}, \quad \frac{\theta_{ц}}{\theta_1} \quad \text{и} \quad \frac{Q_{\tau}}{Q_0} \text{ определяются по графикам, а}$$

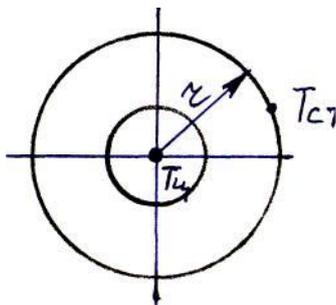
затем находят  $T_{ст}$ ,  $T_{ц}$  и  $Q_{\tau}$ . Внутреннюю энергию определяют, отсчитывая её от температуры среды, как от нуля, по формуле:  $Q_0 = \pi r^2 l \rho c \theta_1$ .

### Охлаждение шара при нестационарном режиме

Шаровая поверхность полая внутри имеет радиус  $r$ , масса его равномерно прогрета. Известны:  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $c_p$ ,  $\rho$ . Необходимо найти  $T_{ст}$  - температуру поверхности,  $T_{ц}$  - температуру в центре и количество теплоты, теряемой в окружающую среду  $Q_{\tau}$ . Дифференциальное уравнение теплопроводности будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$$

Задача аналогична предыдущим, т.е. надо найти зависимости:



$$\frac{\theta_{ст}}{\theta_1} = f(B_i; F_0) \quad (1); \quad \frac{\theta_{ц}}{\theta_1} = f_1(B_i; F_0) \quad (2); \quad \frac{Q_{\tau}}{Q_0} = f_2(B_i; F_0) \quad (3).$$

Для шара имеем:  $B_i = \frac{\alpha r}{\lambda_{ст}}, \quad F_0 = \frac{\alpha \tau}{r^2}$

Зависимости 1,2,3 определяются по графикам, а затем находят  $T_{ст}$ ,  $T_{ц}$  и  $Q_{\tau}$ .

Начальная внутренняя энергия отсчитывается от её значения при температуре окружающей среды, считая её нулевой.

$$Q_0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho c_p (T_0 - T_{ж}).$$

### Регулярный режим теплопроводности

Рассматривая уравнение  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T$  и граничные условия

$$\left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} = -\frac{\alpha}{\lambda} (T_{ст} - T_{ж})$$

$(T)_{\tau=0} = f(x, y, z)$ , можно отметить, что температура тела в любой

точке изменяется по экспоненте:  $\theta_1 = \sum_{i=1}^{i=n} A_i U_i e^{-m_i \tau}; \quad (1)$

где:  $\theta_1 = T_0 - T_{ж}$

$A_i$  – постоянные, зависящие от формы тела и начального распределения температуры

$U_i$  – функция координат, характеризующая изменения температур в пространстве

$m_i$  – постоянные, представляющие ряд положительных чисел ( темп регулярного режима)

Анализ уравнения (1) показывает, что в начальный момент времени и при его малом значении охлаждение зависит от начальных условий охлаждения и имеет случайный характер, не связанный с условиями охлаждения. Период охлаждения зависит от начальных составляющих уравнения (1) и называется первым периодом охлаждения или неупорядоченным процессом. При увеличении времени начальные условия играют второстепенную роль и теплоотдача определяется условиями охлаждения, физическими и геометрическими параметрами. Это определяет второй период. Он называется регулярным режимом и определяется первым составляющим уравнения (1), т.е. :

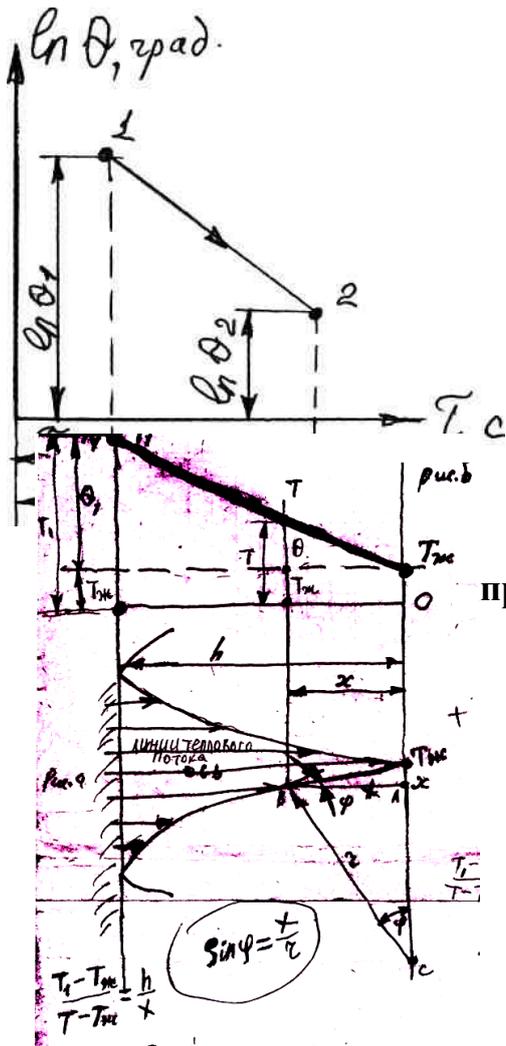
$$\theta = A_1 U_1 e^{-m_1 \tau} ; (2)$$

Логарифмируя уравнение (2), получим :  $\ln \theta = \ln(A_1 U_1) - m_1 \tau = -m_1 \tau + C(x, y, z)$

$\ln \theta = -m_1 \tau + C(x, y, z). (3).$  Т.е  $\ln \theta$  изменяется по линейному закону.

После дифференцирования уравнения (3), получим:

$$m = -\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} ; \left[ \frac{1}{c} \right] \text{ - темп регулярного охлаждения, зависящие}$$



Т.е. скорость изменения температуры в единицу времени в любой точке тела не зависит от координат и времени. Величина  $m$  называется темпом регулярного режима охлаждения.

( Определяется из опытов )

Процесс охлаждения можно представить в виде кривой  $\Theta=f(\tau)$ . Величина  $m$  определится как тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс:

$$m = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1}$$

## Лекция 4

### Теплопроводность прямого ребра переменного сечения

В некоторых задачах возникают вопросы получения максимального теплообмена при минимальной массе теплообменника ( например, для летательных аппаратов). При этом надо получить оптимальную форму ребра,

имеющего минимальную массу при заданном тепловом потоке.

**Рассмотрим ребро с минимальной массой**

В этом случае необходимо, чтобы каждая часть ребра использовалась бы с одинаковым эффектом, т.е. плотность теплового потока  $q$  должна оставаться постоянной по всему поперечному сечению ребра. Иными словами: линии теплового потока должны быть параллельными оси ребра (рис. а). При этих условиях температура вдоль линии теплового потока будет изменяться вдоль оси ребра по линейному закону (рис. б). При заданной температуре у основания ребра  $T_1$  и при температуре вершины ребра, близкой к температуре окружающей среды  $T_{ж}$  при одномерной задаче, можно записать:

$$h(T - T_{жс}) = x(T_1 - T_{жс}) \quad \text{или: } T - T_{жс} = \frac{x}{h}(T_1 - T_{жс})$$

Где:  $x$  – расстояние по оси ребра от его вершины до выбранного сечения

$h$  – полная высота ребра

Рассмотрим элемент поверхности ребра на расстоянии  $x$ . Пусть этот участок поверхности образует угол  $\varphi$  с осью ребра. Так как плотность теплового потока вдоль оси равна  $q$ , то через рассматриваемый элемент поверхности ребра она будет равна  $q \sin \varphi = \alpha (T - T_{жс})$

или

$$q(\sin \varphi) = \alpha \frac{x}{h}(T_1 - T_{жс}). \text{ Обозначим: } (T_1 - T_{жс}) = \theta_1.$$

Следовательно, угол  $\varphi$  является только функцией  $x$ :

$$\sin \varphi = \frac{\alpha x \theta_1}{qh} \quad (\text{принято: } \alpha = \text{const}, q = \text{const}, \theta_1 = \text{const}, h = \text{const}).$$

Таким образом, контур ребра представляет собой дугу окружности

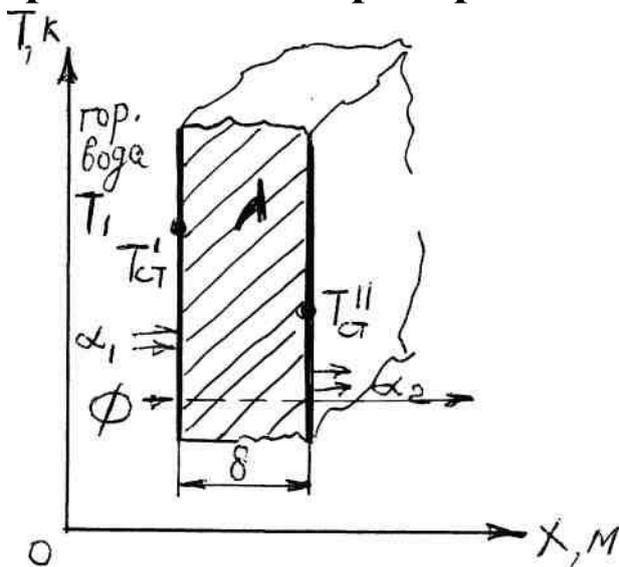
с радиусом  $r$ , т.к.  $\sin \varphi = \frac{x}{r}$ , то  $\frac{x}{r} = \frac{\alpha x \theta_1}{qh}$  и  $r = \frac{qh}{\alpha \theta_1}$

Такой профиль, образованный дугами окружностей радиусом  $r$  будет иметь минимальную массу. Однако такое ребро и ребро треугольной формы отличаются мало по массе, а треугольное изготовить проще, поэтому на практике применяют чаще ребра треугольной формы.

### Теплопередача при стационарном режиме и граничных условиях третьего рода

*Теплопередача через плоскую однослойную и многослойную стенки*

Передача теплоты от одной подвижной среды к другой подвижной среде через одно или многослойную стенку называется теплопередачей. Например, передача теплоты от горячей воды к воздуху помещения через стенку нагревательных приборов центрального отопления.



Здесь стенка служит проводником теплоты и изготавливается из материала с высокой теплопроводностью.

При теплопередаче теплота передается всеми способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением.

Рассмотрим однородную

стенку, через которую осуществляется теплопередача, считая, что температурное поле стационарное. Процесс передачи теплоты будет состоять из трех этапов:

1. Передача теплоты конвекцией от горячего теплоносителя к стенке. Конвекция сопровождается теплопроводностью и частично лучеиспусканием.

**2.Перенос теплоты теплопроводностью через стенку. В пористых телах теплопроводность связана с конвекцией и излучением в порах.**

**3.Перенос теплоты конвекцией от внешней стенки к холодному теплоносителю. Здесь конвекция также сопровождается теплопроводностью и излучением.( см.рис.).**

**По уравнению Ньютона-Рихмана, тепловой поток, переданный горячим теплоносителем стенке при конвективном теплообмене определится:**

$$\Phi = \alpha_1 A (T_1 - T'_{cm}) \quad (1)$$

**Где:  $\alpha_1$  –коэффициент теплоотдачи от горячего теплоносителя с постоянной температурой  $T_1$  к поверхности стенки ,  $[\frac{B_m}{M^2K}]$**

**A- расчетная площадь поверхности плоской стенки,  $[M^2]$**

**Тепловой поток, переданный теплопроводностью плоской стенке определится из уравнения Фурье:**

$$\Phi = \frac{\lambda}{\delta} A (T'_{cm} - T''_{cm}) \quad (2)$$

**Тепловой поток, переданный от второй поверхности холодному теплоносителю:  $\Phi = \alpha_2 A (T''_{cm} - T_2)$  (3)**

**Где:  $\alpha_2$  –коэффициент теплоотдачи от второй поверхности стенки ко второму теплоносителю с постоянной температурой  $T_2$ .**

**В формулах 1-3 величина  $\Phi$  одинакова - сколько теплоты воспринимает стенка при стационарном режиме, столько же она и отдает. Решим каждое уравнение относительно температурного напора , а затем сложим их:**

**$T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{A} \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)$ , тогда , тепловой поток определится по формуле :**

$$\Phi = A \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad \text{или: плотность теплового потока:}$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad \text{Обозначим выражение}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = K \quad \text{- коэффициент теплопередачи} \left[ \frac{B_m}{M^2 K} \right], \quad \text{тогда: } \Phi = AK(T_1 - T_2)$$

$$q = K(T_1 - T_2); \quad (4)$$

Выражение (4) называется уравнением теплопередачи. Коэффициент теплопередачи K определяет количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки от горячего к холодному теплоносителю при разности  $\Delta T = 1$  град.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется общим термическим сопротивлением:

$$R = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}; \quad \left[ \frac{M^2 K}{B_T} \right]$$

Величины  $\frac{1}{\alpha_1}$  и  $\frac{1}{\alpha_2}$  называются внешними термическими сопротивлениями.

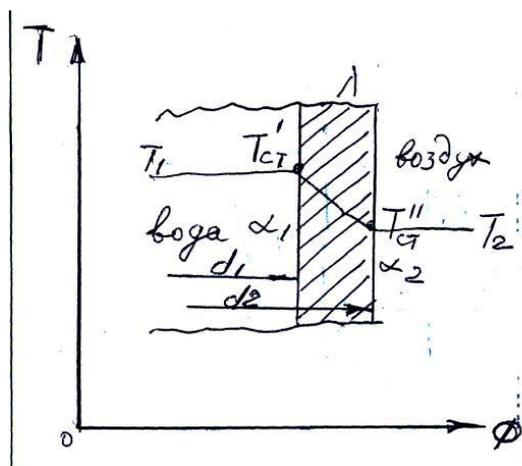
$\frac{\delta}{\lambda}$  - внутреннее термическое сопротивление.

Если стенка многослойная, то в знаменателе надо поставить сумму термических сопротивлений всех слоев:

$$\Phi = A \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad \text{- плотность теплового потока}$$

Коэффициент теплопередачи через многослойную плоскую стенку:



$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Термическое сопротивление многослойной плоской стенки:

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}$$

Температуры на поверхности плоской стенки:

$$T'_{CT} = T_1 - \frac{\Phi}{A\alpha_1}$$

$$T''_{CT} = T_2 + \frac{\Phi}{A\alpha_2}$$

Коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  являются сложными величинами и в общей случае равны:  $\alpha_1 = \alpha_{1 \text{ конв}} + \alpha_{1 \text{ излуч}}$ ;  $\alpha_2 = \alpha_{2 \text{ конв}} + \alpha_{2 \text{ излуч}}$

### Теплопередача через одно и многослойную цилиндрические стенки

Возьмем однородную цилиндрическую стенку, через которую переносится теплота при стационарном режиме от горячего теплоносителя с температурой  $T_1(\text{const})$  с  $\alpha_1$  к холодному теплоносителю с постоянной температурой  $T_2$  и коэффициентом  $\alpha_2$ .

Запишем три уравнения для теплового потока:

$$\Phi = \alpha_1 \pi d_1 l (T_1 - T'_{CT}) - \text{уравнение Ньютона-Рихмана}$$

$$\Phi = \frac{\pi l (T'_{CT} - T''_{CT})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (\text{из уравнения Фурье}), \text{ где: } l - \text{длина}$$

образующей

$$\Phi = \alpha_2 \pi d_2 l (T''_{CT} - T_2) - \text{уравнение Ньютона-Рихмана}$$

Решая эти уравнения относительно  $\Delta T$  и складывая, получим:

$$\Phi = \frac{\pi l (T_1 - T_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

В этом уравнении примем :  $K_u = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$

Эта величина называется *линейным коэффициентом теплопередачи*  $\left[ \frac{B_m}{MK} \right]$ .

Тогда, тепловой поток будет равен :

$$\Phi = K_u \pi l (T_1 - T_2)$$

Плотность теплового потока  $q = \frac{\Phi}{l} = K_u \pi (T_1 - T_2)$

Линейный коэффициент теплопередачи численно равен количеству теплоты, проходящей через 1 м трубы в единицу времени от горячего теплоносителя к холодному при разности температур между ними 1<sup>0</sup>С.

Для многослойной цилиндрической стенки :

$$\Phi = \frac{\pi l (T_1 - T_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

Общее линейное термическое сопротивление:

$$R_u = \frac{1}{K_u} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}$$

$\frac{1}{\alpha_1 d_1}$  и  $\frac{1}{\alpha_2 d_2}$  - внешние термические сопротивления

$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}$  - внутреннее термическое сопротивление

многослойной цилиндрической стенки.

## Лекция 5

### Конвективный теплообмен

#### Основные свойства теплоносителей

**Конвективный теплообмен (конвекция) имеет место только в газах и жидкостях. При этом перенос теплоты осуществляется перемешиванием всего объема среды. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью. Совместная передача теплоты конвекцией и теплопроводностью называется конвективным теплообменом, что в дальнейшем и будет пониматься под термином конвекция.**

**Различают конвекцию вынужденную и свободную. При вынужденной конвекции движение среды создается искусственно. При конвекции передача теплоты сопровождается переносом массы вещества.**

**Если через единицу поверхности нормально к ней проходит масса жидкости ( $\rho\vec{\omega}$ ), то вместе с ней переносится плотность теплового потока:**

$$\vec{q}_{\text{конв.}} = \rho\vec{\omega}h,$$

где  $\vec{\omega}$  - вектор скорости,

$\rho$  - плотность,

$h$  – энтальпия.

**Т.к. конвекция сопровождается теплопроводностью, то она может быть описана в общем случае уравнением:**

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{Т.пров.}} + \vec{q}_{\text{конв.}} = -a\nabla^2 T + \rho\vec{\omega}h,$$

где  $\vec{q}_{\text{Т.пров.}}$ ,  $\vec{q}_{\text{конв.}}$  - описывают перенос теплоты

теплопроводностью и конвекцией, соответственно,

$a$  - коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;

$\nabla^2 T$  - оператор Лапласа.

Перемещение среды может быть ламинарное и турбулентное. При ламинарном движении все частицы среды движутся параллельными траекториями, и их движение совпадает с движением всего потока.

Турбулентное движение сопровождается перемешиванием всех слоев жидкости или газа. Поток представляет собой беспорядочно движущуюся массу. **Характер движения жидкости определяется числом Рейнольдса  $Re$ :**

$Re = \frac{\omega d}{\nu}$  - величина безразмерная,

где  $\omega$  - средняя скорость жидкости, м/с;

$d$  - диаметр трубы, или линейный размер, м;

$\nu$  - вязкость кинематическая, м<sup>2</sup>/с;

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

где  $\mu$  - вязкость динамическая, кг/ (м·с);

$\rho$  - плотность среды, кг/м<sup>3</sup>.

До значений  $Re$ , равным 2000 поток в трубе остается ламинарным, при больших значениях числа  $Re$  поток постепенно переходит в турбулентный.

Однако, ламинарный поток можно наблюдать и при  $Re > 2000$ , соблюдая меры предосторожности.

При  $Re \geq 2000 \dots 10000$  – переходный режим.

При  $Re > 10000$  – устойчивый турбулентный режим.

В зависимости от применяемого теплоносителя, процесс теплопередачи протекает по-разному. На теплообмен оказывают влияние такие параметры, как коэффициент теплопроводности  $\lambda$ , удельная теплоемкость  $c$ , плотность  $\rho$ , температуропроводность  $a$ , вязкость динамическая  $\mu$ .

Так как реальные жидкости и газы обладают вязкостью, то между их слоями всегда возникает сила внутреннего трения.

Сила трения, отнесенная к единице поверхности пропорциональна градиенту скорости по нормали к направлению движения потока, Н/м<sup>2</sup>:

$$S = \mu \left( \frac{d\omega}{dn} \right) :$$

Чем больше  $\mu$ , тем меньше текучесть жидкости. Вязкость жидкостей при увеличении температуры уменьшается, а у газов – увеличивается.

### Пограничный слой

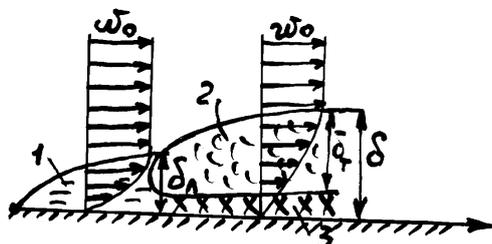


Пусть вдоль трубы течет жидкость в направлении оси X. Вследствие влияния сил трения у поверхности тела скорость течения

будет быстро падать до нуля (рис). Слой жидкости, в котором скорость меняется от значения скорости в невозмущенном потоке вдали от стенки до нуля на стенке, называется динамическим пограничным слоем. Толщина этого слоя  $\delta$  возрастает вдоль по потоку. При увеличении скорости потока  $\omega$  динамический пограничный слой уменьшается, так как он будет смываться или увлекаться по направлению движения потока. Чем больше вязкость жидкости, тем больше динамический пограничный слой.

**Характер течения пограничного динамического слоя**

**может быть как ламинарным, так и турбулентным и определяется числом Рейнольдса  $Re$ .** Если характер течения в пограничном динамическом слое турбулентный,



то в самой непосредственной близости к стенке имеется тонкий ламинарный слой.

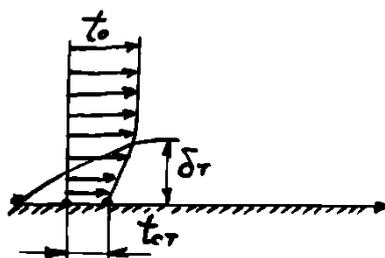
Этот слой называется вязким (ламинарным) подслоем (рис.).

Таким образом, структура потока будет следующей.

Поток распространяется вдоль оси  $X$  и имеет слои:

- 1 - ламинарный, толщиной  $\delta_l$ ;
- 2 – турбулентный, толщиной  $\delta_r$ ;
- 3 – ламинарный подслой.

Если температура стенки и жидкости неодинаковы, то вблизи стенки образуется тепловой пограничный слой,  $\delta_m$ , в котором происходит изменение температуры жидкости. Вне теплового пограничного слоя температура жидкости постоянна и равна  $t_0$  (рис. ).



Толщина теплового и динамического слоев могут совпадать и не совпадать.

Соотношение толщин этих слоев определяется числом Прандтля  $Pr$ :

$$Pr = \frac{\nu}{a},$$

где  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  - коэффициент температуро-

рис. проводности,  $m^2/c$ .

$Pr > 1$  - толщина динамического слоя больше теплового (например, масло с низкой теплопроводностью),

$Pr = 1$  - толщины слоев приблизительно равны (характерно для газов),

$Pr < 1$  - тепловой слой больше динамического и проникает в область невозмущенного потока (характерно для теплоносителей с малой вязкостью и большой теплопроводностью).

## Уравнения конвективного теплообмена (Ньютона-Рихмана)

Механизм теплоотдачи при конвективном теплообмене определяется характером течения жидкости. Из закона Фурье известно, что тепловой поток, прошедший через поверхность  $dA$  определяется уравнением:

$$\phi = -\lambda dA \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right).$$

То же самое значение теплового потока может быть выражено уравнением Ньютона-Рихмана:

$$\phi = \alpha dA (T_{жс} - T_{ст}) = \alpha dA \Delta T,$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи от горячего теплоносителя к стенке, Вт/(м<sup>2</sup>·К),

$T_{жс}, T_{ст}$  - температура горячего теплоносителя и поверхности стенки.

Приравняв оба уравнения, получим:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) = \alpha \Delta T \quad \text{или} \quad \alpha = -\frac{\lambda}{\Delta T} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right).$$

**Получили дифференциальное уравнение теплообмена, выражающего условие** теплообмена на границе твердого тела и жидкости ( $n=0$ ).

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  характеризует интенсивность теплообмена между жидкостью и поверхностью канала.

В общем случае  $\alpha$  является функцией многих переменных:

$$\alpha = f(\omega, \lambda, \rho, \chi, T_{жс}, T_{ст}, \Phi, l_1 \dots l_n),$$

где  $\chi$  - характер движения жидкости,

$\Phi$  - форма стенки,

$l_1$  - размеры поверхности.

Таким образом, дать общую формулу для определения коэффициента теплоотдачи невозможно и обычно  $\alpha$  определяют опытным путем. При этом широко используют критериальные уравнения, получаемые на основе теории подобия.

### Основы теории подобия

Физические явления изучают двумя способами:

1. Экспериментальным,
2. С помощью математических зависимостей проводят теоретическое исследование.

В первом методе изучают экспериментально конкретное свойство единичного явления. Его достоинство – достоверность получаемых результатов. Основной недостаток – результаты данного конкретного эксперимента не могут быть использованы применительно к другим явлениям, отличными некоторыми деталями от изучаемого. Т.о. не представляется возможным перейти от частного к общему.

При исследовании по второму методу получаем дифференциальные уравнения, описывающие целый класс явлений. Да и сами дифференциальные уравнения являются широким обобщением опытных данных. Так, для уравнения теплопроводности Фурье:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T$  можно получить множество решений, удовлетворяющих этому уравнению. Чтобы выделить одно частное решение, которое характеризовало бы все особенности данного явления, необходимы дополнительные условия, называемые условиями однозначности, содержащими особенности данного конкретного явления.

Условия однозначности состоят из:

геометрических условий (описывают форму, размер),

**физических условий (учитывают физические свойства тел),  
граничных условий (условия протекания процессов на границе тел),  
временных условий (протекание процессов в начальный момент времени).**

**Т.о. для перехода от общего к частному необходимо решить дифференциальное уравнение и четыре условия однозначности, что представляет сложную задачу. В частности, для описания конвективного теплообмена (определения  $\alpha$ ) решения найти практически невозможно.**

**Поэтому, каждый из этих способов не может быть эффективно использован в решении практических задач.**

**Однако, если положительные стороны каждого из способов объединить в одно целое, то получим универсальный аппарат для изучения различных явлений. Такое объединение возможно с помощью теории подобия.**

**С ее помощью из дифференциальных уравнений и условий однозначности делают ряд выводов, не прибегая к интегрированию, что дает базу для постановки эксперимента и обработке экспериментальных данных.**

#### **4.1. Числа подобия**

**Рассмотрим применение теории подобия на примере вывода критерия Нуссельта. Принцип теории состоит в следующем.**

**Возьмем несколько прямоугольников, (понятие “прямоугольник” объединяет целый класс плоских фигур). Для определения конкретной фигуры**

зададимся условиями однозначности. Ими будут стороны  $l_1$  и  $l_2$ , (рис. 4.1.).

Фигуры или две системы подобными будут в том случае, если их стороны пропорциональны и равны константе подобия  $C_l$  :



рис. 4.1.

В этом случае каждой точке одной фигуры соответствует сходственная точка другой фигуры. Такое преобразование называется подобным.

Возьмем дифференциальное уравнение теплообмена:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta T} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)$$

и запишем его для двух систем.

Для первой:

$$\alpha' = -\frac{\lambda'}{\Delta T'} \left( \frac{\partial T'}{\partial n'} \right),$$

(1)

для второй:

$$\alpha'' = -\frac{\lambda''}{\Delta T''} \left( \frac{\partial T''}{\partial n''} \right).$$

(2)

Запишем константы подобия:

$$c_\alpha = \frac{\alpha''}{\alpha'}; c_\lambda = \frac{\lambda''}{\lambda'}; c_{\Delta T} = \frac{\Delta T''}{\Delta T'}; c_l = c_n = \frac{\partial n''}{\partial n'}; c_T = \frac{\partial T''}{\partial T'},$$

где  $l$  - характерный (линейный) размер системы.

Тогда:

$$\alpha'' = c_\alpha \alpha'; \lambda'' = c_\lambda \lambda'; \Delta T'' = c_{\Delta T} \Delta T'; \partial T'' = c_T \partial T'; \partial n'' = c_l \partial n'$$

Подставим эти значения в уравнение 2 и сократим на  $c_T$ :

$$\alpha' = -\frac{c_\lambda}{c_\alpha c_l} \frac{\lambda'}{\Delta T'} \frac{\partial T'}{\partial n'}$$

(3)

Уравнения (1) и (3) **тождественны**, т.к. выражают общую связь для одной и той же точки системы, поэтому:

$$\frac{c_\lambda}{c_\alpha c_l} = c = 1.$$

Это есть связь между константами подобия.

Т.к. отношение равно 1, то можно поменять местами числитель и знаменатель и, заменив константы подобия их значениями, получим:

$$\frac{c_\lambda}{c_\alpha c_l} = \frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda}; \rightarrow \frac{\lambda'}{\alpha' l'} = \frac{\alpha'' l''}{\lambda''}; \left( \frac{\lambda'' \alpha' l'}{\lambda' \alpha'' l''} = 1 \right).$$

Т.о. могут быть найдены такие безразмерные соотношения параметров, характеризующих процесс, которые у подобных явлений в сходственных точках имеют численно одинаковые значения. Такие соотношения называются числами подобия. Их принято называть именами ученых. В данном случае, полученное выше соотношение называется числом (критерием) Нуссельта ( $Nu$ ):

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda},$$

где  $l$  - характерный размер.

**Критерий  $Nu$  характеризует конвективный теплообмен между жидкостью и поверхностью твердого тела.**

**Рассматривая другие дифференциальные уравнения, используемые при решении вопросов конвекции, можно получить следующие критерии:**

**критерий Эйлера ( $Eu$ ), характеризующий соотношение между силами давления и силами инерции:**

$$Eu = \frac{P}{\rho \omega^2},$$

**критерий Прандтля ( $Pr$ ), определяющего физические свойства жидкости:**

$$Pr = \frac{\nu}{a},$$

**критерий Грасгофа, характеризующего соотношение подъемной силы и силы молекулярного трения:**

$$Gr = \frac{gl^3 \Delta T \beta}{\nu^2},$$

**где  $\beta = \frac{1}{T}$  - температурный коэффициент объемного расширения,  
 $T$  - определяющая температура.**

## **4.2. Критериальные уравнения**

**Конвективный теплообмен, являющийся сложным для изучения, описывается с помощью критериев:  $Nu$ ,  $Eu$ ,  $Re$ ,  $Pr$  и  $Gr$ .**

Критерии  $Nu$  и  $Eu$  имеют: первый неизвестный коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ , а второй – величину  $P$ . Поэтому, эти критерии называются определяемыми. Другие критерии ( $Re$ ,  $Pr$  и  $Gr$ ) – называются определяющими.

Таким образом, можно записать зависимости определяемых критериев от определяющих:

$$Nu=f_1(Re,Pr,Gr),$$

$$Eu=f_2(Re,Pr,Gr).$$

Эти зависимости называются уравнениями подобия или критериальными уравнениями.

Так как характер движения среды при конвективном теплообмене может быть вынужденным или свободным, то при вынужденном движении среды преобладает вынужденная конвекция при турбулентном движении, а свободная конвекция относительно мала, поэтому уравнение упрощается:

$$Nu=f_1(Re,Pr).$$

**Критерий  $Gr$  мал и не учитывается.**

При свободном движении среды, когда вынужденная конвекция отсутствует, и перемещение слоев жидкости или газа осуществляется за счет в основном разности плотностей нагретого слоя и более холодного, вместо критерия  $Re$  будет критерий  $Gr$  (учитывающий подъемную силу):

$$Nu=f_1(Pr,Gr).$$

**Критерий  $Re$  мал и не учитывается.**

Для газов  $Nu=f(Re)$ .

Если учитывать направление теплового потока, то в общем случае уравнение для конвективного теплообмена, предложенное М.А. Михеевым для жидкостей, имеет вид:

$$Nu_{жс} = c Re_{жс}^n Pr_{жс}^m Gr_{жс}^b \left( \frac{Pr_{жс}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25},$$

где  $\left( \frac{Pr_{жс}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}$  - учитывает направление теплового потока ( $\alpha$  - имеет разное значение при нагревании и охлаждении, физические параметры жидкости у стенки и вдали от нее разные).

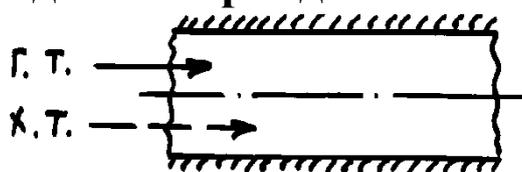
## Лекция 6 Теплообменные аппараты

### Типы теплообменных аппаратов

Теплообменный аппарат – это устройство, в котором один теплоноситель передает тепло другому теплоносителю. Теплоносителями могут быть капельные жидкости или различные газы.

По принципу работы теплообменные аппараты делятся на регенеративные, рекуперативные и смесительные.

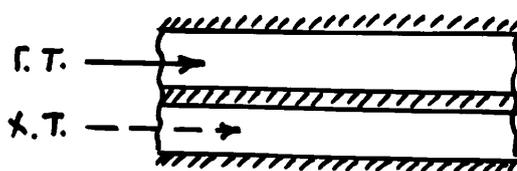
Регенеративные – в них горячий теплоноситель отдает свою теплоту аккумулирующему устройству, которое в свою очередь отдает периодически теплоту второму



теплоносителю (рис. 7.1.):

рис. 7.1.

Рекуперативные – в них теплота от горячего к



холодному теплоносителю передается через разделяющую их стенку (рис. ):

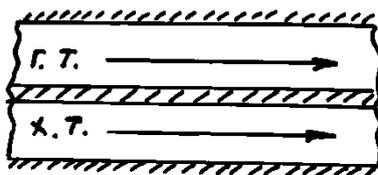
Смесительные (элеватор) – передача теплоты от горячего к холодному теплоносителю происходит при непосредственном смешении обоих теплоносителей (рис. ) :



рис. 8.3.

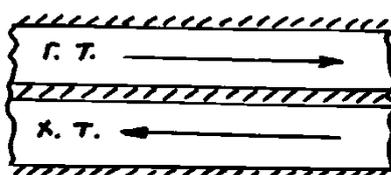
Движение жидкости в теплообменных аппаратах происходит по следующим схемам.

1. Прямоток – направление горячего и холодного



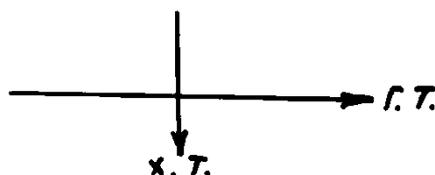
теплоносителей совпадают (рис.):

2. Противоток – направление горячего и холодного



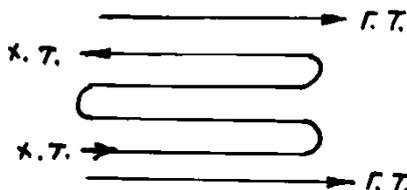
теплоносителей противоположны (рис.8.5.):

3. Поперечный ток – направление теплоносителей

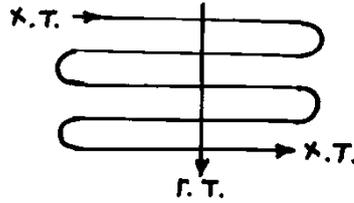


взаимно перпендикулярны :

4. Смешанная схема :



5. Многократный перекрестный ход:



## Основы расчета теплообменных аппаратов

Целью расчета теплообменных аппаратов является определение площади поверхности теплообмена или конечной температуры теплоносителей.

Основными уравнениями являются:

$$\Phi = k \cdot A(T_1 - T_2) = k \cdot A \cdot \Delta T$$

(1)

где  $\Phi$  – тепловой поток, Вт;

$k$  – коэффициент теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$A$  – площадь поверхности теплообмена, м<sup>2</sup>;

$T_1$  и  $T_2$  – температура горячего и холодного теплоносителей, К.

Величины  $\Delta T$  и  $k$  являются постоянными только в пределах элементарной площади поверхности теплообмена  $dA$ . Поэтому уравнение теплообмена справедливо лишь в дифференциальной форме:

$$d\Phi = k \cdot dA \cdot \Delta T$$

(2)

Тепловой поток, переданный через всю поверхность  $A$  при  $k = const$ , равен

$$\Phi = \int_0^A k \cdot dA \cdot \Delta T \approx k \cdot A \cdot \Delta T_{cp}$$

(3)

где  $\Delta T_{cp}$  – средний логарифмический температурный напор по всей площади поверхности нагрева.

**Если коэффициент теплопередачи меняется на отдельных участках, то его усредняют:**

$$k_{cp} = \frac{A_1 k_1 + A_2 k_2 + \dots + A_n k_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$$

**и тогда:**  $\Phi = k_{cp} \cdot A \cdot \Delta T_{cp}$  . (4)

**Уравнение сохранения энергии:**

$$\Phi = m_1 \Delta h_1 = m_2 \Delta h_2,$$

**или:**  $\Phi = v_1 \rho_1 c_{p1} (T_1' - T_2') = v_2 \rho_2 c_{p2} (T_1'' - T_2'')$  (5)

где  $v_1 \rho_1$  и  $v_2 \rho_2$  - массовые расходы теплоносителей, кг/с;  
 $c_{p1}$  и  $c_{p2}$  - удельные изобарные теплоемкости жидкости в интервалах температур от  $T'$  до  $T''$ ;

$T_1'$  и  $T_1''$  - температуры горячего теплоносителя (жидкости) на входе и выходе аппарата;

и  $T_2''$  - температура холодного теплоносителя на входе и выходе аппарата.

Произведение  $v \rho c_p = W$  – называется условным водяным эквивалентом. Тогда, уравнение (5) можно представить в виде:

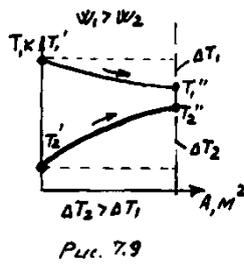
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{T_2'' - T_2'}{T_1' - T_1''},$$

(6)

где  $W_1$  и  $W_2$  - условные водяные эквиваленты горячей и холодной жидкости.

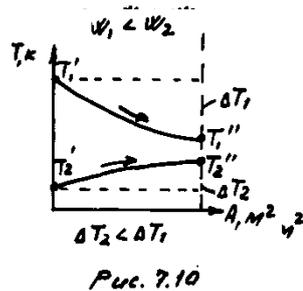
При протекании рабочей жидкости через теплообменный аппарат ее температура меняется. На изменение температур большое влияние оказывает схема движения жидкости и величины условных водяных эквивалентов. Построим графики зависимости изменения температуры теплоносителя от площади поверхности аппарата с прямотоком и противотоком.

## Аппарат с прямотоком



Изменение температуры холодного теплоносителя больше  $\Delta T_2 > \Delta T_1$

## Аппарат с противотоком



Изменение температуры горячего теплоносителя больше  $\Delta T_1 > \Delta T_2$

Изменение температуры холодного теплоносителя больше  $\Delta T_2 > \Delta T_1$

Изменение температуры горячего теплоносителя больше  $\Delta T_1 > \Delta T_2$

Наклон температурных графиков определяет соотношение водяных эквивалентов. Например, если  $W_1 = 2W_2$ ; ( $W_1 > W_2$ ), то изменение температуры холодного теплоносителя в два раза больше, чем изменение температуры горячего теплоносителя (рис. 7.9. и рис. 7.11.). При прямотоке конечная температура холодного теплоносителя всегда ниже конечной температуры горячего теплоносителя: ( $T_2' < T_1''$ ) – рис. 7.9. и ( $T_2' < T_1''$ ) – рис. 7.10.

При противотоке конечная температура холодного теплоносителя может быть значительно выше конечной температуры горячего теплоносителя. Т.о. в аппарате с противотоком можно нагреть холодный теплоноситель до более высокой температуры, чем в аппаратах с прямотоком: ( $T_2'' > T_1''$ ) – рис. 7.11. и рис. 7.12.

Средний логарифмический температурный напор определяется по следующим выражениям:

для аппаратов с прямотоком -

$$\Delta T_{cp} = \frac{(T_1' - T_2') - (T_1'' - T_2'')}{\ln \frac{T_1' - T_2'}{T_1'' - T_2''}},$$

для аппаратов с противотоком -

$$\Delta T_{cp} = \frac{(T_1' - T_2'') - (T_1'' - T_2')}{\ln \frac{T_1' - T_2''}{T_1'' - T_2'}}.$$

Численное значение  $\Delta T_{cp}$  для аппаратов с противотоком при одинаковых условиях всегда больше, чем для аппаратов с прямотоком, поэтому они имеют меньшие размеры.

### Критический диаметр цилиндрической стенки

Определим влияние изменения наружного диаметра на термическое сопротивление  $R$  цилиндрической стенки. Для цилиндрической стенки термосопротивление равно:

$$R = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}; \quad R = R_1 + R_c + R_2$$

Если принять, что величины  $\alpha_1$ ,  $d_1$ ,  $\lambda$  и  $\alpha_2$  являются постоянными, то  $R$  будет зависеть от внешнего диаметра  $d_2$ . Из уравнения следует, что при этих условиях  $\frac{1}{\alpha_1 d_1} =$

$R = const$ , термическое сопротивление  $\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} = R_c$  будет возрастать с ростом  $d_2$  за счет теплопроводности, а термическое сопротивление  $\frac{1}{\alpha_2 d_2} = R_2$  будет уменьшаться.

Следовательно, полное термическое сопротивление  $R$  будет зависеть от характера изменения его составляющих  $R_2$  и  $R_c$ . Таким образом можно изобразить характер изменения  $R = f(d_2)$  в виде графика:

Для выяснения, как будет меняться значение  $R$  при изменении толщины цилиндра, исследуем параметр  $R$  как функцию  $d_2$ . Возьмем производную от

$R$  по  $d_2$  и приравняем ее нулю:

$$\frac{d(R)}{d(d_2)} = \frac{1}{2\lambda d_2} - \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} = 0$$

Значение  $d_2$  соответствует экстремальной точке кривой  $R = f(d_2)$ , то есть:  $\frac{1}{2\lambda d_2} = \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}$  отсюда:  $d_2 = \frac{2\lambda}{\alpha_2}$ . Другими

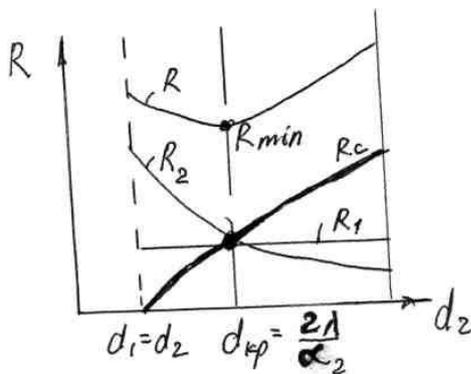
словами, при значении диаметра  $d_2 = \frac{2\lambda}{\alpha_2}$  термическое сопротивление теплопередаче будет минимальным.

Значение внешнего диаметра, соответствующего минимальному термическому сопротивлению

теплопередачи, называется критическим диаметром  $d_{кр}$ , т.о.

$$d_{кр} = \frac{2\lambda}{\alpha_2}$$

При  $d_2 < d_{кр}$  с увеличением  $d_2$  термическое сопротивление  $R$  будет уменьшаться, так как увеличение наружной поверхности



оказывает большее влияние на термическое сопротивление, чем увеличение толщины стенки (рис.).

При  $d_2 > d_{кр}$  с увеличением  $d_2$  термическое сопротивление  $R$

будет возрастать, так как толщина стенки будет оказывать на  $R$

доминирующее значение (рис.).

Рассмотренные обстоятельства необходимо учитывать при выборе тепловой изоляции для покрытия различных цилиндрических аппаратов и трубопроводов.

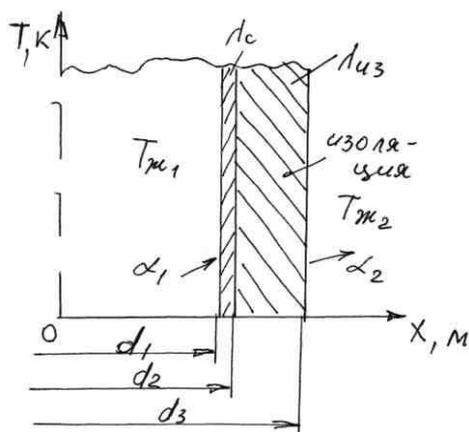
Рассмотрим критический диаметр изоляции на трубе.

Термическое сопротивление для такой трубы:

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}$$

Плотность теплового потока линейная( на длину трубы) определится:  $q_l = \frac{\Phi}{l} = \frac{\pi \Delta T}{R_l}$

Из уравнения следует, что при увеличении внешнего диаметра изоляции  $d_3$  значение  $q_l$  сначала будет возрастать ( $R_l$  уменьшается), а при  $d_3 = d_{кр}$  будет иметь максимум  $q_l$ . При дальнейшем увеличении внешнего диаметра изоляции, значение  $q_l$  будет снижаться (см.рис.).



Для выбора теплоизоляционного материала, сначала подсчитывают критический диаметр для заданных  $\lambda_{из}$  и  $\alpha_2$ :  $d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}$ . Если при подсчете  $d_{кр}$  его значение будет больше наружного диаметра трубы  $d_2$ , то

применение выбранного материала в качестве тепловой изоляции является нецелесообразным. В области  $d_2 < d_3 < d_{кр.из}$  при увеличении толщины изоляции наблюдается рост теплотерь (см.рис.). *Только при значении диаметра  $d_3 = d_{3.эф}$  тепловые потери вновь станут такими же, как для начального, не изолированного трубопровода.* Следовательно, некоторый слой изоляции не будет оправдывать своего назначения. Таким образом, для эффективной работы тепловой изоляции необходимо, чтобы выполнялось условие:  $d_{кр.из.} \leq d_2$ .

**Пример.** Трубу с внешним диаметром  $d_2 = 20$  мм необходимо покрыть тепловой изоляцией, асбестом с  $\lambda_{из} = 0,1 \frac{Вт}{мК}$  при  $\alpha_2 = 5 \frac{Вт}{м^2К}$ . Целесообразно ли использовать асбест?

Находим критический диаметр изоляции:  $d_{\text{кр.из.}} = \frac{2\lambda_{\text{из.}}}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 0,1}{5} = 0,04 \text{ м} = 40 \text{ мм.}$

Так как  $d_2 < d_{\text{кр.из.}}$ , то асбест нецелесообразно использовать в данном случае в качестве теплоизоляционного материала.

Сказанное относится не только к цилиндрам, но и к телам с другой геометрией (с разными внутренними и внешними поверхностями).

## Лекция 7

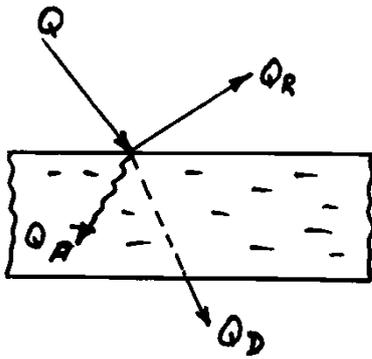
### Теплообмен излучением

#### Основные понятия теплового излучения

Тепловое излучение представляет собой электромагнитные волны, распространяющиеся в пространстве. Источником теплового излучения является внутренняя энергия нагретого тела. Любое тело, температура которого не равна нулю ( $T \neq 0$ ), является источником теплового излучения.

В зависимости от длины волны  $\lambda$  лучи имеют различные свойства. Наибольший интерес представляют тепловые лучи с  $\lambda = 0,8 \dots 40,0 \text{ мкм.}$

Все тела не только излучают энергию непрерывно, но и в то же время поглощают ее и пропускают через себя.



Пусть на какое-то твердое тело падает излучение от тела, излучающего энергию  $Q$ . При этом, часть лучистой энергии отразится  $Q_R$ , часть поглотится телом  $Q_A$ , а часть  $Q_D$  пройдет через это тело.

Тогда, общая энергия подающего излучения равна:

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D \text{ или } 1 = \frac{Q_R}{Q} + \frac{Q_A}{Q} + \frac{Q_D}{Q}.$$

Обозначим:  $R = \frac{Q_R}{Q}$  - коэффициент отражения,

$A = \frac{Q_A}{Q}$  - коэффициент поглощения,

$D = \frac{Q_D}{Q}$  - коэффициент пропускания.

Тогда  $1 = A + D + R$ .

Если вся лучистая энергия, падающая на тело, поглощается им, т.е.  $A=1, D=R=0$ , то тело называется абсолютно черным.

Если вся энергия отражается от тела, т.е.  $R=1, D=A=0$ , то тело называется абсолютно белым.

Если вся энергия проходит сквозь тело, т.е.  $D=1, R=A=0$ , то тело называется абсолютно прозрачным.

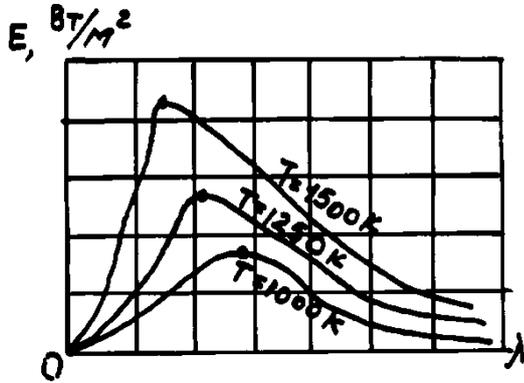
В природе таких тел не существует, но эти понятия важны для сравнения с реальными поверхностями.

Свойство тел поглощать или отражать тепловые лучи зависит от состояния их поверхности.

Так, белая поверхность хорошо отражает лишь видимые лучи, а тепловые лучи поглощает так же хорошо, как и темная поверхность. Если поверхность отражает лучи по закону геометрической оптики (угол падения равен углу отражения), то такое отражение называется зеркальным. Если падающий на поверхность луч рассеивается на множество лучей, то такое отражение называется диффузным (например, поверхность белой ткани).

## Основные законы теплового излучения

### Закон Планка



Абсолютно черное тело излучает лучи всех длин волны от  $\lambda=0$  до  $\lambda=\infty$ . Однако, энергия лучей вдоль спектра излучения распределяется различно. Чем большая длина волны, тем больше плотность потока излучения  $E_{0\lambda}$ . При некоторой длине волны плотность потока излучения достигает максимума, затем убывает.

По мере увеличения температуры энергия одного того же луча возрастает.

Планк на основании вышесказанного установил закон изменения плотности потока излучения абсолютно-черного тела в зависимости от длины волны и температуры:

$$E_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \text{ Вт/м}^2,$$

где  $E_{0\lambda}$  - плотность потока излучения абсолютно-черного тела, Вт/м<sup>2</sup>,

$c_1$  и  $c_2$  - постоянные Планка (принимаются из таблицы),  
 $\lambda$ ,  $T$ ,  $e$  - длина волны, температура, основание натурального логарифма.

Из рис. видно, что плотность потока излучения возрастает от нуля до максимального значения, а затем убывает до нуля при  $\lambda \rightarrow \infty$  ( $E \rightarrow 0$ ).

При повышении температуры плотность потока излучения для каждой длины волны возрастает. Кроме того, видно, что максимум кривых при повышении температуры смещается в сторону более

коротких волн. Длина волны, отвечающая максимуму плотности потока излучения, определяется законом Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{2,9}{T},$$

т.е. при росте температуры  $T$ , максимальное значение длины волны  $\lambda_{\max}$  уменьшается (смещается в сторону меньших длин волн).

### Закон Стефана-Больцмана

Стефан и Больцман независимо друг от друга, один опытным путем, а второй теоретически установили зависимость плотности потока излучения от температуры:

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \text{ Вт/м}^2,$$

где  $c_0$  - коэффициент излучения абсолютно черного тела,  
 $c_0 = 5,77 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ .

т.е. плотность потока излучения абсолютно черного тела пропорциональна абсолютной температуре абсолютно черного тела в четвертой степени.

Коэффициент излучения  $c$  для разных тел различен. Он зависит от природы тела, температуры, состояния поверхности тела. Для не абсолютно черных тел (серых) величина  $c$  меньше  $c_0$  и изменяется от 0 до  $5,77 \text{ Вт/м}^2\text{К}^4$ .

Серое тело – это такое тело, у которого плотность потока излучения составляет некоторую долю плотности потока излучения абсолютно черного тела, т.е.:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0} = \varepsilon = \text{const}.$$

Величина  $\varepsilon$  называется степенью черноты и изменяется от 0 (для абсолютно белого тела) до 1 (для абсолютно черного тела). Для серых тел находится в пределах от 0 до 1.

Зная  $\varepsilon$  можно найти коэффициент излучения  $c$ .

Значения  $\varepsilon$  для серых тел приведены в таблицах.

Если лучистый поток распределяется между параллельными поверхностями, то закон Стефана-Больцмана имеет вид, Вт:

$$Q = c_{np} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F,$$

где  $Q$ -лучистый поток,

$T_1$  и  $T_2$  – температуры поверхностей тел, участвующих в теплообмене, К;

$F$  – поверхность одного из тел, участвующих в теплообмене, м<sup>2</sup>,

$c_{np}$  – приведенный коэффициент излучения, Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Величина  $c_{np}$  является функцией системы двух тел:

$$c_{np} = f(c_1, c_2).$$

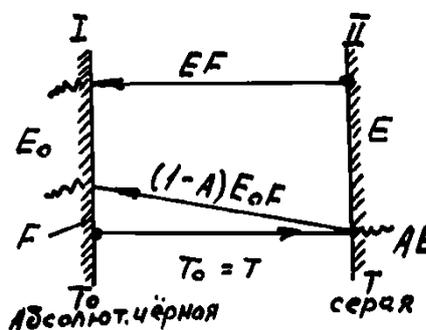
Вместо  $c_{np}$  можно использовать приведенную степень черноты:

$$\varepsilon'_{np} = \frac{c_{np}}{c_o}, \quad \text{отсюда:} \quad c_{np} = \varepsilon_{np} \cdot c_o,$$

где: 
$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1},$$

$\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  - степень черноты первого и второго тела.

### Закон Кирхгофа



Этот закон устанавливает зависимость между излучательной и поглощательной способностями тела. Возьмем 2 параллельные пластины. Первая – абсолютно черная с температурой  $T_0$ , а вторая – серая с температурой  $T$ , причем  $T=T_0$ . Излучение каждой из них попадает друг на друга. Серая пластина излучает поток энергии  $EF$ ; ( $F$ -площадь поверхности каждой из пластин, т.е. они равны).

Этот поток полностью поглощается первой пластиной (абсолютно черной). Абсолютно черная

пластина излучает поток  $E_0F$ . Этот поток частично поглощается серой поверхностью ( $AE_0F$ ), а остаток, равный  $E_0F - AE_0F = (1-A)E_0F$  отражается от серой поверхности на абсолютно черную и полностью ей поглощается.

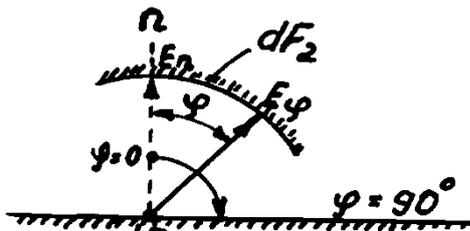
При этом серая поверхность получает лучистый поток, равный  $AE_0F$ , а расходует  $EF$ . Тогда, уравнение теплового баланса запишется:  $AE_0F = EF$ , т.к.  $T_0 = T$  (температура не меняется), т.е. сколько лучистой энергии тело отдало, столько же оно и поглотило. Тогда:

$$\underline{E = AE_0} \text{ или:}$$

$$\frac{E}{A} = E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4.$$

Отношение плотности потока излучения ( $E$ ) к поглощательной способности ( $A$ ) для всех серых тел, находящихся при одинаковой температуре, одинаково и равно плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре.

### Закон Ламберта



Закон устанавливает зависимость плотности потока излучения тела от направления этого излучения.

Энергия, излучаемая телом, распространяется в пространстве в различных направлениях с разной интенсивностью.

Возьмем две поверхности с площадью  $dF_1$  и  $dF_2$  и предположим, что поток энергии излучается в направлении от  $dF_1$  к  $dF_2$ .

Тогда, по закону Ламберта наибольшая плотность потока излучения будет в направлении перпендикулярном ( $n$ ) поверхности излучения, т.е. при  $\varphi = 0$ . При увеличении угла  $\varphi$  поток энергии уменьшается и при  $\varphi = 90^\circ$  он равен нулю.

$$\text{Т.е. } E_\varphi = E_n \cdot \cos \varphi \text{ и } E_{\varphi=90} = E_n \cdot \cos 90 = 0,$$

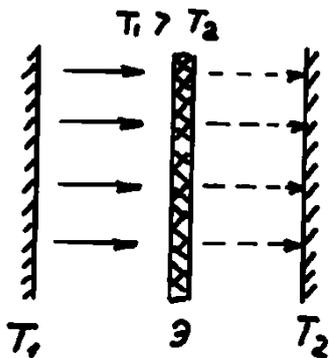
где  $E_\varphi, E_n$  - плотности потока излучения под некоторым углом  $\varphi$  (любом) и по нормали  $n$ .

Если  $\varphi = 0$ , то:  $E_{\varphi=0} = E_n$  - максимальная плотность потока излучения.

## Экраны

Экран – это тонкий металлический лист с большой отражательной способностью, применяемый для ограждения рабочих мест от действия тепловых лучей, деревянные части от возгорания, термометры от действия на них излучения и т.д.

Возьмем две поверхности с температурами  $T_1, T_2$ ; ( $T_1 > T_2$ ) и разместим между ними экран (Э).



Передачей теплоты конвекцией будем пренебрегать и будем считать, что  $S_{нов} = S_э$  (площади поверхностей равны площади экрана).

Запишем уравнения Стефана-Больцмана для двух поверхностей:

без экрана –

$$Q = c_{np} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

(1)

с экраном -

от  $T_1$  до экрана:

$$Q_1 = c_{np} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_э}{100} \right)^4 \right]$$

(2)

от  $T_э$  до  $T_2$ :

$$Q_2 = c_{np} \left[ \left( \frac{T_э}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

(3)

При установившемся тепловом потоке  $Q = Q_1 = Q_2$ , тогда:

$$\left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 \right] = \left[ \left( \frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

и

$$2 \cdot \left( \frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 = \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4$$

$$\left( \frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 = \frac{\left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4}{2}.$$

Подставим это выражение в (2):

$$Q_1 = c_{np} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{\left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4}{2} \right] = c_{np} \left[ \frac{\left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4}{2} \right].$$

Учитывая, что  $Q=Q_1=Q_2$  и сравнивая полученные выражения с (1), видно, что установка одного экрана уменьшает теплопередачу в 2 раза. При установке двух экранов теплопередача уменьшается в 3 раза и т.д.

## Лекция 8

### Тепло и массоперенос во влажных телах

#### Введение

Многие процессы теплообмена сопровождаются переносом массы вещества. Эти процессы имеют широкое распространение при различных обработках материалов (в сельском хозяйстве, химической промышленности, пищевой, лесной, строительной, нефтяной); то есть материалы, являясь коллоидными капиллярно-пористыми телами, подвергаются нагреванию, увлажнению, охлаждению. При этом в этих материалах происходит не только теплоперенос, но и перемещение одного вещества (компонента) в другое или наблюдается диффузия.

**Диффузия – самопроизвольный процесс проникновения молекул одного вещества в другое в направлении установления внутри тел равновесной концентрации. Если имеется четкая граница между телами, то диффузия называется молекулярной (например, металлы). Причина молекулярной диффузии – тепловое движение молекул. Если перемещаются отдельные частицы веществ, то диффузия называется молярной.**

**Массообмен – это переход вещества из одной фазы в другую посредством молекулярной и молярной диффузии. Массообмен осуществляется до полного установления динамического равновесия, при котором количество взаимно переходящих молекул остается постоянным.**

**Диффузионными процессами являются:**

**- абсорбция (поглощение) и адсорбция (поверхностное поглощение) газов и паров:**

**- десорбция газов из жидкостей и твердых поглотителей;**

**- экстракция жидких и твердых веществ;**

**- кристаллизация и растворение твердых веществ;**

**- сушка влажных материалов.**

**Если концентрация веществ в смеси различная, то каждый компонент перемещается в направлении меньшей концентрации, в результате чего концентрация компонентов выравнивается. Такая диффузия называется концентрационной.**

**Температурная диффузия – вызывается неоднородным распределением температуры.**

**Интенсивность концентрационной диффузии характеризуется плотностью потока массы вещества и определяется законом Фика:**

Плотность диффузионного потока вещества (количество вещества, диффундирующего в единицу времени через единицу площади из концентрационной поверхности) прямо пропорциональна градиенту концентраций.

$$G = D \cdot \text{grad} C$$

Где:  $C$  – концентрация вещества,

$D$  – коэффициент взаимной молекулярной диффузии или коэффициент диффузии, зависящий от свойства диффундирующего компонента и от свойств среды, в которой он распространяется,  $\left[ \frac{M^2}{c} \right]$

Если при массопереносе имеют место все виды диффузии, то плотность потока массы определится:

$$G = G_{kg} + G_{Tg} + G_{\delta g} = -D \left( \frac{\partial \rho_i}{\partial n} + \rho \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial n} + \frac{\rho_1 \rho_2 (\mu_2 - \mu_1)}{\rho \mu P} \frac{\partial P}{\partial n} \right),$$

Где:  $G_{kg} = -D \frac{\partial \rho_i}{\partial n}$  – плотность потока массы,

учитывающий концентрационную диффузию,  $\left[ \frac{kg}{M^2 c} \right]$

$\rho_i$  – плотность данного компонента,  $\left[ \frac{kg}{M^3} \right]$

$\frac{\partial \rho_i}{\partial n}$  – градиент концентрации (направлен в сторону роста концентрации)

$n$  – направление нормали к поверхности одинаковой концентрации данного вещества,

$G_{Tg} = -D \rho \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial n}$  – плотность потока массы,

учитывающая тепловую диффузию,

$\rho$  – плотность смеси,

$k_T = \frac{D_T}{D}$  – отношение коэффициента тепловой

диффузии к коэффициенту диффузии смеси,

$T$  – местная температура смеси.  $[K]$ ,

$\frac{\partial T}{\partial n}$  – температурный градиент,  $\left[\frac{K}{M}\right]$ ,

$G_{\delta g} = -D \frac{\rho_1 \rho_2 (\mu_2 - \mu_1)}{\rho \mu P} \frac{\partial P}{\partial n}$  – бародиффузия

$\rho_1, \rho_2$  – плотности компонентов,

$\mu_2, \mu_1$  – молекулярные массы компонентов,

$P$  – местное полное давление смеси,

$\frac{\partial P}{\partial n}$  – градиент давления.

Бародиффузия возникает только при значительных перепадах давлений и в большинстве случаев не учитывается. Знак минус показывает, что перенос вещества осуществляется в сторону меньшей концентрации вещества.

В движущейся среде вещество переносится не только вследствие молекулярной диффузии, но и конвекцией:

$$G_k = \rho w = \sum_{i=1}^{i=n} \rho_i w_i .$$

Где:  $\rho_i$  – плотность  $i^{20}$  – компонента,

$w_i$  – скорость  $i^{20}$  – компонента.

Суммарный массоперенос (молекулярный и конвективный):

$$G_{\Sigma} = G + G_k$$

### Основные виды связи влаги с материалом

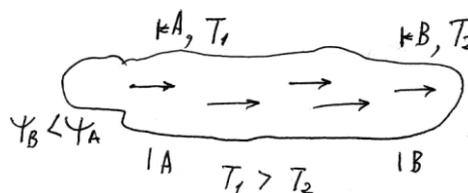
При перемещении теплоты и влаги в коллоидных веществах, необходимо учитывать формы связи с твердым скелетом тела, так как с ее изменением меняются физические свойства вещества и энергия связи влаги с материалом.

**Химически связанная влага** – очень прочно удерживается в веществе и может быть удалена только путем интенсивного прокалывания, которое обычно связано с изменением структуры вещества.

*Физико - химическая связь влаги с материалом*

а – адсорбционно связанная влага – жидкость, удерживаемая на поверхности частиц коллоидного тела.

Поглощение этой влаги сопровождается выделением теплоты. Удаление адсорбционно связанной влаги связано с поглощением теплоты. При нагреве этот вид влаги испаряется в материале и перемещается в виде пара.



в – осмотически связанная влага – находится в замкнутых ячейках структуры тела. Энергия связи небольшая. Может диффундировать внутри тела вследствие разности концентраций внутри и вне клетки.

### Основные законы переноса теплоты и массы вещества в коллоидных капиллярно-пористых телах

Если материал влажный, то при наличие разности температуры в двух его сечениях, влага будет перемещаться

в направлении потока теплоты:

Это создает в материале градиент влагосодержания. В таком теле влага будет перемещаться от сечения с большей влажностью к сечению с меньшей влажностью (влага перемещается в виде жидкости или пара). В этом случае плотность потока перемещения жидкости или пара пропорциональна градиенту влагосодержания.

$$G_{ж} = -D_{ж}\rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right); \quad G_n = -D_n\rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right);$$

где:  $G_{ж}, G_n$  - плотность потока жидкости или пара,  $\left[\frac{кг}{м^2 \cdot с}\right]$

$D_{ж}, D_n$  - коэффициенты диффузии жидкости или пара

$\rho_0$  – плотность абсолютно сухого материала,

$\frac{\partial u}{\partial n}$  – градиент влагосодержания.

**Знак минус показывает, что влагосодержание уменьшается в направлении нормали в сторону меньшей влажности.**

Если влага перемещается в виде пара и жидкости одновременно, то общий поток влаги будет равен:

$$G_u = G_{жс} + G_n = -D\rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right); \quad (1)$$

Где:  $D = D_{жс} + D_n$  – общий коэффициент диффузии коллоидного тела, который может быть определен по выражению:

$$D = \frac{D_a \cdot \mu_n}{(\mu R)_n T \rho_0} \frac{\partial P}{\partial u} + D_0 + D_{кп} + D_{кжс}$$

где :  $D_a$  – коэффициент диффузии, характеризующий перемещение адсорбционной влаги;

$\mu_n$  – молекулярная масса пара;

$(\mu R)_n$  – молярная газовая постоянная пара;

$T$  – температура тела;

$\rho_0$  – плотность абсолютно сухого тела;

$\frac{\partial P}{\partial u}$  – зависимость пара от влагосодержания;

$D_0$  – коэффициент диффузии, характеризующий перемещение осмотической влаги;

$D_{кп}$  – коэффициент диффузии, характеризующий перемещение капиллярной влаги в виде пара;

$D_{кжс}$  – коэффициент диффузии, характеризующий перемещение капиллярной влаги в виде жидкости.

Соотношение (1) является общим выражением основного закона перемещения влаги в коллоидном капиллярно-пористом теле (в виде пара и жидкости) при наличие градиента влагосодержания.

При наличие перепада температур возникает дополнительно поток влаги, обусловленный температурным градиентом:

$$G_T = -D\rho_0\delta\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right). \quad (2)$$

где:  $\delta$  – коэффициент термовлагопроводности.

Уравнение (2) - это уравнение аналитического закона термовлагосодержание.

Сушка материала осуществляется или контактно или конвективно. В любом случае имеется градиент влагосодержания и температуры. При контактной сушке направление градиентов влагосодержания и температуры совпадают, что интенсифицирует процесс сушки.

Поверхностные слои материала охлаждаются и их температура становится ниже, чем слоев в середине. Температурный градиент направлен от поверхности к середине, что увеличивает влагопроводность. В этом случае общий поток влаги будет равен:

$$G = G_u + G_T = -D\rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right) + \left[-D\rho_0\delta\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)\right] = -D\rho_0\left[\frac{\partial u}{\partial n} + \delta\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)\right]. \quad (3)$$



Если градиент влагосодержания  $\frac{\partial u}{\partial n}$  и термовлагосодержания  $\delta\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)$  обратны по направлению, то общий поток влаги зависит от их соотношения.

При конвективной сушки влага испаряется и материал прогревается от поверхности внутрь, градиент влагосодержания направлен от поверхности к центру, тогда как, температурный градиент направлен от центра к периферии, так как материал вследствие прогрева от поверхности к центру имеет большую температуру на периферии и влага перемещается от внешних слоев к середине. Таким образом, наблюдается встречный поток влаги: за счет градиента



**влагосодержания от центра к поверхности и за счет температурного градиента: от поверхности к середине.**

**Суммарный поток влаги:**

$$G = G_u - G_T = -D\rho_0 \left( \frac{\partial u}{\partial n} \right) - (-D\rho_0 \delta \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right))$$

**Поток влаги, вызванный термовлагопроводностью, переносит и дополнительную теплоту. При этом уравнение Фурье будет иметь вид:**

$$q = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) - hG \quad (4)$$

**где:  $h$  – энтальпия жидкости,**

**$G$  – плотность потока влаги,**

**$hG$  – удельное количество теплоты, переносимое влагой.**

**В уравнениях (3) и (4) считают постоянными значения  $\lambda$ ,  $D$  и  $\delta$ . При этом условии можно получить дифференциальное уравнение переноса жидкости ( уравнение Остроградского – Гаусса ):**

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = D_{ж} \nabla^2 u + D_{ж} \delta_{ж} \nabla^2 T + \varepsilon \left( \frac{\partial u}{\partial \tau} \right), \quad (5)$$

**где:  $\varepsilon$  – критерий (коэффициент)**

**пропорциональности, характеризующий внутреннее испарение.**

**Если  $\varepsilon = 0$  ( нет внутреннего испарения ), влага перемещается в виде жидкости.**

**Если  $\varepsilon = 1$  ( влагосодержание изменяется за счет испарения и конденсации), переноса жидкости нет.**

**Таким образом, величина  $\varepsilon$  зависит от влажности и температуры.**

**Дифференциальное уравнение переноса пара при  $\varepsilon = 1$ :**

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = D_n \nabla^2 u + D_n \delta_n \nabla^2 T, \quad (6)$$

Если расчеты проводить по зонам, то можно принять  $D_{жс}$  и  $\delta_{жс}$  постоянными для каждой зоны. В этом случае уравнение (5) запишется ( $\varepsilon < 1$ ):

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = D_n \nabla^2 u + D \delta_{жс} \nabla^2 T, \quad (7)$$

$$\text{где: } D = \frac{D_{жс}}{1-\varepsilon}; \quad \delta = \delta_{жс} = \delta_n$$

Для зональной системы расчета процесс СА тепло и массопереноса уравнения будут иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \nabla^2 T + \varepsilon \left( \frac{r}{c} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial \tau} \right); \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = D \nabla^2 u + D \delta \nabla^2 T; \quad (9)$$

где:  $T$  – температура тела,

$u$  – удельное влагосодержание,

$c$  – удельная теплоемкость влажного материала,

$r$  – удельная теплота испарения,

$\frac{\partial u}{\partial \tau}$  – изменение влагосодержания в единицу времени.

Уравнения (8) и (9) полностью описывают внутренний тепло и массоперенос. Решение этих уравнений дает возможность полностью рассчитать поле температур и влагосодержания влажного материала.

#### Числа подобия тепло и массопереноса

Решение диф.уравнений (8) и (9) не всегда возможно для коллоидных капиллярно-пористых тел. Поэтому пользуются критериями подобия, которые получают при совместном решении этих уравнений и условий однозначности, характеризующих баланс влаги и баланс теплоты на поверхности материала:

$$G = -D \rho_0 \left( \frac{\partial u}{\partial n} \right)_n - D \rho_0 \delta \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_n \quad (10)$$

$$\alpha (T_c - T_n) - r(1 - \varepsilon)G = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_n \quad (11)$$

Где:  $T_c$  и  $T_n$  - температура среды и поверхности

$G$  – плотность потока массы.

Совместное решение уравнений даст следующие числа подобия:

Число Фурье -  $F_o = \frac{\alpha \tau}{l^2}$  - характеризует гомохромность полей переноса теплоты и массы вещества.

Число Лыкова -  $L_u = \frac{D}{a}$  - характеризует интенсивность поля влажности по сравнению с интенсивностью температурного поля.

Число Постнова -  $P_n = \frac{\delta \Delta T}{\Delta U}$  - равно относительно перепаду удельного влагосодержания.

Число Кирпичева -  $K_i = \frac{ql}{\lambda \Delta T}$  - характеризует отношение потока теплоты, подводимой к поверхности, к потоку теплоты, отводимой от поверхности.

Число Кирпичева -  $K_{id} = \frac{Gl}{D \rho_o \Delta U}$  - соотношение между интенсивностями внешнего и внутреннего переноса масс.

Число Прандтля -  $P_r = \frac{\nu}{a}$ ,  $P_{rD} = \frac{\nu}{D}$  - соотношение между полями скоростей, температур и концентраций.

Число Нуссельта -  $N_{uD} = \frac{\alpha_D l}{D}$  - аналог коэффициента теплоотдачи, характеризует соотношение между интенсивностью массообмена и теплопроводностью в пограничном слое.

Число Гухмана -  $G_u = \frac{T_c - T_M}{T_c}$  - характеризует влияние массопередачи на теплообмен,

Где:  $T_c$  и  $T_M$  - температуры абсолютные по сухому и мокрому термометрам.

Число  $N_u$  - определяемое, а  $F_o$ ,  $R_e$ ,  $P_r$ ,  $G_r$ ,  $G_u$  - определяющие ( для внешнего теплообмена), тогда:

$$N_u = f(F_o, R_e, P_r, G_r, G_u)$$

Для массообмена:

$$N_{uD} = f(F_{oD}, K_1, R_e, A_r, P_{rD}, G_u)$$

Где:  $K_1 = \frac{1}{1-\rho_{10}}$  ;  $\rho_{10} = \frac{u}{1-u}$  ,  $u$ - влагосодержание

При стационарном процессе выпадают из формул  $F_o$  и  $F_{oD}$  . а при вынужденном турбулентном движении выпадают  $G_r$  и  $A_r$  .

## Лекция1.

### 1.1. Введение. Основные понятия и определения.

Физические явления и процессы, связанные с получением, передачей, преобразованием и использованием энергии в различных формах, неизменно привлекают внимание физиков и инженеров и непосредственно затрагивают каждого человека. Особую актуальность эти вопросы приобрели в последние годы, когда потребность в энергии для научно-технического прогресса продолжает расти, а потенциальные запасы традиционных источников энергии оказываются весьма ограниченными. В нашей стране в соответствии с энергетической программой предусматривается ускоренное развитие ядерной энергетики, более полное освоение гидроресурсов, вовлечение в энергобаланс нетрадиционных возобновляемых источников энергии (в том числе геотермальной энергии, энергии океана, ветра, солнечной энергии и др.). Много вопросов уделяется внедрению безотходных и энергосберегающих технологий, повышения эффективности использования топлива и энергии (в том числе на всех видах транспорта). Одновременно ставится задача максимально бережного отношения к окружающей среде, учёт экологических ограничений и требований при обосновании и выборе технических решений. Всеми этими вопросами должен владеть инженер и использовать свои знания в своей практической деятельности.

**Термодинамика рассматривает воображаемые процессы и таким путём определяет, что возможно и что**

**невозможно в нашем реальном мире.**  
Термодинамика - это раздел теоретической физики, изучающий превращения различных видов энергии друг в друга, например механической энергии в тепловую и наоборот.

## **МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ↔ ТЕПЛОВАЯ ЭНЕРГИЯ**

Термодинамика разделяется на:

общую термодинамику, изучающую процессы превращения энергии в твёрдых жидких и газообразных телах;

химическую термодинамику, которая на основе общей термодинамики изучает химические тепловые, физико-химические процессы;

техническую термодинамику, изучающую законы превращения теплоты в работу. Устанавливает связь между тепловыми, механическими и химическими процессами.

Термодинамика базируется на двух законах:

1. Первый закон, представляющий собой приложение всеобщего Закона природы - закона сохранения и превращения энергии - к тепловым явлениям;

2. Второй закон, устанавливающий условия протекания и направленность макроскопических процессов в системах, состоящих из большого числа частиц.

### **1.2. Термодинамическая система**

При исследовании термодинамического процесса в качестве объекта исследования выделяется группа тел или единичное тело, или отдельные его части.

Термодинамическая система - это совокупность макроскопических тел, обменивающихся энергией как друг с другом, так и с окружающей средой (внешней средой).

Простейшим примером термодинамической системы может служить газ, находящийся в цилиндре 1 с поршнем 2.

Окружающей средой здесь является цилиндр и поршень. В свою очередь для цилиндра и поршня окружающей средой будет воздух вокруг них, стены помещения (рис. 1.1).

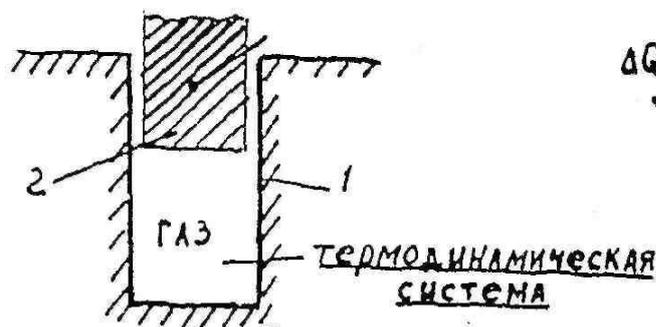


Рис. 1.1

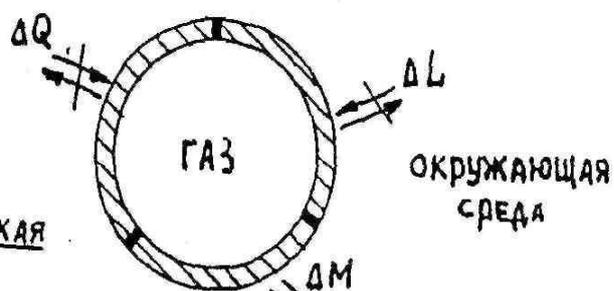


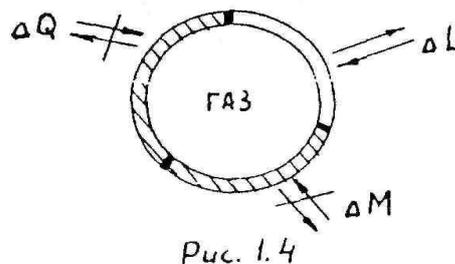
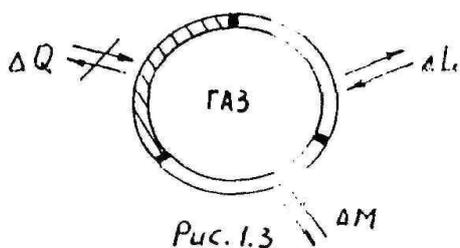
Рис. 1.2

Система может быть изолированной, т. е. не иметь никаких взаимодействий с окружающей средой.

Обозначим:  $\Delta L$  - изменение работы,  $\Delta Q$  — изменение теплоты,  $\Delta M$  - изменение массы. Тогда, согласно вышесказанному видно из рисунка, что система (газ) не обменивается с окружающей средой ни  $\Delta L$ , ни  $\Delta Q$ , ни  $\Delta M$  (рис. 1.2).

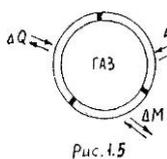
Если система покрыта адиабатной оболочкой, исключаяющей теплообмен с окружающей средой, она называется адиабатной системой. В этой системе  $\Delta Q = 0$ , а работой и массой система может обмениваться (открытая адиабатная система), (рис. 1.3).

Если адиабатная система не обменивается с окружающей средой массой  $\Delta M = 0$ , а обменивается только работой, то такая система называется адиабатной закрытой (рис. 1.4).



Термодинамическая система называется открытой, если она обменивается с окружающей средой теплотой, массой и работой (рис. 1.5), т.е.  $\Delta L \neq 0$ ;  $\Delta M \neq 0$ ;  $\Delta Q \neq 0$ .

Термодинамическая система, имеющая во всех своих частях одинаковые физические свойства и состав, называется однородной.



Однородная система без поверхности раздела называется гомогенной (лёд, вода, газ). Система, состоящая из нескольких макроскопических частей с различными физическими свойствами, отделённые друг от друга поверхностями раздела называется **гетерогенной (лёд и вода, вода и пар)**. Гетерогенные системы, состоящие из нескольких фаз могут быть двух- или трёхфазными (газообразное, жидкое и твёрдое состояние).

### 1.3 Параметры состояния рабочего тела системы

Состояние рабочего тела системы может быть вполне определено некоторыми величинами, характеризующими данное состояние. Такие величины называются параметрами состояния.

К параметрам состояния относятся:

а) удельный объём  $v$  - величина, определяемая отношением объёма к его массе:

$$v = V/m, \quad [\text{м}^3/\text{кг}]$$

где  $V$  - объём произвольного количества вещества,  $\text{м}^3$ ;  
 $m$  - масса этого вещества,  $\text{кг}$ ;

б) плотность  $\rho$  - отношение массы к объёму вещества:

$$\rho = m/V, \quad [\text{кг/м}^3]$$

Произведение удельного объёма на плотность равно единице:  $v \cdot \rho = 1$ ;

с) давление  $p$ . Давление обычно измеряется столбом жидкости, уравновешивающим давление газа. В системе "СИ" давление измеряется в Паскалях (Па), мегапаскалях (МПа), килопаскалях (КПа).

Один Паскаль (1 Па)-давление силой в один Ньютон (1 Н), равномерно распределенное по поверхности, площадью в 1 м<sup>2</sup> (1 Па = 1 Н/ 1 м<sup>2</sup>). При измерении давления часто используется единица, называемая Бар. 1 Бар = 10<sup>5</sup>Па = 750 мм .рт. ст., 1мм .рт. ст. = 133,325 Па.

Давление можно измерить столбом жидкости, уравновешивающим давление газа (рис, 1.6 и 1.7).

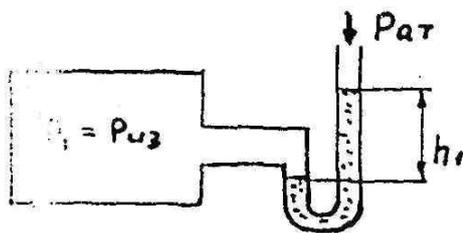


рис. 1.6

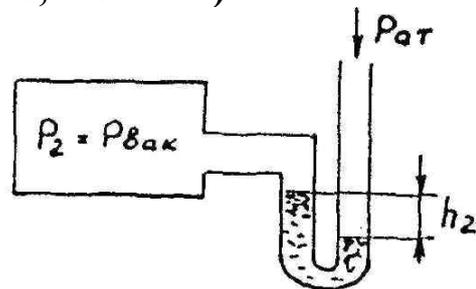


рис. 1.7

На рис.1.6  $P_1 > P_{ат}$ , т. е.  $P_1 = P_{ат} + \rho \cdot g \cdot h$ ,

где  $\rho$  - плотность жидкости в U-образной трубке, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  - ускорение силы тяжести, м/с<sup>2</sup>;

$h$  - высота подъёма столба жидкости, м.

1Н → (кг·м)/с<sup>2</sup>, т.к.  $F = m \cdot a \rightarrow$  сила в 1 Н с размерностью (кг· м/с<sup>2</sup>)

$\rho \cdot g \cdot h \rightarrow (\text{кг/м}^3) \cdot (\text{м/с}^2) \cdot \text{м} \rightarrow \text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$

1 Па → Н/м<sup>2</sup> или кг/(с<sup>2</sup> · м)

$P_{ат}$  - атмосферное давление измеряемое в Па, или мм. рт. ст., с помощью, например, барометра.

Кроме атмосферного различают давление избыточное  $P_{из}$ , измеряемое манометром, разрежение, измеряемое вакуумметром ( $P_2 < P_{ат}$ , см. рис.1.7) и абсолютное, которое является параметром состояния. По этой причине в формулах используется именно абсолютное давление ( $P_{аб}$ ).

При  $P_1 > P_{ат}$

$$P_{аб} = P_{ат} + P_{из}$$

$$\text{При } P_2 < P_{\text{ат}} \quad P_{\text{аб}} = P_{\text{ат}} - P_{\text{вак}}$$

d) температура  $T$  (К).

Температура характеризует среднюю интенсивность движения молекул. Чем выше скорость движения молекул, тем выше температура.

В термодинамике температура измеряется в Кельвинах (К). Абсолютная температура – это температура, при которой прекращается тепловое движение молекул. Это происходит при температуре абсолютного нуля  $T = 0$ .

Если температура измеряется в градусах Цельсия, то между шкалами существует зависимость:

$$T = 273,15 + t^{\circ}\text{C}$$

Параметром состояния является температура, выраженная в Кельвинах.

### **Нормальные физические условия**

Часто на практике для сравнения результатов измерений, получаемые замеры приводят к нормальным условиям, т. е., например, параметры газа приводят к давлению  $P = 1,01325 \cdot 10^5$  Па и температуре  $T = 273,15$  К.

### **1.4. Идеальный газ**

**Это газ, в котором отсутствуют силы взаимного притяжения или отталкивания между молекулами, а объёмы молекул пренебрежительно малы по сравнению с объёмом газа.** Таким образом, идеальный газ подчиняется законам Бойля-Мариотта, Гей-Люссака и Шарля.

### **1.5. Уравнение состояния идеального газа**

Основные параметры системы ( $P, v, T$ ) зависят один от другого и связаны между собой математическим уравнением вида:  $F(P, v, T) = 0$ . Это уравнение называется уравнением состояния. Оно справедливо как для идеального, так и для реального газа. Наиболее простым является уравнение для идеального газа. Все три параметра для идеального газа связаны между собой уравнением Клапейрона. Для произвольного количества газа с массой  $m$  (кг) уравнение состояния имеет вид:

$$\underline{P \cdot V = m \cdot R \cdot T} \quad (1)$$

где  $P$  - давление газа, Па;

$V$  - объём произвольного количества газа, м<sup>3</sup>;

$m$  - масса газа, кг;

$T$  - абсолютная температура газа, К;

$R$  - газовая постоянная, Дж / (кг · К).

Характеристическое уравнение для 1 кг идеального газа принимает вид:

$$(P \cdot V)/m = R \cdot T.$$

Приняв отношение  $V / m = \nu$ , получим:

$$P \cdot \nu = R \cdot T \quad (2)$$

где  $\nu$  - удельный объём газа, м<sup>3</sup> / кг.

Продифференцируем уравнение (2):

$$P \, d\nu + \nu \, dP = R \, dT$$

Учитывая, что  $P \cdot \nu \neq 0$ , разделим каждый член этого уравнения на  $P \cdot \nu$ :

$$(P \, d\nu)/(P \cdot \nu) + (\nu \, dP)/(P \cdot \nu) = (R \, dT)/(P \cdot \nu)$$

учитывая, что  $P \cdot \nu = R \cdot T$  и сокращая получим:

$$(d\nu)/\nu + (dP)/P = (dT)/T \quad (3)$$

Уравнение (3) называется уравнением состояния идеального газа в дифференциальной форме.

### Универсальная газовая постоянная

Из уравнения (2) имеем:

$$R = (P \cdot \nu) / T \quad (4)$$

Определим значение  $R$  при нормальных условиях, т.е. при  $P = 1,01325 \cdot 10^5$  Па;  $T = 273,15$  К,

Известно, что при нормальных условиях 1 кмоль идеального газа занимает объём  $V = 22,414$  [м<sup>3</sup> / кмоль].

Тогда удельный объём газа равен:  $\nu = V / \mu = 22,414 / \mu$ , [м<sup>3</sup> / кг], где  $\mu$  - молярная масса газа,

$$[\text{кг/кмоль}]. \quad \text{Па} = \text{Н/м}^2; \quad \text{Н} = \text{Дж/м}; \quad \text{Па} = \text{Дж/м}^3.$$

Молярная масса газа — это отношение массы газа к его количеству (кмоль) в системе. Подставим известные значения в уравнение (4):

$$R = (1,01325 \cdot 10^5 \cdot 22,414) / 273,15 \cdot \mu = 8314 / \mu,$$

$$[\text{Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К})] \quad (5)$$

Таким образом, для каждого газа значение  $R$  определяется в зависимости от  $\mu$  например:  $R_{O_2} = 8314 / (16+16) = 259,81 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;

$$R_{N_2} = 8314 / (14 + 14) = 296,93 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$R_{\text{возд.}} = 287 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Умножив левую и правую части на  $\mu$ , получим:

$$\mu \cdot R = 8314 \quad [\text{Дж} / (\text{кмоль} \cdot \text{К})] \quad \text{или}$$

$$\mu \cdot R = 8,314 \quad [\text{кДж} / (\text{кмоль} \cdot \text{К})] \quad (6)$$

Это выражение получило название универсальной молярной газовой постоянной. Таким образом, универсальная молярная газовая постоянная  $\mu R$  есть работа 1 кмоль идеального газа в процессе при постоянном давлении и при изменении температуры на 1 градус.

### 1.6. Смеси идеальных газов

Окружающие нас газы являются не идеальными, а представляют собой смеси, чаще всего механическую смесь (воздух, отработанные газы ДВС и т. д.). Таким образом, газовая смесь - это смесь отдельных газов, не вступающих в химическую реакцию друг с другом. Каждый газ сохраняет свои свойства и ведёт себя так, как если бы он один занимал весь объём смеси.

Молекулы каждого газа в смеси создают давление на стенки сосуда. Это давление называется парциальным. Парциальное давление - это такое давление, какое имел бы каждый газ, входящий в состав смеси, если бы этот газ находился один в том же количестве, в том же объёме и при той же температуре, что и в смеси.

Считая каждый газ в смеси идеальным, будем полагать, что смесь газов подчиняется закону Дальтона: давление смеси газов равно сумме парциальных давлений отдельных газов, составляющих эту смесь:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n = \sum P_i,$$

где  $P_1, P_2, \dots, P_n$  - парциальные давления отдельных газов, составляющих смесь.

Газовая смесь может быть задана массовыми, объёмными и молярными долями.

1. Массовой долей называется отношение массы каждого газа к общей массе смеси, или:

$$g_1 = m_1/m, \quad g_2 = m_2/m, \quad \dots, \quad g_n = m_n/m,$$

где  $g_1, g_2, \dots, g_n$  - массовые доли газов в смеси;

$m_1, m_2, \dots, m_n$  - массы каждого газа в смеси;

$m$  - масса всей смеси.

Сумма массовых долей равна 1 или 100%:

$$g_1 + g_2 + \dots + g_n = 1$$

Сумма масс газов, входящих в смесь равна массе смеси:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$$

2. Объёмной долей называется отношение парциального объёма каждого газа к общему объёму смеси:

$$r_1 = V_1/V, \quad r_2 = V_2/V, \quad \dots, \quad r_n = V_n/V,$$

где  $r_1, r_2, \dots, r_n$  - объёмные доли газов, входящих в смесь;

$V_1, V_2, \dots, V_n$  - парциальные объёмы газов, входящих в смесь;

$V$  - объём смеси газов.

Сумма объёмных долей равна 1.

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = 1.$$

Сумма парциальных объёмов газов, составляющих смесь, равна объёму смеси:

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = V$$

Массовые и объёмные доли связаны между собой соотношением:

$$g_i = m_i / m = (V_i \cdot p_i) / (V \cdot p) = r_i \cdot (p_i / p).$$

1.7. Газовая постоянная смеси газов

Если задан массовый состав, то:

$$R_{см} = g_1 \cdot R_1 + g_2 \cdot R_2 + \dots + g_n \cdot R_n = \sum g_i \cdot R_i.$$

$$R_{см} = 1 / ( r_1 / R_1 + r_2 / R_2 + \dots + r_n / R_n ) = 1 / \sum g_i \cdot R_i .$$

Парциальное давление каждого газа в смеси равно произведению общего давления смеси газов на его объёмную долю:

$$P_i = P_{cm} \cdot r_i = P_{cm} \cdot (V_i / V).$$

### 1.8. Термодинамический процесс

Если взять любое однородное тело, то его основные термодинамические параметры  $P$ ,  $v$  и  $T$  будут взаимно связаны друг с другом математическим выражением вида:  $F(P, v, T) = 0$ . Такое выражение называется уравнением состояния.

Для простейших систем достаточно знать две независимые переменные из трёх:

$$P = f_1(T, v); \quad v = f_2(P, T); \quad T = f_3(v, P).$$

При изменении внешних условий среды меняется и состояние самой системы. **Таким образом, термодинамический процесс - это совокупность изменений состояний термодинамической системы при её переходе из одного равновесного состояния в другое.**

Равновесное состояние - это такое состояние системы, при котором во всех её точках все физические свойства одинаковы.

Процесс, проходящий через равновесное состояние называется равновесным. Этот процесс можно осуществить только при бесконечно медленном изменении внешних условий. Таким образом, все реальные процессы будут неравновесными.

Уравнение состояния  $F(P, v, T) = 0$  в трёхосной системе координат  $P$ ,  $v$  и  $T$  представляют собой поверхность, называемую термодинамической. Если рассечь эту поверхность (рис. 1.8) плоскостями параллельными осям координат, то получим кривые. Например, сечение плоскостью  $v = \text{const}$  даёт линию постоянного объема в зависимости от давления в координатах  $P$  и  $T$ . Описываемый процесс называется изохорным. В термодинамике чаще всего применяют двухосную систему с координатами  $P$  и  $v$  (рис. 1.9).

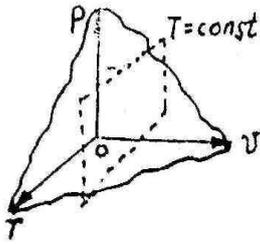


Рис. 1.8

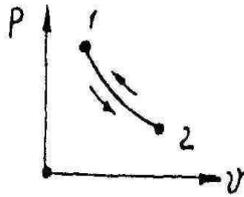


Рис. 1.9

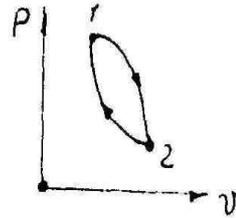


Рис. 1.10

Если система с параметрами  $P_1$  и  $V_1$  (точка 1) переходит в состояние 2 с параметрами  $P_2$  и  $V_2$ , а затем возвращается в состояние 1, то такой процесс называется обратимым (рис. 1.9).

Особое значение имеют замкнутые (обратимые) процессы (или круговые). Это такие процессы, при которых система проходит ряд последовательных состояний, возвращаясь к первоначальному. Иначе такой процесс называется циклом (рис. 1.10).

### 1.9. Термодинамическое равновесие

Если состояние тел, входящих в систему длительное время не меняется, то система находится в термодинамическом равновесии. При этом передача теплоты от одних тел системы к другим и механическое перемещение отдельных частей систем относительно друг друга отсутствует (тепловое и механическое равновесие). В этом случае параметры системы равны параметрам среды.

## Лекции 2

### Первый закон термодинамики

#### 2.1. Закон сохранения и превращения энергии

Обобщённую формулировку этого закона дал М.В. Ломоносов. В законе говорится, что в изолированной системе сумма всех видов энергии является величиной постоянной. Уменьшение какого-либо вида энергии в одной системе должно сопровождаться увеличением энергии в другой системе тел.

В 1842 году Р. Майер установил зависимость между затраченной теплотой  $Q$  и получаемой работой  $L = Q / A$ , [Дж] где  $A$  – постоянная величина (тепловой эквивалент работы). Величина  $A$  зависит от системы единиц, выбранной для измерения теплоты и работы.

## **2.2. Внутренняя энергия рабочего тела**

Любое тело обладает энергией (кинетической и потенциальной). Под внутренней энергией газа понимается вся энергии, заключённая в его объёме (кинетическая, потенциальная энергия поступательного и вращательного движения, колебания атомов внутри молекул, энергия электронов, внутриядерная энергия и т. д.).

Таким образом, полную внутреннюю энергию можно представить:

$U = U_{\text{кин}} + U_{\text{пот}} + U_0$ , [Дж],  
где  $U_{\text{кин}}$  и  $U_{\text{пот}}$  - внутренняя кинетическая и потенциальная энергии молекул;

$U_0$  - внутренняя энергия тела при температуре абсолютного нуля.

Таким образом, при  $T = 0$  кинетическая и потенциальная энергия теплового движения молекул равна нулю, но энергия не теплового происхождения остаётся (движение электронов, внутриядерные процессы и т. д.).

**В термодинамике изучаются только явления теплового происхождения,**

В этом случае полная внутренняя энергия реального тела будет определяться кинетической энергией (зависящей от температуры) и потенциальной энергией (зависящей от расстояния между молекулами) или от давления и удельного объёма. Поскольку все эти величины являются параметрами состояния, то и внутренняя энергия будет являться параметром состояния системы:  $U = f(P, v, T)$  [Дж].

Внутренняя энергия, отнесённая к единице массы, называется удельной внутренней энергией,  $u = U / m$

[Дж / кг].

Термодинамическая система в каждом своём значении может иметь только одно значение  $u$ . Изменение  $u$  не зависит от характера пути (А, В или С), а определяется начальным и конечным состоянием процесса (рис.2.1):

$$u_2 - u_1 = f_2 (P_2, v_2, T_2) - f_1 (P_1, v_1, T_1)$$

**В круговых процессах изменение удельной внутренней энергии равно нулю.**

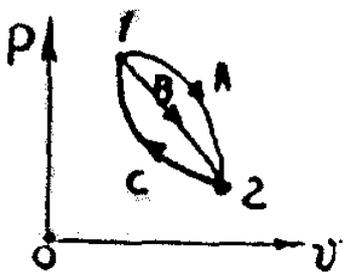


Рис. 2.1

$$u_2 - u_1 = du = 0.$$

Так как  $du$  является полным дифференциалом, то удельная внутренняя энергия реального газа является функцией

любых двух параметров:

$$u = f(T, v) ; \quad u = f(T, P); \quad u = f(P, v) .$$

В идеальном газе нет взаимодействия между молекулами и удельная внутренняя энергия не зависит от  $P$  и  $v$ , а является только функцией от температуры:  $u_{\text{ид.газа}} = f(T)$ .

### 2.3. Работа газа в процессе

**Работой называется передача энергии от одного тела к другому.** Работа сопровождается изменением объёма рабочего тела, перемещением его в пространстве или изменением его положения.

Рассмотрим случай получения работы в равновесном процессе при  $P = \text{const}$  в  $P$ - $v$  координатах (рис.2.2).

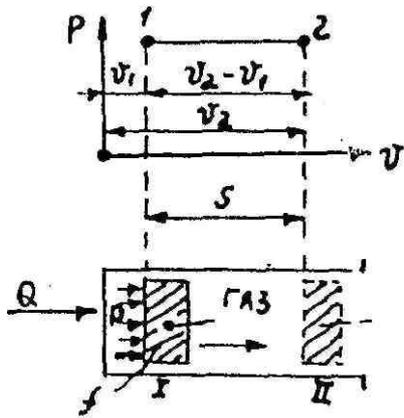


Рис. 2.2

Возьмём систему, состоящую из цилиндра, в котором перемещается поршень под действием давления  $P$ , сжимающий газ. Т. е. газ - рабочее тело. В начальный момент газ под поршнем находится под давлением, равным давлению окружающей среды. Будем считать, что

поршень имеет площадь  $f$ , а газ удельный объём  $v_1$ .

При сообщении газу некоторого количества тепла  $Q$ , он будет расширяться при  $P = \text{const}$  и переместит поршень из положения I в положение II. При этом поршень пройдёт расстояние равное  $S$ . Тогда работа, совершаемая газом при перемещении поршня на величину  $S$  равна:

$$L = P \cdot S \cdot f$$

Произведение  $S \cdot f = v_2 - v_1 = \Delta v$ , тогда  $L = P \cdot \Delta v$ .

Элементарная удельная работа  $\delta l$  при бесконечно малом изменении объёма  $dv$  равна:  $\delta l = P \cdot dv$ . После интегрирования этого выражения получим удельную работу при конечном изменении объёма от  $v_1$  до  $v_2$ :

$$l_{1,2} = \int_1^2 \delta l = \int_{v_1}^{v_2} P dv.$$

Если имеется процесс АВ в координатах  $P$ - $v$ , то площадь под этой кривой, равная  $ABv_2 v_1A$  численно представляет собой работу, совершённую газом при перемещении поршня из точки А в точку В в процессе АВ (рис.2.3). Здесь  $P \neq \text{const}$ .

Работа системы в общем случае равна удельной работе расширения и работы, совершаемой без изменения объёма, т. е. за счёт внешнего источника:

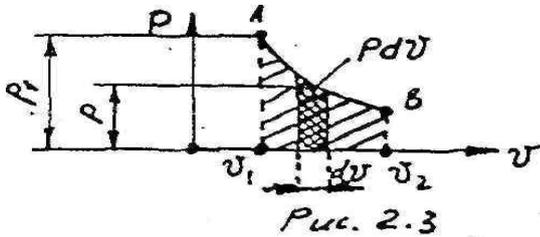
$$L = \int_{v_1}^{v_2} P' dv + L_v$$

$v_1$

где  $L_v$  - работа, производимая внешним источником;  
 $P'$  - давление во внешней среде.

*ис<л><и*

Если рабочее тело совершает круговой процесс (1, а, 2, в,



1, рис.2.4), то при его расширении по линии 1, а, 2 совершается

положительная работа, равная по

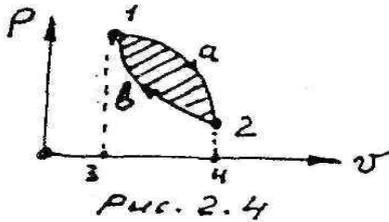
площади: 1, а, 2, 4, 3, 1. При сжатии по линии

2, в, 1 над телом совершается работа, равная по площади 2,

в, 1, 3, 4, 2. Эта работа отрицательная.

Разность площадей даёт суммарную

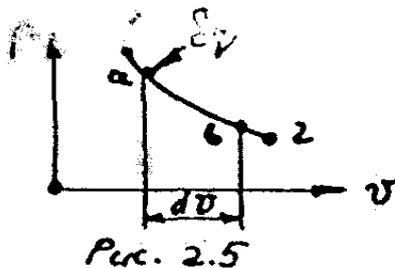
даёт суммарную



(располагаемую) работу, совершённую рабочим телом в результате одного цикла. Эта работа равна площади 1, в, 1.

## 2. 4. Математическое выражение первого закона термодинамики

Рассмотрим процесс в координатах  $P$ - $v$ . Возьмем 1 кг рабочего тела,



совершающего процесс 1-2 и подведём в т. а (рис.2.5) бесконечно

малое количество тепла  $\delta q$ . При этом температура и объём

этого тела изменяются (увеличиваются) на  $dv$  и

$dT$ , так как увеличивается скорость молекул (рост  $T$  на

$dT$ , так как увеличивается скорость молекул (рост  $T$  на

$dT$  — растёт кинетическая энергия). Таким образом увеличивается удельная внутренняя энергия на  $du$ . При росте объёма на  $dv$  тело совершает внешнюю работу на преодоление внешних сил. Обозначим эту работу через  $\delta l$ . Принимая во внимание, что в газе не происходит никаких других явлений, можно записать согласно закону сохранения и превращения энергии:

$$\delta q = du + \delta l$$

Это уравнение является математическим выражением первого закона термодинамики в дифференциальной форме. После интегрирования получим следующее выражение:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1 + l_{1,2}.$$

Первый закон термодинамики читается так: **подведённая к рабочему телу энергия в виде удельной теплоты расходуется на изменение удельной внутренней энергии тела и на совершение этим телом работы.** Учитывая, что  $\delta l = P dv$ , можно записать:

$$\delta q = du + P dv, \quad [\text{Дж} / \text{кг}].$$

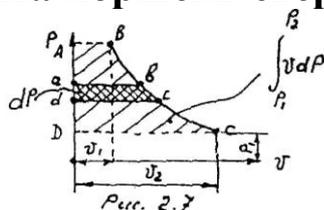
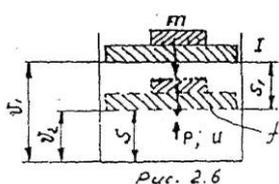
Имеется ещё несколько формулировок первого закона термодинамики:

1. Энергия не возникает из ничего и не уничтожается в ничто.
2. Любая форма движения способна и должна превращаться в любую другую форму энергии.
3. Вечный двигатель первого рода невозможен (т. е. нельзя из “ничего” производить работу).

## 2.5. Энтальпия

В 19 веке физик Гиббс ввёл функцию для тепловых расчётов, которую впоследствии назвали энтальпией.

Эту функцию можно выразить следующим образом. Возьмём 1 кг газа и поместим его в цилиндр под поршень с площадью  $f$  (рис.2.6). На поршень сверху установим массу  $m$  (кг). При этом поршень



переместится под

действием массы из положения I в положение II до устойчивого равновесия, так как потенциальная энергия массы ( $m \cdot S$ ) будет уравновешена силой, действующей на поршень со стороны сжатого газа:  $P \cdot f \cdot S_1$ , где  $S_1$  - расстояние, пройденное поршнем до его равновесия.

Таким образом можно написать условие равновесия:

$$m \cdot S = P \cdot f \cdot S_1,$$

где  $S$  - расстояние от устойчивого положения поршня (II) до нижнего сечения цилиндра.

Произведение  $f \cdot S_1$  - есть удельный объём:  $f \cdot S_1 = v = v_1 - v_2$ , таким образом:

$$m \cdot S = p \cdot v \quad (1)$$

Произведение  $p \cdot v$  - это работа, которую нужно затратить чтобы ввести газ объемом  $v$  в среду с давлением  $P$ , то есть  $P \cdot v$  - это потенциальная энергия газа. **Таким образом, чем больше внешняя сила ( $m$ ), тем больше давление газа ( $P$ ) и тем больше его потенциальная энергия ( $P \cdot v$ ).**

Рассматривая энергию  $E$  всей системы (поршень - газ), можно написать условие её равновесия:

$$E = m \cdot S + u, \quad (2),$$

то есть энергия системы поршень - газ представляет собой сумму потенциальной энергии массы ( $m \cdot S$ ) и увеличенной при этом удельной внутренней энергии газа  $u$ , уравновешивающей усилия со стороны массы.

Учитывая выражение (2) уравнение (1) можно записать:

$$E = p \cdot v + u = h, \quad [\text{кДж/кг}] \quad (3)$$

где  $h$  - энтальпия.

Продифференцируем (3):  $dh = du + P dv + v dP$ , учитывая,

что  $\delta q = du + p \cdot dv$ , запишем:

$$dh = \delta q + v \cdot dP, \quad (4)$$

Таким образом, удельная энтальпия больше внешней подведённой теплоты на величину работы  $v \cdot dP$ .

Выражение (4) часто записывают:

$$\delta q = dh - v \cdot dP, \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой вторую форму записи первого закона термодинамики, но через энтальпию.

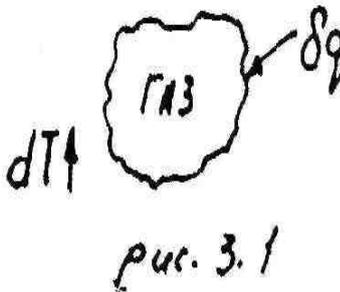
Величина работы  $\nu \cdot dP$  на графике (рис.2.7) представляет собой площадь  $a b c d a$ . После интегрирования выражения (4) имеем:

$$h_1 - h_2 = q_{1,2} + \int_{P_1}^{P_2} \nu \cdot dP.$$

### Лекция 3.

#### 3.1. Теплоёмкость идеальных газов

Если возьмём любое тело и сообщим ему тепло в любом процессе, то изменяется его состояние, а именно, в частном случае, увеличивается его температур (рис.3.1).



Отношение элементарного количества теплоты  $\delta q_x$ , полученной газом (телом) при бесконечно малом

изменении его состояния, к изменению его температуры  $dT$ , называется удельной теплоёмкостью тел:

$$c_x = \delta q_x / dT, \quad [1], \quad (1),$$

[Дж / (К)].

Величина  $q_x$  зависит от интервала температуры и от вида процесса подвода теплоты ( $\nu = \text{const}$ ,  $P = \text{const}$  и др.).

Из уравнения (1):  $\delta q_x = c_x \cdot dT$ , тогда:

$$\int_1^2 \delta q_x = \int_{T_1}^{T_2} c_x \cdot dT; \quad q_{1,2} = \int_{T_1}^{T_2} c_x \cdot dT.$$

Различают молярную, массовую и объёмную теплоёмкости. Массовая теплоёмкость ( $c$ )- это отношение теплоёмкости однородного тела к его массе:

$$c = c_x / m, \quad [\text{Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К})].$$

Объёмная теплоёмкость  $c'$  - это отношение теплоёмкости однородного тела к его объёму при нормальных условиях.

$$c' = c_x/V_0, \quad [\text{Дж}/(\text{м}^3\text{К})],$$

где  $V_0$  - объём произвольного количества газа при нормальных физических условиях.

Молярная теплоёмкость  $\mu c$  - это произведение массовой теплоёмкости вещества на молярную массу этого вещества.  $\mu c$  [Дж / (моль • К)],  $\mu$  [кг / моль].

Между теплоёмкостями существует связь:

$$c = \mu c / \mu = c' / \rho_0 = c' \cdot 22,414 / \mu$$

где  $\rho_0$  - плотность газа при нормальных условиях, [кг / м<sup>3</sup>].

### 3.2. Изохорная теплоёмкость

Изохорная теплоёмкость равна отношению количества теплоты  $\delta q_v$  в процессе при постоянном объёме к изменению температуры тела  $dT_v$ :

$$c_v = \delta q_v / dT_v \quad (2)$$

Выведем уравнение изохорной теплоёмкости. Первый закон термодинамики для равновесного процесса записывается так:

$$\delta q = du + p \cdot dv \quad (3)$$

Так как удельная внутренняя энергия ( $u$ ) является полным дифференциалом, то можно её определить в зависимости от двух любых параметров, например от  $T$  и  $v$ :  $u = f(T, v)$ , тогда можно записать;

$$du = (\partial u / \partial T)_v \cdot dT + (\partial u / \partial v)_T \cdot dv \quad (4)$$

Подставим значение  $du$  из (4) в уравнение (3):

$$\delta q = (\partial u / \partial T)_v \cdot dT + (\partial u / \partial v)_T \cdot dv + p \cdot dv \quad \text{или}$$

$$\delta q = (\partial u / \partial T)_v \cdot dT + [p + (\partial u / \partial v)_T] \cdot dv \quad (4')$$

Так как в изохорном процессе  $v = \text{const}$ , то  $dv = 0$ . Тогда имеем:

$$\delta q_v = (\partial u / \partial T)_v \cdot dT_v, \quad (5)$$

а теплоёмкость в изохорном процессе равна:

$$c_v = \delta q_v / dT_v = (\partial u / \partial T)_v \cdot (dT_v / dT_v) = (\partial u / \partial T)_v \quad (6)$$

$$c_v = (\partial u / \partial T)_v \quad (6')$$

Используя выражения (3), (5), (6) можно записать:

$$\delta q_v = du_v = c_v \cdot dT_v \quad (7)$$

То есть в процессе при  $v = \text{const}$ , когда тело не совершает внешней работы вся теплота, подведённая к телу расходуется на изменение его удельной внутренней энергии.

Принимая  $c_v = \text{const}$ , можно записать из (7):

$$q_{1-2, v} = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (8)$$

Таким образом, изменение удельной внутренней энергии идеального газа равно произведению теплоёмкости  $c_v$  при постоянном объеме, на разность температур тела.

### 3.3. Изобарная теплоёмкость

Из уравнения (4') при  $p = \text{const}$  имеем:

$$\delta q_p = (\partial u / \partial T)_v \cdot dT_p + [ p + (\partial u / \partial v)_T ] \cdot dv_p \quad (9)$$

Изобарная теплоёмкость  $c_p$  равна отношению количество теплоты  $\delta q_p$  в процессе при  $p = \text{const}$  к изменению температуры тела  $dT_p$

$$c_p = \delta q_p / dT_p \quad (10)$$

Учитывая выражение (9) можно записать:

$$C_p = (\partial u / \partial T)_v + [ p + (\partial u / \partial v)_T ] \cdot (\partial v / \partial T)_p$$

Используя уравнение (6') запишем:

$$c_p = c_v + [ p + (\partial u / \partial v)_T ] \cdot (\partial v / \partial T)_p \quad (11)$$

Для идеального газа.  $(\partial u / \partial v)_T = 0$ , а так как

$R = p \cdot v / T$ , то дифференцируя его при  $p = \text{const}$ , имеем:

$$R = p \cdot (dv / dT)_p, \quad (12)$$

Подставляя (12) в (11) имеем окончательно:

$$c_p = c_v + R \quad (13)$$

Выражение (13) носит название уравнения Майера. Для реальных газов  $c_p - c_v > R$ , так как при расширении (при  $p = \text{const}$ ) совершается не только внешняя, но и внутренняя работа, связанная с изменением внутренней потенциальной энергией газа, что вызывает больший расход теплоты.

В термодинамике часто используется отношение теплоёмкостей:

$$c_p / c_v = k \quad k = c_p' / c_v' = (\mu c_p) / (\mu c_v); \quad k = c_p / c_v =$$

$(c_v + R)/c_v = 1 + R/c_v$ , где  $k$  - показатель адиабаты.

Для идеальных газов  $k$  зависит от температуры. Одноатомные газы имеют  $k = 1,66$ , двухатомные  $k = 1,4$ , трёхатомные  $k = 1,33$ .

### 3.4. Истинная и средняя теплоёмкости.

Средней теплоёмкостью  $\bar{c}_x$  называется отношение количества теплоты  $q_{x,1-2}$  к разности температур  $T_2 - T_1$  в процессе подвода теплоты 1-2.

$$\bar{c}_x \Big|_{T_1}^{T_2} = q_{x,1-2} / (T_2 - T_1)$$

Так как

$$q_{x,1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_x dT, \quad \text{то:} \quad \bar{c}_x = \int_{T_1}^{T_2} c_x dT / (T_2 - T_1) \quad (14).$$

Уравнение (14) устанавливает связь между средней  $\bar{c}_x$  и истинной  $c_x$  теплоемкостями в процессе 1-2.

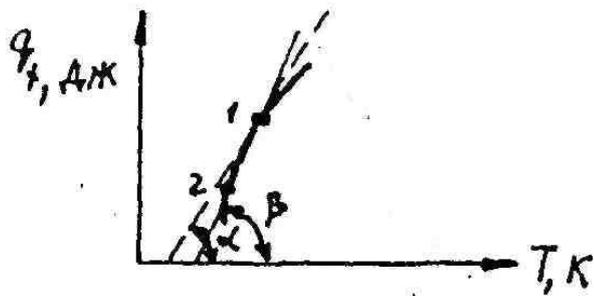


Рис. 3.2

Графически истинная  $c_x$  и средняя теплоёмкости  $c_x$  изображены на рис.3.2.

Средней теплоёмкости соответствует тангенс угла между секущей, проходящей через точки 1 и 2 и осью, то есть  $\operatorname{tg}\beta$ .

Истинной теплоёмкости в точке, например 1, соответствует тангенс касательной,

проведённой через данную точку, т.е.  $\operatorname{tg}\alpha$ .

### 3.5. Энтропия

Из выражения первого закона термодинамики имеем:

$$\delta q = du + p \cdot dv = c_v \cdot dT + p \cdot dv.$$

Для интегрирования этого выражения разделим каждый его член на интегрирующий делитель (T):

$$\delta q/T = c_v \cdot dT/T + p \cdot dv/T = c_v \cdot dT/T + R \cdot dv/v$$

так как  $p = R \cdot T/v$ .

Клаузиус назвал это выражение энтропией и обозначил через  $dS$ , так как  $\delta q / T$  есть полный дифференциал:  $dS = \delta q/T$ , [Дж/К].

Энтропия, отнесённая к единице массы, называется удельной:

$$ds = \delta q/T, \quad [\text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{К}].$$

Таким образом,

$$ds = \delta q/T = c_v \cdot dT/T + R \cdot dv/v \quad (15)$$

Удельная энтропия является параметром состояния и не зависит от пути процесса, то есть:  $\int ds = 0$ .

Удельная энтропия может быть определена как функция основных параметров состояния:

$$s = f_1(p, v); \quad s = f_2(p, T); \quad s = f_3(T, v).$$

После интегрирования уравнения (15), получим:

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln(T_2/T_1) + R \cdot \ln(v_2/v_1) \quad (16)$$

В этом выражении  $s = f_3(T, v)$ .

Учитывая, что  $dT/T = dv/v + dp/p$ , после замены в выражении (15) последовательно  $dT/T$  и  $dv/v$ , получим:

$$ds = c_p \cdot dT/T - R \cdot dp/p \text{ то есть}$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2/T_1 - R \cdot \ln p_2/p_1 \quad (17)$$

Здесь  $s = f_2(p, T)$ .

$$ds = c_p \cdot dv/v + c_v \cdot dp/p$$

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln v_2/v_1 + c_v \cdot \ln p_2/p_1 \quad (18)$$

Здесь  $s = f(p, v)$ .

### 3.6. Тепловая T-s диаграмма

С помощью удельной энтропии и любого другого параметра (например, температуры), удобно изображать графически процессы изменения состояния системы (рис.3.3).

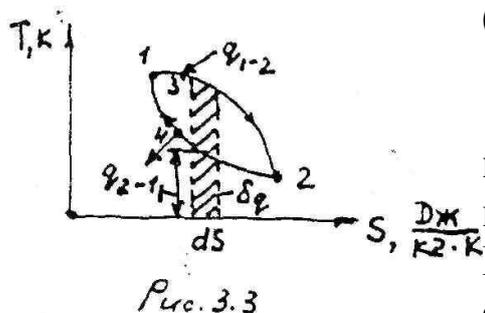


Рис. 3.3

Удельная теплота процесса

$$\delta q = T \cdot ds$$

изображается как элементарная площадка высотой  $T$  и основанием  $ds$ .

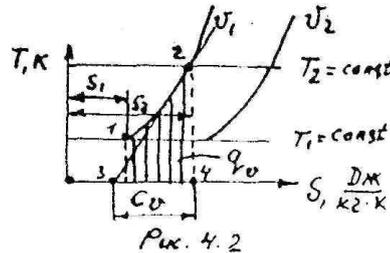
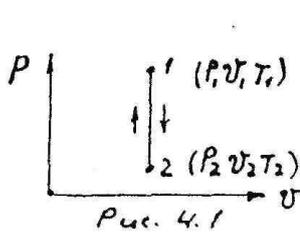
Разность между подведённым теплом  $q_{1-2}$  и отведённым  $q_{2-1}$  представляет собой теплоту, превращенную в полезную работу (площадь 1-3-2-4-1).

## Лекция 4

## Термодинамические процессы идеального газа

### 4.1. Изохорный процесс.

Процесс протекает при  $v = \text{const}$ , то есть при  $dv = 0$ . График процесса называется изохорой (рис.4.1).



Из уравнения состояния идеального газа имеем:  $p \cdot v = R$

•  $T$ , то есть  $p_1 / T_1 = p_2 / T_2 = \text{const}$ . При постоянном объёме давление газа изменяется прямо пропорционально абсолютным температурам. Внешняя работа газа при  $v = \text{const}$  равна нулю:  $d\ell = p \cdot dv$ , или

$$\ell_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = 0$$

Первый закон термодинамики для изохорного процесса будет иметь вид:

$$\delta q = du + p \cdot dv; \quad p \cdot dv = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta q = du = c_v \cdot dT.$$

Вся внешняя подведённая теплота в процессе расходуется только на изменение удельной внутренней энергии тела:

$$q_{1-2, v} = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v \cdot (T_2 - T_1) = u_2 - u_1$$

Изменение энтропии в процессе:  $S_2 - S_1 = c_v \cdot \ln(T_2 / T_1) + R \cdot \ln(v_2 / v_1)$ , но так как  $v_1 = v_2$ , то :

$$S_2 - S_1 = c_v \cdot \ln(T_2 / T_1) = c_v \cdot \ln(p_2 / p_1).$$

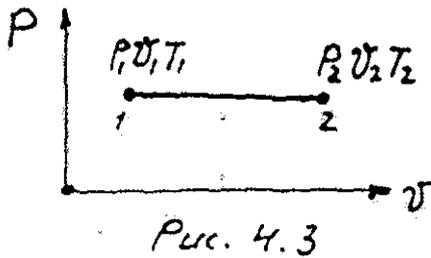
В тепловой диаграмме T-S процесс при  $v = \text{const}$  изображается в виде кривой 1-2 (рис.4.2). Чем больше первоначальный объём газа, тем дальше от оси ординат расположена кривая ( $v_2 > v_1$ ).

Подкасательная к кривой в любой её точке даёт истинное значение теплоёмкости  $c_v$ .

Площадь 1-2-3-4-1 численно соответствует количеству теплоты  $q_v$ , расходуемой на изменение удельной внутренней энергии газа от  $T_1$  до  $T_2$ .

### 4.2. Изобарный процесс

Процесс протекает при  $p = \text{const}$ , то есть  $dp = 0$ . График процесса называется изобарой. В  $p-v$  координатах изображается линией 1-2 (рис.4.3).



Из уравнения  $p \cdot v = R \cdot T$  находим при  $p = \text{const}$ :

$$v / T = R/p = \text{const.}$$

При постоянном давлении удельный объём газа изменяется прямо пропорционально абсолютным температурам:  $v_1 / v_2 = T_1 / T_2$ .

Так как в процессе объём меняется, то при подводе к системе внешней удельной теплоты  $\delta q$ , внешняя работа изменения объёма определяется:

$$\delta q = p \cdot dv; \quad l = p \cdot \int_{v_1}^{v_2} dv = p \cdot (v_2 - v_1).$$

Изменение удельной внутренней энергии:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1).$$

Первый закон термодинамики при  $dp = 0$ :

$$\delta q = dh - v \cdot dp = dh = c_p \cdot dT,$$

Следовательно, количество теплоты, сообщённой в процессе при  $p = \text{const}$

$$q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_p \cdot dT = c_p \cdot (T_2 - T_1) = h_2 - h_1$$

В этом процессе часть подведённой энергии (теплоты) расходуется на совершение внешней работы расширения  $p \cdot (v_2 - v_1)$ , а часть теплоты на изменение удельной внутренней энергии системы  $c_v \cdot (T_2 - T_1)$ .  
Изменение энтропии в процессе:

$S_2 - S_1 = c_p \cdot \ln(T_2 / T_1) - R \cdot \ln(p_2 / p_1)$ , при  $p = \text{const}$  имеем:

$$S_2 - S_1 = c_p \cdot \ln(T_2 / T_1) = c_p \cdot \ln(v_2/v_1).$$

В тепловой диаграмме процесс при  $p = \text{const}$  изображается в виде кривой 1-3. Она подобна изохоре 1-2. Подкасательная в любой точке (например, т.3) даёт истинное значение теплоёмкости  $c_p$  (рис.4,4). Чем больше давление, тем ближе изобара к оси ординат. Площадь под изобарой (1-3-4-5-1) представляет собой количество теплоты  $q_p$ , подведённое к газу.

Из рис.4.4 видно, что при изменении температуры от  $T_1$  до  $T_2$  изохора идёт круче (1-2) и, следовательно,  $c_v < c_p$ .

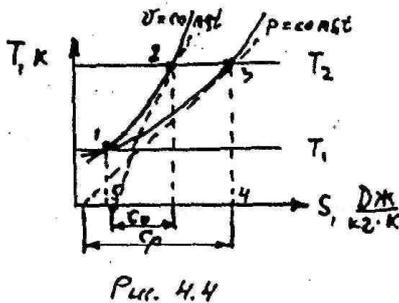


Рис. 4.4

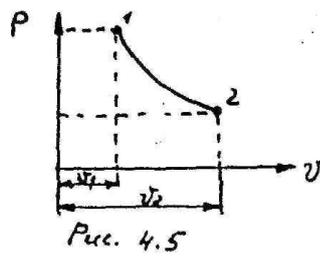


Рис. 4.5

### 4.3. Изотермический процесс

Процесс протекает при  $T = \text{const}$ , то есть  $dT = 0$ . Кривая называется изотермой (рис.4.5). Для идеального газа при  $T = \text{const}$  имеем:

$$p \cdot v = R \cdot T = \text{const}, \text{ или:}$$

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2,$$

$$p_1/p_2 = v_2/v_1.$$

При постоянной температуре объём газа обратно пропорционален давлению. Кривая представляет собой равнобокую гиперболу.

Первый закон термодинамики для идеального газа  $\delta q = du + p \cdot dv$ , а так как внутренняя энергия в этом процессе зависит только от температуры ( $T = \text{const}$ ), то  $du = 0$ . Тогда:  $\delta q = p \cdot dv = \delta l$ , то есть количество подведённого тепла к рабочему телу равно работе изменения процесса.

Работа в процессе, то есть работа изменения объёма:

$$l = \int_{v_1} p \cdot dv$$

Из уравнения  $p \cdot v = p_1 \cdot v_1$  имеем:  $p = p_1 \cdot v_1 / v$ . Тогда:

$$l = (p_1 \cdot v_1) \cdot \int_{v_1}^{v_2} dv / v \quad \text{или:}$$

$l = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln(v_2 / v_1)$  и это равно  $q_{1-2, t}$ ; то есть:

$$q_{1-2, t} = l_{1-2, t} = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln(v_2 / v_1).$$

Теплоёмкость процесса:  $c_T = \delta q / dT$ , а так как  $dT = 0$ , то  $c_T = \delta q / 0 = \pm \infty$ .

Энтальпия и удельная внутренняя энергия в процессе не меняются:

$$du = c_v \cdot dT = 0; \quad dh = c_p \cdot dT = 0.$$

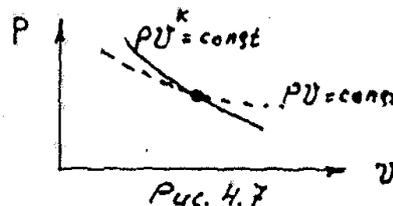
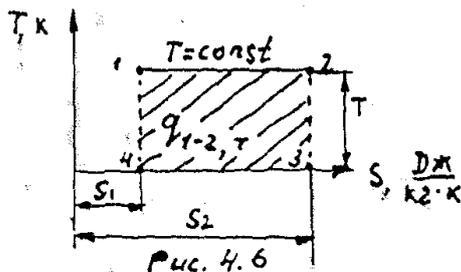
Изменение энтропии в процессе:

$$S_2 - S_1 = c_v \cdot \ln(T_2 / T_1) + R \cdot \ln(v_2 / v_1),$$

но при  $T = \text{const}$ , имеем:  $S_2 - S_1 = R \cdot \ln(v_2 / v_1) =$

$$R \cdot \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right).$$

В T-S диаграмме процесс изображается прямой линией 1-2 (рис.4.6).



Количество теплоты, участвующей в процессе равно произведению изменения энтропии на абсолютную температуру:

$$q_{1,2,T} = T \cdot (S_2 - S_1)$$

и численно равно площади 1-2-3-4-1.

#### 4.4. Адиабатный процесс

Этот процесс протекает без подвода и отвода тепла, то есть в процессе отсутствует теплообмен между рабочим телом и окружающей средой.

В координатах P-v; процесс изображается кривой, проходящей более круто, чем изотерма (рис,4.7). Обязательным условием процесса является  $\delta q = 0$ , то есть

$q = 0$ . Адиабатный процесс можно осуществить в цилиндре с абсолютно нетеплопроводными стенками при бесконечно медленном перемещении поршня.

Уравнение первого закона термодинамики:

$$\delta q = du + P \cdot dv \quad \text{При } \delta q = 0 \text{ будем иметь:}$$

$$0 = c_v \cdot dT + P \cdot dv$$

$$\delta q = dh - v \cdot dP \quad 0 = c_p \cdot dT - v \cdot dP.$$

Разделим второе уравнение на первое:

$$(c_p \cdot dT)/(c_v \cdot dT) = (v \cdot dp)/(P \cdot dv) \quad \text{или } k = (v \cdot dp)/(P \cdot dv);$$

$$k \cdot (dv/v) = dP/P$$

После интегрирования последнего уравнения получим:

$$k \cdot \int_{v_1}^{v_2} dv/v = \int_{P_1}^{P_2} dP/P \quad \text{или:}$$

$$k \cdot \ln v_2/v_1 = \ln P_1/P_2.$$

В результате потенцирования имеем:

$$(v_2/v_1)^k = P_1/P_2 \quad \text{или: } P_2 \cdot v_2^k = P_1 \cdot v_1^k;$$

$$\text{т. е.} \quad P \cdot v^k = \text{const.}$$

Это и есть уравнение адиабаты, где  $k$  - показатель адиабаты. Удельная работа изменения объёма в интервале 1-2:

$$\ell = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv; \quad p \cdot v^k = p_1 \cdot v_1^k; \quad \Rightarrow \quad p = p_1 \cdot (v_1/v)^k.$$

Подставим выраженное значение  $p$  в формулу работы:

$$\ell = \int_{v_1}^{v_2} p_1 \cdot (v_1/v)^k \cdot dv$$

Отсюда будем иметь после преобразования:

$$\ell = (1/(k-1)) \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2).$$

Удельная работа изменения объёма в адиабатном процессе

при  $c_v = \text{const}$ :  $\delta q = 0 = du + p \cdot dv,$

то есть  $du = - p \cdot dv, \quad du = - \delta q$

или:  $\delta L = - du = - c_v \cdot dT, \quad L_{1-2,ад.} = u_1 - u_2 = c_v \cdot (T_1 - T_2).$

Работа совершается за счёт убыли внутренней энергии рабочего тела.

Удельная теплоёмкость:  $c = \delta q / dT = 0 / dT = 0$ .

Энтропия:  $dS = \delta q / T = 0$ ; то есть  $S = const, S_1 = S_2 = S_3$ .

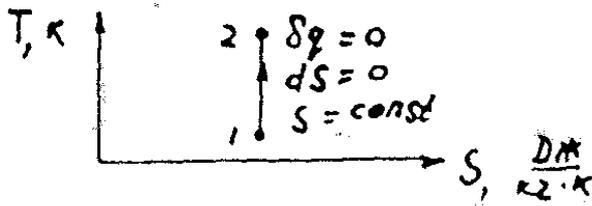


Рис. 4.8

В T-S координатах обратимый адиабатный процесс изображается линией 1-2 (рис.4.8).

### 4.5. Политропные процессы

**Всякий процесс идеального газа, у которого удельная теплоёмкость является величиной постоянной, называется политропным. Таким образом, все рассмотренные выше процессы, протекающие при постоянной удельной теплоемкости являются частным случаем политропного процесса.**

Выведем уравнение политропы.

$$\delta q = c_{пл} \cdot dT = c_p \cdot dT - \nu \cdot dp$$

$$\delta q = c_{пл} \cdot dT = c_v \cdot dT + p \cdot dv,$$

где  $c_{пл}$  - теплоёмкость политропного процесса.

Разделим первое уравнение на второе:

$$c_{пл} \cdot dT / (c_{пл} \cdot dT) = (c_p \cdot dT) / (c_v \cdot dT) - (\nu \cdot dp / p \cdot dv); \text{ или}$$

$$(c_{пл} - c_p) \cdot dT / (c_{пл} - c_v) \cdot dT = - \nu \cdot dp / (p \cdot dv)$$

Обозначим

$$(c_{пл} - c_p) / (c_{пл} - c_v) = n, \quad \text{где } n - \text{показатель политропы.}$$

Тогда:

$$n = - (\nu \cdot dp) / (p \cdot dv) \text{ и } n \cdot dv / \nu = - dp / p .$$

После интегрирования будем иметь:

$$\int_{\nu_1}^{\nu_2} n \cdot dv / \nu = - \int_{p_1}^{p_2} dp / p, \quad n \cdot \ln \cdot \nu_2 / \nu_1$$

$$(v_2 / v_1)^n = (p_1 / p_2). \quad \text{Окончательно: } p_2 \cdot v_1^n = p_1 \cdot v_2^n = const, \quad \text{или: } p \cdot v^n = const.$$

Полученное уравнение называется уравнением политропного процесса. Показатель политропы для

каждого процесса имеет своё значение: для изохорного  $n = \pm \infty$ , для изобарного  $n = 0$ , для изотермического  $n = 1$ , для адиабатного  $n = k$ .

Работа процесса при изменении удельного объёма определяется аналогично выражению для адиабатного процесса:

$$l = (1/(n - 1)) \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2).$$

В  $p$ - $v$  и  $T$ - $S$  координатах процесс изобразится в зависимости от показателя политропы (рис.4.9 и 4.10).

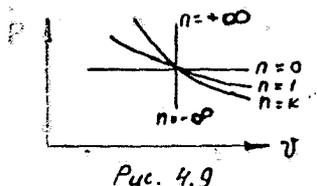


Рис. 4.9

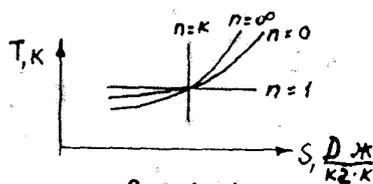


Рис. 4.10

## Лекция 5

### Второй закон термодинамики Циклы ДВС и ПСУ.

Первый закон термодинамики, рассматривая взаимные превращения работы в теплоту (и наоборот, теплоту в работу), не решает вопрос о направлении теплового процесса и количественного превращения теплоты в работу. На основании опытных данных был получен закон, указывающий направление теплового потока и максимально возможный предел превращений теплоты в работу. Существует много формулировок второго закона термодинамики, например формулировка Клаузиуса:

"Теплота не может сама собой даровым процессом переходить от холодного тела к более нагретому";  
Освальда: "Осуществление вечного двигателя второго рода невозможно";

Вечный двигатель второго рода - это такой двигатель, который способен превращать всю теплоту в работу.

### 5.1. Круговые термодинамические процессы (циклы)

Круговой процесс или цикл, это такой процесс, для осуществления которого рабочее тело после совершения

работы возвращается в первоначальное состояние. Если рабочее тело не возвратит в первоначальное состояние, то наступит такой момент, когда давление и температура станут равны давлению и температуре окружающей среды и на этом получение работы прекратится.

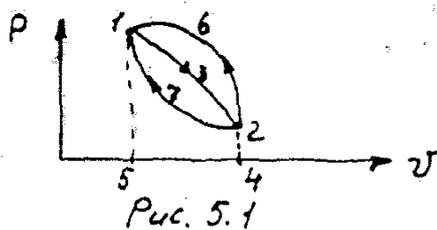
Цикл: выглядит следующим образом (рис.5.1). Возвращение тела в первоначальное состояние (т. 1) возможно тремя путями:

1. Кривая сжатия 2-3-1 совпадает с кривой расширения 1-3-2. В этом случае вся полученная при расширении работа (площадь 1-3-2-4-5-1) равна работе сжатия (площадь 2-3-1-5-4-2), а положительная работа равна нулю.

2. Кривая сжатия 2-6-1 располагается над линией расширения 1-3-2. При этом затрачивается больше работы (площадь 2-6-1-5-4-2), чем её получено при расширении.

3. Кривая сжатия 2-7-1 располагается под линией расширения 1-3-2. В этом случае работа расширения будет больше работы сжатия (площадь 2-7-1-5-4-2). В результате во вне будет отдана положительная работа  $L$ , равная площади 1-3-2-7-1.

Таким образом, имеем прямой цикл, в результате



которого получается положительная работа (тепловые двигатели) и обратный цикл, при котором расходуется работа (работа сжатия или расширения) - холодильные установки.

В результате прямого цикла совершается положительная работа, равная

$$L = L_1 - L_2$$

В цикле внутренняя энергия тела не меняется, так как начальное состояние тела совпадает с конечным, поэтому:  $L = q_1 - q_2 = q$ , что составляет количество теплоты, превращенной в полезную (положительную) работу.

Отношение количества теплоты, превращенной в положительную работу за цикл, ко всему количеству

теплоты, подведённого к телу, называется термическим КПД  $\eta_t$  прямого цикла:

$$\eta_t = q / q_1 = (q_1 - q_2) / q_1 = 1 - q_2 / q_1 < 1$$

Термический КПД показывает, что всё подведённое тепло к рабочему телу нельзя полностью превратить в работу без отвода некоторого количества теплоты  $q_2$  в теплоприёмник.

В обратном цикле от теплообменников отводится тепло  $q_2$  к рабочему телу и затрачивается работа  $L = q_1 - q_2$ , которая переходит в теплоту:

$$q_1 = q_2 + L.$$

И подводимое тепло  $q_2$  и работа  $L$ , переходящая в тепло передаются теплоотдатчикам. Без дополнительной затраты работы такой переход невозможен. По такому циклу работают холодильные машины. Степень совершенства обратного цикла оценивается холодильным коэффициентом:

$$\varepsilon = q_2 / L = q_2 / (q_1 - q_2) > 1$$

Он показывает, какое количество теплоты отнимается от теплоприемника при затрате единичной работы.

## 5.2. Циклы поршневых ДВС

Все современные ДВС делятся на три группы:

1. со сгоранием смеси при постоянном объёме;
2. со сгоранием смеси при постоянном давлении;
3. со смешанным горением: частично при постоянном объёме и частично при постоянном давлении.

В термодинамике используются идеальные циклы ДВС, так как исследование реальных циклов представляет определённые сложности.

При этом принимаются следующие допущения:

- а) рабочее тело - идеальный газ с постоянной теплоёмкостью;
- б) количество рабочего тела принимается постоянным;

**с) подвод и отвод теплоты осуществляется с помощью внешних источников;**

**д) разность температур между источником теплоты и рабочим телом бесконечно мала.**

### **5.2.1. Идеальный цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном объёме**

**По такому циклу работают ДВС с воспламенением от искры. Цикл имеет вид, изображённый на рис.5.2.**

$q_1$   $c_v$   
 •  $(T_3 - T_2)$  -  
 $T_2$   $T$   
 3 -  $T_2$

Приведём значение всех температур к начальной  $T_1$ .

Для адиабаты 1-2

Идеальный цикл с начальными параметрами  $p_1, v_1, T_1$ , сжимается от точки 1 по адиабате 1-2 до точки 2. По изохоре 2-3 к телу подводится тепло  $q_1$ . От точки 3 рабочее тело расширяется по адиабате 3-4 до точки 4. По изохоре 4-1 отводится тепло  $q_2$  и газ возвращается в первоначальное состояние.

Термический КПД цикла:

$$\eta_t = 1 - q_2 / q_1$$

Теплота подводится и отводится по изохорам, поэтому первый закон термодинамики имеет вид:  $\delta q = du$ , и

$$q_{1-2, v} = c_v(T_2 - T_1), \text{ то есть:}$$

$$q_1 = c_v \cdot (T_3 - T_2), \quad q_2 = c_v \cdot (T_4 - T_1). \quad \text{Тогда:}$$

Приведём значение всех температур к начальной  $T_1$ . Для адиабаты 1-2 имеем:  $T_1 \cdot v_1^{k-1} = T_2 \cdot v_2^{k-1}$  или:  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}$ , где  $\varepsilon$  - степень сжатия. Тогда:  $T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}$ .

Для изохоры 2-3 имеем:  $p_3 / p_2 = T_3 / T_2$  или:  $T_3 = T_2 \cdot (p_3 / p_2) = T_2 \cdot \lambda$ , где  $\lambda = p_3 / p_2$  - степень повышения давления. Тогда:

$$T_3 = T_2 \cdot \lambda = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \lambda, \text{ аналогично: } T_4 = T_1 \cdot \lambda$$

Подставляя значения температуры в выражение (1) имеем:  $\eta_t = 1 - (T_1 \cdot \lambda - T_1) / (T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \lambda - T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}) = 1 - (T_1 \cdot (\lambda - 1)) / (\varepsilon^{k-1} \cdot T_1 \cdot (\lambda - 1))$

Таким образом,  $\eta_t$  зависит от степени сжатия  $\varepsilon$  и величины  $k$ , то есть от природы рабочего тела. С увеличением  $\varepsilon$  и  $k$   $\eta_t$  возрастает. В T-S диаграмме цикл изображается в следующем виде (рис.5.3).

$$\eta_t = \text{пл Л-2-3-4-1} / \text{пл.6-2-3-5-6}$$

### 5.3. Идеальный цикл с подводом теплоты при постоянном давлении

Такой цикл используется для раздельной подачи сжатого топлива в предварительно сжатый воздух до больших давлений.

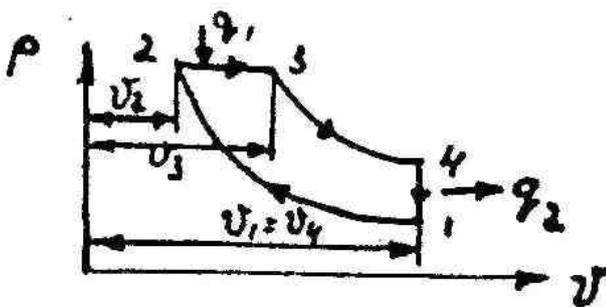


рис. 5.4

В этом цикле (в P-v диаграмме - рис.5.4) рабочее тело с начальными параметрами  $P_1, v_1, T_1$  сжимается по адиабате 1-2, по изобаре 2-3 сообщают тепло  $q_1$ . От точки 3 до точки 4 рабочее тело расширяется по адиабате, а по изохоре 4-1 тело возвращается в

первоначальное состояние, отдав теплоту  $q_2$  в теплоприемник.

Термический КПД цикла:  $\eta_t = 1 - q_2/q_1$

$q_1 = c_p \cdot (T_3 - T_2)$ ;  $q_2 = c_v \cdot (T_4 - T_1)$ , тогда

$$\eta_t = 1 - (T_4 - T_1) / (k \cdot (T_3 - T_2));$$

Так как  $k = c_p / c_v$ .

Приведем значения всех температур к  $T_1$ .

$T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}$ ;  $T_3 = T_2 \cdot \rho = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \rho$ , где  $\rho = v_3 / v_2$  - степень предварительного расширения.

$T_4 = T_1 \cdot \rho^k$ ; так как  $T_4 = T_3 \cdot (v_3 / v_4)^{k-1} = T_1 \cdot \rho \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot (v_3 / v_1)^{k-1} =$

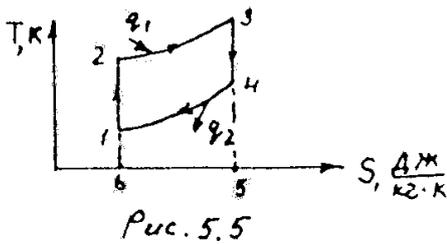
$$= (T_1 \cdot \rho \cdot (v_3 / v_2)^{k-1}) \cdot (v_3 / v_1)^{k-1} = T_1 \cdot \rho \cdot (v_3 / v_2)^{k-1} = T_1 \cdot \rho \cdot (\rho)^{k-1} = T_1 \cdot \rho^k \quad \text{Тогда:}$$

$$\eta_t = 1 - (T_1 \cdot \rho^k - T_1) / (k \cdot (T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \rho - T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}));$$

$$\eta_t = 1 - (\rho^k - 1) / (k \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot (\rho - 1)),$$

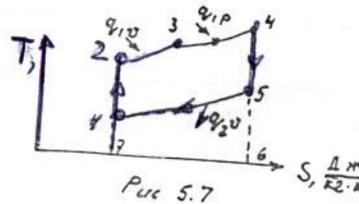
Таким образом,  $\eta_t$  зависит от  $\varepsilon, \rho$  и  $k$ . При увеличении  $\varepsilon$  и  $k$   $\eta_t$  увеличивается, а при увеличении  $\rho$  термический КПД снижается.

В T-S диаграмме цикл выглядит следующим образом (рис.5.5):



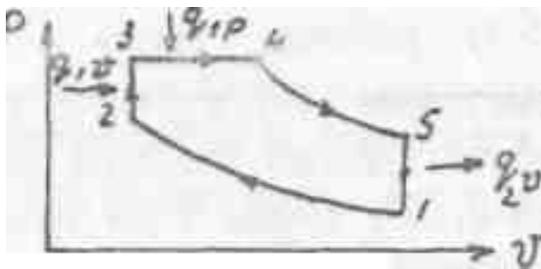
$$\eta_t = \text{пл.1-2-3-4-1} / \text{пл.6-2-3-5-6}$$

#### 5.4. Идеальный цикл со смешанным подводом теплоты:



**частично при постоянном объеме и частично при постоянном давлении**

По такому циклу работают бескомпрессорные дизели. Проект разработан инженером Г.В.Тринклером.



Рабочее тело (рис.5.6) с параметрами  $p_1, v_1, T_1$  сжимается по адиабате 1-2 до точки 2. По изохоре 2-3 к телу подводится теплота  $q_{1v}$ , а по изобаре - теплота  $q_{1p}$  (вторая доза). От точки 4 до точки 5 газ расширяется по адиабате 4-5, а по изохоре 5-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние с отводом теплоты  $q_{1v}$  в теплообменник.

Термический КПД цикла:  $\eta_t = 1 - q_{2v}/(q_{1v}+q_{1p})$ . Выразим теплоту, используя первый закон термодинамики:

$$q_{1v} = c_v (T_3 - T_2); \quad q_{1p} = C_p (T_4 - T_3); \quad q_{2v} = c_v (T_5 - T_1), \quad \text{Тогда:}$$

$$\eta_t = 1 - (T_5 - T_1) / [(T_3 - T_2) + k(T_4 - T_3)]; \quad \text{т.к. } c_p/c_v = k.$$

Приведем значения температур к начальной  $T_1$  :

$$T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{\kappa-1} ; T_3 = T_2 \cdot \lambda = T_1 \cdot \varepsilon^{\kappa-1} \cdot \lambda ; T_4 = T_3 \cdot \rho = T_1 \cdot \varepsilon^{\kappa-1} \cdot \lambda \cdot \rho ;$$
$$T_5 = T_1 \cdot \lambda \cdot \rho^{\kappa}$$

Подставим значения температур в  $\eta_t$  и после преобразований получим:

$$\eta_t = 1 - (\lambda \cdot \rho^{\kappa} - 1) / \varepsilon^{\kappa-1} - [(\lambda-1) + \kappa \cdot \lambda \cdot (\rho - 1)]$$

Значения  $\eta_t$  зависят от  $\varepsilon$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$  и  $\kappa$ .

При увеличении  $\varepsilon$ ,  $\lambda$  и  $\kappa$  -  $\eta_t$  - увеличивается.

При увеличении  $\rho$  -  $\eta_t$  уменьшается.

В T-S диаграмме цикл имеет вид ( рис.5.7).

$$\eta_t = (\text{пл.1-2-3-4-5-1}) / \text{пл.}(7-2-4-6-7)$$

## Лекция 6

### *Термодинамический анализ процессов в компрессорах.*

#### **6.1. Одноступенчатый компрессор**

Компрессор - это машина, предназначенная для сжатия различных газов. Компрессоры подразделяются на поршневые и турбинные. Термодинамика процесса сжатия во всех компрессорах одинакова, поэтому рассмотрим работу одноступенчатого компрессора поршневого типа.

Компрессор состоит из цилиндра 1 (рис.6.1), поршня 2, совершающего возвратно-поступательное движение из положения верхней мёртвой точки (ВМТ) до нижней мёртвой точки (НМТ) и обратно,

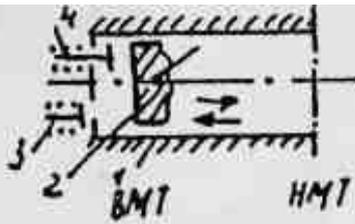


Рис. 6.1

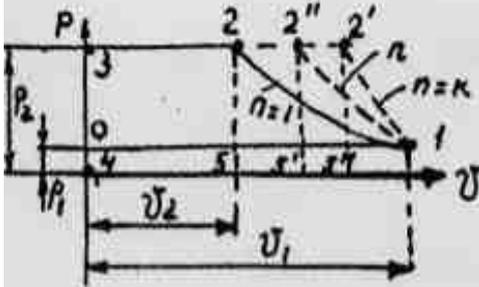


Рис. 6.2

При движении поршня вправо открывается впускной клапан 4 и цилиндр заполняется газом при постоянном давлении  $p_1$  (на рис.6.2 линия 0-1 называется линией всасывания). При движении поршня влево от НМТ впускной клапан 1 закрывается и газ сжимается по линии сжатия 1-2. При достижении в камере заданного давления (точка 2) газ будет выходить через открывающийся нагнетательный клапан 3 при постоянном давлении  $p_2$  (линия 2-3 или процесс нагнетания) обычно в ресивер.

При достижении поршнем ВМТ и начале перемещения вправо клапан 3 закрывается, а клапан 4 открывается, давление падает до первоначального  $p_1$  (процесс 3-0) и цикл повторяется. Затраченная работа на получение сжатого газа определяется по следующим зависимостям (без учёта трения):

$$L = L_1 + L_2 + L_3,$$

где  $L_1$  - работа внешней силы при заполнении цилиндра газом;

$L_1 = p_1 \cdot v_1 \rightarrow$  площадь 4-0-1-6-4 - работа, затраченная на впуск.

$L_2$  - работа нагнетания;

$L_2 = - p_2 \cdot v_2 \rightarrow$  площадь 4-3-2-5-4.

$L_3$  - работа сжатия;

$$L_3 = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv \rightarrow \text{площадь 5-2-1-6-5.}$$

Тогда:

$$L = p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2 + \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv.$$

Полезная работа равна площади 1-2-3-0-1. При сжатии работа затрачивается на сжатие, поэтому величина работы имеет знак "минус".

Процесс сжатия газа зависит от условий теплообмена между рабочим телом и стенками цилиндра и может осуществляться по изотерме 1-2, адиабате 1-2' или политропе 1-2". При этом для каждого процесса затраченная работа на сжатие газа имеет различное значение. При сжатии газа по изотерме 1-2 затрачивается наименьшая работа, а при его сжатии по адиабате 1-2' - наибольшая. При сжатии по политропе 1-2" величина затрачиваемой работы принимает промежуточное значение.

Для уменьшения работы сжатия процесс необходимо приближать к изотермическому, а для этого надо отводить тепло от сжимаемого газа. Это достигается охлаждением наружной поверхности цилиндра водой, что даёт возможность сжать газ до более высоких давлений. При этом сжатие происходит по политропе с  $n = 1,2 \dots 1,8$ .

Для изотермического процесса сжатия затраченная работа на привод компрессора равна работе изотермического сжатия:

$$L = p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2 + \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv.$$

$$v_1 \quad v_1$$

$$p \cdot v = p_1 \cdot v_1 \rightarrow p = p_1 \cdot v_1 / v, \quad \text{тогда:}$$

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = \int_{v_1}^{v_2} p_1 \cdot v_1 \cdot dv / v = p_1 \cdot v_1 \cdot \int_{v_1}^{v_2} dv / v = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln (v_2 / v_1) =$$

$$= - p_1 \cdot v_1 \cdot \ln (v_1 / v_2) = - p_1 \cdot v_1 \cdot \ln (p_2 / p_1), \quad \text{таким}$$

образом:

$L^{\text{изот}} = - p_1 \cdot v_1 \cdot \ln (p_2 / p_1)$  - наименьшая работа, эквивалентная площади-5-2-1-6-5.

Для адиабатного процесса;

$$L = p_1 \cdot v - p_2 \cdot v_2 + (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2) / (k - 1) = - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) / (k - 1) = - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) \cdot (1 + 1 / (k - 1)).$$

$L^{\text{ад}} = - k / (k - 1) \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$  Наибольшая работа, эквивалентная площади 5-2-2'-1-6-5.

Для политропного процесса:

$$L = - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) / (n - 1) = - n / (n - 1) \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$$

$L^{\text{пол}} = - n / (n - 1) \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$  Промежуточное значение работы, эквивалентное площади 5-2-2'-1-6-5.

Давление в одноступенчатом компрессоре не превышает 1 МПа.

## 6.2. Многоступенчатый компрессор

Многоступенчатые компрессоры применяются для получения более высокого давления. Сжатие газа осуществляется отдельно в нескольких последовательно соединённых цилиндрах с промежуточным охлаждением после каждого сжатия (рис.6.3) и охладителях I, 2 и 3.

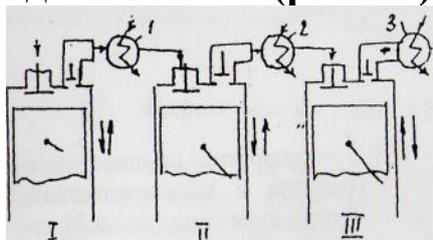


Рис 6.3



Рис 6.4

Процесс многоступенчатого компрессора в  $p$ - $v$  координатах выглядит следующим образом (рис.6.4). Здесь:

0-1 - процесс всасывания в первую ступень;

1-2 - процесс сжатия в первой ступени по политропе 1-2.

2-а - процесс нагнетания из первой ступени в первый охладитель;

а-3 - процесс всасывания во вторую ступень.

3-4 - политропный процесс сжатия во второй ступени;  
 4-в - процесс нагнетания из второй ступени во второй охладитель;  
 в-5 - процесс всасывания в третью ступень;

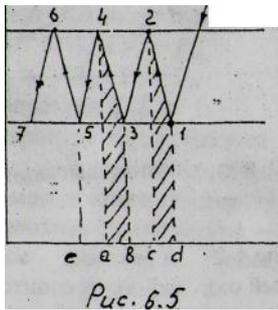


Рис. 6.5

5-6 - политропный процесс сжатия в третьей ступени;  
 6-с - процесс нагнетания из третьей ступени через третий охладитель в резервуар или магистраль. Процессы 2-3, 4-5 и 6-7 характеризуют уменьшение объёма газа в процессе при постоянном давлении вследствие охлаждения в первом, втором и третьем охладителях.

Если было бы сжатие по политропе 1-2-8, как в одноступенчатом компрессоре, то получили бы больший расход работы, чем в трёхступенчатом на величину площади 2-3-4-5-6-8-2. Таким образом, трёхступенчатое сжатие с промежуточным охлаждением приближает рабочий процесс к изотермическому, как наиболее экономичному. Охлаждение газа во всех охладителях производится до одной и той же температуры, равной начальной  $T_1$ , поэтому значения температуры газа в точках 1, 3, 5, 7 одинаковы и лежат на изотерме 1-7.

Отношение давлений во всех ступенях одинаково и равно  $p_2 / p_1 = p_4 / p_3 = p_6 / p_5 = x$

Отсюда:  $x = (p_2 \cdot p_4 \cdot p_6) / (p_1 \cdot p_3 \cdot p_5)$ ,

а степень повышения давления в каждой ступени:

$$x = (p_6 / p_1)^{1/3}.$$

Для  $Z$  ступеней:

$$x = (P_{\text{конечн.}} / P_1)^{1/Z}.$$

В T-S координатах процесс сжатия по политропе в многоступенчатом компрессоре имеет вид (рис.б.5):

Процессы сжатия: 1-2, 3-4, 5-6. Процессы охлаждения: 2-3, 4-5, 6-7.

Пл. 1-2-с-d-1 = Пл.3-4-a-b-3, т. е. в процессе сжатия к газу подводится одинаковое количество теплоты. Пл.2-3-b-c-2 = Пл.4-5-e-a-4, т.е. в охладителях от газа отводится также одинаковое количество теплоты в процессе при постоянном давлении.

## Лекция 7

## Основные понятия

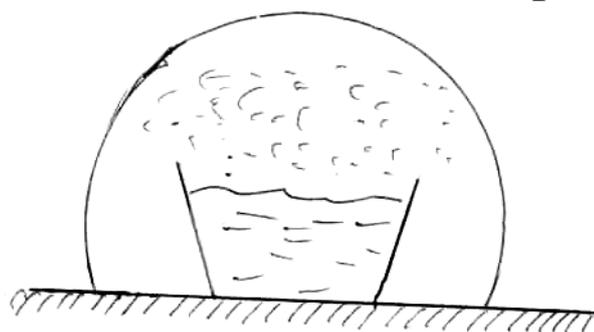
Водяной пар широко используется в энергетике, климатизации и для различных технологических нужд.

Парообразование- это процесс превращения вещества из жидкого состояния в газообразное. Испарение происходит всегда при любой температуре со свободной поверхности жидкости или твердого тела. Процесс перехода твердого вещества непосредственно в пар, называется сублимацией. Обратный процесс наз. десублимацией.

Если испарение происходит в закрытом объеме, то при данной температуре и давлении  $T_{окр}$  и  $P_{окр}$  между паром, находящимся над жидкостью и жидкостью может установиться динамическое равновесие: количество вылетающих молекул из жидкости будет равно количеству молекул, поступающих обратно в жидкость. Таким образом над жидкостью будет находиться максимально возможное число молекул при данных условиях окр. среды. Пар принимает максимальную плотность и называется насыщенным. Состояние насыщенного пара характеризуется сочетанием температуры насыщения  $T_s$

и давления насыщения  $p_s$ , которое называют давлением или упругостью насыщенного пара. С ростом температуры давление насыщения быстро возрастает – увеличение температуры на 45 К приводит к возрастанию  $p_s$  на порядок.

Если в насыщенном паре отсутствуют взвешенные частички жидкой фазы, он называется сухим насыщенным.



Насыщенный пар, в котором содержатся взвешенные частицы жидкой фазы, наз.

влажным насыщенным. Отношение массы сухого насыщенного пара во влажном к массе влажного насыщенного пара, наз. степенью сухости или

влажносодержанием. Учитывая, что влажный пар представляет собой механическую смесь сухого насыщенного пара с капельками взвешенной в нем жидкости, степень сухости определится:

$X = \frac{m''}{m' + m''}$ , где:  $m'$  - масса жидкости,  $m''$  - масса сухого насыщенного пара.

Величина  $(1 - X)$  – наз. степенью влажности пара.

Водяной пар получают или испарением с поверхности жидкости или в результате парообразования во всем объеме жидкости. В первом случае давление насыщенного пара меньше давления окружающей среды и над поверхностью кроме пара находится воздух. Пар в пространство распространяется путем диффузии и скорость испарения зависит от температуры окр. среды и интенсивности движения воздуха.

При кипении жидкости у стенок и внутри жидкости образуются пузырьки пара. Центрами зарождения пузырьков являются взвешенные частицы, находящиеся в жидкости, неровности стенок. Плотность пара меньше плотности воды ( в 1600 раз при нуле град.) и пузырьки поднимаются вверх, увеличиваясь в размере и на поверхности пар выходит наружу. Давление пара внутри пузырька определяются температурой жидкости. До достижения температуры кипения росту пузырьков и выходу из них пара на поверхности жидкости препятствует внешнее давление. От начала кипения до полного его завершения к жидкости надо подводить строго определенно количество теплоты и *температура жидкости остается всегда не изменой.* Моменту окончания парообразования при кипении соответствует состояние сухого насыщенного пара.

Количество теплоты, которое необходимо сообщить при постоянном давлении 1 кг нагретой жидкости до температуры кипения для ее превращения в сухой

насыщенный пар, называется скрытой теплотой парообразования ( $r$ ).

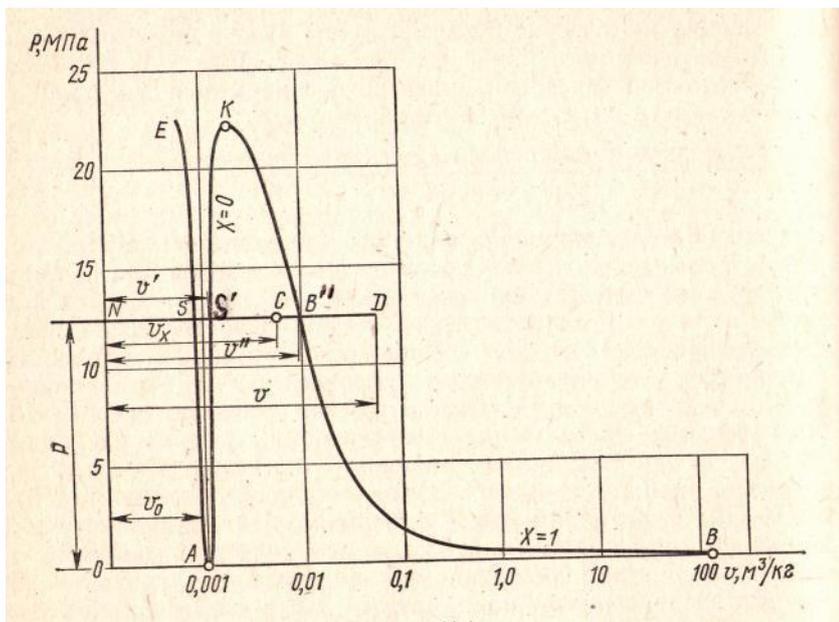
Если сухой насыщенный пар дополнительно подогреть, то получим перегретый пар (с более высокой температурой). Перегретый пар является ненасыщенным, так как он будет иметь больший удельный объем сухого насыщенного пара, а плотность меньше. По своим свойствам он приближается к газу и тем больше, чем выше степень перегрева.

### Диаграммы водяного пара

Диаграммы составлены с той целью, что пар, особенно насыщенный, сильно отличается по своим свойствам от идеального газа и расчетные соотношения для решения практических задач получаются очень сложными, поэтому в практике используют диаграммы и таблицы.

### $P - v$ диаграмма водяного пара

В координатах  $P - v$  диаграмма изображается в следующем виде: предположим, что вода при температуре  $0^{\circ}\text{C}$  и некотором давлении  $P$  заполняет удельный объем  $v_0$  (отрезок  $NS$ ). Т.к. сжимаемость воды очень мала при такой температуре, то зависимость удельного объема от давления изобразится в виде почти прямой линии, параллельной оси ординат ( $AE$ ). Точка  $A$  соответствует тройной точке воды. Подведем к воде такое количество теплоты, при котором она закипит в процессе при  $P = const$ .



При этом ее температура повысится, а удельный объем  $v'$  увеличится при данном давлении ( $p$ ) до максимально возможного значения (точка  $s'$ ). При увеличении давления

температура и удельный объем растут (кривая  $s' - k$ ). С понижением давления объем уменьшается (кривая  $s' - A$ ). Кривая  $A-K$  называется пограничной кривой кипящей жидкости. Степень сухости пара на ней  $x = 0$ . В точке  $s'$  подведем еще некоторое количество теплоты к воде при постоянном давлении. При этом начнется интенсивный процесс парообразования, который будет продолжаться до тех пор, пока вся жидкость не испарится (точка  $B''$ ). Следовательно, в интервале  $s' - B''$  количество воды постепенно уменьшается, а количество пара возрастает. В точке  $B''$  будет один сухой насыщенный пар. Процесс  $s' - B''$  является одновременно изобарным и изотермическим. В точках  $s'$  и  $B''$  рабочее тело находится в однофазном состоянии: в точке  $s'$  — вода, в точке  $B''$  — пар. В промежутке  $s' - B''$  двухфазное состояние: вода и пар. Итак, в точке  $B''$  образовался пар. Кривая изменения объема пара от давления изображается линией  $K-B$ . Эта линия называется пограничной кривой сухого пара. Степень сухости на этой линии равна  $x = 1$ .

К сухому насыщенному пару в точке  $B''$  подведем еще некоторое количество теплоты. Температура и объем пара возрастут и пар из сухого насыщенного перейдет в перегретый (точка  $D$ ). Перегретый пар используется как





перегретого пара изобары и изотермы расходятся: изобары вверх, изотермы – вправо выпуклостью вверх. Чем выше давление, тем больше кривизна изотерм. Все вертикальные прямые в диаграмме представляют собой адиабаты. Область диаграммы, лежащая ниже изобары тройной точки, изображают состояние смеси лед + пар. Эта диаграмма позволяет значительно сокращать расчеты.

### Основные параметры жидкости, влажного и перегретого пара

При нагреве воды от температуры  $0^{\circ}\text{C}$  до температуры кипения необходимо израсходовать количество теплоты:

$q = h' - h'_0$ .  $h', h'_0$  - удельные энтальпии кипящей жидкости и воды при  $0^{\circ}\text{C}$ .

В тройной точке (А) принимают значение:  $h'_0 = s'_0 = 0$ .

Значение  $h'$  (энтальпия кипящей жидкости) определяется по давлению или температуре и выбирается из таблиц.

Внутренняя энергия кипящей жидкости:

$$u' = h' - pv'$$

$v'$  – объем кипящей жидкости

При парообразовании  $T = \text{const}$  до момента перехода последней капли в пар, так как на процесс парообразование расходуется определенное количество теплоты.

### Удельная теплота парообразования

Количество теплоты, затрачиваемое на парообразование 1 кг воды при температуре кипения до получения сухого насыщенного пара, наз. удельной теплотой парообразования ( $r$ ).

$r = \rho + \psi$  ;  $r$  — расходуется на изменение внутренней потенциальной энергии и на внешнюю теплоту парообразования

$\rho$  - внутренняя потенциальная энергия (работа разъединения)

$\psi$  - внешняя теплота парообразования

Удельная энтальпия сухого насыщенного пара

$$h'' = h' + r$$

Удельная внутренняя энергия сухого насыщенного пара

$$u'' = h'' - pv''$$

Значения энтальпий, теплоты парообразования и удельных объемов выбирают из таблиц.

Удельный объем влажного пара:

$$v_x = v''x + (1 - x)v'$$

$v''x$  - объем пара ,  $(1-x)v'$  - объем воды

Удельная энтальпия влажного пара

$$h_x = h' + rx$$

$rx$  — количество теплоты, израсходованной на испарение  $x$  доли воды.

Удельная внутренняя энергия влажного пара

$$u_x = h_x - pv_x$$

Для перегретого пара количество теплоты, сообщаемого в процессе его перегрева :  $q_{пп} = \int_{t_H}^t C_p dt$

Энтальпия перегретого пара:  $h = h' + r + C_p \int_{t_H}^t dt$

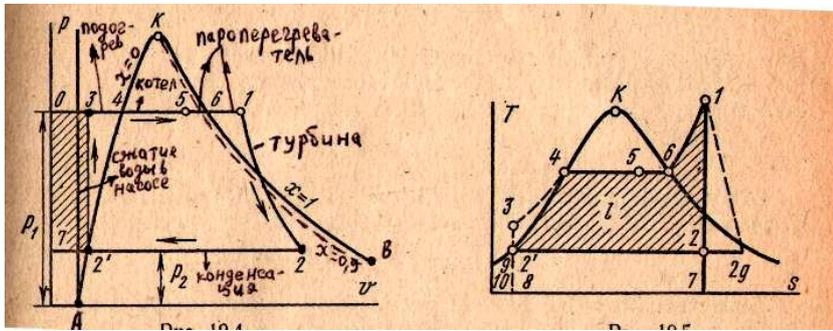
Внутренняя энергия перегретого пара:  $u = h - pv$

$v$ - удельный объем перегретого пара

## Лекция 8

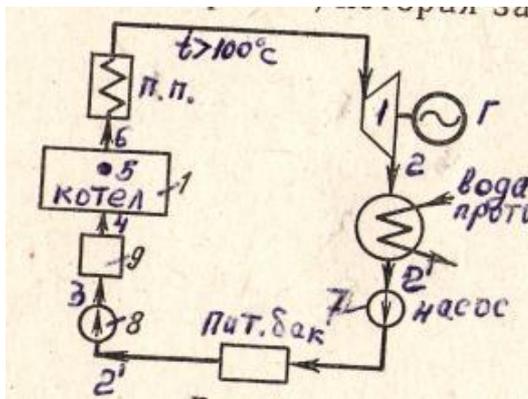
### Циклы паросиловых установок

В паротурбинных установках рабочим телом служит пар, чаще всего водяной. Рассмотрим общую схему работы паросиловой установки.



В котле происходит процесс подогрева и испарения воды, затем пар подается в

пароперегреватель (п.п.), где он нагревается до температуры 550...600 град.С при давлении  $P=10$  МПа. Полученный перегретый пар направляется на лопасти паровой турбины 1, где теплота преобразуется в механическую работу и чаще всего в электрическую (г). Отработанный пар поступает в конденсатор, где отдает теплоту охлаждающей воде. Полученный конденсат насосом 7 направляется в питательный бак. Из бака вода насосом 8, сжимаясь до давления равного в котле, подается в подогреватель 9, где его температура повышается, а затем подается в котел.



### Идеальный цикл Ренкина (HIRNE)

Основным циклом в паротурбинных установках является идеальный цикл Ренкина. При этом рабочее тело полностью конденсируется в конденсаторе, поэтому в этом цикле (в отличие от цикла Карно) вместо компрессора применяют водяной насос (8) с высоким КПД. В цикле возможно применение перегретого пара, что позволяет еще больше повысить значение КПД (в цикле Карно перегрев пара не повышает КПД).

Рассмотрим работу цикла Ренкина в P-V диаграмме.

При давлении  $P_1$  точка 4 характеризует состояние кипящей воды. Линия 4-5 процесс парообразования в котле. Линия 5-6 процесс подсушивания в

пароподогревателе. Линия 6-1 процесс перегрева пара в пароперегревателе при данном давлении  $P_1$ . В таком состоянии перегретый пар поступает на рабочие лопатки турбины 1, где он расширяется до давления  $P_2$ , направляясь в конденсатор. В процессе 2-2' пар полностью конденсируется, отдавая тепло охлаждающей воде.

Сжатие воды происходит в насосе 8 по линии 2'-3. Линия 3-4 характеризует изменение объема воды при ее нагревании в подогревателе 9 от температуры в ресивере  $P$  до температуры кипения в котле (точка 4). Полезная работа пара в цикле Ренкина эквивалентна площади 2'-3-1-2-2'.

В  $h-s$  – диаграмме цикл Ренкина изображается в следующем виде. Точка 4-состояние воды при температуре кипения, линия 4-5 процесс парообразования в котле при  $T = \text{const}$ . Процесс 5-6 - подсушивание пара в пароперегревателе, 6-1 - перегрев пара в пароперегревателе, 1-2 - расширение пара на лопатках турбины, 2-2' - конденсация пара, 2'-3 - сжатие воды насосом 8, 3-4 - подогрев воды в подогревателе. Определим термический КПД цикла:

$$\eta_t = (q_1 - q_2) / q_1$$

где  $q_1 = h_1 - h_3$  - количество подведённой теплоты;

$q_2 = h_2 - h_2'$  - количество отводимой теплоты;

Тогда:

$$\eta_t = [(h_1 - h_3) - (h_2 - h_2')] / (h_1 - h_3) = 1 - (h_2 - h_2') / (h_1 - h_3)$$

Учитывая, что при сжатии воды насосом 8 энтальпия почти не возрастает, то есть  $h_3 \approx h_2'$ , можно записать:

$$\eta_t = (h_1 - h_2' - h_2 + h_2') / (h_1 - h_2') = (h_1 - h_2) / (h_1 - h_2')$$

Теоретический КПД паросиловой установки доходит до 80% при использовании теплофикации (ТЭЦ).

## **Влажный воздух**

Смесь сухого воздуха (без молекул воды) с водяным паром называется влажным воздухом. Он по своему физическому состоянию близок к идеальным газам. Влажный воздух может содержать разное количество водяного пара в зависимости от давления и температуры. Насыщенный влажный воздух - это смесь, состоящая из сухого воздуха и насыщенного водяного пара.

Общее давление влажного воздуха, согласно закону Дальтона, равно сумме парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара, входящих в его состав:

$$p = p_{св} + p_{п} \quad (1)$$

Масса пара, содержащаяся в 1м смеси его с газом, называется абсолютной влажностью, которая численно равна плотности пара  $\rho_{п}$  при его парциальном давлении  $p_{п}$  и при температуре смеси.

Влажный воздух, не содержащий при данном давлении и температуре максимально возможное количество водяного пара, называется ненасыщенным, представляющим собой смесь сухого воздуха и перегретого пара.

Охлаждая ненасыщенный влажный воздух при постоянном давлении  $p$  можно довести перегретый пар до состояния насыщения. При этом температура воздуха станет равной температуре насыщения при данном парциальном давлении водяного пара. Эта температура насыщения называется температурой точки росы  $t_p$ .

Отношение массы пара  $m_{п}$  во влажном воздухе к массе сухого воздуха  $m_{св}$  в нём, называют влагосодержанием воздуха:

$$d = m_{п}/m_{св} \quad [\text{кг/кг с.в.}] \quad (2)$$

Так как  $p_{св} \cdot V = m_{св} \cdot R_{св} \cdot T$ , а  $p_{п} \cdot V = m_{п} \cdot R_{п} \cdot T$ , то:

$$p_{св} / p_{п} = m_{св} \cdot R_{св} / (m_{п} \cdot R_{п}) = (m_{св} \cdot 287,04) / (m_{п} \cdot 461,6) = 0,622/d$$

$$\text{или: } d = p_{п} \cdot 0,622 / p_{св}; \quad d = p_{п} \cdot 0,622 / (p - p_{п}), \quad (3)$$

то есть с увеличением  $p_{п}$  влагосодержание увеличивается.

Отношение действительной абсолютной влажности ненасыщенного воздуха к максимально возможной абсолютной влажности воздуха при той же температуре называют относительной влажностью:

$$\varphi = \rho_{п} / \rho_{макс} \cdot 100 [\%] \quad \text{или} \quad \varphi = p_{п} / p_{макс} \cdot 100 [\%] \quad (4)$$

Изменяется  $\varphi$  от 0 до 100%.

Используя уравнения (3) и (4) можно записать:

$$\varphi = d / (0,622 + d) \cdot p / p_{макс} \quad (5)$$

Из уравнения (5) следует, что в области, где температура влажного воздуха выше температуры насыщения водяного пара при давлении смеси, то есть при  $p_{\max} = p$ ,  $\phi$  зависит только от  $d$  и при  $d = \text{const}$  не меняется.

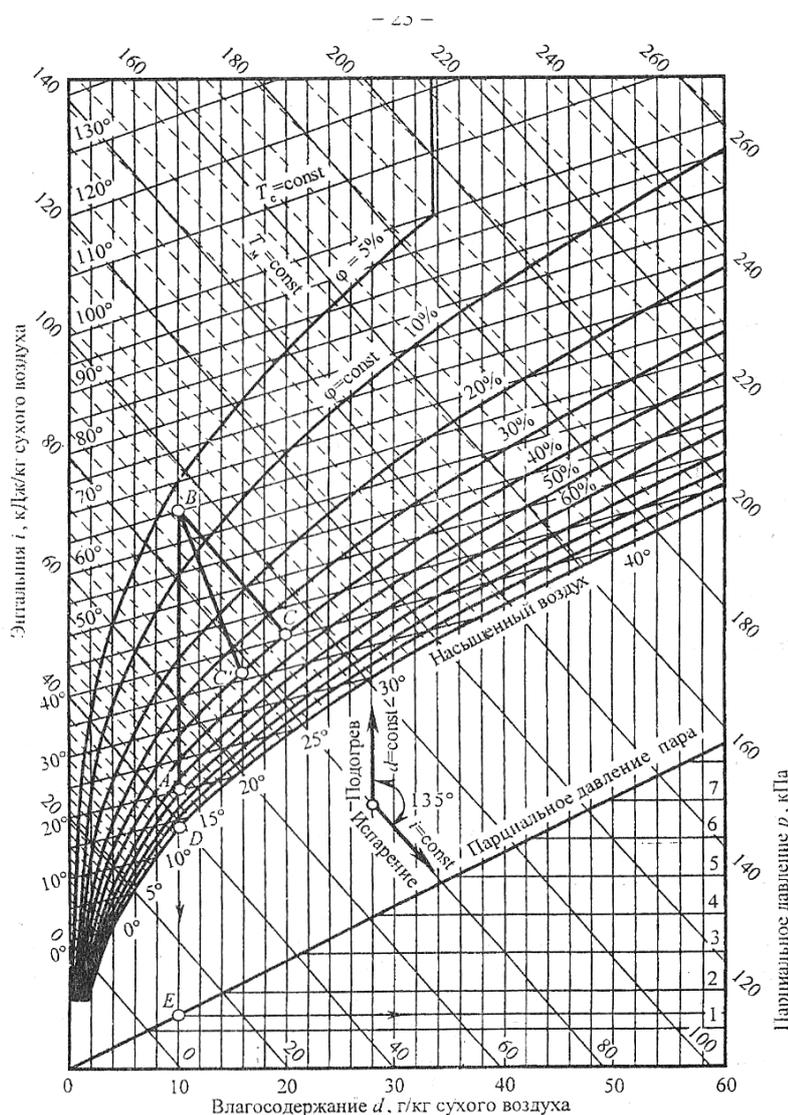


Рис. 4.1.  $id$ -диаграмма влажного воздуха

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Техническая термодинамика: Учеб. для машиностроительных вузов. В.И. Крутой, С.И. Исаев, И.А. Кожин и др.: Под. ред. В.И. Крутова. 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1991. - 384 с.

2. В.В. Нащокин. Техническая термодинамика и теплопередача: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. шк., 1980.-496 с.

3. Лабораторный практикум по технической

термодинамике и теории тепломассообмена/ Под. ред. А.Я. Шкарупило. - Владимир: ВлГУ, 1997.

4. Техническая термодинамика. Методические указания к самостоятельной работе студентов./ А.Я. Шкарупило, Ю.Г. Горнушкин, А.И. Кольчугина. - Владимир: ВлГУ, 1996.

## Лекция 1

### ВВЕДЕНИЕ, СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

#### Предмет гидравлики

Науку о законах равновесия и движения жидкостей и о способах приложения этих законов к решению практических задач называют гидравликой. В гидравлике рассматривают, главным образом, потоки жидкости, ограниченные и направленные твердыми стенками, т. е. течения в открытых и закрытых руслах (каналах).

В понятие «русло» или «канал» включают поверхности (стенки), которые ограничивают и направляют поток, следовательно, не только русла рек, каналов и лотков, но и различные трубопроводы, насадки, элементы гидромашин и других устройств, внутри которых протекает жидкость.

Таким образом, можно сказать, что в гидравлике изучают в основном внутренние течения жидкостей и решают так называемую внутреннюю задачу

Термину «жидкость» часто придают более широкий смысл, чем это принято в обыденной жизни. В понятие «жидкость» включают все тела, для которых свойственна текучесть, т. е. способность сильно изменять свою форму под действием сколь угодно малых сил. Таким образом, в это понятие включают как жидкости обычные, называемые капельными, так и газы.

. Важной особенностью капельных жидкостей является то, что они ничтожно мало изменяют свой объем при изменении давления, поэтому их обычно считают несжимаемыми. Газы, наоборот, могут значительно уменьшаться в объеме под действием давления и неограниченно расширяться при отсутствии. давления, т. е. они обладают большой сжимаемостью

Несмотря на это различие, законы движения капельных жидкостей и газов при определенных условиях можно считать одинаковыми, Основным из этих условий является малая скорость течения их по сравнению со скоростью распространения в нем звука.

В гидравлике изучают движения, главным образом, капельных жидкостей.

В дальнейшем под термином «жидкость» будем понимать капельную

жидкость, а также газ, когда его можно считать несжимаемым.

Метод, используемый в современной гидравлике при исследовании движения, заключается в следующем. *Исследуемые явления сначала упрощают и к ним применяют законы теоретической механики. Затем полученные результаты сравнивают с данными опытов, определяют степень расхождения, уточняют и исправляют теоретические выводы и формулы для приспособления их к практическому использованию.*

Гидропередачи представляют собой устройства для передачи механической энергии и преобразования движения посредством жидкости. По сравнению с передачами других видов (зубчатыми и т. п.) гидропередачи имеют ряд существенных преимуществ:

простота преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное,

возможность плавного (бесступенчатого) изменения соотношения скоростей входного и выходного звеньев,

компактность конструкций и малая масса гидромашин при заданной мощности по сравнению, например, с электромашинами и др.

Гидропередачи, снабженные системами автоматического или ручного управления, образуют гидроприводы, которые благодаря перечисленным преимуществам широко используют в различных металлообрабатывающих станках, на летательных аппаратах (самолетах, вертолетах, ракетах), на сухопутных транспортных машинах (колесных и гусеничных), в строительно-дорожных и подъемно-транспортных машинах, в прокатных станах и прессах и т. п.

Гидроприводы, гидроавтоматика и различные гидравлические устройства являются весьма перспективными для комплексной автоматизации и механизации производства.

### Силы, действующие на жидкость.

#### Давление в жидкости

Жидкость в гидравлике рассматривают как непрерывную среду, заполняющую пространство без пустот и промежутков, т. е. отвлекаясь от молекулярного строения жидкости и ее частиц, даже бесконечно малые, считают состоящими из большого числа молекул.

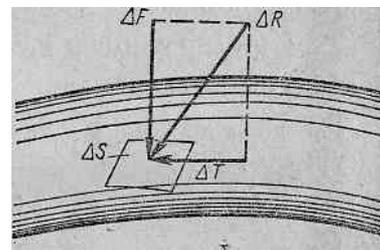
**Вследствие текучести (подвижности частиц) в жидкости действуют силы не сосредоточенные, а непрерывно распределенные по ее объему (массе) или поверхности.** В связи с этим силы, действующие на объемы жидкости и являющиеся по отношению к ним внешними, разделяют на массовые и

**поверхностные.**

Массовые силы в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональны массе жидкости или, для однородной жидкости, — её объёму.

К ним относятся сила тяжести и сила инерции переносного движения, действующая на жидкость при относительном её покое

Поверхностные силы непрерывно распределены по поверхности жидкости и при равномерном их распределении пропорциональны площади этой поверхности. Эти силы обусловлены непосредственным



воздействием соседних объемов жидкости на данный объем Как следует из третьего закона Ньютона, с такими же силами, но в противоположном направлении, жидкость действует на соседние с нею тела.

Рис. 1.1. Разложение поверхностной силы на две составляющие

В общем случае поверхностная сила  $\Delta R$ , действующая на площадке  $\Delta S$ , направлена под некоторым углом к ней, и ее можно разложить на нормальную  $\Delta F$  и тангенциальную  $\Delta T$  составляющие (рис. 1.1). Первая называется **силой давления**, а вторая — **силой трения**. Как массовые, так и поверхностные силы в гидромеханике рассматривают обычно в виде единичных сил, т. е. сил, отнесенных к соответствующим единицам. Массовые силы относят к единице массы, а поверхностные — к единице площади.

Так как массовая сила равна произведению массы на ускорение, следовательно, единичная массовая сила численно равна соответствующему ускорению.

Единичная поверхностная сила, **называемая напряжением поверхностной силы**, раскладывается на нормальное и касательное напряжения.

Нормальное напряжение, т. е. напряжение силы давления, называется гидромеханическим (в случае покоя — гидростатическим) давлением, или просто давлением, и обозначается буквой  $p$ .

Если сила давления  $\Delta F$  равномерно распределена по площадке  $\Delta S$ , то среднее гидромеханическое давление определяют по формуле

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} \quad (1.1)$$

В общем случае гидромеханическое давление в данной точке равно пределу, к которому стремится отношение силы давления к площади  $\Delta S$ , на которую она действует, при уменьшении  $\Delta S$  до нуля, т. о. при стягивании ее к

точке

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

$$\Delta S \rightarrow 0$$

Если давление  $p$  отсчитывают от абсолютного нуля, то его называют абсолютным, а если отсчитывают от атмосферного давления  $p_a$ , т. е. от условного нуля, то его называют избыточным ( $p_{изб}$ ) или манометрическим. Следовательно, абсолютное давление

$$P_{абс} = P_a + P_{изб}$$

За единицу давления в Международной системе единиц (СИ) принят Паскаль — давление, вызываемое силой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup>. Наряду с этой единицей давления применяют укрупненные единицы: килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа):

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2 = 10^{-3} \text{ кПа} = 10^{-6} \text{ МПа}.$$

В технике в настоящее время продолжают применять также систему единиц МКГСС (метр, килограмм-сила, секунда), в которой за единицу давления принимается 1 кгс/м<sup>2</sup>. Используют также внесистемные единицы — техническую атмосферу и бар.

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 10\,000 \text{ кгс/м}^2;$$

$$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па} = 1,02 \text{ ат}.$$

Соотношение между единицами давления в системах СИ и МКГСС следующее:

$$1 \text{ Па} = 0,102 \text{ кгс/м}^2 \text{ или } 1 \text{ кгс/м}^2 = 9,81 \text{ Па}.$$

Касательное напряжение в жидкости, т. е. напряжение трения, обозначается буквой  $\tau$  и выражается подобно давлению пределом

$$\tau = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta S}$$

а размерность его та же, что и размерность давления.

### Основные свойства капельных жидкостей

Одной из основных механических характеристик жидкости является ее плотность.

Плотностью  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) называют массу жидкости, заключенную в единице объема; для однородной жидкости

$$\rho = \frac{m}{V}$$

где  $m$  — масса жидкости в объеме  $V$ .

Удельным весом  $\gamma$  (Н/м<sup>3</sup>) называют вес единицы объема жидкости,

$$\gamma = \frac{G}{V}$$

где  $G$  — вес жидкости в объеме  $V$ .

Например, для воды при 4 °С имеем:

$$\gamma = 1000 \text{ кгс/м}^3 = 0,001 \text{ кгс/см}^3 = \underline{9,81 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3}$$

Связь между удельным весом  $\gamma$  и плотностью  $\rho$  легко найти, если учесть, что  $G = g m$ :

$$\rho = \frac{G}{gV} = \frac{\gamma}{g} \quad (1.6)$$

Если жидкость неоднородна, то формулы (1.4) и (1.5) определяют лишь среднее значение удельного веса или плотности в данном объеме. Для определения истинного значения  $\gamma$  и  $\rho$  в данной точке следует рассматривать объем, уменьшающийся до нуля, и искать предел соответствующего отношения.

Применяют еще относительную плотность жидкости  $\delta$ , равную отношению плотности жидкости к плотности воды при 4°C.

$$\delta = \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{вод}}}$$

Коротко рассмотрим **Основные физические свойства капельных жидкостей.**

1. **Сжимаемость**, или свойство жидкости изменять свой объем под действием давления, характеризуется коэффициентом ( $\beta_p$  (м<sup>2</sup>/Н) **объемного сжатия, который представляет собой относительное изменение объема, приходящееся на единицу давления, т. е.**

$$\beta_p = -\frac{dV}{dP} * \frac{1}{V}. \quad (1.8)$$

Знак минус в формуле обусловлен тем, что положительному приращению давления  $p$  соответствует отрицательное приращение (т. е. уменьшение) объема  $V$ .

Рассматривая конечные приращения  $\Delta p = P - P_1$  и  $\Delta V = V_1$  и считая  $\beta_p$  постоянным, получаем:

$$V \approx V_1(1 - \beta_p \Delta P)$$

или, учитывая равенство (1.4), находим приближенную формулу для определения плотности

$$\rho = \frac{\rho_1}{1 - \beta_p \Delta P} \quad (1.9)$$

Где  $\rho_1$  и  $\rho$  — плотности при давлениях  $P_1$  и  $P$ .

Величина, обратная коэффициенту  $\beta_p$ , представляет собой объемный модуль упругости  $K$ .

2. **Температурное расширение** характеризуется коэффициентом  $\beta_T$  **объемного расширения, который представляет собой относительное изменение объема при изменении температуры  $T$  на 1 °С и постоянном давлении, т. е.**

$$\beta_T = \frac{1}{V_1} * \frac{\partial V}{\partial T} \quad (1.11)$$

3. **Сопротивление растяжению** внутри капельных жидкостей по

молекулярной теории может быть весьма значительным. При опытах с тщательно очищенной и дегазированной водой в ней были получены кратковременные напряжения растяжения до 23—28 МПа. Однако технически чистые жидкости, содержащие взвешенные твердые частицы и мельчайшие пузырьки газов, не выдерживают даже незначительных напряжений растяжения. Поэтому в дальнейшем будем считать, что напряжения растяжения в капельных жидкостях невозможны.

4. На поверхности раздела жидкости и газа действуют силы **поверхностного натяжения**, стремящиеся придать объему жидкости сферическую форму и вызывающие некоторое дополнительное давление. Однако это давление заметно сказывается лишь при малых объемах жидкости и для сферических объемов (капель) определяется формулой

$$P = \frac{2\sigma}{r}$$

$\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения жидкости;  $r$  - радиус сферы.

С ростом температуры поверхностное натяжение уменьшается.

В трубках малого диаметра дополнительное давление, обусловленное поверхностным натяжением, вызывает подъем (или опускание) жидкости относительно нормального уровня, характеризующий капиллярность жидкости.

Высоту подъема смачивающей жидкости (или опускание несмачивающей жидкости) в стеклянной трубке диаметром  $d$  определяют по формуле для полусферического мениска

$$h = \frac{k}{d} \quad (1.13)$$

$k$  (мм<sup>2</sup>) имеет следующие значения: для воды +30, ртути —10,1; спирта +11,5.

С явлением капиллярности приходится сталкиваться при использовании стеклянных трубок в приборах для измерения давления, а также в некоторых случаях истечения жидкости

Рис. 1,2.	Профиль
скоростей	при течении
вязкой	жидкости
стенки	вдоль

**Вязкость** представляет собой свойство жидкости сопротивляться сдвигу (скольжению) ее слоев. Это свойство проявляется в том, что в жидкости при определенных условиях возникают касательные напряжения. Вязкость есть свойство, противоположное текучести:

Более вязкие жидкости (глицерин, смазочные масла и др.) являются менее текучими, и наоборот.

При течении вязкой жидкости вдоль твердой стенки происходит торможение потока, обусловленное вязкостью (рис. 1.2). Скорость  $v$  уменьшается по мере уменьшения расстояния  $y$  от стенки вплоть до  $v = 0$  при  $y = 0$ , а между слоями происходит проскальзывание, сопровождающееся возникновением касательных напряжений (напряжений трения).

Из закона трения следует, что напряжения трения возможны только в движущейся жидкости, т. е. вязкость жидкости проявляется лишь при ее течении. В покоящейся жидкости касательные напряжения будем считать равными нулю.

Изложенное позволяет сделать вывод, что трение в жидкостях, обусловленное вязкостью, подчинено закону, принципиально отличному от закона трения твердых тел.

В системе СГС за единицу динамической вязкости принимается пуаз:

$$1 \text{ П} = 1 \text{ дин} \cdot \text{с}/\text{см}^2.$$

Наряду с динамической вязкостью применяют кинематическую вязкость.

Единицей измерения кинематической вязкости является стокс:

$$1 \text{ Ст} = 1 \text{ см}^2/\text{с}.$$

Сотая доля стокса называется сантистоксом (сСт).

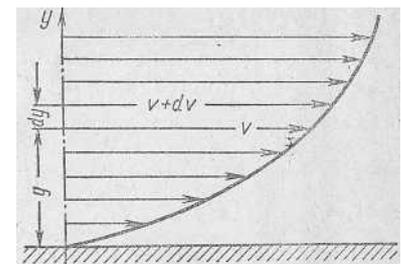


Рис. 1.3 Зависимость кинематической вязкости от температуры .



Вязкость капельных жидкостей зависит от температуры и уменьшается с увеличением последней (рис. 1.3). Вязкость газов, наоборот, с увеличением температуры возрастает. Объясняется это различием природы вязкости в жидкостях и газах. В жидкостях молекулы расположены гораздо ближе друг к другу, чем в газах, и вязкость вызывается силами молекулярного сцепления. Эти силы с увеличением температуры уменьшаются, поэтому вязкость падает. В газах же вязкость обусловлена, главным образом беспорядочным тепловым движением молекул, интенсивность которого увеличивается с повышением температуры. Поэтому вязкость газов с увеличением температуры возрастает.

6. **Испаряемость** свойственна всем капельным жидкостям, однако интенсивность испарения неодинакова у различных жидкостей и зависит от условий, в которых они находятся.



## Лекция 2

### Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Возьмём элементарную струйку потока и выделим сечения 1 и 2. Учитывая, что силы давления, перпендикулярны к перемещениям, можно записать :

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Где  $z$ - геометрическая высота, или геометрический напор;  $\frac{P_1}{\rho g}$  —

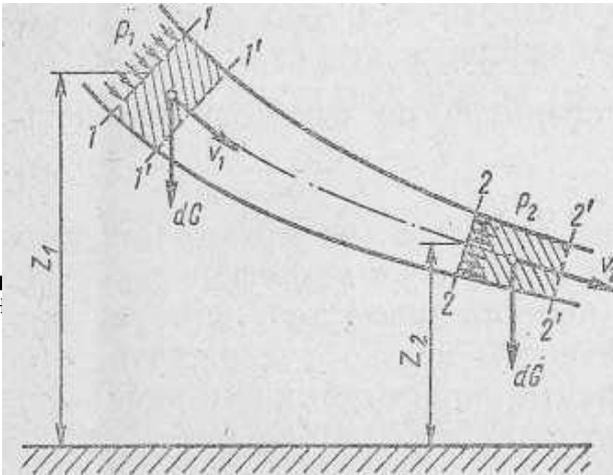


Рис. пьезометр скорости

пьезометрическая высота, или пьезометрический напор;  $\frac{v_1^2}{2g}$  — скоростная высота, или скоростной напор.

Полученное уравнение называется *уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной несжимаемой жидкости*. Оно было выведено Даниилом Бернулли в 1738 г.

Трехчлен вида

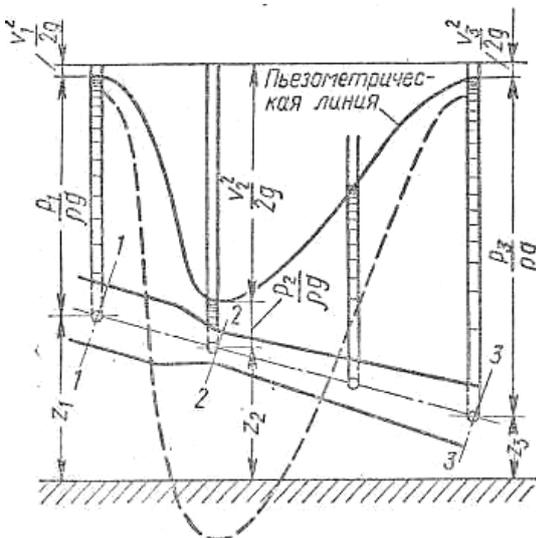
$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H$$

называется 'полным напором.

Уравнение Бернулли записано для двух произвольно взятых сечений струйки и выражает равенство полных напоров  $H$  в этих сечения. Так как сечения взяты произвольно, следовательно, и для любого другого сечения этой же струйки полный напор будет иметь то же значение:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = H = const(\text{вдоль струйки}).$$

**Итак,** для идеальной движущейся жидкости сумма трех напоров (высот): геометрического, пьезометрического и скоростного есть величина постоянная вдоль струйки.



Это положение иллюстрируется графиком, приведенным на рис., где показано изменение всех трех высот вдоль струйки.

**Линия изменения пьезометрических высот называется пьезометрической линией,** ее

можно рассматривать как геометрическое место уровней в пьезометрах,

установленных вдоль струйки. Для

горизонтального участка струйки из уравнения Бернулли и уравнения расхода

следует, что если площадь поперечного

сечения струйки уменьшается, т. е. струйка

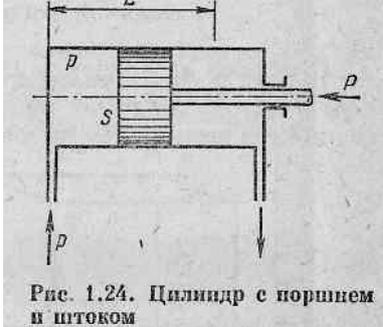


Рис. 1.24. Цилиндр с поршнем и шток

сужается, то скорость течения жидкости увеличивается, а давление уменьшается, и наоборот, если струйка расширяется, то скорость уменьшается, а давление возрастает. На рис. в виде примера показана струйка, площадь поперечного сечения которой от сечения 1 — 1 к сечению 2—2 уменьшается в 4 раза, в связи с чем скоростной напор увеличивается в 16 раз, а сечение 3 — 3 имеет ту же площадь, что и сечение 1 — 1. Штриховой линией показана пьезометрическая линия при увеличении расхода в  $\sqrt{2}$  раз, вследствие чего скоростные высоты увеличиваются в 2 раза, а в узкой части струйки давление становится меньше атмосферного.

Энергетический смысл уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости заключается в постоянстве вдоль струйки полной удельной энергии жидкости. Следовательно, уравнение Бернулли выражает закон сохранения механической энергии в идеальной жидкости. Механическая энергия движущейся жидкости может иметь три формы: энергия положения, давления и кинетическая энергия.

В процессе движения идеальной жидкости одна форма энергии может превращаться в другую, однако полная удельная энергия при этом, как следует из уравнения Бернулли, остается без изменений.

Энергию давления легко преобразовать в механическую работу. Простейшим устройством, с помощью которого осуществляют такое преобразование, является цилиндр с поршнем (рис). Покажем, что при этом преобразовании каждая единица массы жидкости совершает работу, численно равную  $\frac{p}{\rho}$ .

Пусть площадь поршня равна  $S$ , его ход  $L$ , избыточное давление жидкости, подводимой к левой полости цилиндра  $p$ , избыточное давление по другую сторону поршня равно нулю. Тогда суммарная сила давления жидкости, равная силе  $F$ , преодолеваемой при перемещении поршня из левого положения в правое:  $F = pS$ , а работа этой силы  $A = pSL$ . Масса жидкости, которую необходимо подвести к цилиндру для совершения этой работы, равна массе жидкости в объеме цилиндра, т. е.  $m = SL\rho$ .

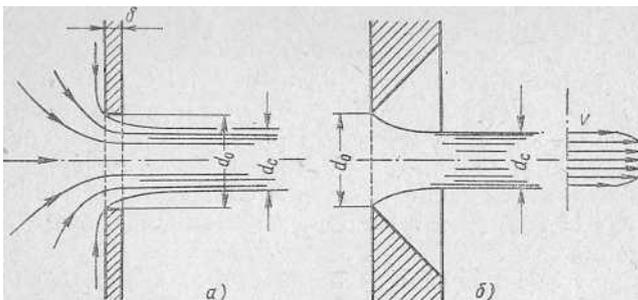
Следовательно, работа, приходящаяся на 1 кг массы,

$$e = \frac{A}{m} = \frac{pSL}{SL\rho} = \frac{p}{\rho}$$

### Истечение жидкости через отверстия и насадки

#### Истечение через малые отверстия в тонкой стенке при постоянном напоре

Рассмотрим различные случаи истечения жидкости из резервуаров, баков, через отверстия и насадки (короткие трубки разной формы) в атмосферу или в пространство, заполненное газом или той же жидкостью. Этот случай движения жидкости характерен тем, что в процессе истечения запас потенциальной энергии, которым обладает жидкость в резервуаре, превращается с большими или меньшими потерями в кинетическую энергию свободной струи или капель.



Основным вопросом, который интересует в данном случае, является определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадок.

Пусть отверстие имеет форму, показанную на рис. а, т. е. выполнено в виде сверления в тонкой стенке без обработки входной кромки.

Основным вопросом, который интересует в данном случае, является определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадок.

Рис. Истечение через круглое отверстие без кромки, и имеет форму, показанную на рис. б, т. е. выполнено в толстой стенке, но с заострением входной кромки с внешней стороны. Условия истечения жидкости в этих двух случаях будут совершенно одинаковыми: частицы жидкости приближаются к отверстию из всего прилежащего объема, двигаясь ускоренно по различным плавным траекториям (см. рис. а). Струя отрывается от стенки у кромки отверстия и затем несколько сжимается. Цилиндрическую форму струя принимает на расстоянии, равном примерно одному диаметру отверстия. Сжатие струи обусловлено необходимостью плавного перехода от различных направлений движения жидкости в резервуаре, в том числе от радиального движения по стенке, к осевому движению в струе.

Так как размер отверстия предполагается малым по сравнению с напором  $H_0$  и размерами резервуара, и следовательно, его боковые стенки и свободная поверхность жидкости не влияют на приток жидкости к отверстию, то наблюдается совершенное сжатие струи, т. е. наибольшее сжатие в отличие от несовершенного сжатия. Степень сжатия оценивается коэффициентом сжатия  $\epsilon$ , равным отношению площади сжатого поперечного сечения струи к площади отверстия  

$$\epsilon = S_c/S_0 = (d_c/d_0)^2.$$

Действительная скорость истечения  $v$  всегда несколько меньше идеальной из-за сопротивления, следовательно, **коэффициент скорости  $\phi$**  всегда меньше единицы.

### Истечение через насадки при постоянном напоре

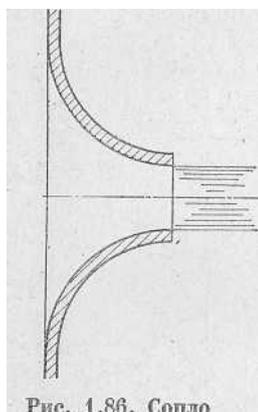
Внешним цилиндрическим насадком называется короткая трубка длиной, равной нескольким диаметрам без закругления входной кромки (рис.). На практике такой насадок часто получается в тех случаях, когда выполняют сверление в толстой стенке и не обрабатывают входную кромку. (отрывный режим течения).

Внешний цилиндрический насадок может быть значительно улучшен путем закругления входной кромки или устройства конического входа с углом конусности около  $60^\circ$ . Чем больше радиус закругления, тем выше коэффициент расхода и ниже коэффициент сопротивления. В пределе при радиусе кривизны, равном толщине стенки, цилиндрический насадок приближается к коноидальному насадку, или соплу.



### Коноидальный насадок,

или сопло, очерчивается приблизительно по форме естественно сжимающейся струи и благодаря этому обеспечивает безотрывность течения внутри насадка и параллельноструйность в выходном сечении. Это весьма распространенный насадок, так как он имеет коэффициент расхода, близкий к единице, и очень малые потери (коэффициент сжатия  $\epsilon = 1$ ), а также устойчивый режим течения **без кавитации**.



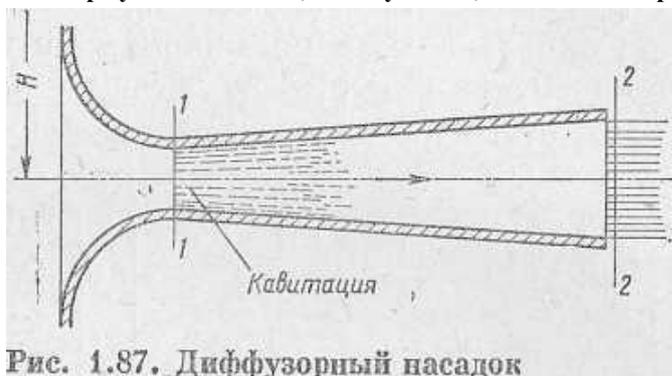
### Диффузорный насадок

представляет собой комбинацию сопла и диффузора. Приставка диффузора к соплу влечет за собой снижение давления в узком месте насадка, а следовательно, увеличение скорости и расхода жидкости через него. При том же

диаметре узкого сечения, что и у сопла, и том же напоре диффузорный насадок может дать

значительно больший расход (увеличение до 2,5 раза), чем сопло.

Такие насадки применяют в том случае, когда заданы диаметр узкого сечения и напор и требуется получить возможно больший расход. Однако использовать диффузорный насадок можно лишь при небольших напорах  $H=1...4$  м, так как иначе в узком месте насадка возникает кавитация. Следствием кавитации являются увеличение сопротивления и уменьшение пропускной способности насадка.



### Гидравлический удар

Гидравлическим ударом обычно называют резкое повышение давления, возникающее в напорном трубопроводе при внезапном торможении потока жидкости. Точнее говоря, гидравлический удар представляет собой колебательный процесс, возникающий в упругом трубопроводе с капельной жидкостью при внезапном изменении ее скорости. Этот процесс является очень быстротечным и характеризуется чередованием резких повышений и понижений давления. Изменение давления при этом тесно связано с упругими деформациями жидкости и стенок трубопровода.

Гидравлический удар чаще всего возникает при быстром, закрытии или открытии крана или иного устройства управления потоком. Однако могут быть и другие причины его возникновения.

Теоретическое и экспериментальное исследование гидравлического удара в трубах было впервые выполнено Н. Е. Жуковским и опубликовано в его фундаментальной работе «О гидравлическом ударе», вышедшей в свет в 1898 г.

Пусть в конце трубы, по которой жидкость движется со скоростью  $v_0$  произведено мгновенное закрытие крана. Тогда скорость частиц жидкости, натолкнувшись на кран, будет погашена, а их кинетическая энергия перейдет в работу деформации стенок трубы и жидкости. При этом стенки трубы растягиваются, а жидкость сжимается в соответствии с повышением давления  $\Delta p_{уд}$ . На заторможенные частицы у крана набегают другие, соседние с ними частицы и тоже теряют скорость, в результате чего сечение  $n-n$  перемещается вправо со скоростью  $c$ , называемой скоростью ударной волны; сама же переходная область, в которой давление изменяется на величину  $\Delta p_{уд}$ , называется ударной волной.

Когда ударная волна переместится до резервуара, жидкость окажется остановленной и сжатой во всей трубе, а стенки трубы — растянутыми. Ударное повышение давления  $\Delta p_{уд}$  распространится на всю трубу.

Но такое состояние не является равновесным. Под действием перепада давления  $\Delta p_{уд}$  частицы жидкости, устремятся из трубы в резервуар, причем это движение начнется с сечения, непосредственно прилегающего к резервуару. Теперь сечение  $n-n$  перемещается в обратном направлении — к крану — с той же скоростью  $c$ , оставляя за собой выравненное давление  $p_0$ .

Жидкость и стенки трубы предполагаются упругими, поэтому они возвращаются к прежнему состоянию, соответствующему давлению  $p_0$ . Работа деформации полностью переходит в кинетическую энергию, и жидкость в трубе приобретает первоначальную скорость  $v_0$ , но направленную теперь в противоположную сторону.

С этой скоростью «жидкая колонна» стремится оторваться от крана, в результате возникает отрицательная ударная волна под давлением  $p_0 - \Delta p_{уд}$ , которая направляется от крана к резервуару со скоростью  $c$ , оставляя за собой сжавшиеся стенки трубы и расширившуюся жидкость, что обусловлено снижением давления. Кинетическая энергия жидкости вновь переходит в работу деформаций, но противоположного знака.

### Сущность кавитационных явлений

Кавитацией называется нарушение сплошности потока жидкости, обусловленное появлением в ней пузырьков или полостей, заполненных паром или газом. Кавитация возникает при понижении

давления, в результате чего жидкость закипает или из нее выделяется растворенный газ. В потоке жидкости такое падение давления происходит обычно в области повышенных скоростей. В большинстве случаев жидкость настолько быстро проходит через область пониженного давления, что газ не успевает выделиться. В этом случае кавитацию часто называют паровой. Полости или пузырьки, заполненные паром, увлекаются потоком в область повышенного давления. Здесь пар конденсируется и полости, заполненные паром, замыкаются. Последствием кавитации являются следующие основные явления.

**1. Эрозия материала стенок канала.** При конденсации пузырьков пара давление внутри пузырька остается постоянным и равным давлению насыщенного пара, давление же жидкости повышается по мере продвижения пузырька. Частицы жидкости, окружающие пузырек, находятся под действием все возрастающей разности давления жидкости и давления внутри пузырька и движутся к его центру ускоренно. При полной конденсации пузырька происходит столкновение частиц жидкости, сопровождающееся мгновенным местным повышением давления, достигающим сотен мегапаскаль. Это приводит к выщербливанию материала стенок каналов. Описанный механический процесс разрушения стенок каналов называется эрозией и является наиболее опасным следствием кавитации.

**2. Звуковые явления (шум, треск, удары) и вибрация** установки, являющиеся следствием колебаний жидкости, которые вызваны замыканием полостей, заполненных паром.

**3. Уменьшение подачи, напора, мощности и КПД лопастного насоса.**

Иногда приходится иметь дело с потоком жидкости, к которой подмешаны пузырьки газа. При прохождении пузырьков через область пониженного давления происходит их интенсивный рост и, следовательно, увеличение объемной концентрации газа. Это может привести к падению подачи и напора насоса, которое предположительно объясняется следующим. Увеличение объемной концентрации газа в жидкости ведет к сильному уменьшению скорости звука. Так, при объемной концентрации воздуха в воде, равной 1 %, скорость звука составляет 120 м/с, при 10 % — 40 м/с. Скорость жидкости в наиболее узком сечении канала не может быть больше звуковой, поэтому уменьшение скорости звука, получающееся при увеличении объемной концентрации газа, приводит к снижению скорости жидкости и подачи насоса. Кроме того, при уменьшении скорости звука до значения, близкого к скорости жидкости (число Маха близко к 1), резко увеличивается гидравлическое сопротивление канала и следовательно уменьшается подача. Такое нарушение режима работы насоса может произойти и при дозвуковых скоростях жидкости в результате того, что в центральной части колеса скапливается газ, отсепарировавшийся под действием центробежных сил из жидкости. Такие явления часто называют газовой кавитацией.