Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и
Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ)
Колледж инновационных технологий и предпринимательства

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

к выполнению самостоятельной работы студента

по дисциплине «Математика»

для студентов технических специальностей

Владимир 20   г

Разработчик: Тонконог Г. П , ст. преподаватель КИТП

Одобрено на заседании цикловой комиссии естественно-научных дисциплин

протокол   № ____________ от «_______» _________________ 20____ года

Председатель ЦК   Тонконог Г.П.

Одобрено на заседании методической комиссии КИТП

протокол   № ____________ от «_______» _________________ 20____ года

Директор КИТП ___________________________Корогодов Ю.Д.

Введение

В настоящее время актуальным становятся требования к личным качествам современного студента – умению самостоятельно пополнять и обновлять знания, вести самостоятельный поиск необходимого материала, быть творческой личностью. Ориентация учебного процесса на саморазвивающуюся личность делает невозможным процесс обучения без учета индивидуально-личностных особенностей обучаемых, предоставления им права выбора путей и способов обучения. Появляется новая цель образовательного процесса – воспитание личности, ориентированной на будущее, способной решать типичные проблемы и задачи исходя из приобретенного учебного опыта и адекватной оценки конкретной ситуации.

Решение этих задач требует повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиления ответственности преподавателя за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание их творческой активности и инициативы.

Введение в практику учебных программ и модулей с повышенной долей самостоятельной работы активно способствует модернизации учебного процесса.

Основными целями внеаудиторной самостоятельной работы студентов являются:

- овладение знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю специальности;
- формирование готовности к самообразованию, самостоятельности и ответственности;
- развитие творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Распределение видов и объема внеаудиторной самостоятельной работы между разделами дисциплины «Математика»

№ п/п	Раздел(тема)дисциплины	Самостоятельная работа студента (вчасах)	Виды СРС*	Форма контроля СРС**	Баллы по СРС***
	Раздел 1.Элементы линейной алгебры Теорема Кронекера-Капелли.	**4**	Решение задач по разделу.	**Рейтинг-контроль**	

	Раздел2.Основы математического анализа**.** Производные высших порядков. Геометрические приложения определенного интеграла**.**	**8**	Решение задач по разделу.	**Домашняя контрольная работа**	
	Раздел 3. Комплексные числа Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.	**4**	Решение задач по разделу.	**Рейтинг-контроль**	
	Раздел4.Теория вероятностей и математическая статистика. Повторные независимые испытания. Простейший поток случайных событий и распределение Пуассона. Доверительная вероятность, доверительные интервалы.	**10**	Решение задач по разделу.	**Практическая работа**	

Выполнение студентами ВСР способствует формированию общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ОК 10. Исполнять воинскую обязанность, в том числе с применением полученных профессиональных знаний (для юношей).

2 Содержание внеаудиторной самостоятельной работы

2.1 Задания к выполнению самостоятельных работ

Самостоятельные работы выполняются индивидуально в свободное от занятий время.

Студент обязан:

- перед выполнением самостоятельной работы, повторить теоретический материал, пройденный на аудиторных занятиях;
- выполнить работу согласно заданию;
- по каждой самостоятельной работе представить преподавателю отчет в виде письменной работы или модели геометрического тела;
- ответить на поставленные вопросы.

При выполнении самостоятельных работ студент должен сам принять решение об оптимальном использовании возможностей программного обеспечения. Если по ходу выполнения самостоятельной работы у студентов возникают вопросы и затруднения, он может консультироваться у преподавателя. Каждая работа оценивается по пятибалльной системе. Критерии оценки приведены в конце методических рекомендаций.

Самостоятельная работа №1.

Вычисление определителей второго и третьего порядков

Цель работы: Проверить знание свойств определителей 2 и 3 порядков, правила вычисления определителей, вычислительные навыки.

Теоретический материал

Определение 1. Матрицей размера 2 х 2 называется совокупность чисел, расположенных в виде таблицы из 2 строк и 2 столбцов. Обозначается

Числа, составляющие $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ эту матрицу, называются ее элементами и обозначаются буквой с двумя индексами. Первый индекс указывает номер строки, а второй - номер столбца, в которых стоит данное число.

Определение 2. *Определителем (или детерминантом) второго порядка,* соответствующим данной матрице, называется число $a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$.

Определитель обозначают символом

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

По определению, $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$.

Числа a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} называются элементами определителя.

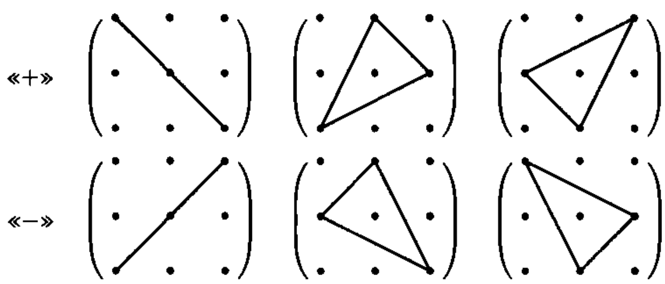
Определение 3. Аналогично, если

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ - квадратная матрица размера 3 x 3

(3 строки, 3 столбца), то соответствующим ей определителем третьего порядка называется число, которое вычисляется следующим образом

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Правило «треугольников» (правило Саррюса)



Задания

1.Вычислить определители второго порядка: 1) $\Delta = \begin{vmatrix} -\kappa_1 & 2+\kappa_2 \\ \kappa_1 \cdot \kappa_2 & 5 \end{vmatrix}$, 2) $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\kappa_1}{3} & 5^2 \\ 3 \cdot \kappa_2 & 6 \end{vmatrix}$,

3) $\Delta = \begin{vmatrix} 9^{0,5} & \kappa_1 \cdot 64^{\frac{1}{6}} \\ (0,5)^{-3} & \sqrt{4^2} \end{vmatrix}$

2.Вычислить определители третьего порядка:

$$1)\ \Delta=\begin{vmatrix}-1 & 3\kappa_1 & 2\\ 2 & 8 & \kappa_2\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix},\quad 2)\ \Delta=\begin{vmatrix}3\kappa_2 & 4 & -5\\ 8 & 7\kappa_2-2 & -2\\ 2 & -1 & 8\end{vmatrix},\quad 3)\ \Delta=\begin{vmatrix}1 & -2 & \kappa_1\cdot\kappa_2\\ 3 & \kappa_1 & -5\\ 2 & \kappa_2 & 5\end{vmatrix}$$

3. Решить уравнение: $\begin{vmatrix}-1 & x\cdot\kappa_1 & 2\\ 2 & 8 & 3\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix}+\kappa_2\cdot\begin{vmatrix}3 & 2\\ x & -4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\kappa_1 & x & 1\\ -1 & -2 & 0\\ 3 & 4 & \kappa_2\end{vmatrix}$,

Самостоятельная работа №2 «Предел и непрерывность функции»

Цель работы: отработка навыков вычисления пределов функций

Краткие теоретические сведения

Определение. Число *b* называется пределом функции *f*(*x*) в точке x_0, если для всех значений *x*, достаточно близких к x_0и отличных от x_0, значения функции *f*(*x*) сколь угодно мало отличаются от числа *b*. Пишут: $\lim_{x\to x_0} f(x)=b$.

Свойства пределов. Пусть существуют пределы $\lim_{x\to x_0} f(x)=a$ и $\lim_{x\to x_0} g(x)=b$. Тогда:

1. Предел константы равен самой константе: $\lim_{x\to x_0} c=c$.
2. Предел суммы двух функций равен сумме пределов этих функций: $\lim_{x\to x_0}\left[f(x)+g(x)\right]=a+b$.
3. Предел произведения двух функций равен произведению пределов этих функций: $\lim_{x\to x_0}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=a\cdot b$.
4. Постоянный множитель выносится за знак предела: $\lim_{x\to x_0}\left[k\cdot f(x)\right]=k\cdot a$.
5. Предел частного двух функций равен частному пределов этих функций: $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{a}{b},\quad \text{если}\quad g(x)\neq 0$.
6. Показатель степени можно выносить за знак предела: $\lim_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^n=\left[\lim_{x\to x_0} f(x)\right]^n=a^n$.

Задания: Повторить правила раскрытия неопределённостей $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, первый и второй замечательные пределы.

Непосредственное вычисление пределов

1) $\lim\limits_{x\to 5}(x+2)$; 2) $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-2x)$; 3) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-2x}{x-3}$; 4) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{7x-5}{10+2x}$; 5) $\lim\limits_{x\to -2}(x^3+3x^2)$;

6) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{5x^2-2x+4}{(x-1)(x+1)}$; 7) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+2}}{2-\sqrt{x}}$; 8) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x+2}{x^2-1}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0,1}\frac{5x+4}{1-x}$;

10) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+3)(x-2)}{x+2}$; 11) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2-5x-3}{4x^2-13x+3}$; 12) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2+x}{4x^3+x+10}$; 13) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-4x+5}{x^2+6}$;

14) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{3}{2x-6}$; 15) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{4x^2-5x-1}{2x^2-x-1}$.

Раскрытие неопределенности вида $\frac{0}{0}$

I. 16) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-2x}$; 17) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x}$; 18) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^4-16}{x+2}$; 19) $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}}\frac{x^4-4x^2+4}{x^3-2x}$;

20) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x-2}$; 21) $\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}}\frac{4x^2-9}{2x+3}$; 22) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^3+x}{x}$; 23) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}$;

24) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$; 25) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-4}{x+2}$; 26) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{3-x}{x^3-27}$; 27) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$;

28) $\lim\limits_{x\to \sqrt{5}}\frac{x^4-25}{x^2-5}$; 29) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2-9}$; 30) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3x^2-8x+4}{5x^2-14x+8}$; 31) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{4x^2-7x-2}{5x^2-9x-2}$;

II. 32) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$; 33) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$; 34) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$; 35) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x-5}{2-\sqrt{x-1}}$;

36) $\lim\limits_{x\to 6}\frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$; 37) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{x+4}-2}$; 38) $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$; 39) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$;

40) $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x-7}$; 41) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$; 42) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$; 43) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}$;

44) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$; 45) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$; 46) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$; 47) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$

Раскрытие неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$

48) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+3}{5x-7}$; 49) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-2x^2+3}{7x-4}$; 50) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x+9}{2x^2-3x+5}$; 51) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-3x^2+5x+7}{3x^3+4x^2-x+2}$;

52) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+2}{x^3-x+1}$; 53) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+x^4}{x^5+x^6}$; 54) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^2-x-6}{3x-x^2}$; 55) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x+6}{3x^3+x^2-26}$;

56) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^4-8x^2+3}{5x^4+3x^3+5}$; 57) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-4x+3}{x+5}$; 58) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-2x+5}{x^3+3x+7}$;

59) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-4x+8}{5x^3+27x^2+x}$; 60) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2-1}{8x^2-6x+3}$

I замечательный предел

61) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{5x}$; 62) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4tgx}{9x}$; 63) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2arctg5x}{3\arcsin 2x}$; 64) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{5x}$; 65) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{5x\cos x}$;

66) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$; 67) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{5x^2}$; 68) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{2xtg2x}$; 69) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{1-\cos 6x}$.

II замечательный предел

70) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$; 71) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{x}\right)^{3x}$; 72) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$; 73) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{3+x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$.

Непрерывность функции

74) $f(x)=\begin{cases} x+4, & если \quad x<-1, \\ x^2+2, & если \quad -1\le x<1, \\ 2x, & если \quad x\ge 1. \end{cases}$

75) $f(x)=\begin{cases} -x, & если \quad x\le 0, \\ \sin x, & если \quad 0<x\le\pi, \\ x-2, & если \quad x>\pi. \end{cases}$

76) $f(x)=\begin{cases} -x, & если \quad x\le 0, \\ -(x-1)^2, & если \quad 0<x<2, \\ x-3, & если \quad x\ge 2. \end{cases}$

77) $f(x)=\begin{cases} -2x, & если \quad x\le 0, \\ \sqrt{x}, & если \quad 0<x<4, \\ 1, & если \quad x\ge 4. \end{cases}$

Вопросы для самопроверки

1. Что называется функцией одной независимой переменной?
2. Перечислить основные элементарные функции.
3. Какие функции называются элементарными? Приведите примеры.
4. Что такое предел функции y = f(x) при x→ a?
5. Дайте определение правого и левого пределов функции y = f(x)
6. Дайте определение предела последовательности.
7. Какая функция называется бесконечно большой величиной при x→ a и x→ +∞?
8. Какова связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами?
9. Сформулировать правила предельного перехода в случае арифметических действий.
10. В чём состоит правило предельного перехода для непрерывной функции?

Самостоятельная работа №3 «Дифференциальное исчисление»

Цель работы: отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.

Краткие теоретические сведения

<u>**Определение.**</u> ***Производной функции y = f(x) называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при произвольном стремлении последнего к нулю.***

$$f'(x)=\frac{dy}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Формулы дифференцирования		Правила дифференцирования	Применение производной
$c'=0$	$(\sin x)'=\cos x$	$(u+v)'=u'+v'$	$f'(x)=tg\alpha=k$
$x'=1$	$(\cos x)'=-\sin x$	$(uv)'=u'v+v'u$	$v(t)=S'(t)$
$(x^n)'=nx^{n-1}$	$(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(cu)'=cu'$	$a(t)=v'(t)$
$(kx)'=k$ $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$, $v\neq 0$	Уравнение касательной: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$
$\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$	$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$[f(g(x))]'=f'(g(x))\cdot g'(x)$	$f(x)$ возрастает на I, если $f'(x)>0$ на I.
$(a^x)'=a^x\ln a$	$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		$f(x)$ убывает на I, если $f'(x)<0$ на I.
$(e^x)'=e^x$	$(arctgx)'=\frac{1}{1+x^2}$		Выпуклость графика функции и его перегибы:
$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$	$(arcctgx)'=-\frac{1}{1+x^2}$		$y''>0$, выпуклость вниз
$(\ln x)'=\frac{1}{x}$			y'' _> 0, выпуклость вверх

Задания:

I. Вычислить производные следующих функций:

1) $y=2x^2-3x+5$; **2)** $y=4-x^4$; **3)** $y=x^4-x^2$; **4)** $y=5x^4-7x^2+x-3$; **5)** $y=x^4+4x^3-8x^2+9x-5$;

6) $y=\frac{2x^3}{3}-3x^2+6x-1$; **7)** $y=\frac{3x^6}{2}+4x^5-2x^3-\frac{1}{2x}$; **8)** $y=2-\frac{x}{2}-5x^2-\frac{3}{x^2}$;

9) $y=\frac{x^5+2x^3-9x+7}{x}$;**10)** $y=\frac{5x^6-4x^5-7x^4+3x^3-3x^2+6x-11}{3x^2}$; **11)** $y=(2x-3)^2$;

12) $y=(2x-3)(3x^4+5x-8)$; **13)** $y=3x^{-2}$; **14)** $y=4x^{-3}$; **15)** $y=3x^{-\frac{2}{3}}$; **16)** $y=5x^{-\frac{3}{5}}$;

17) Найти $f'(-1), \quad если \quad f(x)=4x^3-2x^2+x-5$;

18) Найти $f'(0{,}5), \quad если \quad f(x)=-x^3+9x^2-x+2$;

19) $y=(x^3-2)(x^2+x+1)$; **20)** $y=(x+2)(2x^3-x)$; **21)** $y=\frac{x^2-1}{x^3+1}$; **22)** $y=\frac{1-x^5}{1+x^5}$;

22а) $y = e^x x^2$; **22б)** $y = 3x^4 \sin x$.

II. Вычислите производные сложных функций:

23) $y=3\sin 5x$; **24)** $y=4\cos\frac{x}{2}$; **25)** $y=\arccos 3x$; **26)** $y=\ln\sqrt{2x-1}$;

27) $y=(x^4-x-1)^4$;

28). $y=\sqrt{x^3+2x-5}$; **29)** $y=\sqrt{(1-x^2)^2}$; **30)** $y=\cos^2 x$; **31)** $y=\sin^3 x$; **32)** $y=\ln\sin 3x$;

33) $y=\ln\sqrt{2x-1}$; **34)** $y=3^{\sin x}-2^{2x}+e^{5x}$; **35)** $y=3^{\sqrt{x}}-4^{7x}+3e^{2x}$; **36)** $y=\arcsin\ln x$;

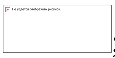
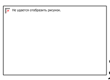
37) $y=arctgx^3$; **38)** $y=arctg\cos x$.

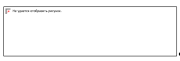
III. Вычислите производные высших порядков:

39) $f'''(x), \quad если \quad f(x)=4x^3$; **40)** ;

41) $f'''(x), \quad если \quad f(x)=\cos x$; **42)** $f^{(4)}(x), \quad если \quad f(x)=2\sin 3x$.

IV. Вычислите производные показательно-степенных функций:

43) $y=x^x$; **44)** ; **45)** ; **46)** ; **47)** ; **48)** ;

49) ; **50)** .

V. Геометрический и физический смысл производной.

51) Составьте уравнение касательной к параболе в точке с абсциссой **а)** ; **б)** $x_0 = 0$; **в)** $x_0 = 1$.

52) Дана кривая . Составьте уравнение касательной в точке, абсцисса которой равна **а)** −1; **б)** 0; **в)**1.

53) В какой точке касательная к кривой параллельна прямой **а)** ; **б)** у – 3х -5 =0; **в)** у + х =0?

54) В какой точке касательная к кривой образует с осью *Ох* **а)** угол 30^o; **б)** угол 45^0; **в)** угол 135^0 ?

55) Составьте уравнения касательных к кривой $y = x^2 – 4x$, проходящих через точку *A* (0; -1). Выполните чертеж.

56) Найдите скорость и ускорение материальной точки в конце третьей секунды, если движение точки задано уравнением .

57) Тело массой 8 кг движется прямолинейно по закону . Найдите кинетическую энергию тела () через 3 *с* после начала движения.

VI. Проведите исследование функций и постройте их графики:

58) ; **59)** ; **60)** ; **61)** ; **62)** $y = x^3 – 12x$; ;

63) $y = x^4 + 2x^3 – 5x^2$; **64)** ; **65)** ; **66)** ;

67) *у* = ; **68)** ; **69)** у =2х^4 – 8х^2 +3 **70)** у = 2х^3 – 9х^2 + 15х -6;

71) у = 3х – х^3; **72)** *у* = ; **73)** у =

VII. Вычислите приближенно:

74) ; **75)** ; **76)** $1{,}995^{10}$; **77)** ; **78)** ; **79)** ; **80)** ; **81)** ; **82)** ; **83)** ; **84)** $2^{2{,}98}$.

VIII. Решите задачи на наибольшее и наименьшее значение функции:

85) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке .

86) Число 54 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых, два из которых пропорциональны числам 1 и 2, таким образом, чтобы произведение всех слагаемых было наибольшим.

87) Найдите число, которое, будучи сложено со своим квадратом, дает наименьшую сумму.

88) Число 24 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма квадратов этих чисел была наименьшей.

89) Найти такое положительное число, чтобы разность между этим утроенным числом и его кубом была наибольшей.

90) Площадь прямоугольника 64 см^2. Какую длину должны иметь его стороны, чтобы периметр был наименьшим?

91) Требуется вырыть силосную яму объемом 32м^3, имеющую квадратное дно, так, чтобы на облицовку ее дна и стен пошло наименьшее количество материала. Каковы должны быть размеры ямы?

92) Из круглого бревна вырезают балку с прямоугольным сечением наибольшей площади. Найдите размеры сечения балки, если радиус сечения бревна равен 20см.

93) Открытый бак, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 13,5 л жидкости. При каких размерах бака на его изготовление потребуется наименьшее количество металла?

IX. Дополнительные задачи:

94) При каком *k* длина интервала, на котором функция убывает, равна 4?

95) Исследуйте функцию и постройте ее график.

96) Вычислить , если .

97) Сколько корней имеет уравнение , если ?

98) Найти наибольшее значение функции , если ее график проходит через точки и .

99) Найдите все положительные значения параметра *a*, при которых функция убывает в интервале (0; 5).

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение производной функции y =f(x).
2. Каковы геометрический и механический смыслы производной?
3. Как найти производную сложной функции?

4. Дать определение дифференциала функции y =f(x).
5. Какой геометрический смысл имеет дифференциал?
6. Что называется производной второго порядка от функции y =f(x)?
7. В чём состоит достаточный признак экстремума?
8. Какие точки называются точками перегиба функции y =f(x)?
9. Сформулировать правило Лопиталя и привести примеры его применения.
10. Что называется асимптотой функции y =f(x)?
11. Что называется функцией двух независимых переменных?
12. Что называется графиком функции двух независимых переменных?
13. Дать определение частных производных функции двух независимых аргументов.

Самостоятельная работа №4 «Интегральное исчисление»

Цель работы: отработка навыков вычисления рервообразной функций и практического применения интеграла.

Краткие теоретические сведения

Определение. *Первообразной для функции* y =f(x) на некотором промежутке называется функция F(x), производная которой равна исходной функции, т.е.

$F'(x) = f(x)$

Отыскание первообразных называется неопределённым интегрированием, а выражение, охватывающее совокупность всех первообразных для данной функции f(x), называется неопределённым интегралом и обозначается так:

I. Основные формулы интегрирования

;
;
;
;
;
;
;
;
;
;
;
;
;
.

II. Основные свойства интегралов

1^0. Производная неопределенного интеграла равна подынтегральной функции: .

2^0. Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению:

.

3^0. Интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций: $\int(f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

4^0. Постоянный множитель подынтегрального выражения можно выносить за знак интеграла:

.

5^0. Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной *C*: .

6^0. Интеграл от сложной функции с линейным аргументом вычисляется по формуле:

.

III. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенных интегралов:

.

Методы интегрирования

1. Непосредственное интегрирование. Используется таблица интегралов, свойства неопределённых интегралов и различные преобразования подынтегрального выражения.
2. Интегрирование по частям. Данный способ состоит в том, подынтегральное выражение представляется в виде произведения двух множителей u и dv и заменяется двумя интегрированиями: 1) отыскание v из выражения для dv; 2) отыскание интеграла для vdu:

.

3. Метод замены переменной. Его применяют в том случае, если исходный интеграл сложно или невозможно с помощью алгебраических и иных преобразований свести к одному или нескольким табличным интегралам. Способ заключается в том, что заменяется новой переменной такая часть подынтегральной функции, при дифференцировании которой получается оставшаяся часть подынтегрального выражения (не считая постоянного множителя).

<u>**Задания по теме «Интегральное исчисление»:**</u>

I. ***Непосредственное интегрирование.***

1. ; **2.** ; **3.** ; **4.** ; **5.** ; **6.** ;

7. ; **8.** ; **9.** ; **10.** ; **11.** ;

12. ; **13.** ; **14.** ; **15.** ; **16.** ; **17.** ;

18. ; **19.** ; **20.** ; **21.** ; **22.** ; **23.** ; **24.** ; **25.** ; **26.** ; **27.** ;

28. ; **29.** ; **30.** ; **31.** ; **32.** ; **33.** ;

34. .

II. ***Способ подстановки.***

35. ; **36.** ; **37.** ; **38.** ; **39.** ;

40. ; **41.** ; **42.** ; **43.** ; **44.** ; **45.** ;

46. ; 47. ; 48. ; 49. ; 50. ; 51. ;

52. ; 53. ; 54. ; 55. ; 56. ; 57. ;

58. ; 59. ; 60. ; 61. ; 62. ; 63. .

III. ***Способ интегрирования по частям.***

64. ; 65. ; 66. ; 67. ; 68. ; 69. ; 70. ;

71. ; 72. ; 73. ; 74. ; 75. ; 76. ;

77. ; 78. ; 79. ; 80. ; 81. ; 82. ;

83. .

IV. ***Вычисление определенных интегралов.***

84. ; 85. ; 86. ; 87. ; 88. ; 89. ; 90. ; 91. ;

92. ; 93. ; 94. ; 95. ; 96. ;

97. ; **98.** ; **99.** ; **100.** .

V. ***Применение определенного интеграла.***

Вычислите площади фигур, ограниченных указанными линиями:

101. Осью Оx, прямыми и параболой ; **102.** $y^2 = 9x$, $x = 16$, $x = 25$, $y = 0$;

103. $y = -x^2 + 4$ и $y = 0$; **104.** $y = x^2$, $y = 1/x$, $x \in [1; e]$; **105**. $y^2 = x$, $y = x^2$; **106**. $y = 8+2x-x^2$, $y = x+6$;

107. $xy = 6$ и $x + y – 7 = 0$; **108.** $x – 2y + 4 = 0$, $x + y – 5 = 0$, $y = 0$.

109. Вычислите длину гладкой кривой $y = ln(sinx/2].\pi/3; \pi)$ на отрезке [

110. Вычислите объем тела, образованного вращением кривых $y^2 = x$ и $y = x^2$ вокруг оси OX.

Вопросы для самопроверки

1. Какая функция называется первообразной?
2. В чём состоит суть метода интегрирования по частям?
3. В чём состоит суть метода замены переменной?
4. Каков смысл определённого интеграла?
5. В чём состоит суть метода замены переменной в определённом интеграле?

Домашняя контрольная работа «Простейшие дифференциальные уравнения»

Цель работы: развитие навыков решения простейших уравнений, нахождение общих и частных решений.

Краткие теоретические сведения

Дифференциальными называются уравнения, которые содержат искомую фукнцию, её производные и (или) дифференциалы различных порядков, независимые переменные.

Решить дифференциальное уравнение – это значит найти такую функцию, подстановка которой в это дифференциальное уравнение превращает его в тождество.

Решения, содержащие конкретные значения постоянных, называются частными решениями дифференциального уравнения.

Задание:

№	1 вариант	2 вариант
1	Общим решением дифференциального	Общим решением дифференциального

	уравнения $y'' = \sin x$ является … $y = -\sin x + C_1 x + C_2$ $y = \sin x + C_1 x + C_2$ $y = -\sin x + C_1$ $y = \sin x + C_1 x^2 + C_2$	уравнения $y''' = 0$ является … $y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3$ $y = C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3$ $y = C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x$ $y = x^2$
2	Найти общее решение дифференциального уравнения (x + 5)dy – (y +10)dx = 0	Найти общее решение дифференциального уравнения (x - 10)dy – (y -5)dx = 0
3	Частными решениями дифференциального уравнения $y'' - 9y = 0$ являются … $y = 2e^{3x}$ $y = -e^{-3x}$ $y = e^{-x}$ $y = \sin 2x$	Частными решениями дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = 0$ являются … $y = 5e^{x}$ $y = -e^{-2x}$ $y = \cos x$ $y = x^2 + 2$
4	От 1 г радия С через t минут осталось 0,125 г. Найти t, если его период полураспада равен 3 мин.	Период полураспада радиоактивного вещества равен 1 ч. Через сколько часов его количество уменьшится в 10 раз? Вычислите, какая доля радия останется через 1000 лет, если период его полураспада равен 1550 лет.
5	Одно тело имеет температуру , а другое – . Через 10 мин остывания этих тел на воздухе с температурой 0° первое тело остыло до температуры , а второе – до 80°. Через сколько минут температуры тел сравняются?	Два тела имеют одинаковую температуру . Они вынесены на воздух (его температура 0°). Через 10 мин температура одного тела стала 80°, а второго - 64°. Через сколько минут после начала остывания разность их температур будет равна 25°?

Вопросы для самоконтроля

1. Какое дифференциальное уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка?
2. Что такое общее решение дифференциального уравнения первого порядка?
3. Что такое частное решение и в чём суть начальных условий для дифференциального уравнения первого порядка?
4. Что такое дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными и каким методом его можно решить?
5. Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными, каков метод их решения?

3. Критерии оценки самостоятельных работ

№п/п	Оцениваемые навыки	Метод оценки	Критерии оценки		
			Максимальный балл рейтинга	**Средний балл рейтинга**	**Минимальный балл рейтинга**
1.	Отношение к работе	Фиксирование срока сдачи работы	Работа сдана в требуемые сроки	Работа сдана с задержкой на 1-2 недели	Работа сдана с задержкой на 3-4 недели
2.	Способность самостоятельно выполнять работу	Просмотр файла в личной папке студента	Полное выполнение работы, отсутствие ошибок	Допускает одну ошибку (неточность) при выполнении работы	Допускает две, три ошибки при выполнении работы
3.	Умение отвечать на вопросы, пользоваться профессиональной лексикой	Собеседование (защита) при сдаче работы	Грамотно отвечает на поставленные вопросы	Допускает незначительные ошибки в изложении алгоритма задания	Допускает ошибки в изложении алгоритма задания. Имеет ограничен ный словарный запас

Литература

Основные источники:

1) Григорьев С.Г. Математика: учебник для студ. Сред .проф.учреждений/ С.Г. Григорьев, С.В. Задулина; под ред. В.А. Гусева. -4-е изд., стер.- М.: Издательский центр "Академия",2009-384 с. ISBN 978-5-7695-6325-7 .

2) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с. ISBN 5-238-00573-3 .

3) Спирина. М.С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С. Спирина, П.А. Спирин. -4-е изд.– М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 352 с. ISBN: 978-5-7695-9711-4.

Дополнительные источники:

4) Богомолов Н. В. Практические занятия по математике : учеб пособие для ср. проф. учеб. заведений - М.: Высшая школа, 2008.-495с.- ISBN: 978-5-06-005713-3.
5) Спирина М. С. Дискретная математика: учебник для студ. учережд. сред. проф. образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 368с. ISBN: 978-5-7695-9907-1.

Приложение А

Методические рекомендации по выполнению практических занятий

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

Приложение Б

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Контрольная работа — промежуточный метод проверки знаний студента с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу.

Домашняя контрольная работа дается 1-2 раза в учебном году по дисциплине. Она призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. При ее выполнении студенты ограничены во времени, могут использовать любые учебные пособия, консультации с учителем. Каждому студенту дается свой вариант работы, в который включаются творческие задания для формирования разносторонней развитой личности. Цели выполнения контрольной работы: выявление качества усвоения знаний, умений и навыков которые должны быть сформированы в результате обучения и их коррекция по полноте, глубине, обобщенности, осознанности. Контрольная работа должна быть написана грамотно, грамматические и синтаксические ошибки не допустимы, смысловая нагрузка должна прослеживаться через всё решение.