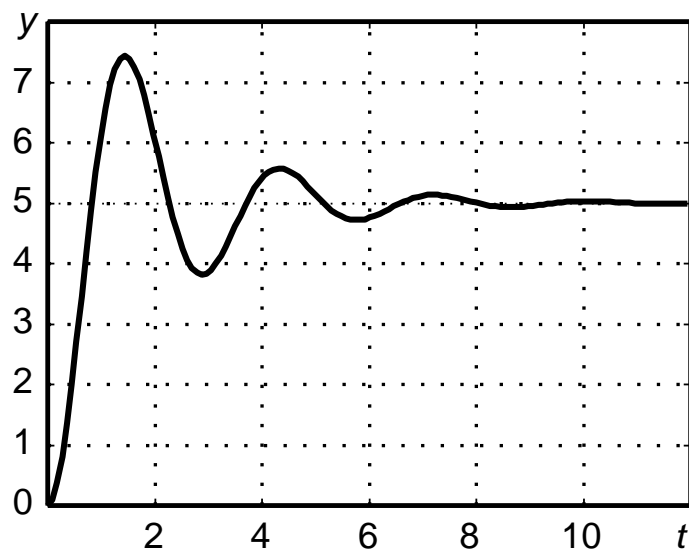


**ВЛАДИМИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Н.Е. МИШУЛИНА**

**ОСНОВЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**



**ВЛАДИМИР 2016**

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)**

**Н.Е. МИШУЛИНА**

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

**Лабораторный практикум**

**Владимир 2016**

Разработан в соответствии с Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее СПО) 15.02.10 «Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 09.12.2016 г. № 1550

Приведены задания и исходные данные, определено содержание работ. Содержит описание лабораторных работ и необходимые для проведения занятий сведения о методике выполнения работ. Предусматриваются исследования линейных систем, их устойчивости и улучшения качества регулирования. Для исследований применяется математическое моделирование. Даются подробные методические указания по выполнению работ. Приведены рекомендации по оформлению работ и форме представления материала.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
Лабораторная работа №1. ....	5
СОСТАВЛЕНИЕ ИСХОДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ .....	5
Лабораторная работа № 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ .....	7
Лабораторная работа №3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САУ .....	13
Лабораторная работа № 4 .....	17
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ .....	17
Лабораторная работа №5 .....	20
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ОДНОКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ.....	20
Лабораторная работа №6 .....	21
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ МНОГОКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ .....	21
Лабораторная работа № 7 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ .....	23
КРИТЕРИИ РАУСА, ГУРВИЦА .....	23
Лабораторная работа № 8 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ .....	25
КРИТЕРИИ МИХАЙЛОВА, НАЙКВИСТА .....	25
Лабораторная работа № 9 .....	30
ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА СИСТЕМЫ ПРИ ЕДИНИЧНОМ СТУПЕНЧАТОМ ВОЗДЕЙСТВИИ .....	30
Лабораторная работа № 10 ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА САУ .....	31
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	36
Библиографический список.....	39

## **ВВЕДЕНИЕ**

*Лабораторный практикум содержит описание лабораторных работ по дисциплине «Основы автоматического управления» и включает основные положения теории линейных систем: динамические характеристики типовых звеньев и систем автоматического управления; устойчивость работы и показатели переходных процессов; повышение качества процесса регулирования.*

*Лабораторные работы выполняются на моделях реальных систем с использованием пакета моделирования Simulink в системе MATLAB. Основные приёмы моделирования приведены в приложении.*

*Лабораторные занятия строятся таким образом, чтобы студенты, выполняя задания, отрабатывали навыки анализа и синтеза автоматических систем на основе основной базовой модели, которая постепенно усложняется и корректируется. Каждая лабораторная работа содержит краткие теоретические сведения, задания и программу их выполнения, контрольные вопросы.*

*Практикум предназначен для студентов технических специальностей, изучающих теорию систем автоматического управления.*

**Лабораторная работа №1.**  
**СОСТАВЛЕНИЕ ИСХОДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ**  
**УРАВНЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ**  
**ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ**

Цель работы: Научиться составлять исходные дифференциальные уравнения и определять передаточные функции типовых звеньев.

**1. Содержание работы**

Рассмотрим электрические схемы;

вспомним, что

активная нагрузка  $U = i * R$ ,

индуктивная нагрузка  $u = L \frac{di}{dt}$

емкостная нагрузка  $i = c \frac{du}{dt}$

Передаточная функция электрической цепи

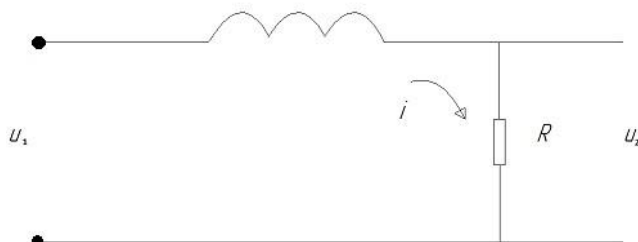
$$W(p) = \frac{U_2}{U_1},$$

где:

$U_2$ - выходное напряжение;

$U_1$  - входное напряжение.

Пример 1. Рассмотрим электрическую цепь:



$$U_1 = L \frac{di}{dt} + iR$$

$$U_2 = iR$$

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{iR}{L \frac{di}{dt} + iR}$$

введем оператор дифференцирования  $P = \frac{d}{dt}$  получили:

$$W(p) = \frac{iR}{Lpi + iR} = \frac{iR}{(Lp + R)i} = \frac{R}{Lp + R}, \text{ т.о.}$$

передаточная функция есть отношение выходного сопротивления к полному.

Необходимо, чтобы в знаменателе свободный член был равен 1, т.е.

$$W(p) = \frac{R}{Lp + R} = \frac{\cancel{R}/R}{\frac{Lp}{R} + \cancel{R}/R} = \frac{1}{\frac{L}{R}p + 1},$$

примем  $\frac{L}{R} = T$ , получим

$$W(p) = \frac{1}{TP + 1}$$

Таким образом:

Активное сопротивление, или нагрузка  $X_R = R$ ;

индуктивное сопротивление, или нагрузка  $X_L = Lp$ ;

емкостное сопротивление, или нагрузка  $X_C = \frac{1}{cp}$ ;

Передаточная функция

$$w(p) = \frac{X_{\text{вых}}}{X_Z}, \text{ где}$$

$X_{\text{вых}}$  - выходная нагрузка

$X_{\Sigma}$  - суммарная нагрузка.

Для последовательно соединенных цепей:

$$X_{\Sigma} = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

Для параллельно соединенных цепей:

$$\frac{1}{X_{\Sigma}} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}$$

## 2. Порядок выполнения работы

Учащимся выдаются карточки - задания, согласно которым, они должны составить дифференциальное уравнение и определить передаточные функции звеньев.

Отчет должен содержать:

- электронную схему;
- расчеты  $W(p)$ ;
- конечную формулу  $W(p)$ ;
- вывод по работе.

## 3. Контрольные вопросы:

1. Активное сопротивление
2. Емкостное сопротивление
3. Индуктивное сопротивление
4. Передаточная функция

## Лабораторная работа № 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ

Цель работы. Изучение временных и частотных характеристик типовых звеньев систем автоматического управления. Исследование влияния изменения параметров передаточных функций звеньев на их характеристики.

### 1. Содержание работы

Для расчета систем автоматического управления (САУ) они разбиваются на динамические звенья. Под динамическим звеном понимают устройство любого физического вида, но описываемое определенным дифференциальным уравнением. В соответствии с этим звенья классифицируются именно по виду дифференциального уравнения, или что то же, по виду передаточной функции звена. Под типовым звеном понимается звено, описываемое дифференциальным уравнением не выше второго порядка:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx.$$

При нулевых начальных условиях (т.е. если для  $t < 0$  входная и выходная величины, а также их производные тождественно равны нулю) пе-



передаточная функция звена может быть найдена как отношение изображений по Лапласу выходной и входной величин

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

где  $p = \sigma + j\omega$  – комплексная величина.

При известной передаточной функции звена изображение по Лапласу его выходной величины можно найти из выражения

$$Y(p) = W(p) \cdot X(p).$$

Динамические свойства звена определяются по его временным и частотным характеристикам. Наиболее распространенными временными характеристиками являются переходная характеристика и функция веса.

Переходная функция, или переходная характеристика  $h(t)$ , представляет собой переходный процесс на выходе звена, возникающий при подаче на его вход единичного скачкообразного воздействия (рис. 1,а). Такое входное воздействие называется единичной ступенчатой функцией (рис. 1,б):

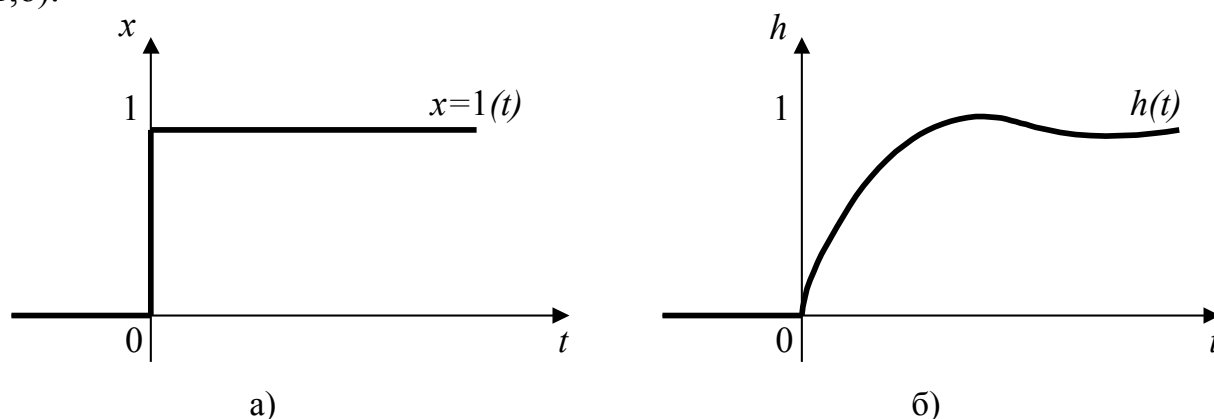


Рис.1. Переходная функция:

а - единичное скачкообразное воздействие  $1(t)$ ; б – переходная характеристика  $h(t)$

$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0; \\ 1 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

Функция веса  $w(t)$  представляет собой реакцию звена на единичную импульсную функцию (рис. 2,а). Единичная импульсная функция, или дельта-функция (рис. 2,б), представляет собой производную от единичной ступенчатой функции

$$\delta(t) = 1'(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq 0; \\ \infty & \text{при } t = 0. \end{cases}$$

Основное свойство дельта-функции заключается в том, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \text{ т.е. она имеет единичную площадь.}$$

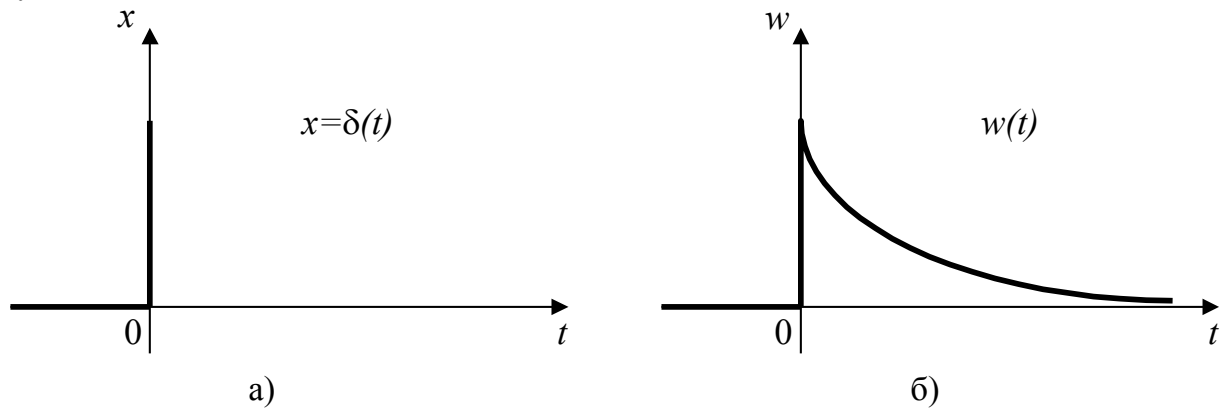


Рис.2. Функция веса:  
а - единичный импульс  $\delta(t)$ ; б - функция веса  $w(t)$

При описании линейных систем или звеньев важное значение имеют частотные характеристики. Они описывают установившиеся вынужденные колебания в системе при подаче на ее вход гармонического воздействия. В общем случае уравнение линейной системы можно записать так:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x.$$

Ее передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}.$$

Функцию  $W(j\omega)$ , которую получают из передаточной функции  $W(p)$  при подстановке в нее  $p=j\omega$ , называют частотной передаточной функцией

$$W(j\omega) = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}.$$

Частотная передаточная функция является комплексной функцией от действительной переменной  $\omega$ , которая называется частотой.

Функцию  $W(j\omega)$  можно представить в виде

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

где

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \arg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}.$$

Если  $|\arg W(j\omega)| \leq \pi/2$ , то  $\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$ .

На комплексной плоскости частотная передаточная функция  $W(j\omega)$  определяет вектор, длина которого равна  $A(\omega)$ , а аргумент, т.е. угол, образованный этим вектором с действительной положительной полуосью -  $\varphi(\omega)$ . Кривую, которую описывает конец этого вектора при изменении частоты от 0 до  $\infty$  (иногда от  $-\infty$  до  $\infty$ ), называют амплитудно-фазовой частотной характеристикой (АФЧХ).

Модуль  $A(\omega) = |W(j\omega)|$  называют амплитудной частотной функцией, а ее график – амплитудной частотной характеристикой.

Аргумент  $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$  называют фазовой частотной функцией, а ее график фазовой частотной характеристикой.

Кроме перечисленных частотных характеристик, используют еще логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ) и логарифмическую фазовую частотную характеристику (ЛФЧХ). При построении графиков этих характеристик по оси абсцисс откладывают логарифм частоты  $\lg \omega$ . Единицей логарифма частоты является декада. Декадой называется интервал, на котором частота изменяется в 10 раз. Для графика ЛАЧХ по оси ординат откладывается функция  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ , а для графика ЛФЧХ – функцию  $\varphi(\omega)$ . Ось ординат проводят через произвольную точку, а не через точку  $\omega=0$ , так как  $\lg \omega \rightarrow -\infty$  при  $\omega \rightarrow 0$ . Пример графиков ЛЧХ приведен на рис.3. Основные типовые звенья САУ приведены в табл. 1.

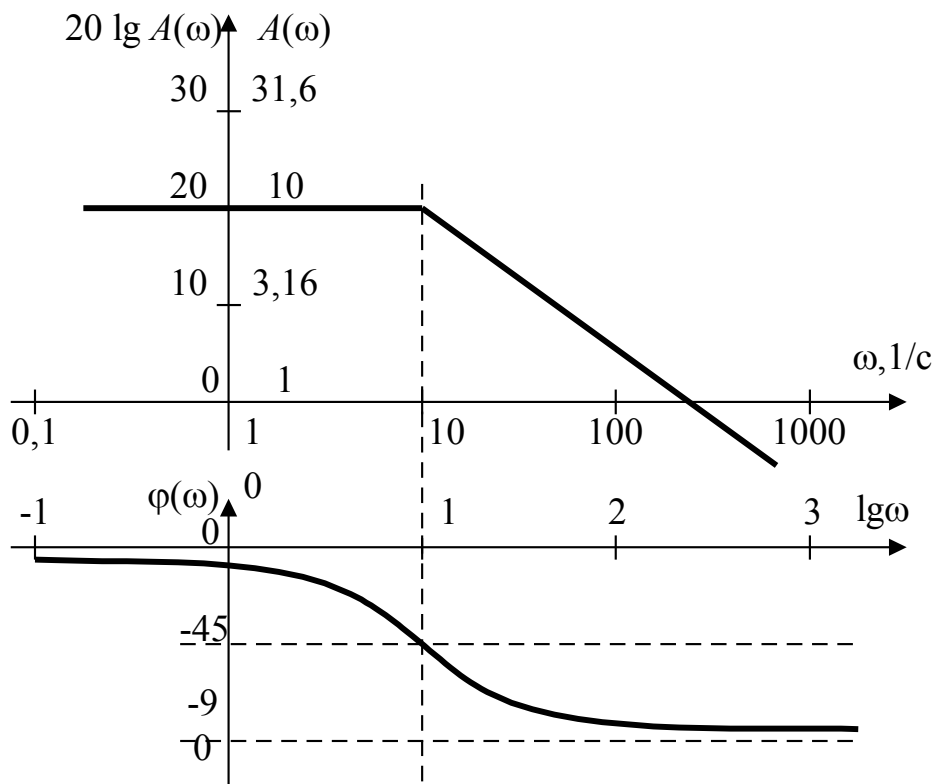


Рис.3. Логарифмические частотные характеристики

## 2. Порядок выполнения работы

1. Набрать модель звена.
2. Получить семейства графиков переходных характеристик звена при изменении:
  - коэффициента передачи  $K=1 \dots 10$ ;
  - постоянных времени звена  $T=0,1 \dots 1$ ;
  - коэффициента демпфирования  $\xi = 0,1 \dots 1$ .
3. По полученным графикам определить основные показатели переходных характеристик:
  - величину установившегося значения  $h_{уст}$ ;
  - длительность переходного процесса  $t_{пер}$ ;
  - перерегулирование  $\sigma$  ( $\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} 100\%$ ).
4. Получить семейства графиков частотных характеристик звена (АФЧХ, ЛАЧХ, ФЧХ) при параметрах, указанных в п.2.

5. Провести сравнительный анализ полученных характеристик, сделать выводы о влиянии параметров передаточных функций звеньев на их динамические характеристики.

Таблица 1

Основные типовые звенья САУ

<b>Позиционные</b>	
1. Безынерционное	$W(p) = k$
2. Апериодическое первого порядка	$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$
3. Апериодическое второго порядка	$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$
4. Колебательное	$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}$
5. Консервативное	$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}$
<b>Интегрирующие</b>	
6. Идеальное интегрирующее	$W(p) = \frac{k}{p}$
7. Интегрирующее с замедлением	$W(p) = \frac{k}{p(Tp + 1)}$
8. Изодромное	$W(p) = \frac{k(Tp + 1)}{p}$
<b>9. Дифференцирующие</b>	
Идеальное дифференцирующее	$W(p) = kp$
Дифференцирующее с замедлением	$W(p) = \frac{kp}{Tp + 1}$

### 3. Контрольные вопросы

1. Какие временные характеристики САУ вы знаете и какова их связь с передаточными функциями САУ?

2. Какие виды частотных характеристик САУ вам известны и какой их физический смысл?

3. Какие типовые динамические звенья вы знаете, их передаточные функции и дифференциальные уравнения?

4. Как влияют параметры передаточных функций звеньев на их временные и частотные характеристики?
5. Каким образом выполняется расчет переходного процесса на выходе звена при произвольном входном воздействии по переходной и импульсной характеристикам?
6. Как получить частотные характеристики звеньев по их передаточным функциям?
7. Как строятся логарифмические частотные характеристики?

### **Лабораторная работа №3**

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САУ**

Цель работы. Изучение частотных характеристик САУ (АФЧХ и ЛАФЧХ); исследование указанных характеристик при изменении параметров звеньев САУ.

### **1. Содержание работы**

Частотные характеристики описывают установившиеся вынужденные колебания на выходе системы, вызванные гармоническим воздействием на ее входе. Основные виды частотных характеристик приведены в лабораторной работе №1.

В результате разбиения САУ на звенья и определения их математического описания в виде передаточных функций, частотных или переходных характеристик составляется структурная схема системы. По структурной схеме затем получают передаточную функцию или характеристики САУ в целом.

Наиболее просто описание САУ (передаточную функцию) можно найти, оперируя передаточными функциями звеньев. При последовательном соединении передаточная функция цепочки звеньев  $W(p)$  равна произведению передаточных функций звеньев

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p),$$

где  $W_i(p)$  – передаточная функция  $i$ -го звена,  $n$  – количество звеньев.

Передаточная функция группы параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций отдельных звеньев

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p).$$

Если звено с передаточной функцией  $W_1(p)$  охвачено обратной связью через звено  $W_{oc}(p)$ , то передаточная функция такого замкнутого контура  $W(p)$  определяется выражением

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

Здесь знак плюс в знаменателе соответствует отрицательной обратной связи, а минус – положительной.

На основании приведенных формул каждая группа звеньев может быть заменена одним эквивалентным звеном, а вся система управления приведена к одноконтурному виду.

Связь между частотными характеристиками системы и составляющих ее звеньев определяется выражением передаточной функции  $W(p)$ , если подставить в него  $p=j\omega$ .

Соответственно АФЧХ цепочки последовательно соединенных звеньев разомкнутой САУ равна

$$W(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega),$$

где  $W_i(j\omega)$  – АФЧХ  $i$ -го звена САУ.

Отсюда:

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega),$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega),$$

где  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  – амплитудная и фазовая частотные характеристики САУ, а  $A_i(\omega)$  и  $\varphi_i(\omega)$  – соответствующие характеристики  $i$ -го звена.

Логарифмирование  $A(\omega)$  дает выражение для ЛАЧХ цепочки звеньев  $L(\omega)$

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega),$$

где  $L_i(\omega)$  – ЛАЧХ отдельного звена.

Асимптотическая ЛАЧХ цепочки звеньев строится сразу без построения ЛАЧХ отдельных звеньев. Порядок построения следующий:

1. Вначале откладывается ордината общей ЛАЧХ при  $\omega=1$ , равная  $20\lg k$ , где  $k$  – коэффициент передачи всей цепочки звеньев, равный произведению коэффициентов передачи каждого звена.

2. Через найденную точку проводится асимптота с наклоном  $20(m-r)$  дБ/дек, где  $m$  – число дифференцирующих, а  $r$  – число интегрирующих звеньев.

3. На оси абсцисс откладывают значения сопрягающих частот, равных  $1/T_i$ , где  $T_i$  – постоянные времени звеньев.

4. Первая асимптота проводится от оси ординат до первой сопрягающей частоты. В этой точке производится ее излом с изменением наклона в соответствии с типом звена, которому принадлежит данная сопрягающая частота.

5. Таким же образом характеристика продолжается в сторону увеличения частоты, претерпевая соответствующие изломы на каждой сопрягающей частоте. Ординаты ЛФЧХ цепочки звеньев суммируются.

В результате предельное значение  $\varphi(\omega)$  при  $\omega \rightarrow \infty$  будет равно  $(n-m)\pi/2$ , где  $n$  – порядок дифференциального уравнения цепочки звеньев,  $m$  – число дифференцирующих звеньев.

Построение АФЧХ цепочки звеньев непосредственно по АФЧХ отдельных звеньев осуществляется путем перемножения векторов  $W_i(j\omega)$  при одинаковых значениях частоты (модули  $A_i$  перемножаются, а фазы  $\varphi_i$  – складываются).

## 2. Порядок выполнения работы

1. Для САУ, структурная схема которой показана на рис.4, получить выражения передаточной функции, частотной передаточной функции и частотных характеристик ( $W(j\omega)$ ,  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ ,  $L(\omega)$ ).

2. Набрать модель **разомкнутой** САУ, структурная схема которой показана на рис.4, со следующими значениями параметров:  $k_1=5$ ;  $T_1=0,1$ ;  $k_2=1$ ;  $T_2=0,5$ ;  $k_3=0,1$ ;  $T_3=0,6$ ;  $\xi=0,5$ .

3. Наблюдать и зафиксировать ЛАЧХ, ФЧХ и АФЧХ разомкнутой системы, состоящей только из звеньев 1 и 2, при изменении:

- общего коэффициента передачи  $k = \prod_{i=1}^n k_i$ ,

где  $k_i$  – коэффициент передачи  $i$ -го звена,  $n$  – количество звеньев,  $k=1 \dots 10$ ;

- постоянной времени  $T_1=0,05 \dots 0,5$ ;

- постоянной времени  $T_2=0,2 \dots 1,0$ ;

- постоянной времени  $T_3=0,1 \dots 0,6$ ;



- коэффициента демпфирования  $\xi = 0,1 \dots 0,8$ .

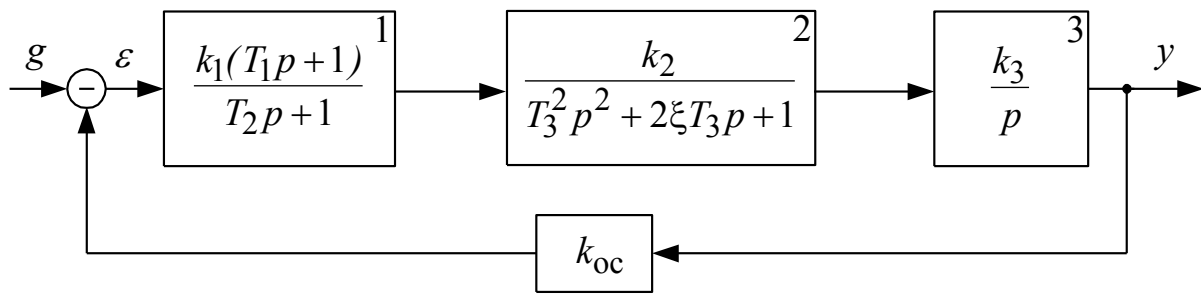


Рис.4. Структурная схема САУ

4. Наблюдать и зафиксировать ЛАЧХ, ФЧХ и АФЧХ всей разомкнутой системы, приведенной на рис.4. Провести сравнительный анализ полученных результатов.

5. Набрать модель **замкнутой** САУ. Получить выражения передаточных функций и частотных характеристик ( $\Phi(j\omega)$ ,  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ ,  $L(\omega)$ ) замкнутой системы.

6. Наблюдать и зафиксировать ЛАЧХ, ФЧХ и АФЧХ замкнутой системы при изменении параметров, указанных в пп. 3 и 4 ( $k_{oc}=1$ ).

7. Провести сравнительный анализ частотных характеристик замкнутой и разомкнутой САУ.

### 3. Контрольные вопросы

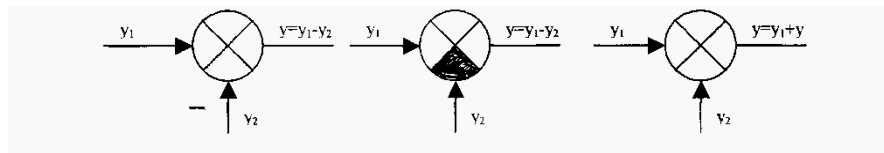
1. Какие вы знаете виды соединения звеньев САУ?
2. Как определяются передаточные функции и частотные характеристики различных соединений звеньев?
3. Как построить ЛАЧХ цепочки звеньев САУ?
4. Каким образом выполняется приведение САУ к одноконтурному виду?
5. Как строится АФЧХ звеньев и их соединений?
6. Как получить частотные характеристики САУ по передаточной функции?
7. Каково влияние параметров звеньев САУ на ее частотные характеристики?

## Лабораторная работа № 4 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

### 1. Содержание работы

Структурной схемой в теории автоматического управления называют графическое изображение математической модели АСУ в виде соединений звеньев. Звено на структурной схеме условно обозначают в виде прямоугольника с указанием входных величин, а также передаточной функции внутри него.

Сравнивающие и суммирующие звенья изображают в виде круга разделенного на секторы. В сравнивающем звене сектор, на который подается «вычитаемое» затемняют, или перед соответствующим входом ставят знак минус.

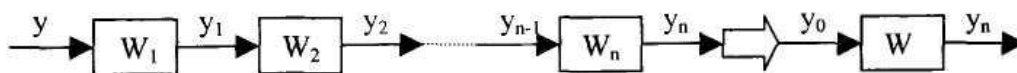


#### Основные правила преобразования структурных схем

##### *Последовательное соединение звеньев.*

При последовательном соединении звеньев выходная величина каждого предшествующего звена является входным воздействием последующего звена.

При преобразовании структурных схем цепочку из последовательно соединенных звеньев можно заменить одним звеном с передаточной функцией  $W(S)$ , равной произведению передаточных функций отдельных звеньев.

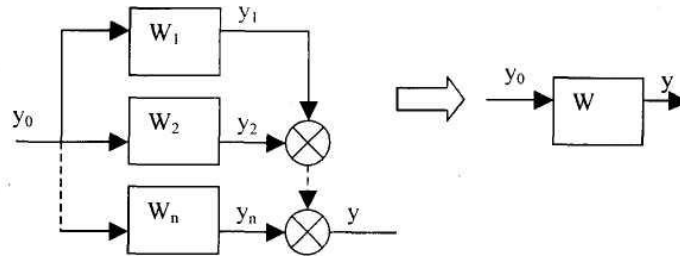


11

##### *Параллельное соединение звеньев.*

При параллельном соединении на вход всех звеньев подается один и тот же сигнал, а выходные величины складываются. Цепь из параллельно соединенных звеньев можно заменить одним звеном с передаточной функцией  $W(S)$ , равной сумме передаточных функций входящих в нее звеньев:

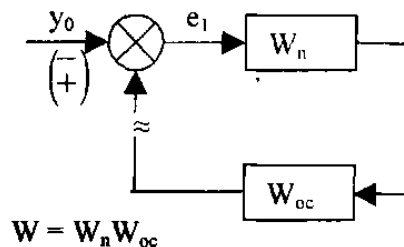
$$W(S) = \sum_{i=1}^n W_i(S)$$



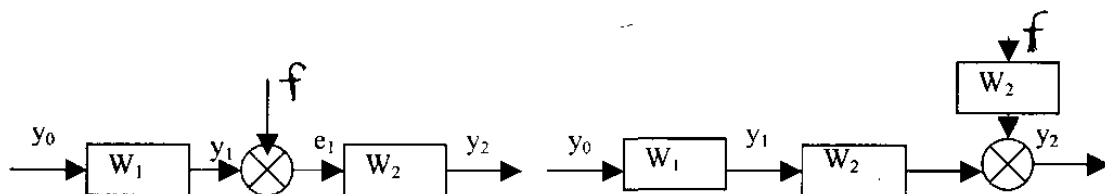
*Звено, охваченное обратной связью.*

Принято считать, что звено охвачено обратной связью, если выходной сигнал через какое-либо другое звено подается на вход. При этом если сигнал  $Y_1$  обратной связи вычитается из входного воздействия  $Y_0$ , т.е.  $e_1 = Y_0 - Y_1$  то обратную связь называют отрицательной. Если сигнал  $Y_1$  обратной связи складывается с входным воздействием  $Y_0$ , т.е.  $e_1 = Y_0 + Y_1$ , то обратную связь называют положительной.

Передаточная функция разомкнутой цепи равна произведению передаточной функции  $W_n$  прямой цепи и передаточной функции  $W_{oc}$  обратной связи:



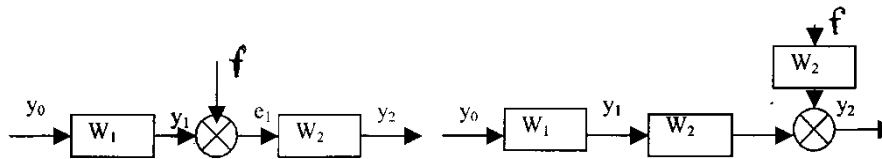
При переносе сумматора по ходу сигнала необходимо добавить звено с передаточной функцией, равной передаточной функции звена, через которое переносится сумматор.



Если сумматор переносится против хода сигнала, то необходимо добавить звено с передаточной функцией, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится сумматор.

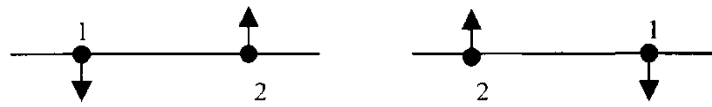
При переносе узла также необходимо добавить звено. Если узел переносится по ходу сигнала, то добавляется звено с передаточной функцией, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится узел.

Если узел переносится против хода сигнала, то добавляется звено с передаточной функцией, равной передаточной функции звена, через которое переносится узел



*Перестановка узлов и сумматоров.*

Узлы можно переставлять местами. Точно так же можно переставлять сумматоры, не добавляя звена.



Замкнутую систему называют одноконтурной, если при ее размыкании в какой - либо точке получается цепочка из последовательно соединенных звеньев или цепь, не содержащая параллельных и обратных связей.

**2 Порядок выполнения работы**

Согласно правилам, необходимо преобразовать заданную многоконтурную систему в одноконтурную. Замкнутую систему называют одноконтурной, если при ее размыкании в какой-либо точке получается цепочка из последовательно соединенных звеньев или цепь, не содержащая параллельных и обратных связей. Многоконтурная система имеет перекрещивающиеся связи, если контур обратной или параллельной связи, охватывает участок цепи, содержащий только начало или конец другой цепи обратной или параллельной связи. Для получения

одноконтурной системы, необходимо, прежде всего, перестановкой или переносом узлов и сумматоров освободиться от перекрещивающихся связей. Затем, используя правила преобразования структурных схем, преобразовать ее в одноконтурную систему.

### **3. Контрольные вопросы**

1. Последовательное соединение звеньев.
2. Параллельное соединение звеньев.
3. Звено, охваченное обратной связью.
4. Перенос узла через звено
5. Перенос сумматора через звено

## **Лабораторная работа №5 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ОДНОКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ**

### **1. Содержание работы**

Замкнутую систему называют одноконтурной, если при ее размыкании в какой-либо точке получается цепочка из последовательно соединенных звеньев или цепь, не содержащая параллельных и обратных связей.

Передачная функция одноконтурной системы с отрицательной (положительной) обратной связью равна передаточной функции прямой цепи, деленной на единицу плюс (минус) передаточная функция разомкнутой цепи.

$$W_{ud} = \frac{W_0 W_1 W_2}{1 \pm W_1 W_2 W_3} = \frac{W_n}{1 + W}$$

$W_n$  - передаточная функция прямой цепи

$W$  - передаточная функция разомкнутой цепи.

### **2 Порядок выполнения работы**

1. Согласно правилам, необходимо преобразовать заданную многоконтурную систему в одноконтурную. Получение, передаточной функции разомкнутой системы  $W(p)$ .

2. Получить передаточную функцию разомкнутой системы. Передаточной функцией разомкнутой системы называется отношение

изображения выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях.

$$W(p) = \frac{y(t)}{q(t)}$$

### 3 Контрольные вопросы

1. Какая цепь называется одноконтурной?
2. Какая цепь называется многоконтурной?
3. Какая цепь называется замкнутой?
4. Какая цепь называется разомкнутой?
5. Как рассчитывается передаточная функция замкнутой цепи?
6. Как рассчитывается передаточная функция разомкнутой цепи?

## Лабораторная работа №6 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ МНОГОКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ

### 1. Содержание работы

1. Получение передаточной функции замкнутой системы по входному воздействию

Передаточная функция замкнутой системы, определяющая зависимость выходной величины от задающего воздействия, является основной передаточной функцией системы и называется передаточной функцией автоматической системы регулирования по каналу задающего воздействия.

Получаем передаточную функцию замкнутой системы по входному воздействию.

$\Phi(p)$  при  $f=0$

$$W(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p) \times W_{oc}(p)}$$

2. Получение передаточной функции замкнутой системы по ошибке

Выражение называют передаточной функцией замкнутой системы по ошибке. Оно дает связь между ошибкой и задающим воздействием в замкнутой системе при равенстве нулю возмущающих воздействий ( $f=0$ ).

Получаем передаточную функцию замкнутой системы по ошибке

$$\Phi_{\varepsilon}(p) = \frac{1}{1 + W(p) \times W_{oc}} \quad \text{при } f=0$$

### 3. Получение передаточной функции по возмущению

Выражение называют передаточной функцией замкнутой системы по возмущению, если оно определяет зависимость выходной величины от возмущающего воздействия при нулевом задающем воздействии  $g$ .

Получаем передаточную функцию по возмущению  $\Phi_f(p)$  при  $g=0$

$$\Phi_f(p) = \frac{Wf(p)}{1 + W(p) \times W_{oc}}$$

## 2 Порядок выполнения работы

1. Согласно правилам, необходимо преобразовать заданную многоконтурную систему в одноконтурную.
2. Получить передаточную функцию разомкнутой системы  $W(p)$ .
3. Получить передаточную функцию по входному воздействию
4. Получить передаточную функцию замкнутой системы по ошибке
5. Получить передаточную функцию по возмущению

## 3. Контрольные вопросы

1. Какая цепь называется одноконтурной?
2. Какая цепь называется многоконтурной?
3. Какая цепь называется замкнутой?
4. Какая цепь называется разомкнутой?
5. Как рассчитывается передаточная функция замкнутой цепи?
6. Как рассчитывается передаточная функция разомкнутой цепи?

**Лабораторная работа № 7**  
**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ**  
**КРИТЕРИИ РАУСА, ГУРВИЦА**

Цель работы. Исследование устойчивости замкнутых САУ по алгебраическим критериям Рауса, Гурвица

**1. Содержание работы**

Характер переходных процессов в САУ определяется корнями характеристического уравнения. Для их затухания необходимо и достаточно, чтобы все корни лежали слева от мнимой оси плоскости корней (имели отрицательные вещественные части). Если хотя бы один корень окажется справа от мнимой оси, то эта система будет неустойчивой. Наличие корня на мнимой оси означает, что система находится на границе устойчивости.

Вычисление корней характеристических уравнений третьего и выше порядков трудоемко, однако для суждения об устойчивости этого обычно не требуется в связи с тем, что разработаны косвенные признаки, по которым можно судить о знаках действительных частей этих корней и тем самым об устойчивости САУ. Эти признаки называются критериями устойчивости. Существуют алгебраические критерии устойчивости: критерий Рауса и наиболее распространенный, критерий Гурвица.

Критерий Гурвица.

Если записать характеристический полином в виде

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n p + a_n$$

и составить из его коэффициентов квадратную матрицу, содержащую  $n$  строк и  $n$  столбцов

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix},$$

то критерий устойчивости Гурвица сводится к тому, что при  $a_0 > 0$  должны быть больше нуля все  $n$  определителей Гурвица, получаемых из квадрат-



ной матрицы коэффициентов. Определители Гурвица составляются по следующему правилу

$$\Delta_1 = a_1 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0;$$

...

Последний определитель включает в себя всю матрицу и выражается через предпоследний следующим образом:

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} > 0.$$

Однако в устойчивой САУ  $\Delta_{n-1}$  должен быть положительным, поэтому условие положительности последнего определителя сводится к положительности  $a_n$ . Система находится на границе устойчивости, если  $\Delta_{n-1}=0$  (колебательная граница устойчивости), либо  $a_n=0$  (апериодическая граница устойчивости).

## 2. Порядок выполнения работы

1. Из коэффициентов характеристического уравнения, строят сначала главный определитель Гурвица по следующему правилу: по главной диагонали определителя слева направо выписывают все коэффициенты характеристического уравнения от  $a_1$  до  $a_n$  в порядке возрастания индексов. Столбцы вверх от главной диагонали дополняют коэффициентами характеристического уравнения с последовательно возрастающими индексами, а столбец вниз - коэффициентами с последовательно убывающими индексами. На место коэффициентов с индексами больше  $N$  и меньше  $0$  нуля проставляют  $0$ .
2. Затем получают определители низшего порядка.

Для того, чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все определители Гурвица имели знаки, одинаковые со знаком первого коэффициента характеристического уравнения  $a_0$ , т.е. при  $a_0 > 0$  были положительны.

Таким образом

1. для уравнения первого порядка ( $n=1$ ),  $a_0 S + a_1 = 0$  условие устойчивости  $a_0 > 0$ ;  $a_1 > 0$
2.  $n=2$   $a_0 S^2 + a_1 S + a_2 = 0$   $a_0 > 0$ ,  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$

3.  $n=3$   $a_0S^3+a_1S^2+a_2=0$  условия устойчивости

$a_0>0; a_1>0; a_2>0$

$a_1a_2-a_0a_3>0$

4.  $n=4$   $a_0S^4+a_1S^3+a_2S^2+a_3S^1+a_4=0$

$a_0>0; a_1>0; a_2>0; a_3>0; a_4>0$   $a_3(a_1a_2-a_0a_3)-a_1^2a_4>0$ .

### 3. Контрольные вопросы

1. Понятие устойчивости системы
2. Понятие устойчивости системы «в малом», «в целом», «в большом»
3. Область устойчивости
4. Граница устойчивости
5. Условия устойчивости линейной системы

### Лабораторная работа № 8

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ КРИТЕРИИ МИХАЙЛОВА, НАЙКВИСТА

Цель работы. Исследование устойчивости замкнутых САУ; определение запасов устойчивости по амплитуде и фазе; изучение влияния параметров звеньев, входящих в состав системы, на ее устойчивость; определение предельного коэффициента усиления системы.

### 1. Содержание работы

В процессе работы система автоматического управления всегда подвергается действию внешних сил, которые могут вывести ее из состояния равновесия. Устойчивость – это свойство САУ возвращаться в исходный или близкий к нему режим после выхода из него в результате какого-либо воздействия. Это одно из основных условий работоспособности САУ, которое требует, чтобы переходные процессы в ней затухали. На рис. 5. показаны переходные процессы в устойчивой (рис. 5,а) и неустойчивой (рис. 5,б) системах.

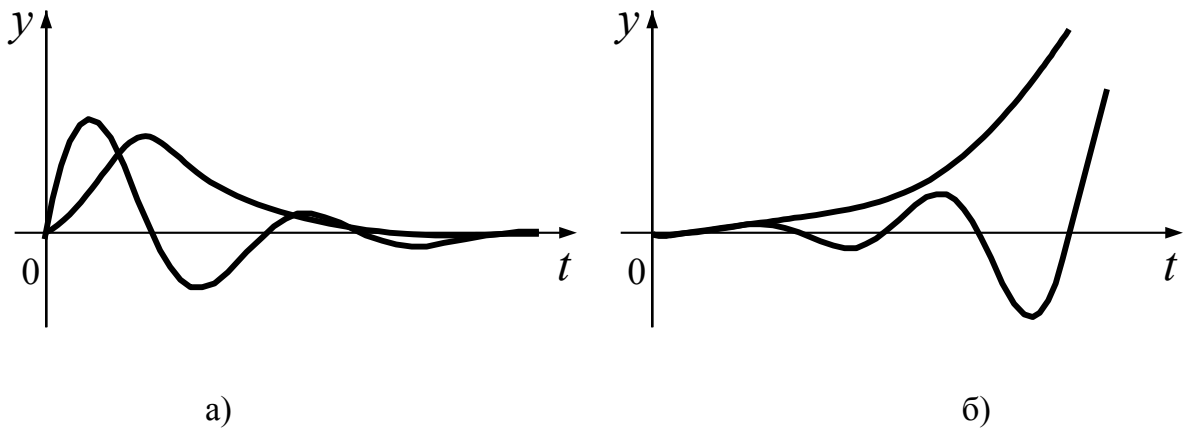


Рис. 5. Переходные процессы в САУ:  
 а – в устойчивой системе; б – в неустойчивой системе

Характер переходных процессов в САУ определяется корнями характеристического уравнения. Для их затухания необходимо и достаточно, чтобы все корни лежали слева от мнимой оси плоскости корней (имели отрицательные вещественные части). Если хотя бы один корень окажется справа от мнимой оси, то эта система будет неустойчивой. Наличие корня на мнимой оси означает, что система находится на границе устойчивости.

Вычисление корней характеристических уравнений третьего и выше порядков трудоемко, однако для суждения об устойчивости этого обычно не требуется в связи с тем, что разработаны косвенные признаки, по которым можно судить о знаках действительных частей этих корней и тем самым об устойчивости САУ. Эти признаки называются критериями устойчивости. Существуют частотные критерии устойчивости: критерий Михайлова и критерий Найквиста.

Критерий устойчивости Михайлова также основан на рассмотрении характеристического полинома  $D(p)$ . Если в этот полином подставить чисто мнимые значения  $p=j\omega$ , где  $\omega$  - угловая частота колебаний, то получим характеристический комплекс

$$D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega) = D(\omega)e^{j\Psi(\omega)}.$$

Здесь  $X(\omega)$ ,  $Y(\omega)$  – соответственно вещественные и мнимые части, а  $D(\omega)$  и  $\Psi(\omega)$  – модуль и фаза характеристического комплекса.

Характеристический полином не будет иметь корней в правой полуплоскости, если полное приращение фазы  $\Psi(\omega)$  при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$

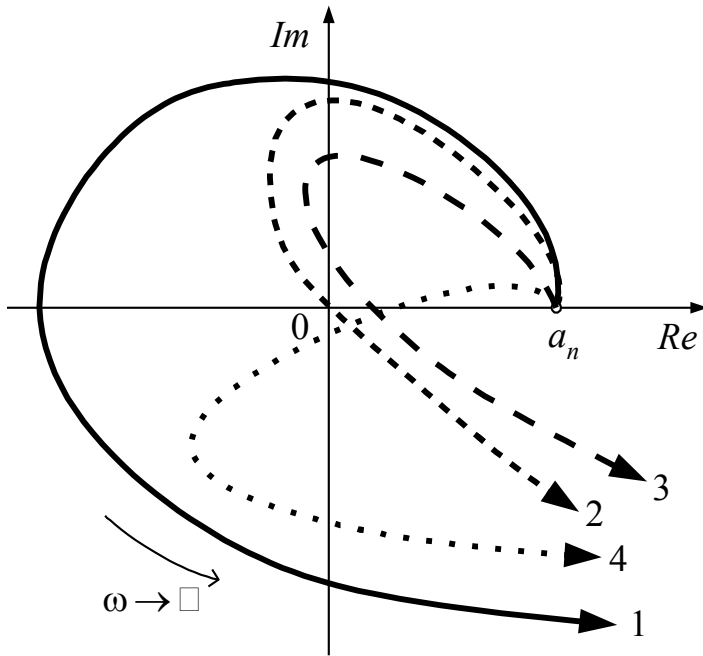


Рис. 6. Кривые Михайлова

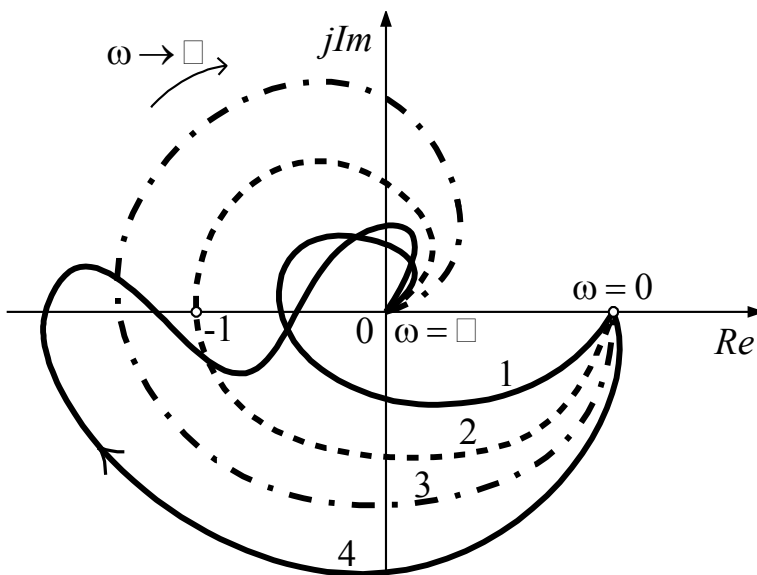


Рис. 7. Амплитудно-фазовые частотные характеристики САУ

равно  $n\frac{\pi}{2}$ , где  $n$  – степень

полинома  $D(p)$ . Следовательно, САУ будет устойчива. Годограф  $D(j\omega)$  в комплексной плоскости называется годографом (кривой) Михайлова. Кривая Михайлова для устойчивых систем всегда имеет правильную спиралевидную форму, ее конец уходит в бесконечность в том квадрате комплексной плоскости, номер которого равен степени характеристического многочлена  $n$ . В неустойчивых САУ нарушается последовательность

прохождения квадратов, вследствие чего полное

приращение фазы  $\Psi(\omega)$  оказывается меньшим, чем  $n\frac{\pi}{2}$ . На

рис. 6 кривая 1 соответствует устойчивой САУ, а кривые 3 и 4 – неустойчивым. Условием нахождения системы на границе устойчивости является прохождение кривой Михайлова через начало координат (кривая 2 на рис. 6).

Критерий устойчивости Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по АФЧХ разомкнутой системы. Если известно, что САУ в разомкнутом состоянии устойчива, то условие устойчивости замкнутой системы сводится к требованию, чтобы АФЧХ разомкнутой системы не охватывала точку  $(-1, j0)$ . На рис. 7 характеристики 1 и 4 соответствуют устойчивым системам, характеристика 3 – неустойчивой системе, характеристика 2 – нахождению системы на границе устойчивости.

В соответствии с критерием Найквиста об устойчивости можно судить не только по АФЧХ, но и по логарифмическим характеристикам; ЛАЧХ должна пересечь ось абсцисс раньше, чем ФЧХ окончательно перейдет за значение  $-\pi$ . Или иными словами, на частоте среза  $\omega_c$  величина  $\varphi$  ( $\omega_c$ ) должна быть больше  $-\pi$ . На рис. 8 изображены ЛАЧХ  $L(\omega)$  и четыре варианта  $\varphi(\omega)$ .

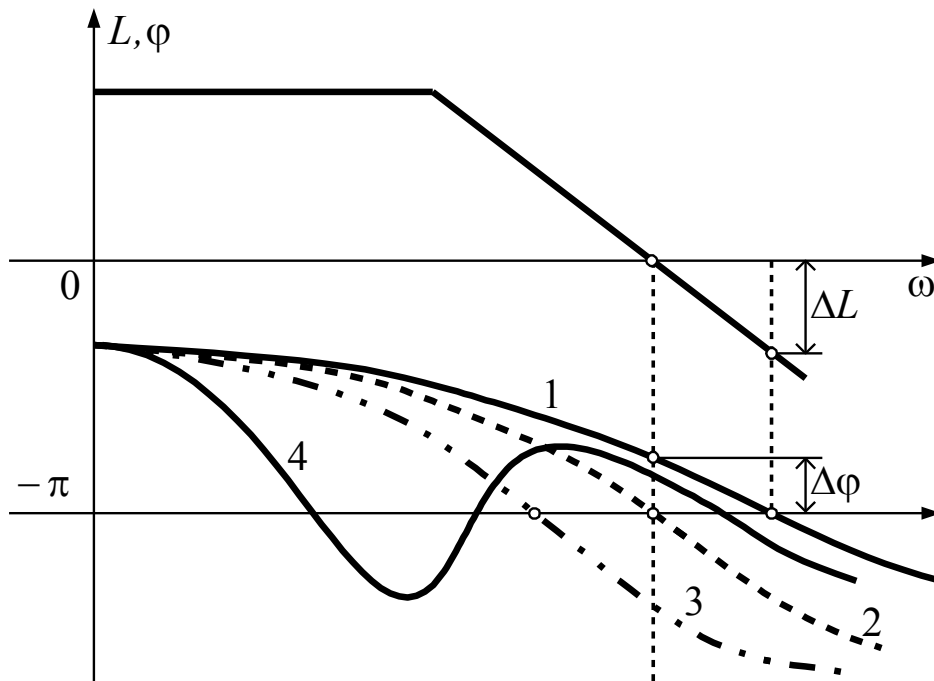


Рис. 8. Логарифмические частотные характеристики САУ

В случаях 1 и 4 замкнутая САУ устойчива, 2 – соответствует положению САУ на границе устойчивости, а 3 – неустойчивой замкнутой системе.

При оценке устойчивости систем одного факта устойчивости недостаточно. Необходимо еще оценить величину запаса устойчивости, то есть степень удаленности системы от границы устойчивости. В случае применения критерия Гурвица о запасе устойчивости можно судить по тому запасу, с которым выполняются входящие в него неравенства. При исполь-

зовании критерия Найквиста запас устойчивости определяется удаленностью АФЧХ от критической точки  $(-1, j0)$ . Основное распространение в качестве меры запаса устойчивости получили две величины – запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi$  и запас устойчивости по амплитуде  $\Delta L$ , показанные на рис. 8.

Запас устойчивости по фазе определяется величиной  $\Delta\varphi$ , на которую должно возрасти запаздывание по фазе в системе на частоте среза  $\omega_c$ , чтобы система оказалась на границе устойчивости. Запас устойчивости по амплитуде  $\Delta L$  определяется величиной допустимого подъема ЛАЧХ, при которой система окажется на границе устойчивости. Таким образом, запас по амплитуде представляет собой запас по коэффициенту передачи  $k$  разомкнутой системы по отношению к его критическому по устойчивости значению. Критическим (предельным) называют то значение коэффициента  $k$ , при котором АФЧХ проходит через критическую точку  $(-1, j0)$ , то есть система находится на границе устойчивости.

## 2. Порядок выполнения работы

1. Набрать схему модели замкнутой САУ, приведенной на рис. 9, с параметрами:  $k_y=10$ ;  $T_y=0,001$ ;  $k_m=3$ ;  $T_m=0,1$ ;  $T_3=0,02$ ;  $k_{\Pi}=0,01$ .

Получить выражения передаточных функций замкнутой и разомкнутой системы, ее частотных характеристик: АФЧХ,  $L(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ .

2. Получить графики переходной характеристики замкнутой САУ и АФЧХ, ЛАЧХ разомкнутой САУ. Оценить устойчивость замкнутой САУ ( $\Delta L$ ,  $\Delta\varphi$ ) по полученным кривым.

3. Выполнить задание 2 при различных значениях коэффициента усиления системы  $k_y = 5 \dots 50$ .

4. Определить экспериментально предельный коэффициент усиления системы  $k_{\text{пред}}$ , добиваясь появления незатухающих гармонических колебаний.

5. Получить графики АФЧХ и ЛАЧХ разомкнутой системы, находящейся в замкнутом состоянии на границе устойчивости ( $k = k_{\text{пред}}$ ).

6. Выполнить задания 4 и 5 для  $T_y = 0,01$  и  $0,001$ . Оценить влияние постоянной времени на устойчивость системы.

7. Изменить порядок астатизма системы, добавив в структурную схему интегрирующее звено. Оценить устойчивость полученной САУ.

8. Сделать вывод о влиянии параметров системы и порядка астатизма на ее устойчивость.

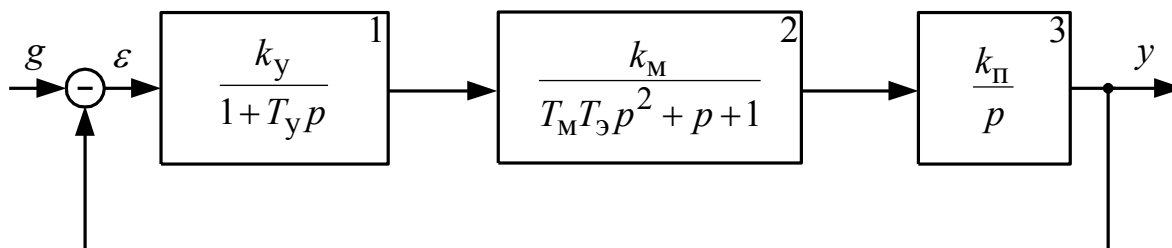


Рис. 9. Структурная схема САУ

### 3. Контрольные вопросы

1. Как определяется понятие устойчивости САУ?
2. Какое уравнение называется характеристическим уравнением САУ?
3. Как корни характеристического уравнения влияют на устойчивость системы?
4. Как определяются границы устойчивости САУ?
5. Что такое структурно-неустойчивые системы?
6. Какие вам известны критерии устойчивости?
7. Как формулируется критерий устойчивости Найквиста для астатических систем, неустойчивых в разомкнутом состоянии?
8. Что такое логарифмический критерий устойчивости Найквиста?
9. Как определяются области устойчивости САУ? Что такое запас устойчивости САУ?
10. Как влияет значение коэффициента усиления и величина постоянных времени звеньев САУ на ее устойчивость?

## Лабораторная работа № 9 ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА СИСТЕМЫ ПРИ ЕДИНИЧНОМ СТУПЕНЧАТОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Цель работы. Исследование качества системы при единичном ступенчатом воздействии

### 1. Содержание работы

Для работоспособности системы автоматического управления необходимо, чтобы процесс автоматического регулирования осуществлялся при обеспечении определенных качественных показателей.

Прямые оценки качества получают по кривой переходной характеристики  $h(t)$  при воздействии единичной ступенчатой функции

$$g(t) = 1(t) = \frac{1}{0}$$

и нулевых начальных условиях.

К прямым оценкам качества относят

1. Время регулирования  $t_r$  – минимальное время, по истечении которого регулируемая величина будет оставаться близкой к установившемуся значению с заданной точностью.  
 $h(t) - h_{уст.}$ , где дельта постоянная величина, значение которой нужно оговаривать.
2. Перерегулирование – максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения выходной величины, выраженной в процентах.
3. Частота колебаний  $w$
4. Число колебаний  $n$ , которое имеет переходная характеристика  $h(t)$  за время регулирования  $t_r$
5. Время достижения первого максимума  $t_{max}$
6. Время нарастания переходного процесса  $t_n$

### **2. Порядок выполнения работы**

1. По заданным графикам переходного процесса определить прямые оценки качества.
2. Сделать вывод о качестве системы.

### **3. Контрольные вопросы**

1. Дать понятие время регулирования
2. Понятие перерегулирования
3. Понятие времени достижения первого максимума
4. Понятие времени нарастания переходного процесса

## **Лабораторная работа № 10**

### **ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА САУ**

Цель работы. Исследование качества переходных процессов замкнутой САУ; определение показателей качества по переходному процессу и корневым критериям; исследование влияния на качество переходных процессов параметров САУ.

#### **1. Содержание работы**



Переходные процессы, возникающие в системах при скачкообразных воздействиях, принято делить на три группы: монотонные, апериодические и колебательные.

Характеристики, приведенные на рис. 10,а соответствуют ступенчатому изменению задающего воздействия, в соответствии с которым выходная величина  $y$  системы по окончании переходного процесса получает приращение  $y_{уст}$ , а на рис. 10,б – внешнему воздействию в виде возмущения.

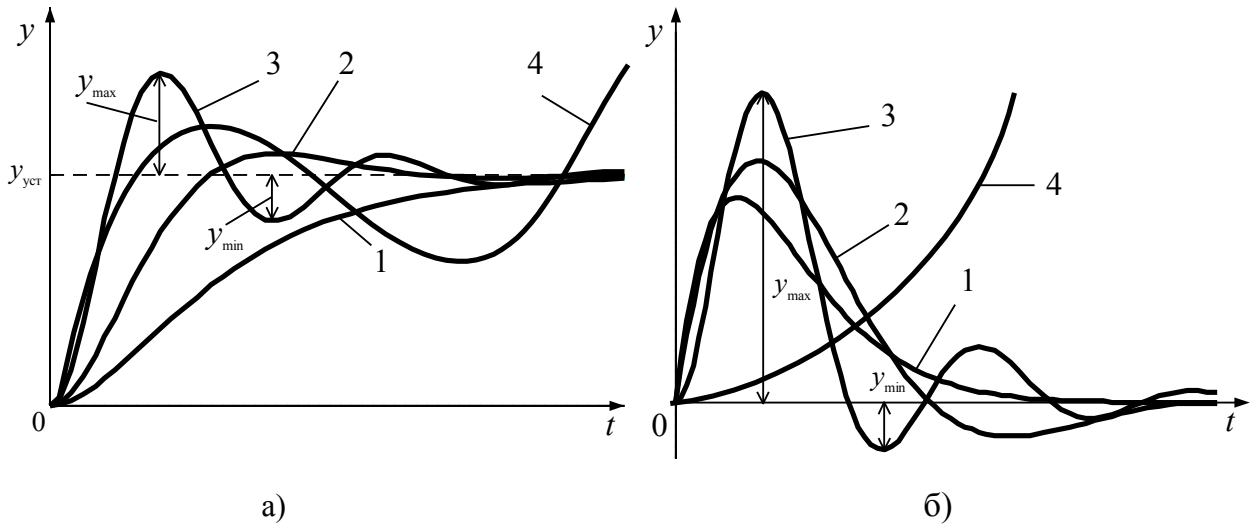


Рис. 10. Переходные характеристики САУ:

а – от задающего воздействия; б – от возмущающего воздействия

У монотонных процессов первая производная выходной величины  $\dot{y}(t)$  не меняет знак (кривая 1 на рис. 10), у апериодических знак производной  $\dot{y}(t)$  меняется не более одного раза (кривая 2 на рис. 10), а у колебательных – первая производная  $\dot{y}(t)$  меняет свой знак периодически (теоретически бесконечное число раз) (кривая 3 на рис. 10). Кривая 4 на рис. 10 характеризует неустойчивую систему, и переходный процесс называется расходящимся.

Качество переходных процессов численно характеризуется следующими показателями качества.

*Время переходного процесса*  $t_n$  – интервал времени от начала переходного процесса до момента, когда отклонение выходной величины от ее нового установившегося значения становится меньше определенной величины (обычно 5% величины скачка на входе).

*Перерегулирование*  $\sigma$  – максимальное отклонение в переходный период относительно нового установившегося значения

$$\sigma = \frac{y_{max} - y_{уст}}{y_{уст}} 100\%.$$

*Колебательность* – число колебаний, равное числу минимумов кривой переходного процесса в интервале времени  $t_n$ .

Качество переходных процессов зависит не только от собственных свойств системы (ее структуры и параметров звеньев), но и от внешнего воздействия (места его приложения, величины, характера изменения во времени). Кроме того, качество переходного процесса зависит также от начальных условий, т.е. от состояния системы в момент приложения воздействия.

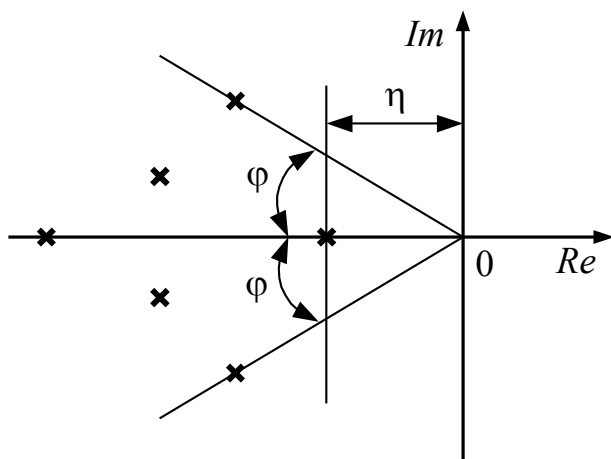
В одной и той же системе переходный процесс при одном воздействии может быть не колебательным, а при другом – иметь недопустимо большую колебательность. Более того, переходный процесс, вызванный одним и тем же воздействием, может в широких пределах изменять свои показатели при изменении начальных условий.

Таким образом, при оценке качества переходных процессов необходимо указать воздействие и начальные условия, при которых имеет место данное качество. При общей характеристике качества переходных процессов в системе его обычно оценивают для единичного ступенчатого воздействия при нулевых начальных условиях, т.е. для переходной характеристики.

Исчерпывающее представление о качестве переходных процессов дает сама кривая процесса  $y(t)$ .

Оценить в общем качество переходных процессов при всевозможных воздействиях и начальных условиях можно по корневым критериям. Эта группа критериев основана на оценке качества по значениям полюсов и нулей передаточной функции системы, т.е. корням ее знаменателя и числителя. Для оценки быстродействия системы используется степень устойчивости  $\eta$ , которая равна абсолютному значению вещественной части ближайшего к мнимой оси корня.

На рис. 11 показан случай, когда ближайшим к мнимой оси является действительный корень. В равной мере это может быть и пара сопряженных комплексных корней.



Корни характеристического уравнения, расположенные ближе всего к мнимой оси, т.е. имеющие наименьшую по абсолютной величине вещественную часть, дают самую длитель-

ную составляющую переходного процесса. При этом длительность всего переходного процесса определяется выражением

$$t_{\Pi} \leq \frac{3}{\eta}.$$

Рис. 11. Расположение корней характеристического уравнения САУ

Склонность системы к колебаниям определяется комплексными корнями характеристического уравнения САУ. Мерой колебательности  $\mu$  является отношение мнимой части корня  $\beta$  к вещественной  $\alpha$ :

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Чем больше  $\mu$ , тем больше колебательность переходного процесса. В комплексной плоскости корень, определяющий наиболее колебательную составляющую, соответствует наибольшему значению угла

$$\varphi = \arctg \frac{\beta}{\alpha} = \arctg \mu$$

между лучом, направленным через корень из начала координат, и действительной осью (см. рис. 11). Качество переходного процесса будет тем лучше, чем больше  $\eta$  и меньше  $\mu$ .

## 2. Порядок выполнения работы

1. Набрать схему модели замкнутой САУ, структурная схема которой приведена на рис. 9 с параметрами:  $k_y=10$ ;  $T_y=0,001$ ;  $k_m=3$ ;  $T_m=0,1$ ;  $T_s=0,02$ ;  $k_n=0,01$ .

2. Получить графики переходных процессов выходной величины  $y$ , определить по ним показатели качества ( $t_n$ ,  $\sigma$ ).

3. Составить передаточную функцию замкнутой САУ и получить распределение нулей и полюсов передаточной функции. Определить степень устойчивости  $\eta$  и показатель колебательности  $\mu$ .

4. Выполнить задания 2 и 3 при изменении коэффициента  $k_y=5 \dots 50$ . Провести сравнительный анализ полученных результатов.

5. Выполнить задания 2 и 3 при различных значениях постоянной времени  $T_y = 0,001 \dots 0,01$  и дать оценку полученным результатам.

## 3. Контрольные вопросы

1. Какие существуют показатели качества переходных процессов САУ?
2. Как определяются показатели качества по расположению нулей и полюсов передаточной функции САУ?
3. Как аналитически определить показатели качества?
4. Каковы частотные критерии качества переходных процессов?
5. Какова связь частотных характеристик САУ с качеством ее переходной характеристики?
6. Как влияют параметры САУ на показатели качества?
7. Какие факторы определяют качество переходных процессов САУ?

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Работа с пакетом математического моделирования Simulink

1. Запустить пакет *Matlab*. В окне управления выбрать «Новая Simulink модель» (рис. П1).

2. Выбрать опцию *Simulink*. *Matlab* открывает два окна: окно модели (рис. П2) и окно библиотек элементов (рис. П3).

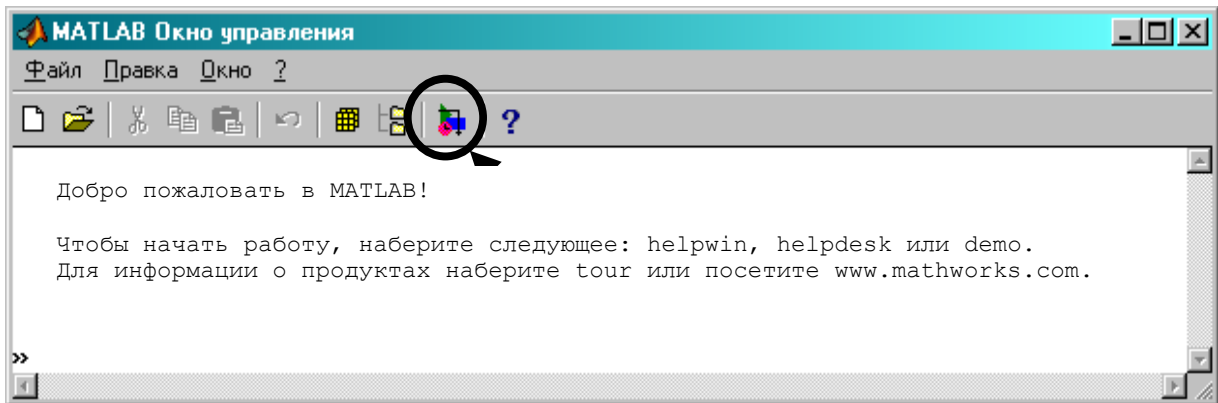


Рис. П1. Окно управления

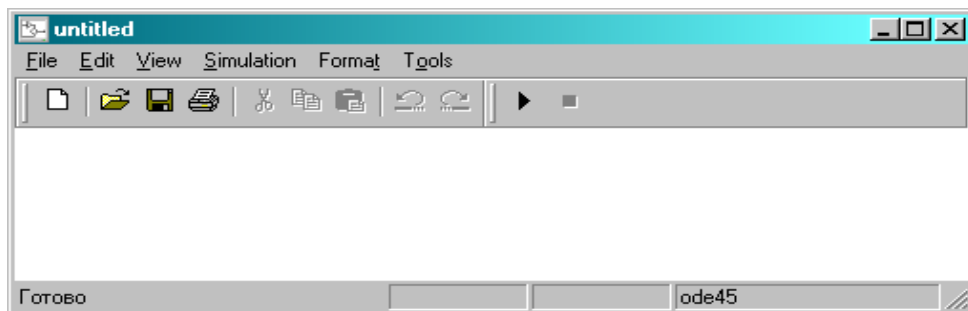


Рис. П2. Окно модели

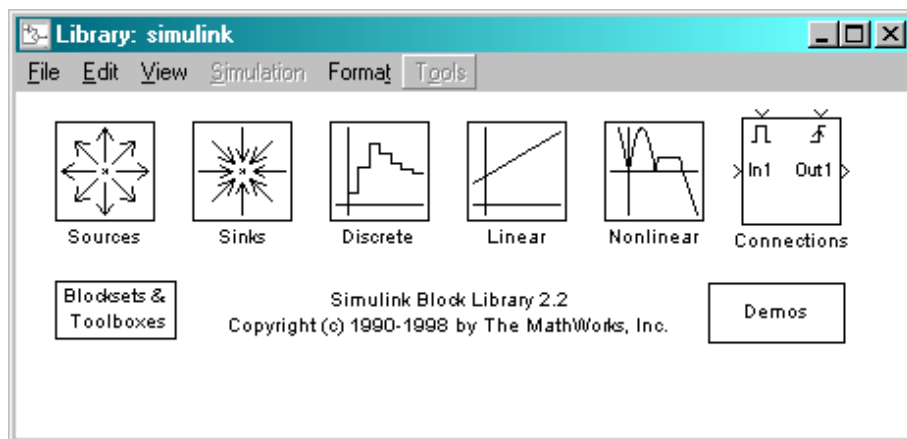


Рис. П3. Окно библиотек элементов

3. Моделируемую САУ необходимо представить в виде набора звеньев, соответствующего структурной схеме системы. Типовые звенья для исследования и моделирования содержатся в библиотеках, разбитых на классы:

- источники входных сигналов *Sources* (рис. П4);
- средства отображения результатов моделирования *Sinks* (рис. П5);
- дискретные элементы структурных схем *Discrete*;
- линейные элементы структурных схем *Linear* (рис. П6);
- нелинейные элементы структурных схем *Nonlinear*;
- элементы коммутации *Connections*.

Каждая библиотека открывается двойным щелчком «мыши» на соответствующей иконке.

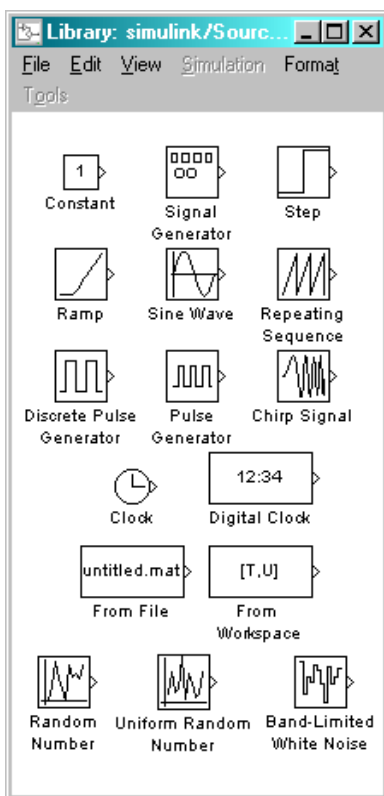


Рис. П4.  
Источники входных сигналов

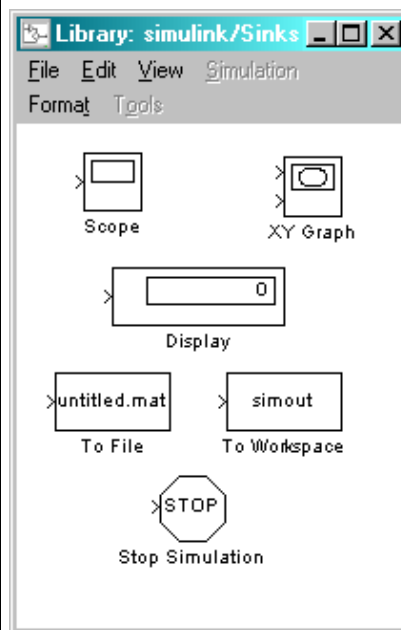


Рис. П5.  
Средства отображения результатов моделирования

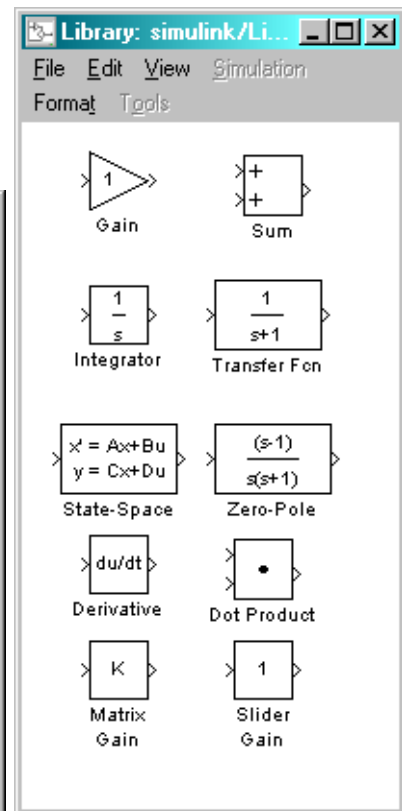


Рис. П6.  
Линейные элементы структурных схем

4. Для составления модели необходимо в соответствии со структурной схемой системы набрать из библиотек нужные блоки («взять и перенести» мышкой в окно *untitled*) и соединить их входы-выходы (рис. П7).

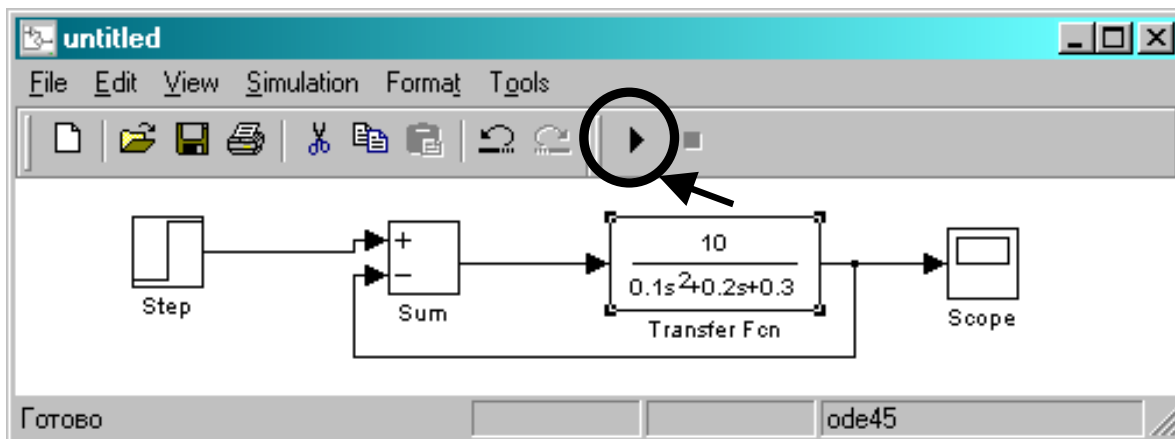


Рис. П7. Модель САУ

5. Запуск моделирования – командой «Старт/Пауза моделирования». Результат моделирования представляется в графическом виде, для чего необходимо дважды щёлкнуть мышкой по значку *Scope* (рис. П8).

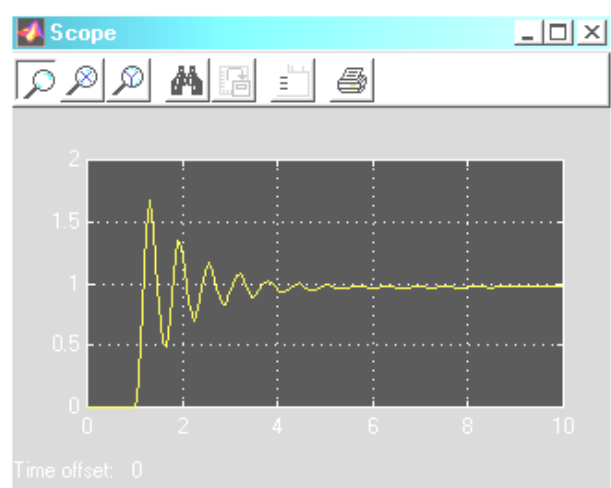


Рис. П8. Результат моделирования

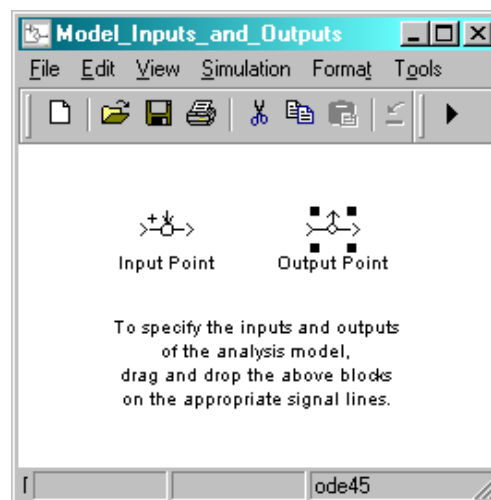


Рис. П9. Окно точек входа-выхода

6. Для исследования других характеристик системы (АЧХ, расположение корней и др.) необходимо выполнить линейный анализ модели (меню *Tools*, пункт *Linear Analysis*). При этом открываются два окна: окно точек входа-выхода (рис. П9) и окно просмотра результатов анализа «*LTI Viewer*».

7. Из окна точек входа-выхода необходимо перенести их на вход и выход того элемента или системы в целом, для которых проводится линейный анализ (рис. П10).

8. В окне *LTI Viewer* в меню *Simulink* выбрать пункт «*Get Linearized Model*» (рис. П11).

9. Виды представленных характеристик выбираются из меню «*Plot Type*»

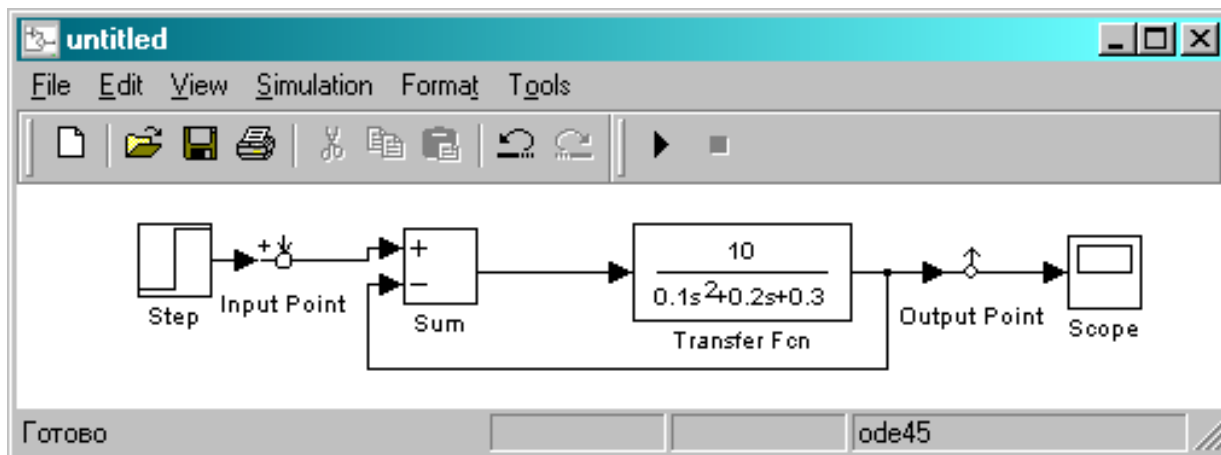


Рис. П10. Установка точек входа-выхода линейного анализа

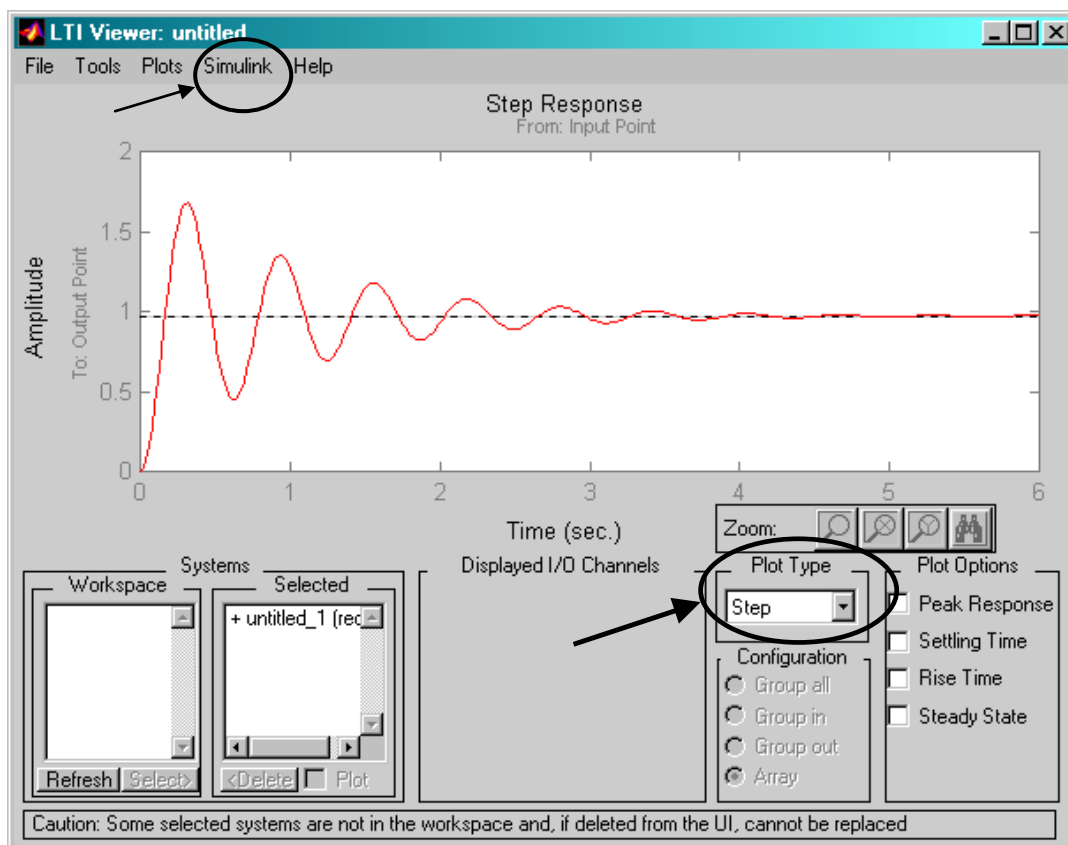


Рис. П11. Окно результатов линейного анализа

10. Для копирования результатов моделирования в другие приложения в меню *File* выбирается пункт «*Send Response to Figure*». При этом включается программа просмотра рисунка *LTI Viewer Responses* (рис. П12).



Копирование рисунка – пункт «*Copy Figure*» из меню *Edit* этого окна. Результат – рис. П13.

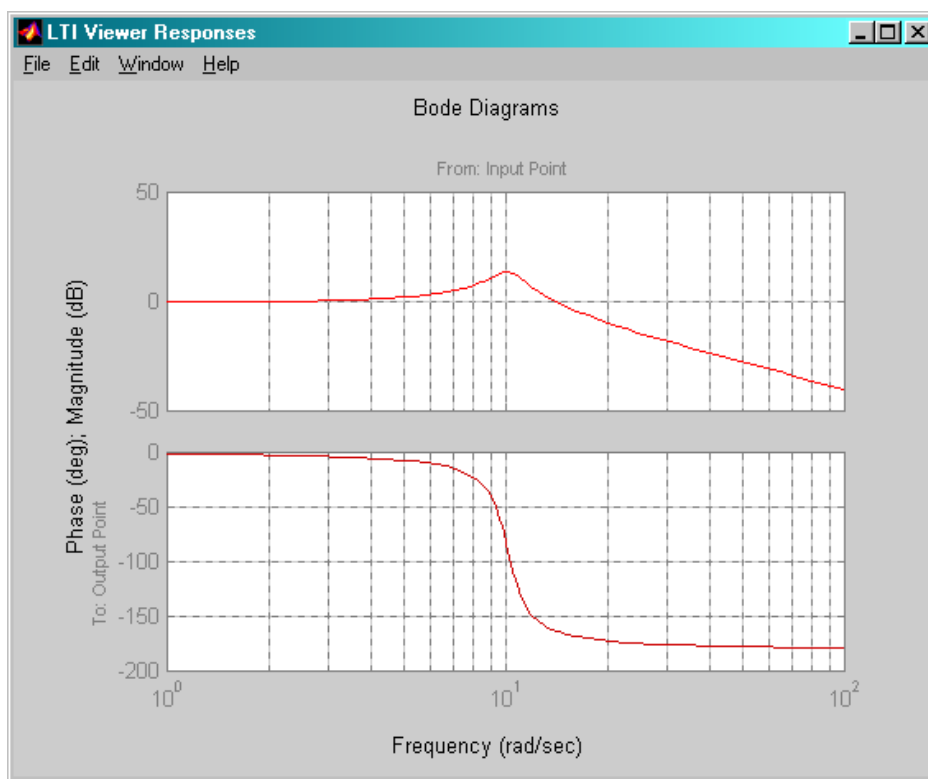


Рис. П12. Просмотр рисунка

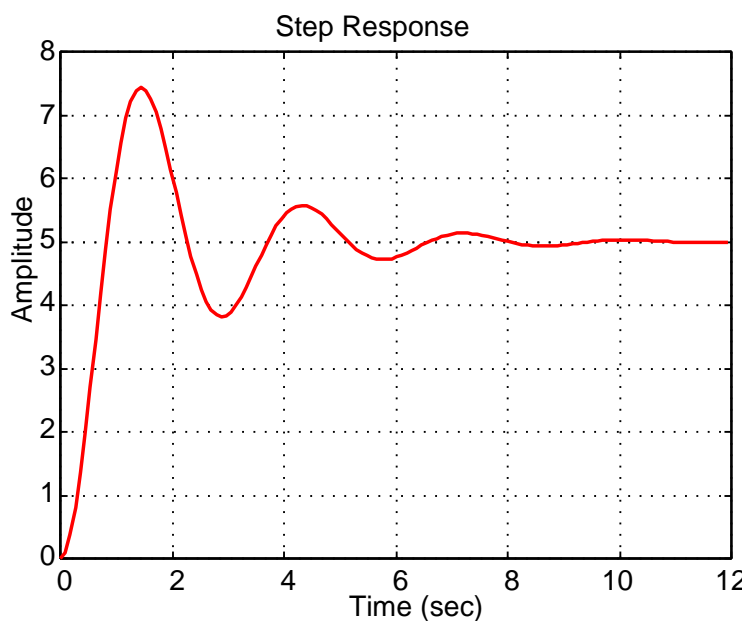


Рис. П13. Результат копирования

## Библиографический список

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Синтез систем автоматического регулирования. - М.: Наука, 1972. – 326 с.
2. Сборник задач по теории автоматического управления и регулирования / В.А. Бесекерский, А.Н. Герасимов, С.В. Лучко и др.; Под ред. Е.П. Попова. - М.: Высш. шк., 1978. – 240 с.
3. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1989. – 285 с.
4. Теория автоматического регулирования. Ч.1, 2 / Под ред. А.А. Воронова. - М.: Наука, 1978. – 578 с.
5. Гультяев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: Учебный курс. - СПб: Питер, 2000. – 432 с.