Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Методические указания
к практическим работам по дисциплине

ФИЗИКА

для специальностей среднего профессионального образования технического профиля

2016 г.

Разработчик(и):
КИТП Старший преподаватель /_Л.И.Моисеева/_______________

Одобрено на заседании цикловой комиссии технических дисциплин

КИТП_________________________________

Протокол №_______ от «_____» _________ 20____г.

Председатель ЦК /_Г.П.Тонконог/_____________

Содержание

Пояснительная записка

Практические занятия по физике предназначены для студентов 1 курса СПО для специальностей технического профиля. На курс отведено 46 часов. Предлагаемый курс основан на знаниях и умениях, полученных студентами при изучении физики на теоретических занятиях.

Цели и задачи практических занятий:

- развитие познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей в процессе решения физических задач и самостоятельного приобретения новых знаний;
- воспитание духа сотрудничества в процессе совместного выполнения задач, выполнения лабораторных работ;
-уметь применять знания по физике для объяснения явлений природы, свойств вещества, решения физических задач, самостоятельного приобретения и оценки новой информации физического содержания, использования современных информационных технологий, использование приобретенных знаний и умений для решения практических, жизненных задач.

Курс практических занятий прежде всего ориентирован на развитие у студентов интереса к занятиям, на организацию самостоятельного познавательного процесса и самостоятельной практической деятельности.

Тематика практических занятий:

1. Кинематика поступательного и вращательного движения.
2. Динамика поступательного и вращательного движения.
3. Закон сохранения импульса. Закон сохранения энергии.
4. Статика. Гидростатика.
5. Основы молекулярно-кинетической теории газа.
6. Изопроцессы.
7. Тепловые процессы.
8. Тепловые двигатели.
9. Свойства жидких и твердых тел.
10. Закон Кулона. Электрическое поле и его характеристики. Электроемкость. Конденсаторы.
11. Законы постоянного тока.
12. Магнитное поле. Электромагнитная индукция.
13. Механические колебания и волны.
14. Электромагнитные колебания и волны. Переменный ток.
15. Законы отражения и преломления света. Линзы.
16. Волновые свойства света.
17. Фотоэффект и его законы.
18. Строение атома. Постулаты Бора.

Практические занятия по физике направлены на формирование у обучающихся учебных практических умений, к которым относится умение решать задачи по физике.

Решение задач по физике - необходимый элемент учебной работы. Задачи дают материал для упражнений, требующих применения физических закономерностей к явлениям, протекающим в тех или иных конкретных условиях. В связи с этим они имеют большое значение для конкретизации знаний учащихся, для привития или умения видеть различные конкретные проявления общих законов. Без такой конкретизации знания остаются книжными, не имеющими практической ценности. Решение задач способствует более глубокому и прочному условию физических законов, развитию логического мышления, сообразительности, инициативы, воли к настойчивости в достижения поставленной цели, вызывает интерес к физике, помогает в приобретении навыков самостоятельной работы и служит незаменимым средством для развития самостоятельности суждения. Решение задач - это один из методов познания взаимосвязи законов природы. В процессе решения задач обучающиеся непосредственно сталкиваются с необходимостью применить полученные знания по физике в жизни, глубже осознают связь теории с практикой. Решение задач - одно из важных средств повторения, закрепления и проверки знаний учащихся.

Виды задач и способы их решения

Задачи по физике разнообразны по содержанию, и по дидактическим целям. Их можно классифицировать по различным признакам. По способу выражения условия физические задачи делятся на четыре основных вида: текстовые, экспериментальные, графические и задачи рисунки. Каждый из них, в свою очередь, разделяется на количественные (или расчетные) и качественные (или задачи вопросы). В то же время основные виды задач можно разделить по степени трудности на легкие и трудные, тренировочные и творческие задачи и другие типы.

В учебном процессе по физике наиболее часто используют текстовые задачи, в которых условие выражено словесно, текстуально, причем в условии есть все необходимые данные, кроме физических постоянных. По способам решения их разделяют задачи - вопросы, и расчетные (количественные).

При решении задач-вопросов требуется (без выполнения расчетов) объяснить то или иное физическое явление или предсказать, как оно будет протекать в определенных условиях. Как правило, в содержании таких задач отсутствуют числовые данные. Отсутствие вычислений при решении задач-вопросов позволяет сосредоточить внимание учащихся на физической сущности. Необходимость обоснования ответов на поставленные вопросы приучает обучающихся рассуждать, помогает глубже осознать сущность физических законов. Решение задач-вопросов выполняют, как правило, устно, за исключением тех случаев, когда задача содержит графический материал. Ответы могут быть выражены и рисунками. К задачам-вопросам тесно примыкают задачи - рисунки. В них требуется устно дать ответы на вопрос или изобразить новый рисунок, являющийся ответом на рисунок задачи. Решение таких задач способствует воспитанию у обучающихся внимания, наблюдательности и развитию графической грамотности.

Количественные задачи - это задачи, в которых ответ на поставленный вопрос не может быть получен без вычислений. При решении таких задач качественный анализ так же необходим, но его дополняют еще и количественным анализом с подсчетом тех или иных числовых характеристик процесса. Количественные задачи разделяют по трудности на простые и сложные.
Под простыми задачами понимают задачи, требующие несложного анализа, и простых вычислений, обычно в одно - две действие. Для решения количественных задач могут быть применены разные способы: алгебраический, геометрический, графический. Алгебраический способ решения задач заключается в применении формул и уравнений. При геометрическом способе используют теоремы геометрии, а при графическом - графики. В особый тип выделяют задачи межпредметного содержания отражающие связь физики с другими учебными дисциплинами. В задачах с историческим содержанием обычно используют факты из истории открытия законов физики или каких-либо изобретении. Они имеют большое познавательное воспитательное значение.
Эксперимент в задачах используют по разному. В одних случаях из опыта, проводимого на демонстрационном столе, или из опытов, выполняемых обучающимися самостоятельно, находят данные необходимые для решения задачи. В других случаях задача может быть решена на основе данных, указанных в условиях задачи. Опыт в таких случаях используют для иллюстрации явлений и процессов, описанных в задаче, или для проверки правильности решения. Но если эксперимент применяется только для проверки решения, задачу неправомерно называть экспериментальной. Существенным признаком экспериментальных задач является то, что при их решении и данные берутся из опыта. В процессе решения экспериментальных задач у учащихся развивается наблюдательность, совершенствуются навыки обращения с приборами. При этом школьники глубже познают сущность физических явлений и законов. В графических задачах в процессе решения используют графики. По роли графиков в решении задач различают такие, ответ, на который может быть получен на основе анализа уже имеющего графика, и в которых требуется графически выразить функциональную зависимость между величинами. Решение графических задач способствует уяснению функциональной зависимости между величинами, привитию навыков работы с графиком. В этом их познавательное и политехническое знание.
Физические задачи, в условии которых не хватает данных, для их решения называют задачами с неполными данными. Недостающие данные для таких задач находят в справочниках, таблицах и в других источниках. С такими задачами учащиеся будут часто встречаться в жизни, в связи с этим решение в школе подобных задач очень ценно. Для того, чтобы проявить учащимся интерес к решению задач необходимо их умело подбирать. Содержание задач должно быть понятным и интересным, кратко и четко сформулированным. Математические операции в задаче не должны затушевывать ее физический

смысл, необходимо избегать искусственности и устаревших числовых данных в условиях задач. Начинать решение задач по темам нужно с простейших, в которых внимание учащихся сосредотачивается на закономерности, изучаемой в данной теме, или на уточнении признаков нового понятия, установлении его связи с другими понятиями. Затем постепенно следует переходить к более трудным задачам.

Аналитико-синтетический метод в решении физических задач

Аналитико-синтетический метод - основной метод решения задач по физике. Удачное применение его в учебном процессе позволяет вести обучающихся по правильному пути отыскания решения задачи, и способствует развитию их логического мышления. В методических пособиях по физике довольно часто анализ, и синтез рассматривают как два самостоятельных метода. При решении физических задач используют анализ и синтез, взятые в совокупности, т.е. практически применяют аналитико-синтетический метод. При этом методе решения путем анализа, начиная с вопроса задачи, выясняют, что необходимо знать для ее решения, и, постепенно расчленяя сложную задачу на ряд простых, доходят до известных величин, данных в условии. Затем с помощью синтеза рассуждения проводят в обратном порядке: используя известные величины, и подбирая необходимые соотношения, производят ряд действий, в результате которых находят неизвестное. Поясним это на примере следующей задачи: "Найдите давление на почву гусеничного трактора массой 10 т, если длина опорной части гусеницы 2 м, а ширина 50 см".

Анализ: Чтобы определить давление трактора на почву, необходимо знать действующую на него силу тяжести, и площадь опоры. Сила тяжести в задаче не дана, площадь опоры не указана. Для определения общей площади опоры, т.е. площади опорной части двух гусениц, необходимо узнать площадь опоры одной гусеницы и умножить ее на два. Площадь одной части одной гусеницы можно определить, так как известны ее ширина и длина. Силу тяжести, действующую на трактор, можно найти по известной его массе.

Синтез: Рассуждение ведут в обратном порядке, в его ходе составляют план решения и производят необходимые вычисления. Последовательность рассуждения примерно следующая.

Зная ширину длину опорной части гусеницы, можно определить опорную площадь одной гусеницы. Для этого необходимо длину на ширину. Зная опорную площадь одной гусеницы, можно определить общую площадь опоры трактора. Для этого необходимо найденную площадь, т.е. площадь опорной части одной гусеницы, умножить на два. Зная массу трактора, находят силу тяжести, действующую на него. По силе тяжести и площади опоры можно определить давление трактора на почву. Для этого силу тяжести необходимо разделить на площадь опоры.

Методика решения качественных задач

Как уже было сказано выше, задачи-вопросы решают устно. Чтобы воспитать у обучающихся навык сознательного подхода к решению качественных задач, нужна определенная система работы с ними учителя и продуманная методика обучения. Немалое значение имеет правильный подбор задач. Наиболее доступны на первых порах задачи, в которых предлагается дать объяснение явлением природы, или фактам, известным учащимся из личного опыта. В них обучающиеся увидят связь с жизнью. Важно учитывать при подборе задач характер производственного окружения и местные условия. Решение качественных задач включает три этапа: чтение условия, анализ задачи и решение. При анализе содержание задачи используют, прежде всего, общие закономерности, известные обучающимися по данной теме. После этого выясняют, как конкретно должно быть объяснено то явление, которое описано в задаче. Ответ к задаче получают как завершение проведенного анализа. В качественных задачах анализ условия тесно сливается с получением нужного обоснованного ответа.

Пример:

Реактивный двигатель совершает работу при перемещении ракеты.
Вследствие этого энергия ракета возрастает.
Пусть E_1 - механическая энергия ракеты в начальный момент времени;
А - работа, совершенная двигателем за некоторый промежуток времени;
E_2 - механическая энергия ракеты конечный момент времени.
Тогда можно утверждать, что изменение механической энергии тела равно работе внешней силы.
$E_2 - E_1 = A$, или $E_2 = E_1 + A$.
В данном примере работа, совершенная двигателем, положительная.
В связи с этим энергия ракеты возрастала.

Методика решения количественных задач

Решение сложных количественных задач на уроке складывается обычно из следующих элементов: чтения условия задачи, краткой записи условия и его повторения, выполнения рисунка, схемы или чертежа, анализа физического содержания задачи и выявления путей (способов) ее решения, составления плана решения и выполнения решения в общем виде, прикидки и вычисления, анализа результата и проверки решения.

Чтение и запись условия задачи.

Следует кратко записать условие и сделать чертеж или схему. Условие нужно еще раз повторить.

Анализ условия.

При разборе задачи, прежде всего обращают внимание на физическую сущность ее, на выяснения физических процессов, и законов, рассматриваемых в данной задаче, зависимостей между физическими величинами. Нужно терпеливо, шаг за шагом приучать обучающихся, проводить анализ задачи для отыскания правильного пути решения, так как это способствует развитию логического мышления и воспитывает сознательный подход к решению задач. Разбор задачи на уроке часто проводят коллективно в виде беседы, в ходе которого в результате обсуждения логически связанных между собой вопросов постепенно подводит обучающихся к наиболее рациональному способу решения задач. Иногда полезно разобрать несколько вариантов решения одной и той же

задачи, сопоставить их, и выбрать наиболее рациональный. Нужно систематически приучать обучающихся самостоятельно анализировать задачи, требуя от них вполне сознательного и обоснованного рассуждения.
Решение задачи. После разбора условия задачи переходят к ее решению. Решение задачи необходимо сопровождать краткими пояснениями.
Ответ задачи рекомендуется выделить, например, подчеркнуть его. Все это приучать обучающихся к четкости и аккуратности в работе.
Проверка и оценка ответов. Полученный ответ задачи необходимо проверить. Прежде всего, нужно обратить внимание обучающихся на реальность ответа. В некоторых случаях при решении задачи обучающиеся получают результаты, явно не соответствующие условию задачи, а иногда противоречащие здравому смыслу. Происходит это от того, что в процессе вычислений они теряют связь с конкретным условием задачи. Необходимо научить оценивать порядок ответа не только с математической, но и с физической точки зрения, чтобы обучающиеся сразу видели абсурдность таких, например, ответов: КПД какого либо механизма больше ста процентов, температура воды при обычных условиях меньше 0^0С или больше 100^0С, плотность железа 78 г/см^3. Обучающихся должны усвоить, что правильность решения задачи можно проверить, решив ее другим способом и сопоставить результаты этих решений, а также выполнив операции с наименованиями единиц физических величин и сравнив ответ с тем наименованием, которое должно получиться в задаче. Чтобы проверить правильность найденного решения в общем виде надо в формулу, выражающую решение, вместо буквенных обозначений величин подставить наименования единиц физических величин и произвести с ними те же операции, которые выполнялись бы с вычислениями. Пусть, например, мы нашли формулу для определения осадки "корабля, банки". Для проверки решения вместо букв подставляем единицы физических величин. В результате получаем (м) (метр), т.е. наименование единицы длины, что и соответствует условию задачи.

Способы записи условия и решения задач

Можно применять различные формы записи условия задачи, но любая из них должна удовлетворять основным требованиям краткости и ясности.. Поясним сказанное на конкретных примерах задач.

Задача 1

Прямоугольный бассейн площадью 250 м^2 и глубиной 4 м наполнен морской водой. Каково давление воды на его дно?
Дано: S = 250 м^2, h = 4 м, = 1030 кг/м^3, F - ? P - ?
Решение: Сила, с которой вода давит на дно сосуда, равна силе тяжести, действующей на воду;
F = Fт;
Fт = gm;
m = ρV; V = Sh = 250 м^2* 4 м = 1000 м^3;
m = 1030 кг/м^3 * 1000 м^3 = 1030000 кг.
F = Fт = 9,8 Н/кг * 1030000 кг = 10000000 Н =10^7 Н

Давление P = F/S = 10000000/150 м^2 = 40000 Н/м2 = 4*10^4 Па.
Ответ: P = 4 * 10^4 Па.

Методика решения экспериментальных задач

Методы решения экспериментальных задач в значительной мере зависит от роли эксперимента в их решении. В других типах экспериментальных задач ярко выступает их специфика, и в связи с этим методика решения, и оформления имеет свои особенности. Решение и оформление экспериментальной задачи расчетного характера складывается из следующих элементов: постановка задачи, анализ условия, измерения, расчет, опытная проверка ответа.

Постановка задачи. На столе имеется прямоугольная жестяная банка, весы, набор гирь, масштабная линейка, сосуд с водой, песок. Для обеспечения вершинного положения банки при плавании ее немного погружают песком. Определите глубину осадки банки при ее погружении в воду. В данном случае условие задачи можно выразить рисунком с подписью вопроса под ним. Затем переходят к анализу, выясняют, какие изменения необходимо выполнить для решения задачи.

Анализ. Ванна будет погружаться в воду до тех пор, пока сила тяжести, действующая на нее вместе с песком, не уравновесится выталкивающей силой воды, действующей на банку снизу. В этом случаи. Но т.к. Архимедова сила равна весу вытесненной телом жидкости, то , где Vв - объем погруженной части банки, ρ - плотность воды. Объем погруженной части равен произведению площади основания (S) на глубину погружения в воду (h). Следовательно,

$F_A=g\rho_в hS$

Откуда $h=\frac{F}{g[?][?]S}$ (1).

Из формулы (1) видно, что для решения задачи необходимо знать вес банки с песком, плотность воды и площадь основания банки.

Измерения. Измеряют вес F банки с песком с помощью динамометра. Измеряют дину l и ширину a основания. Определяют площадь основания S=la. Плотность воды: ρ=1000кг/м^3. Опытная проверка. На вертикальной банке цветной линией отмечают глубину погружения, найденную из опыта и последующих расчетов, и ставят банку в сосуд с водой. Опыт показывает, что глубина погружения совпадает с найденным значением. В связи с решением задачи принцип определения осадки корабля. В экспериментальных качественных задачах опыт ставят в тот момент, когда в нем возникает необходимость. Некоторые экспериментальные задачи могут быть поставлены фронтально. Примеры таких задач: "Давление воды на дно стакана, пользуясь линейкой" (VII класс), "Определите мощность тока, потребляемого электролампой". В этом случае они выполняют роль фронтальных опытов.

Оценка работы студентов при выполнении практических работ

Оценка «5″ ставится в следующем случае:

- работа выполнена полностью;

- сделан перевод единиц всех физических величин в «СИ», все необходимые данные занесены в условие, правильно выполнены чертежи, схемы, графики, рисунки, сопутствующие решению задач, правильно проведены математические расчеты и дан полный ответ;

- на качественные и теоретические вопросы дан полный, исчерпывающий ответ литературным языком в определенной логической последовательности,;

- студент обнаруживает верное понимание физической сущности рассматриваемых явлений и закономерностей, законов и теорий, дает точное определение и истолкование основных понятий, законов, теорий при защите практической работы.

Оценка «4″ ставится в следующем случае:

- работа выполнена полностью или не менее чем на 80 % от объема задания, но в ней имеются недочеты и несущественные ошибки;

- ответ на качественные и теоретические вопросы удовлетворяет вышеперечисленным требованиям, но содержит неточности в изложении фактов определений, понятий, объяснении взаимосвязей, выводах и решении задач.

Оценка «3″ ставится в следующем случае:

- работа выполнена в основном верно (объем выполненной части составляет не менее 2/3 от общего объема), но допущены существенные неточности;

- студент обнаруживает понимание учебного материала при недостаточной полноте усвоения понятий и закономерностей;

- умеет применять полученные знания при решении простых задач с использованием готовых формул, но затрудняется при решении качественных задач и сложных количественных задач, требующих преобразования формул.

Оценка «2″ ставится в следующем случае:

- работа в основном не выполнена (объем выполненной части менее 2/3 от общего объема задания);

- студент показывает незнание основных понятий, непонимание изученных закономерностей и взаимосвязей, не умеет решать количественные и качественные задачи.

Оценка «1″ ставится в следующем случае: работа полностью не выполнена.

Практическое занятие № 1

«Кинематика поступательного и вращательного движения»

Цель занятия - усвоить основные методы решения прямой и обратной задачи кинематики, используя законы кинематики поступательного и вращательного движения.

Указания к организации самостоятельной работы студентов.

Прежде чем решать задачи по кинематике, нужно усвоить основные понятия и определения физических величин, которые используются в этом разделе.

При решении задач можно придерживаться следующих правил:

Выбрать систему отсчета (тело отсчета, систему координат и начало отсчета времени). При выборе направлений координатных осей следует учитывать направление векторов перемещений, скоростей и ускорений.

Изобразить траекторию движения частицы (материальной точки) в выбранной системе отсчета, показать на рисунке направления векторов перемещений, скоростей и ускорений.

Записать закон движения и вытекающие из него уравнения в векторной форме (например, для материальной точки временные зависимости радиус-вектора $r = r(t)$ и скорости движения $v = v(t)$), а затем записать эти уравнения в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме.

В случае необходимости дополнить полученную систему уравнений соотношениями, вытекающими из условия задачи, решить эту систему уравнений и определить искомые величины.

При графическом решении задачи использовать графики зависимости координат или скорости (перемещения или пути) от времени, определить на основании этих графиков неизвестные величины. Следует помнить, что графические зависимости кинематических величин могут оказаться очень полезными как при анализе условия задачи, так и при проверке результатов ее решения.

Если в задаче по физике не указано, в каких единицах нужно дать ответ, его нужно дать в единицах системы СИ или в производных от них величинах, соответствующих той физической величине, о которой спрашивается в задаче. Например, если в задаче требуется найти скорость, и не сказано в чем ее нужно выразить, то ответ нужно дать в м/с.

Для удобства в задачах по физике часто приходится использовать дольные (уменьшающие) и кратные (увеличивающие) приставки. их можно применять к любой физической величине. Например, мм – миллиметр, кт – килотонна, нс – наносекунда, Мг – мегаграмм, ммоль – миллимоль, мкА – микроампер. Запомните, что в физике не существует двойных приставок. Например, мкг – это микрограмм, а не милликилограмм. Учтите, что при сложении и вычитании величин Вы можете оперировать только величинами одинаковой размерности. Например, килограммы можно складывать только с килограммами, из миллиметров можно вычитать только миллиметры, и так далее. При переводе величин пользуйтесь следующей таблицей.

Таблица дольных и кратных приставок в физике:

КРАТНЫЕ			ДОЛЬНЫЕ		
Приставка	Обозначение	Множитель	Приставка	Обозначение	Множитель
тера	**Т**	10^{12}	пико	**п**	10^{-12}
гига	**Г**	10^{9}	нано	**н**	10^{-9}
мега	**М**	10^{6}	микро	**мк**	10^{-6}
кило	**к**	10^{3}	милли	**м**	10^{-3}
гекто	**г**	10^{2}	санти	**с**	10^{-2}
дека	**да**	10^{1}	деци	**д**	10^{-1}

Кинематика. Основные формулы

Путь и перемещение

Кинематикой называют раздел механики, в котором движение тел рассматривается без выяснения причин этого движения.

Механическим движением тела называют изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Всякое тело имеет определенные размеры. Однако, во многих задачах механики нет необходимости указывать положения отдельных частей тела. Если размеры тела малы по сравнению с расстояниями до других тел, то данное тело можно считать **материальной точкой**. Так при движении автомобиля на большие расстояния можно пренебречь его длиной, так как длина автомобиля мала по сравнению с расстояниями, которое он проходит.

Интуитивно понятно, что характеристики движения (скорость, траектория и т.д.) зависят от того, откуда мы на него смотрим. Поэтому для описания движения вводится понятие системы отсчета. **Система отсчета (СО)** – совокупность тела отсчета (оно считается абсолютно твердым), привязанной к нему системой координат, линейки (прибора, измеряющего расстояния), часов и синхронизатора времени.

Перемещаясь с течением времени из одной точки в другую, тело (материальная точка) описывает в данной СО некоторую линию, которую называют **траекторией движения тела**.

Перемещением тела называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением. Перемещение есть векторная величина. Перемещением может в процессе движение увеличиваться, уменьшаться и становиться равным нулю.

Пройденный **путь** равен длине траектории, пройденной телом за некоторое время. Путь – скалярная величина. Путь не может уменьшаться. Путь только возрастает либо остается постоянным (если тело не движется). При движении тела по криволинейной траектории модуль (длина) вектора перемещения всегда меньше пройденного пути.

При **равномерном** (с постоянной скоростью) движении путь L может быть найден по формуле:

$$L = \upsilon \cdot t$$

где: v – скорость тела, t – время в течении которого оно двигалось. При решении задач по кинематике перемещение обычно находится из геометрических соображений. Часто геометрические соображения для нахождения перемещения требуют знания теоремы Пифагора.

Средняя скорость

Скорость – векторная величина, характеризующая быстроту перемещения тела в пространстве. Скорость бывает средней и мгновенной. Мгновенная скорость описывает движение в данный конкретный момент времени в данной конкретной точке пространства, а средняя скорость характеризует все движение в целом, в общем, не описывая подробности движения на каждом конкретном участке.

Средняя скорость пути – это отношение всего пути ко всему времени движения:

$$\upsilon_{\text{ср. пути}} = \frac{L_{\text{полн}}}{t_{\text{полн}}} = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots}$$

где: $L_{\text{полн}}$ – весь путь, который прошло тело, $t_{\text{полн}}$ – все время движения.

Средняя скорость перемещения – это отношение всего перемещения ко всему времени движения:

$$\left|\vec{\upsilon}_{\text{ср.перемещения}}\right| = \frac{\left|\vec{S}_{\text{полн}}\right|}{t_{\text{полн}}}$$

Эта величина направлена так же, как и полное перемещение тела (то есть из начальной точки движения в конечную точку). При этом не забывайте, что полное перемещение не всегда равно алгебраической сумме перемещений на определённых этапах движения. Вектор полного перемещения равен векторной сумме перемещений на отдельных этапах движения.

- При решении задач по кинематике не совершайте очень распространенную ошибку. Средняя скорость, как правило, не равна среднему арифметическому скоростей тела на каждом этапе движения. Среднее арифметическое получается только в некоторых частных случаях.
- И уж тем более средняя скорость не равна одной из скоростей, с которыми двигалось тело в процессе движения, даже если эта скорость имела примерно промежуточное значение относительно других скоростей, с которыми двигалось тело.

Равноускоренное прямолинейное движение

Ускорение – векторная физическая величина, определяющая быстроту изменения скорости тела. Ускорением тела называют отношение изменения скорости к промежутку времени, в течение которого происходило изменение скорости:

$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$$

где: v_0 – начальная скорость тела, v – конечная скорость тела (то есть спустя промежуток времени t).

Далее, если иное не указано в условии задачи, мы считаем, что если тело движется с ускорением, то это ускорение остается постоянным. Такое движение тела называется **равноускоренным** (или равнопеременным). При равноускоренном движении скорость тела изменяется на одинаковую величину за любые равные промежутки времени.

Равноускоренное движение бывает собственно ускоренным, когда тело увеличивает скорость движения, и замедленным, когда скорость уменьшается. Для простоты решения задач удобно для замедленного движения брать ускорение со знаком «–».

Из предыдущей формулы, следует другая более распространённая формула, описывающая **изменение скорости со временем** при равноускоренном движении:

$$\upsilon = \upsilon_0 + at$$

Перемещение (но не путь) при равноускоренном движении рассчитывается по формулам:

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a}$$

$$S = \upsilon_{\text{ср}} t = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} t$$

В последней формуле использована одна особенность равноускоренного движения. При равноускоренном движении среднюю скорость можно рассчитывать, как среднее арифметическое начальной и конечной скоростей (этим свойством очень удобно пользоваться при решении некоторых задач):

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}$$

С расчетом пути все сложнее. Если тело не меняло направления движения, то при равноускоренном прямолинейном движении путь численно равен перемещению. А если меняло – надо отдельно считать путь до остановки (момента разворота) и путь после остановки (момента разворота). А просто подстановка времени в формулы для перемещения в этом случае приведет к типичной ошибке.

Координата при равноускоренном движении изменяется по закону:

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Проекция скорости при равноускоренном движении изменяется по такому закону:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$$

Аналогичные формулы получаются для остальных координатных осей. **Формула для тормозного пути тела:**

$$S_{\text{торм}} = \frac{\upsilon_0^2}{2a}$$

Свободное падение по вертикали

На все тела, находящиеся в поле тяготения Земли, действует сила тяжести. В отсутствие опоры или подвеса эта сила заставляет тела падать к поверхности Земли. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то движение тел только под действием силы тяжести называется свободным падением. Сила тяжести сообщает любым телам, независимо от их формы, массы и размеров, одинаковое ускорение, называемое ускорением свободного падения. Вблизи поверхности Земли **ускорение свободного падения** составляет:

$$g = 9{,}80665\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 9{,}81\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Это значит, что свободное падение всех тел вблизи поверхности Земли является равноускоренным (но не обязательно прямолинейным) движением. Вначале рассмотрим простейший случай свободного падения, когда тело движется строго по вертикали. Такое движение является равноускоренным прямолинейным движением, поэтому все изученные ранее закономерности и фокусы такого движения подходят и для свободного падения. Только ускорение всегда равно ускорению свободного падения.

Традиционно при свободном падении используют направленную вертикально ось OY. Ничего страшного здесь нет. Просто надо во всех формулах вместо индекса «*x*» писать «*y*». Смысл этого индекса и правило определения знаков сохраняется. Куда направлять ось OY – Ваш выбор, зависящий от удобства решения задачи. Вариантов 2: вверх или вниз.

Приведем несколько формул, которые являются решением некоторых конкретных задач по кинематике на свободное падение по вертикали. Например, скорость, с которой упадет тело падающее с высоты *h* без начальной скорости:

$$\upsilon = \sqrt{2gh}$$

Время падения тела с высоты *h* без начальной скорости:

$$t_{\text{падения}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Максимальная высота на которую поднимется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью v_0, время подъема этого тела на максимальную высоту, и полное время полета (до возвращения в исходную точку):

$$h_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

$$t_{\text{подъёма}} = \frac{\upsilon_0}{g}$$

$$t_{\text{полёта}} = \frac{2\upsilon_0}{g}$$

Горизонтальный бросок

При горизонтальном броске с начальной скоростью v_0 движение тела удобно рассматривать как два движения: равномерное вдоль оси OX (вдоль оси OX нет никаких сил препятствующих или помогающих движению) и равноускоренного движения вдоль оси OY.

Скорость в любой момент времени направлена по касательной к траектории. Ее можно разложить на две составляющие: горизонтальную и вертикальную. Горизонтальная составляющая всегда остается неизменной и равна $v_x = v_0$. А вертикальная возрастает по законам ускоренного движения $v_y = gt$. При этом **полная скорость тела** может быть найдена по формулам:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2}$$

При этом важно понять, что время падения тела на землю никоим образом не зависит от того, с какой горизонтальной скоростью его бросили, а определяется только высотой, с которой было брошено тело. Время падения тела на землю находится по формуле:

$$t_{\text{падения}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Пока тело падает, оно одновременно движется вдоль горизонтальной оси. Следовательно, **дальность полета тела** или расстояние, которое тело сможет пролететь вдоль оси OX, будет равно:

$$S_x = \upsilon_0 t_{\text{падения}} = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Угол между **горизонтом** и скоростью тела легко найти из соотношения:

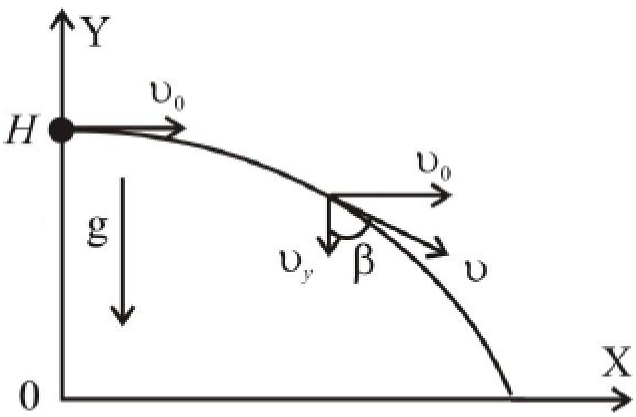
$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} \right| = \frac{gt}{\upsilon_0}$$

Также иногда в задачах могут спросить о моменте времени, при котором полная скорость тела будет наклонена под определенным углом к **вертикали**. Тогда этот угол будет находиться из соотношения:

$$\operatorname{tg} \beta = \left| \frac{\upsilon_0}{\upsilon_y} \right| = \frac{\upsilon_0}{gt}$$

Тогда этот угол будет находиться из соотношения:

$$\operatorname{tg} \beta = \left| \frac{\upsilon_0}{\upsilon_y} \right| = \frac{\upsilon_0}{gt}$$



Важно понять, какой именно угол фигурирует в задаче (с вертикалью или с горизонталью). Это и поможет вам выбрать правильную формулу. Если же решать эту задачу координатным методом, то общая формула для закона изменения координаты при равноускоренном движении:

$$y = y_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Преобразуется в следующий закон движения по оси OY для тела брошенного горизонтально:

$$y = H - \frac{gt^2}{2}$$

При ее помощи мы можем найти высоту на которой будет находится тело в любой момент времени. При этом в момент падения тела на землю координата тела по оси OY будет равна нулю. Очевидно, что вдоль оси OX тело движется равномерно, поэтому в рамках координатного метода горизонтальная координата изменятся по закону:

$$x = \upsilon_0 t$$

Бросок под углом к горизонту (с земли на землю)

Максимальная высота подъема при броске под углом к горизонту (относительно начального уровня):

$$h_{\max} = \frac{(\upsilon_0 \cdot \sin\alpha)^2}{2g}$$

Время подъема до максимальной высоты при броске под углом к горизонту:

$$t_{\text{подъёма}} = \frac{\upsilon_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

Дальность полета и полное время полета тела брошенного под углом к горизонту (при условии, что полет заканчивается на той же высоте с которой начался, т.е. тело бросали, например, с земли на землю):

$$S_x = \upsilon_x \cdot t_{\text{полёта}} = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_{\text{полёта}} = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$t_{\text{полёта}} = \frac{2\upsilon_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

Минимальная скорость тела брошенного под углом к горизонту – в наивысшей точке подъёма, и равна:

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha$$

Максимальная скорость тела брошенного под углом к горизонту – в моменты броска и падения на землю, и равна начальной. Это утверждение верно только для броска с земли на землю. Если тело продолжает лететь ниже того уровня, с которого его бросали, то оно будет там приобретать все большую и большую скорость.

Сложение скоростей

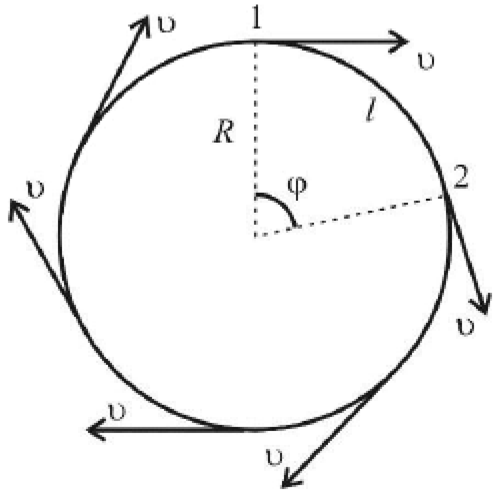
Движение тел можно описывать в различных системах отсчета. С точки зрения кинематики все системы отсчета равноправны. Однако кинематические характеристики движения, такие как траектория, перемещение, скорость, в разных системах оказываются различными. Величины, зависящие от выбора системы отсчета, в которой производится их измерение, называют относительными. Таким образом, покой и движение тела относительны. **Классический закон сложения скоростей:**

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}'$$

Таким образом, абсолютная скорость тела равна векторной сумме его скорости относительно подвижной системы координат и скорости самой подвижной системы отсчета. Или, другими словами, скорость тела в неподвижной системе отсчета равна векторной сумме скорости тела в подвижной системе отсчета и скорости подвижной системы отсчета относительно неподвижной.

Равномерное движение по окружности

Движение тела по окружности является частным случаем криволинейного движения. Такой вид движения также рассматривается в кинематике. При криволинейном движении вектор скорости тела всегда направлен по касательной к траектории. То же самое происходит и при движении по окружности (см. рисунок). Равномерное движение тела по окружности характеризуется рядом величин.



Период – время, за которое тело, двигаясь по окружности, совершает один полный оборот. Единица измерения – 1 с. Период рассчитывается по формуле:

$$T = \frac{t}{N}$$

Частота – количество оборотов, которое совершило тело, двигаясь по окружности, в единицу времени. Единица измерения – 1 об/с или 1 Гц. Частота рассчитывается по формуле:

$$\nu = \frac{N}{t}$$

В обеих формулах: N – количество оборотов за время t. Как видно из вышеприведенных формул, период и частота величины взаимообратные:

$$T = \frac{1}{\nu} \qquad \nu = \frac{1}{T} \qquad T\nu = 1$$

При **равномерном вращении скорость** тела будет определяется следующим образом:

$$\upsilon = \frac{l}{t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu$$

где: l – длина окружности или путь, пройденный телом за время равное периоду T. При движении тела по окружности удобно рассматривать угловое перемещение φ (или угол поворота), измеряемое в радианах. **Угловой скоростью** ω тела в данной точке называют отношение малого углового перемещения $\Delta\varphi$ к малому промежутку времени Δt. Очевидно, что за время равное периоду T тело пройдет угол равный 2π, следовательно при равномерном движении по окружности выполняются формулы:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

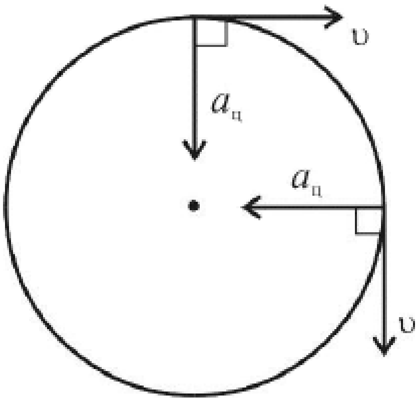
Угловая скорость измеряется в рад/с. Не забывайте переводить углы из градусов в радианы. Длина дуги lсвязана с углом поворота соотношением:

$$l = \varphi R$$

Связь между модулем линейной скорости *v* и угловой скоростью *ω*:

$$\omega = \frac{\upsilon}{R} \qquad \upsilon = \omega R$$

При движении тела по окружности с постоянной по модулю скоростью изменяется только направление вектора скорости, поэтому движение тела по окружности с постоянной по модулю скоростью является движением с ускорением (но не равноускоренным), так как меняется направление скорости. В этом случае ускорение направлено по радиусу к центру окружности. Его называют нормальным, или **центростремительным ускорением**, так как вектор ускорения в любой точке окружности направлен к ее центру (см. рисунок).



Модуль центростремительного ускорения связан с линейной v и угловой ω скоростями соотношениями:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = \upsilon\omega$$

Обратите внимание, что если тела (точки) находятся на вращающемся диске, шаре, стержне и так далее, одним словом на одном и том же вращающемся объекте, то у всех тел одинаковые период вращения, угловая скорость и частота.

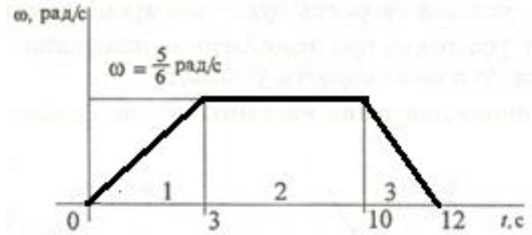
Контрольные вопросы и задания.

1. Кинематический закон движения для координатного способа определения движения материальной точки.

2. Кинематический закон движения для естественного движения для векторного способа определения движения.
3. Кинематический закон движения для естественного способа определения движения.
4. Как найти вектор скорости для конкретного, векторного и естественного способов определения движения?
5. Как найти вектор ускорения для разных способов определения движения?
6. Какую формулу можно использовать для нахождения пути, если точка прошла при криволинейном движении?
7. Докажите формулу, связывающую векторы линейной и угловой скорости.
8. Почему равны векторы тангенциального и нормального ускорения в случае криволинейного движения материальной точки? Как найти модули этих векторов?
9. Чему равны векторы тангенциального и нормального ускорения и их модули для вращательного движения материальной точки?
10. Как связан вектор полного ускорения с векторами углового ускорения и угловой скорости для вращательного движения? Запишите формулу связи и проанализируйте ее.

Примеры решения задач.

__Задача 1.__ По заданному графику угловой скорости определить вид движения. Определить полное число оборотов шкива за время движения. Построить графики угловых перемещений и угловых ускорений шкива.



Решение:

1. Из графика определяем вид движения:

Участок 1 – скорость возрастает равномерно, движение равноускоренное;

Участок 2 – скорость постоянна - движение равномерное;

Участок 3 – скорость убывает равномерно – движение равноускоренное.

2. Определяем угловое ускорение: $\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t}$

Участок 1 - $\omega_0 = 0$ рад/с; $\omega_1 = \frac{5}{6}$ рад/с; $\alpha_1 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1} = \frac{\frac{5}{6}}{3} = 0{,}278$ рад/с^2

Участок 2 - рад/с; $\omega_2 = \frac{5}{6}$ рад/с; $\alpha_2 = 0$ рад/с^2;

Участок 3 - рад/с; $\omega_3 = 0$ рад/с. $\alpha_3 = \frac{\omega_3 - \omega_2}{t_3} = \frac{0 - \frac{5}{6}}{2} = -0{,}417$ рад/с^2.

3. Определяем угол поворота : $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$; ; $\varphi_0 = 0$.

Участок 1 - $\varphi_1 = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha_1 t^2}{2} = \frac{0{,}278 \cdot 3^2}{2} = 1{,}25$ рад;

Участок 2 - $\varphi_2 = \varphi_0 + \omega_1 t + \frac{\alpha_2 t^2}{2} = \frac{5}{6} \cdot 7 = 5{,}83$ рад;

Участок 3 – $\varphi_3 = \varphi_0 + \omega_2 t + \frac{\alpha_3 t^2}{2} = \frac{5}{6} \cdot 2 + \frac{(-0{,}417) \cdot 2^2}{2} = 0{,}836$ рад.

$\varphi = 1{,}25 + 5{,}83 + 0{,}836 = 7{,}912$ рад.

4. Определяем полное число оборотов шкива за время движения:

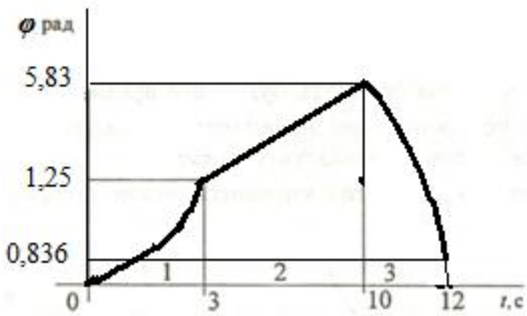
$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{7{,}912}{2 \cdot 3{,}14} = 1{,}26\,об.$

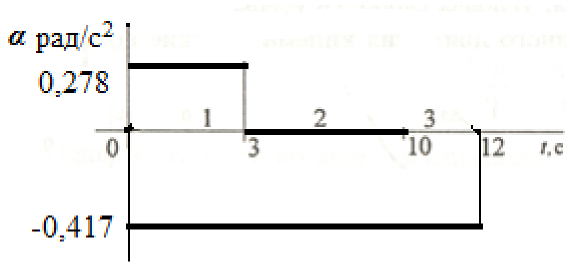
5. Строим графики угловых перемещений:

Участок 1 - $\varphi_1 = 1{,}25$ рад;

Участок 2 - $\varphi_2 = 5{,}83$ рад;

Участок 3 – $\varphi_3 = 0{,}836$ рад.





6. Строим графики угловых ускорений.

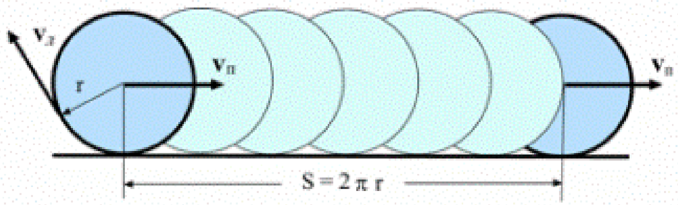
Участок 1 - $\alpha_1 = 0{,}278$ рад/с^2

Участок 2 - рад/с^2;

Участок 3 - $\alpha_3 = -0{,}417$ рад/с^2

Задача 2. Сплошной диск катится без скольжения по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью поступательного движения $v_п$. Доказать, что величина линейной скорости $v_л$ вращения любой точки обода диска относительно центра О равна величине скорости его поступательного движения.

Решение.



За время Т полного оборота диск как целое пройдет путь

$S = v_п T$.

В то же время, этот путь равен длине окружности диска, то есть

$S = 2\pi r$, где

r – радиус диска (см. рисунок).

Тогда $v_п T = 2\pi r$, откуда

$v_п = \frac{2\pi r}{T}$.

С другой стороны, линейная скорость вращения относительно центра О всех точек диска, лежащих на его ободе, равна

$v_л = \omega r$, где

ω – угловая скорость вращения.

Но $\omega = \frac{2\pi}{T}$, следовательно,

$v_л = \frac{2\pi r}{T}$.

Таким образом, $v_л = v_п$.

<u>Задача 3.</u> Найти величину угловой скорости ω и величину линейной скорости v искусственного спутника Земли, если известно, что он вращается по круговой орбите с периодом обращения T = 88 мин, и его орбита расположена на расстоянии h = 200 км от поверхности Земли.

Дано: T = 88 мин = 5280 с, h = 200 км = $2 \cdot 10^5$ м.

ω – ? v – ?

Решение.

Величину угловой скорости найдем по формуле:

$\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Подставив числовые значения, получим

$\omega = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ $с^{-1}$.

Величину линейной скорости найдем по формуле:

v = ωR, где

R – расстояние от центра Земли до траектории спутника, то есть радиус его орбиты.

В свою очередь, R = $R_З$ + h. Здесь $R_З$ – это радиус Земли (он равен приблизительно $6{,}38 \cdot 10^6$ м). Тогда

v = $\omega(R_З + h)$.

Подставив числа, получим: v = $7{,}8 \cdot 10^3$ м/с.

Ответ: v = $7{,}8 \cdot 10^3$ м/с, $\omega = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ $с^{-1}$.

Задача 4. Величина линейной скорости точек окружности вращающегося диска равна v_1 = 3 м/с, а точек, находящихся на расстоянии r = 10 см ближе к оси вращения, v_2 = 2 м/с. Какова частота n вращения диска?

Дано: $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 2$ м/с, $r = 10$ см $= 10^{-1}$ м.

---

n – ?

Решение.

Поскольку угловые скорости ω всех точек диска одинаковы, то величины линейных скоростей указанных в условии точек будут определяться выражениями:

$v_1 = \omega R$, (1)

$v_2 = \omega (R - r)$. (2)

Поделим первое уравнение на второе:

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R}{R - r}$.

После простых преобразований найдем R:

$R = \frac{v_1 r}{v_1 - v_2}$.

Подставив последнее выражение в (1), найдем угловую скорость:

$\omega = \frac{v_1 - v_2}{r}$.

Но $\omega = 2\pi n$. Тогда

$2\pi n = \frac{v_1 - v_2}{r}$, откуда

$n = \frac{v_1 - v_2}{2\pi r}$.

Подставив числа, получим:

$n = 1{,}6$ $с^{-1}$.

Ответ: $n = 1{,}6$ $с^{-1}$.

<u>Задача 5.</u>Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точки окружности диска для момента времени 10 с от начала движения, если радиус окружности 0.2 м, а угол между осью OX и радиус-вектором точки изменяется по закону: $j=3–t+0.2t^3$.

Дано:	Решение:
$j=3–t+0.2t^3$ t=10 с R=0.2 м	По формулам находим угловую скорость и угловое ускорение точки: $\omega=-1+0.2\cdot3t^2$, $\varepsilon=0.6\cdot2t$. Из формулы связи углового и линейного тангенциального ускорения найдем: $a_\tau=R\cdot\varepsilon=R\cdot(0.6\cdot2t)=1.2Rt=1.2\cdot0.2\cdot10=24$ м/с^2.

Найти: a_τ=? a_n=? a=?	Нормальное ускорение найдем из формулы , где скорость $v=R\cdot\omega=R\cdot(-1+0.2\cdot 3t^2)=R\cdot(0.6t^2-1)=$ $=0.2\cdot(0.6\cdot 10^2-1)=11.8$ м/с; Теперь находим полное ускорение: .

Ответ: $a_\tau=24$ м/с^2;

$a_n=696$ м/с^2;

$a=697$ м/с^2.

Задача 6. Тело движется прямолинейно так, что пройденный ею путь изменяется во времени по закону $S=Bt+Ct^2+Dt^3$, м, где t – время; B, C, D – константы численно равные: B=0.25 м/с, C=0,6 м/с^2, D=0.01 м/с^3. Определить, к какому моменту времени (t_1), после начала движения ускорение тела достигнет значения 6 м/с^2 и каково значение скорости (v_1) в этот момент времени.

Дано:

B=0.25м/с

C=0.6м/с^2

D=0.01м/с^3

$a(t_1)=a_1$=6м/с^2

Найти:

t=? $v(t_1)=v_1$=?

Решение:

В случае прямолинейного движения скорость тела равна первой производной пути по времени (В случае прямолинейного движения достаточно выбрать одну координатную ось вдоль направления движения. При этом все вектора (перемещения, скорости и ускорения) будут иметь единственную (не равную нулю) проекцию именно на эту ось, а ее значение будет совпадать с модулем этих векторов, т.к. все эти вектора параллельны выбранной оси. В соответствии со сказанным, символы векторов при решении данной задачи опущены так же, как и символы проекций.) (3)

$$\text{v}(t)=\frac{dS}{dt}=B+2Ct+3Dt^2, \qquad (5)$$

а ускорение первой производной скорости по времени (или второй производной пути по времени) (4)

$$a(t)=\frac{d\text{v}(t)}{dt}=2C+6Dt. \qquad (6)$$

Таким образом, подставляя неизвестный момент времени t_1 в (5) и учитывая тот факт, что, согласно условию задачи, $a(t_1)=a_1$ - известно, получим уравнение относительно t_1:

$$a_1=2C+6Dt_1,$$

решая которое, найдем:

$$t_1=\frac{a_1-2C}{6D}. \qquad (7)$$

Подставив найденное выражение для t_1 в (5), определим скорость $v_1(=v(t_1))$ в этот момент времени.

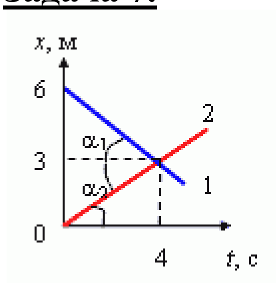
$$v_1=B+2Ct_1+3Dt_1^2=B+2C\frac{a_1-2C}{6D}+3D\left(\frac{a_1-2C}{6D}\right)^2. \qquad (8)$$

Подставив численные данные в (7) и в (8), получим численный ответ задачи:

$$t_1=\frac{6-2\cdot 0.6}{6\cdot 0.01}=80\ \text{с},$$

$$v_1=0.25+2\cdot 0.6\cdot 80+3\cdot 0.01\cdot (80)^2=216.25\ \text{м/с}$$

<u>Задача 7.</u>



Графики каких движений показаны на рисунке? Как отличаются скорости движения этих тел? В какой момент времени тела встретились? Какие пути тела прошли до встречи?

Решение

Так как изменение координаты тела происходит прямо пропорционально времени, то можно утверждать, что движение равномерное и прямолинейное. По отношению к точке отсчета (0; 0) у первого тела координата убывает, а у второго наоборот — возрастает. Первое тело движется против оси **x**, второе — по направлению оси координат.

а) Чтобы ответить на вопрос об отличии скоростей, определим их из уравнения координаты:

$$v_x = \frac{x - x_o}{t}, \text{ тогда}$$

$$v_{1x} = \frac{3 - 6}{4} \text{ м/с} = -0.75 \text{ м/с.}$$

$$v_{2x} = \frac{3 - 0}{4} \text{ м/с} = 0.75 \text{ м/с.}$$

Скорости тел равны по абсолютному значению, но противоположны по направлению.

б) Зная также, что **v=tg α** (геометрический смысл скорости) и сравнивая углы наклонов графиков движения тел к оси **t**, приходим к выводу, что углы одинаковы, следовательно, скорости равны.

в) Точка пересечения двух прямых означает, что тела встретились в одно и то же время в одной и той же точке, т. е. время встречи **t** = 4 с, а координата **x** = 3 м.

г) Так как движение равномерное и прямолинейное, то $\mathbf{S = x - x_o}$. Находим пути, пройденные телами до встречи:

$\mathbf{S_1 = |\, x_1 - x_{o1} \,| = |\, (3-6) \text{ м} \,| = 3 \text{ м}}$,

$\mathbf{S_2 = |\, x_2 - x_{o2} \,| = |\, (3-0) \text{ м} \,| = 3 \text{ м}}$.

Оба тела, двигаясь с одинаковыми скоростями, за одно и тоже время прошли равное расстояние.

<u>**Задача 8.**</u>Первую половину пути автомобиль проехал со средней скоростью v_1 = 60 км/ч, а вторую — со средней скоростью v_2 = 40 км/ч. Определить среднюю скорость V автомобиля на всем пути.

Решение: проанализируем условие задачи: первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 60 км/ч и затратил время, равное

$$t_1 = \frac{S/2}{v_1}.$$

Вторую половину пути автомобиль проехал со скоростью 40 км/ч и затратил время, равное

$$t_2 = \frac{S/2}{v_2}.$$

По определению, средняя скорость V при равномерном прямолинейном движении равна отношению всего пройденного пути ко всему затраченному времени.

$$V = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{S/2}{v_1} + \frac{S/2}{v_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_2 + v_1},$$

Подставляя значения скорости в формулу средней скорости, получим:

$$V = \frac{2 \cdot 60 \cdot 40}{60 + 40} = 48 \text{ км/ч}.$$

Средняя скорость равна 48 км/ч.

<u>**Задача 9**</u>**.** Теплоход плывет по реке из точки А в точку Б в течение **3 часов**, а обратно — в течение **5 часов**. Собственная скорость теплохода одинакова в обоих случаях. За какое время из точки А в точку Б доплывет плот?

Решение:

Обозначим скорость теплохода как $\mathbf{v}_т$, а скорость реки как $\mathbf{v}_р$.

Время движения теплохода по течению равно:

$$t_1 = \frac{S}{v_т + v_р}.$$

Время движения теплохода против течения:

$$t_2 = \frac{S}{v_т - v_р}.$$

Выражаем **S** из обоих уравнений и приравниваем правые части:

$$t_1(v_т + v_р) = t_2(v_т - v_р).$$

Получаем: $\mathbf{v_т = 4v_р}$.

По сути получается, что теплоход без течения преодолеет это расстояние за **4 часа**, по течению — за **3 часа** и против — за **5 часов**.

Скорость теплохода, плывущего против течения относительно берега равна **3-м** скоростям течения.

Ответ: плот проплывет данное растояние за **15 часов**.

<u>Задача9.</u> Наблюдатель, стоящий на платформе, определил, что первый вагон электропоезда прошёл мимо него в течение **4 с**, а второй — в течение **5 с**. После этого передний край поезда остановился на расстоянии **75 м** от наблюдателя. Считая движение поезда равнозамедленным, определить его начальную скорость, ускорение и время замедленного движен

Решение:

Составим уравнение движения для первого вагона:

$$L = v_o t_1 - \frac{a t_1^2}{2},$$

для двух вагонов сразу:

$$2L = v_o(t_1 + t_2) - \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}.$$

Нам понадобится еще одно уравнение, в котором будет скорость и ускорение:

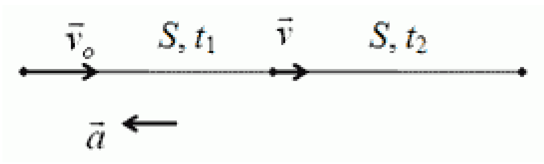
$$S = \frac{v_o^2}{2a}.$$

Таким образом, мы имеем систему из трех уравнений, решая которую (поупражняйтесь в математике самостоятельно), выйдем на конечную формулу:

$$a = \frac{8S(t_2 - t_1)^2}{(2t_1t_2 + t_2^2 - t_1^2)^2} = 0.25\,\frac{м}{c^2}.$$

<u>Задача 10</u>. Тело, двигаясь прямолинейно с постоянным ускорением, прошло последовательно два равных участка пути, по **20 м** каждый. Первый участок пройден за **1.06 с**, а второй — за **2.2 с**. Определить ускорение тела, скорость в начале первого и в конце второго участков пути, путь, пройденный телом от начала движения до остановки. Начертить графики зависимости пройденного пути, скорости и ускорения от времени.

Решение:



Анализ условия задачи: так как второй участок (равный первому) пройден за большее время, то тело движется равнозамедленно.

Чтобы определить ускорение тела **a**, его скорость в начале первого $\mathbf{v}_o$ и в конце второго участков пути **v**, запишем уравнение пути для первого участка:

$$S = v_o t_1 - \frac{a t_1^2}{2}.$$

Методом укрупнения запишем уравнение пути для двух участков:

$$2S = v_o(t_1 + t_2) - \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}.$$

После решения этих уравнений относительно искомых $\mathbf{v_o}$ и **a**, получим: $\mathbf{v_o}$ **= 22 м/с**, **a = −6 м/с²**.

Для определения скорости в конце второго участка **v** запишем уравнение скорости:

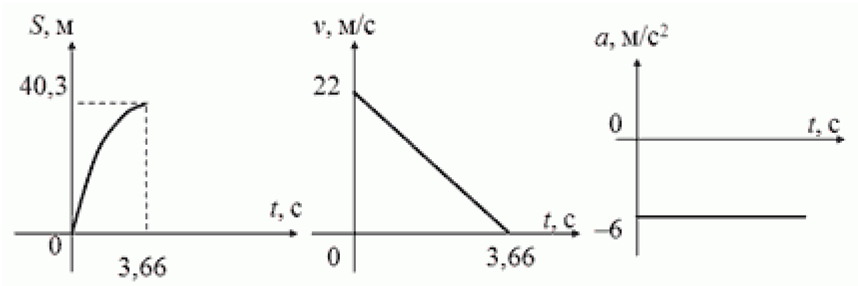
$$v = v_o - at.$$

Здесь время **t** — это 1.06 + 2.2 = **3.26 с**. Проведя вычисления, получим **v = 2.44 м/с**.

Для определения общего пути $\mathbf{S_{общ}}$ до остановки воспользуемся формулой:

$$S_{общ} = \frac{v_{кон}^2 - v_o^2}{-2a} = \frac{-v_o^2}{-2a} = \frac{v_o^2}{2a}.$$

Здесь конечная скорость $\mathbf{v_{кон}}$ = 0, поскольку тело в конце пути остановилось. Ускорение и начальную скорость мы определили чуть выше.
Получим $\mathbf{S_{общ}}$ **= 40.33 м**.



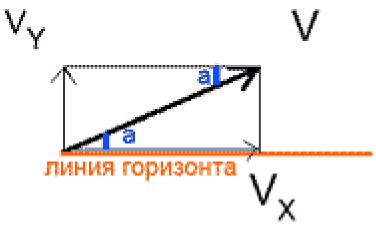
Уравнение пути: **S = 22t − 3t²**,

скорости: **v = 22 − 6t**,

ускорения: **a = −6 м/с²**.

Ответ: $\mathbf{v_o}$ **= 22 м/с**, **a = −6 м/с²**, $\mathbf{S_{общ}}$ **= 40.33 м**.

Задача 11. Если камень, брошенный под углом **30°** к горизонту, находился в полете **2 с**, то с какой скоростью он упал на землю?
Решение:



Если камень был в полете **2 с**, то в силу симметрии **1 с** он летел до максимальной точки подъема и **1 с** падал вниз (сопротивлением воздуха мы пренебрегаем). В максимальной точке подъема камень имеет только горизонтальную составляющую $\mathbf{V_x}$ скорости **V**. Свободно падая с максимальной высоты подъема, за **1 с** камень приобретет вертикальную скорость $\mathbf{V_y}$, равную:

$V_y = gt$

Скорость бросания равна скорости падения тела, которая связана с вертикальной составляющей в момент падения:

$$V = \frac{v_y}{\sin\alpha} = \frac{gt}{\sin\alpha}$$

Искомая скорость равна **V = 20 м/с**.

Ответ: камень упал на землю со скоростью 20 м/с.

<u>**Задача 12.**</u> С вершины наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол **60°**, бросают тело в горизонтальном направлении. Если через **3,5 с** тело ударилось о плоскость, то с какой начальной скоростью оно было брошено?

Решение:

Высоту полета тела **H** определим по формуле:

$$H = \frac{gt^2}{2}.$$

Дальность полета по горизонтали **S** будет равна:

$S = v_o t.$

Отношение высоты полета тела **H** к дальности полета по горизонтали **S** равно:

$$\frac{gt^2}{2} \bullet \frac{1}{v_o t} = \text{tg}\,\alpha.$$

Находим $\mathbf{v_o}$**:**

$$\frac{gt}{2v_o} = \text{tg}\ \alpha.$$

$$\frac{gt}{2v_o} = \text{tg}\ \alpha.$$

$$v_o = \frac{gt}{2\text{tg}\ \alpha}.$$

Если принять $g = 10$ м/с^2, то $v_o = 10.1$ м/с.

Ответ: начальная скорость тела равна 10.1 м/с.

<u>Задача 13</u>. С башни брошено тело в горизонтальном направлении со скоростью **15 м/с**. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить радиус кривизны траектории тела через **2 с** после начала движения.

Решение:

Радиус кривизны траектории — это радиус окружности **R**, по которой в этот момент движется тело.

Через две секунды тело приобретет скорость **v**, в которой вертикальная составляющая равна $\mathbf{v_y = gt}$:

$v = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} = \sqrt{(v_x^2 + (gt)^2)}$. (1)

Нормальное ускорение тела $\mathbf{a_n}$:

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

откуда радиус окружности **R** равен:

$$R = \frac{v^2}{a_n}. \quad (2)$$

Нормальное ускорение $\mathbf{a_n}$ связано соотношением:

$a_n = g\bullet\cos\alpha$,

где

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v},$$

$$h_1 = \frac{gt^2}{2};$$

Подставляя числовые данные, получим E_k= 39,2 Дж, E_n = 59,2 Дж.

 **Ответ**: E_k= 39,2 Дж, E_n = 59,2 Дж.

__Задача14.__ Шкив диаметром 1 метр делает 500 оборотов за 300 секунд. Определить угловую и линейную скорости точки на ободе шкива, период вращения шкива.

Дано: D=1 м; N=500; t=300 с.
Найти: w-?; v-?; T-?

Решение:

Период вращения шкива определяется по формуле

$$T=\frac{t}{N}=\frac{300}{500}=0.6$$ с.

Угловая скорость шкива определяется по формуле

$$w=\frac{2\times\pi}{T}=\frac{2\times 3.14}{0.6}=10.5$$ рад/с.

Линейная скорость шкива определяется по формуле

$$v=w\times R=\frac{w\times D}{2}=\frac{10.5\times 1}{2}=5.25$$ м/с.

Ответ: период вращения шкива 0.6 секунд, угловая скорость 10.5 рад/с, линейная скорость 5.25 м/с

Задачи для самостоятельного решения

Задача1. Снаряд, вылетевший из орудия со скоростью υ_o, разрывается на два одинаковых осколка в верхней точке траектории на расстоянии ℓ (по горизонтали). Один из осколков полетел в обратном направлении со скоростью движения снаряда до разрыва. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на каком расстоянии (по горизонтали) от орудия упадет второй осколок. Ответ: $s = 4\ell$.

Задача2..Найти первую космическую скорость υ_1, т.е. скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы оно начало двигаться вокруг Земли по круговой орбите в качестве спутника. Ответ: 7,9 км/с.

Задача3.С вершины идеально гладкой сферы радиусом R = 1,2 м соскальзывает небольшое тело. Определить высоту h (от вершины сферы), с которой тело со сферы сорвется. Ответ: 40 см.

Задача4..Пуля массой m= 15 г, летящая горизонтально со скоростью υ = 200 м/с, попадает в баллистический маятник длиной l=1 м и массой *M=1,5кг и застревает в нем. Определить угол отклонения* φ *маятника. Ответ: 36,9°.*

Задача5..Карандаш длиной l=15 см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую скорость ω и линейную скорость υ будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша? Ответ: ω_c= $\omega_к$=14 рад/с; υ_c=1,05 м/с, $\upsilon_к$=2,1 м/с.

Задача6..Однородный стержень длиной l =0,5 м совершает малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Найти период колебаний T стержня. Ответ: 1,16 с.

Задача7..Обруч диаметром D =56,5 см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний T обруча. Ответ: 1,5 с.

Список литературы

1. Тюшев А.Н. Физика в конспективном изложении. Ч. I. Механика. Электричество. Магнетизм: Учеб. пособие. – Новосибирск, СГГА, 1999.

2. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 1. – М.: Наука, 1982.

3. Савельев И. В. Курс физики. Т. 1. – М.: Наука, 1989.

4. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.

5. Киттель Ч, Найт У., Рудерман М. Механика. – М.: Физматлит, 19717. Физический энциклопедический словарь / Гл. редактор Прохоров А.Н. - М.: Сов. энциклопедия, 1979.

6. Физическая энциклопедия / Гл. ред. Прохоров А.М. – М.: Сов. Энциклопедия. Т. 1, 1988; Т. 2, 1989;

7. Большая Российская энциклопедия. Т. 3, 1992; Т. 4, 1994; Т.5, 1998.

8. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982.

9. Володарский В.Е., Янцев В.Н. Задачи и вопросы по Физике межпредметного содержания.

10. Калинецкий С.Е., Орехов В.П. Методика решения задач по физике в средней школе. - М: Просвещение, 1987.

11. Мякишев Г.А.: Физика: 10 класс. - М.: Просвещение, 2007

12. Мякишев, Г.Я.: Физика. - М.: Просвещение, 2006

12. Яковенко Г.Н.: Краткий курс теоретической механики. - М.: БИНОМ, 2006

13. Айзерман М.А.: Классическая механика. - М.: Физматлит, 2005

14. Аркуша А.И.: Техническая механика. Теоретическая механика и сопративление материалов. - М.: Высшая школа, 2005

15. Леденёв А.Н.: Физика. - М.: Физматлит, 2005

16. Алешкевич В.А.: Механика. - М.: Академия, 2004

17. О.Ф. Кабардин, В.А. Орлов, Э.Е. Эвенчик и др.; Под ред.: А.А. Пинского, О.Ф. Кабардина : Физика. 10 класс. - М.: Просвещение, 2004

18. Голубев Ю.Ф.: Основы теоретической механики. - М.: МГУ, 2000

19. Яблонский А.А.: Курс теоретической механики. - СПб.: Лань, 1999

Практическое занятие № 2.

Динамика поступательного и вращательного движения.

Цель занятия - усвоить методы классической механики и научиться решать задачи динамики материальной точки, динамики поступательного движения, определять энергетические характеристики и величины.

Основные теоретические положения и формулы

При решении задач по теме используются второй закон Ньютона, который имеет вид:

$\overline{F}=m\overline{a}$, де $F=\sum\overline{F}_I$ - равнодействующая всех сил, приложенных к данному телу.

В неинерциальной системе отсчета, которая движется поступательно, с ускорением $\overline{a}_o$относительно инерциальной системы, второй закон Ньютона имеет вид.

$\overline{F}+\overline{F}_{in}=m\overline{a}$, де $\overline{F}_{in}=m\overline{a}_o$ - сила инерции,

a- ускорение тела в неинерциальной системе отсчета.

Энергия – универсальная мера различных форм движения материальных объектов и их взаимодействия. Количественной характеристикой процесса обмена энергией между взаимодействующими телами является физическая скалярная величина – **работа сил**.

Элементарная работа силы $dA=\overline{F}d\overline{r}=F\cos\alpha\cdot ds=F_\tau ds.$

Работа силы на произвольном участке траектории 1-2 $A=\int_1^2 F\cos\alpha\cdot ds=\int_1^2 F_\tau ds.$

Мощность – физическая скалярная величина, характеризующая скорость совершения работы: $P=\dfrac{dA}{dt}.$

Мощность, развиваемая силой $\overline{F}$ в данный момент времени, равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы: $P=\dfrac{\overline{F}d\overline{r}}{dt}=\overline{F}\overline{v}.$

Консервативная сила – сила, работа которой при перемещении из одного положения в другое не зависит от траектории перемещения, а зависит только от начального и конечного положений тела. Силовое поле, в котором консервативные силы совершают работу, называется **потенциальным полем**.

Кинетическая энергия - механическая энергия всякого свободно движущегося тела, численно равная работе, которую совершают действующие на тело силы при его торможении до полной остановки: $E_k = A = \frac{mv^2}{2}$.

Потенциальная энергия – это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Связь между консервативной силой $\overline{F}$ и потенциальной энергией устанавливается выражением $\overline{F} = -\,\mathrm{grad}E_n$, где $\mathrm{grad}E_n = \frac{\partial E_n}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial E_n}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial E_n}{\partial z}\bar{k}$.

Отсюда, как частные случаи, определяются: а) потенциальная энергия тела массой m на высоте h $E_n = mgh$;

б) потенциальная энергия упругодеформированного тела $E_n = \frac{kx^2}{2}$,

где k – коэффициент упругости (для пружины – жесткость).

Полная энергия механической системы – равна сумме кинетической и потенциальной энергий: $W = E_k + E_n$.

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние) называются **консервативными системами**. В таких системах выполняется **закон сохранения механической энергии**: $E_k + E_n = W =$ const,

т.е. **полная механическая энергия консервативной системы со временем не изменяется**. Это фундаментальный закон природы, ко торый является следствием **однородности времени**.

Закон всемирного тяготения

$F=Gm_1m_2/R^2$

$G=6{,}67\ 10^{-11}$ Нм^2/кг^2

$g=GM/R^2$

$g_h=GM/(R+h)^2$

1 космическая скорость

$$v = \sqrt{g_0 R}$$

4. Элементы специальной теории относительности

Длина l тела, движущегося со скоростью υ относительно некоторой системы отсчета, связана с длиной l_0 тела, неподвижного в этой системе, соотношением

,

где $\beta = \upsilon / c$, c — скорость распространения света.

Промежуток времени $\Delta\tau$ в системе, движущейся со скоростью υпо отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени $\Delta\tau_0$ в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

.

Зависимость массы m тела от скорости υ его движения дается уравнением

,

где m_0 — масса покоя этого тела.

Зависимость кинетической энергии тела от скорости υ его движения дается уравнением

.

Изменение массы системы на Δm соответствует изменению энергии системы на

$$\Delta W = c^2 \, \Delta m.$$

Релятивистский закон сложения скоростей для тела, движущегося вдоль оси OX, имеет вид

где υ — скорость движущейся системы отсчета K', u' — скорость относительно системы K', u — скорость относительнонеподвижной.

.

Указания к организации самостоятельной работы студентов.

Для достижения цели занятия необходимо изучить теорию данного раздела механики, изложенную в учебниках или в конспекте.

Основу динамики материальной точки составляют три закона Ньютона, которые справедливы только при выполнении следующих условий: движение тела рассматривается по отношению к инерционной системы отсчета, тело должно быть материальной точкой постоянной массы, скорость тела должна быть значительно меньше скорости света в вакууме.

Для решения задач с использованием второго закона Ньютона предложен метод, который включает следующие действия:

1. Найти, или используется ли этот закон в данной задачи, и наметить рисунок-схему взаимодействующих тел.

2. Найти и обозначить на схеме все силы, действующие на тела системы.

Для каждого тела:

3. Записать главное уравнение динамики в векторной форме.

4. Выбрать подходящую инерциальную систему отсчета.

5. Спроектировать силы на оси координат и записать второй закон Ньютона в виде системы скалярных уравнений:

$\sum F_x = ma_x$, $\sum F_y = ma_y$, $\sum F_z = ma_z$,

где a_x, a_y, a_z, - проекции вектора ускорения на соответствующие оси.

6. Решить систему полученных уравнений по отношению к неизвестным.

Определить ускорения тел в задачах данного типа которые называют главной задачей динамики поступательного движения.

Контрольные вопросы и задания

1. Изложить понятие инертности.

2. Дать определение массы.

3. Дать определение силы.

4. Изложить первый закон Ньютона.

5. Изложить второй закон Ньютона.

6. Изложить третий закон Ньютона.

7. Дать определение силы тяжести.

8. Дать определение веса тела.

9. Записать силу трения.

10. Записать закон Гука.

11. Что такое энергия, работа, мощность?

12. Как определяется работа переменной силы?

13. Какие силы называются консервативными? Приведите примеры консервативных сил.
14. Какие силы называются диссипативными? Приведите примеры таких сил.
15. Дайте определения кинетической и потенциальной энергии.
16. В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?
17. Каким свойством времени обусловлена справедливость закона сохранения механической энергии?
18. В чем физическая сущность закона сохранения и превращения энергии? Почему он является фундаментальным законом природы?
19. Как на основе закона сохранения механической энергии охарактеризовать положения устойчивого и неустойчивого равновесия консервативной системы?
20. Что такое потенциальная яма? потенциальный барьер?

Примеры решения задач

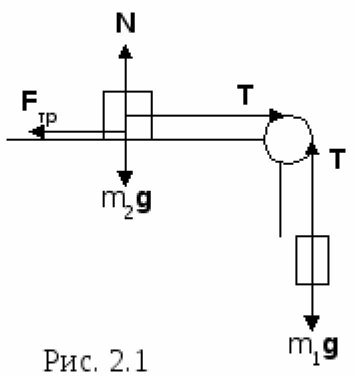


Рис. 2.1

<u>Задача 1</u>. Грузы одинаковой массы (m_1=m_2=0,5 кг) соединены нитью и перекинуты через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 2.1). Коэффициент трения груза m_2 о стол μ=0,15. Пренебрегая трением в блоке, определить: а) ускорение, с которым движутся грузы; б) силу натяжения нити.

Дано: m_1=m_2=0,5 кг; μ =0,15.

Найти: a, T.

Решение

По второму закону Ньютона уравнения

движения грузов имеют вид:

$$\begin{cases} m_1a = m_1g - T, \\ m_2a = T - \mu m_2 g; \end{cases}$$

$m_1a + m_2a = m_1g - \mu m_2 g$, откуда

$$a = \frac{(m_1 - \mu m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{(0,5 - 0,15\cdot 0,5)9,8}{0,5 + 0,5} = 4,17 \text{ м/с}^2;$$

$T = m_1(g - a) = 0,5(9,8 - 4,17) = 2,82$ Н.

Ответ: a=4,17 м/с^2, T=2,82 Н.

<u>Задача 2</u>. Снаряд массой 5 кг, вылетевший из орудия, в верхней точке траектории имеет скорость 300 м/с. В этой точке он разорвался на два осколка, причем больший осколок массой 3 кг полетел в обратном направлении со скоростью 100 м/с. Определить скорость второго, меньшего, осколка.

Дано: m=5 кг; v=300 м/с; m_1=3 кг; v_1=100 м/с.

Найти: v_2.

Решение

По закону сохранения импульса $m\bar{v} = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$;

$mv = -m_1 v_1 + m_2 v_2$, где $m_2 = m - m_1$; $v_2 = \dfrac{mv + m_1 v_1}{m_2} = \dfrac{5\cdot 300 + 3\cdot 100}{2} = 900$ м/с.

Ответ: v_2=900 м/с.

<u>Задача 3.</u> С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г (рис. 2.2). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить кинетическую и потенциальную энергию камня через 1 с после начала движения.

Дано: H = 20 м; v_0= 10 м/с; m = 0,4 кг; t = 1с.

Найти: E_k, E_n.

Решение

В точке A $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$, $E_n = mgh$, где $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$,

$h = H - h_1$, $h_1 = \dfrac{gt^2}{2}$; $E_k = \dfrac{m}{2}(v_0^2 + g^2t^2)$, $E_n = mg(H - \dfrac{gt^2}{2})$.

Подставляя числовые данные, получим E_k= 39,2 Дж, E_n = 59,2 Дж.

Ответ: E_k= 39,2 Дж, E_n = 59,2 Дж.

<u>Задача 4.</u> Автомобиль массой 1,8 т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути (рис. 2.3). Определить: а) работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1;

б) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

Дано: m = 1800 кг; $sin\alpha$ = 0,03; s = 5000 м; μ = 0,1;

t = 300 с.

Найти: A, P.

Решение

$A = F_1 s + F_{тр} s$, где $F_1 = mg\sin\alpha$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$; $A = mgs(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$;

$A = mgs(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$; $P = \dfrac{A}{t}$.

Подставляя числовые данные, получим: $A = 11{,}5 \cdot 10^6$ Дж, $P = 38{,}3 \cdot 10^3$ Вт.

Ответ: A = 11,5 МДж, P = 38,3·кВт.

<u>**Задача 5.**</u> Автомобиль массой 1,8 т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути (рис. 2.3). Определить: а) работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1;

б) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

Дано: m = 1800 кг; $sin\alpha$ = 0,03; s = 5000 м; μ = 0,1;

t = 300 с.

Найти: A, P.

Решение

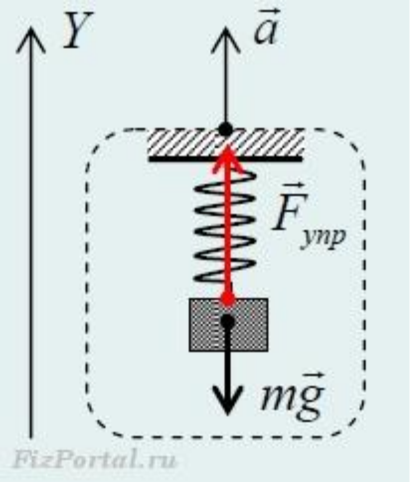
$A = F_1 s + F_{тр} s$, где $F_1 = mg\sin\alpha$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$; $A = mgs(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$;

$A = mgs(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$; $P = \dfrac{A}{t}$.

Подставляя числовые данные, получим: $A = 11{,}5 \cdot 10^6$ Дж, $P = 38{,}3 \cdot 10^3$ Вт.

Ответ: A = 11,5 МДж, P = 38,3·кВт.

Задача 6. В лифте, поднимающемся с ускорением **1,4 м/с²**, на пружине жесткостью **700 Н/м** висит груз массой **0,5 кг**. Чему равно (в мм) удлинение



пружины? Ускорение свободного падения **9,8 м/с²**.

Запишем уравнение второго закона Ньютона для груза в проекции на ось **Y**:

$$\mathbf{ma = F_{упр} - mg}.$$

Из закона Гука модуль силы упругости равен

$$\mathbf{F_{упр} = k\Delta x},$$

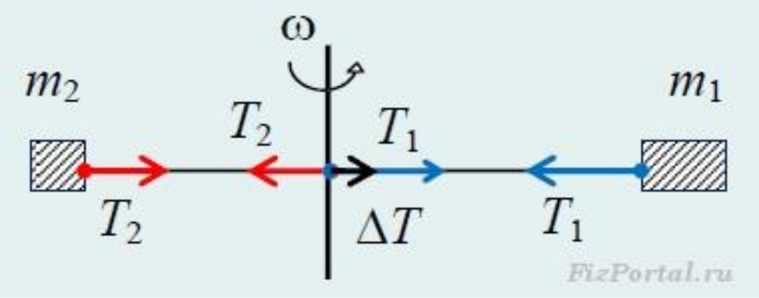
тогда

$$\mathbf{ma = k\Delta x - mg \text{ и } \Delta x = m(a + g)/k}.$$

Подставим численные значения

$$\mathbf{\Delta x = 0{,}5 \bullet (1{,}4 + 10)/700 = 8{,}14 \text{ мм}}.$$

Ответ: **Δx = 8,14 мм**.

Задача 7.Невесомый стержень вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью 30 $с^{-1}$. На расстояниях 0,4 м и 0,3 м от оси вращения закреплены грузы, имеющие массы 0,2 кг и 0,1 кг соответственно. Какая горизонтальная сила действует на ось вращения, если ось находится между грузами? 

При вращении невесомого стержня на грузы со стороны стержня действует реакция стержня, которая сообщает грузам центростремительное ускорение.

$$\mathbf{ma_1 = T_1 \text{ и } ma_2 = T_2.}$$

По третьему закону Ньютона, на ось со стороны стержня действуют силы $\mathbf{T_1}$ в одну сторону и $\mathbf{T_2}$ в другую. Тогда результирующая сила, действующая на ось вращения равна

$$\mathbf{\Delta T = T_1 - T_2 = m_1a_1 - m_2a_2.}$$

Центростремительное ускорение $\mathbf{a = \omega^2 R.}$ Окончательно.

$$\mathbf{\Delta T = \omega^2(m_1R_1 - m_2R_2).}$$

После вычисления

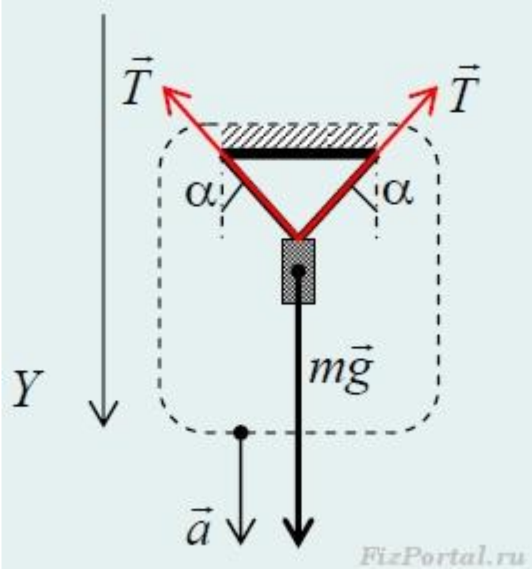
$$\mathbf{\Delta T = 30^2(0{,}2 \times 0{,}4 - 0{,}1 \times 0{,}3) = 45\ Н.}$$

Ответ: **ΔT = 45 Н**.

Замечания:

- Результирующая сила, действующая на ось вращения направлена в сторону груза большей массы. Минус, полученный при вычислении, указывает на направление результирующей силы.
- При прочтении условия задачи возник один вопрос: следует ли учитывать ускорение, которое сообщает Земля каждому грузу?

Задача 8. Груз массой **3 кг** подвешен к потолку лифта с помощью двух нитей, каждая из которых образует с вертикалью угол **60°**. Каким будет натяжение каждой нити, если лифт будет опускаться с ускорением, направленным вниз и равным **2 м/с^2**?



апишем уравнение второго закона Ньютона для груза в проекции на направление оси **Y**:

ma = mg – 2Tcosα,

откуда

T = m(g – a)/(2cosα).

Вычислим

T = 3•(10 – 2)/(2•cos60°) = 24 Н.

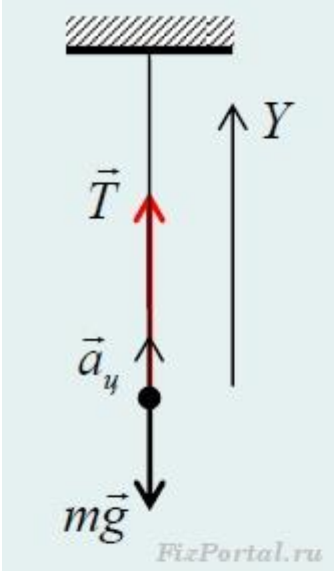
Ответ: **T = 24 Н**.

Замечание:

Можно было решать задачу изменив систему отсчета, связав ее, например, с лифтом. Мысленно остановим лифт, сообщив ему ускорение **a = 2 м/с^2** вверх. Тогда всем окружающим телам мы также сообщим ускорение направленное вверх. Вес груза в этом случае равен **m(g – a)**. И равновесие будет при условии

m(g – a) = 2Tcosα и **T = m(g – a)/(2cosα)**.

При **a = g**, **T = 0**.

<u>Задача 9.</u>К невесомой нити длиной **1 м** прикреплен шарик массой **200 г**, который равномерно вращается в вертикальной плоскости. При какой минимальной угловой скорости вращения произойдет обрыв нити, если она выдерживает максимальную нагрузку **3,8 Н**? 

На шарик действуют силы тяжести, реакция нити которые совместно сообщают ему центростремительное ускорение при вращении по окружности в вертикальной плоскости. В нижней точке возникают «перегрузки» – увеличение веса шарика. Именно для нее мы и будем рассчитывать минимальную угловую скорость вращения.

Запишем второй закон Ньютона в проекции на направление оси Y:

$$\mathbf{ma_ц = T - mg}, (1)$$

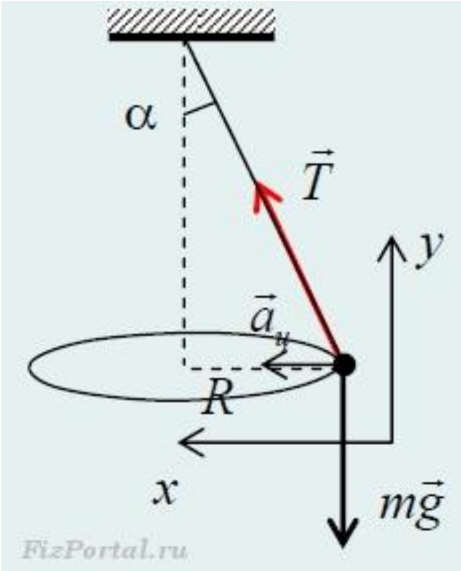
где $\mathbf{a_ц = \omega^2 l}$.
Делая замену в уравнение (1)

$$\mathbf{m\omega^2 l = T - mg \text{ и } \omega = \sqrt{(T/m - g)/l}}$$

Вычислим искомую угловую скорость
$\mathbf{\omega = \sqrt{(3,8/0,2 - 10)/1} = 3\ с^{-1}}$.

Ответ: $\mathbf{\omega = 3\ с^{-1}}$.

<u>Задача10.</u>Шарик, подвешенный на легкой нити к потолку, вращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, с угловой скоростью **5 рад/с**. Найдите расстояние (в см) между точкой подвеса и центром окружности. Шарик, подвешенный на легкой нити к потолку, вращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, с угловой скоростью **5 рад/с**. Найдите расстояние (в см) между точкой подвеса и центром

окружности. 

данной задаче мы имеем конический маятник. На шарик действуют силы тяжести и реакция нити, которые вместе сообщают ему центростремительное ускорение.

Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекции на ось **x** и **y**:

$$ma_ц = T\sin\alpha \text{ и } 0 = T\cos\alpha - mg.$$

Перепишем эти уравнения

$$ma_ц = T\sin\alpha \quad (1)$$

$$mg = T\cos\alpha \quad (2)$$

Разделим уравнение (1) на (2)

$$a_ц/g = \mathrm{tg}\alpha.$$

Учтем, что $a_ц = \omega^2 l\sin\alpha$.
Тогда

$$\omega^2 l\sin\alpha = g\,\mathrm{tg}\alpha = g\sin\alpha/\cos\alpha.$$

Или

$$\omega^2 l\cos\alpha = g.$$

$$l\cos\alpha = h \text{ и } \omega^2 h = g.$$

Выражаем искомую высоту

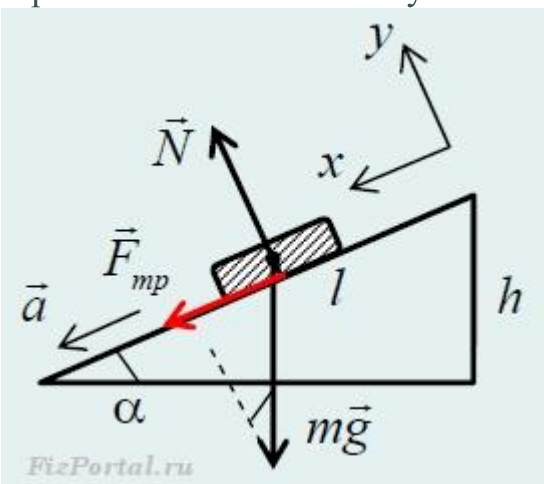
$$h = g/\omega^2.$$

Вычислим

$$h = 10/5^2 = 0{,}4 \text{ м} = 40 \text{ см}.$$

Ответ: **h = 40 см**.

Задача 11. Вверх по наклонной плоскости высотой **9 м** и длиной **15 м** пущена шайба. Коэффициент трения равен **0,5**. Найдите ускорение шайбы. В ответе укажите абсолютную величину ускорения. верх по наклонной плоскости высотой **9 м** и длиной **15 м** пущена шайба. Коэффициент трения равен **0,5**. Найдите ускорение шайбы. В ответе укажите абсолютную величину ускорения.



На рисунке шайба движется вверх по наклонной плоскости. Ускорение шайбе сообщают приложенные к ней силы: сила тяжести и сила взаимодействия шайбы с плоскостью, которую для удобства разложим на две составляющие: силу трения и реакцию опоры. Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекции на оси **x** и **y**:

$$ma = mg\sin\alpha + F_{mp} \text{ и } 0 = N - mg\cos\alpha$$

С учетом того, что сила трения скольжения равна

$$F_{mp} = \mu N = \mu mg\cos\alpha,$$

получим

$$a = g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha.$$

Где $\sin\alpha = h/l = 0{,}6$, а $\cos\alpha = \sqrt{(1 - (h/l)^2)} = 0{,}8$.
Вычислим

$$a = 10 \cdot 0{,}6 + 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}8 = 10 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: **a = 10 м/с²**.

Задача12.Радиус некоторой планеты в **√3** раза меньше радиуса Земли, а ускорение силы тяжести на поверхности планеты в **3 раза** меньше, чем на поверхности Земли. Во сколько раз масса планеты меньше массы Земли?

Силу тяжести на поверхности планеты определим по формуле **F = mg**, где **g** – ускорение свободного падения на этой планете. С другой стороны, по закону всемирного тяготения сила тяжести на поверхности планеты равна

$$\mathbf{F = GmM/R^2}.$$

Тогда $\mathbf{mg = GmM/R^2}$ и $\mathbf{g = GM/R^2}$.

По условию задачи ускорение силы тяжести на поверхности планеты в **3 раза** меньше, чем на поверхности Земли, следовательно,

$$\mathbf{g_з/g_п = [GM_з/R_з^2]/[GM_п/R_п^2]}.$$

Учтем, что

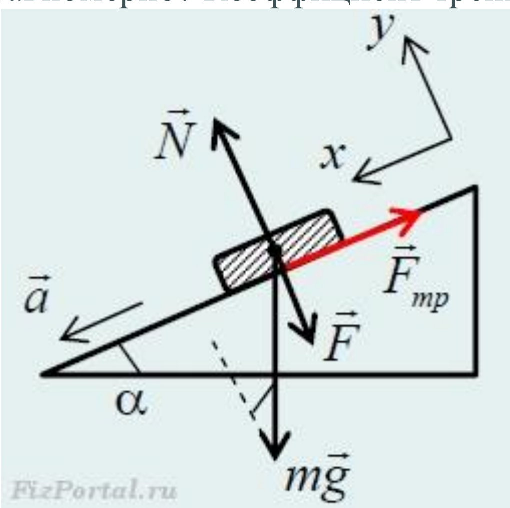
$$\mathbf{R_з/R_п = \sqrt{3}}, \text{ а } \mathbf{g_з/g_п = 3},$$

тогда

$$\mathbf{3 = M_з/(3M_п)} \text{ и } \mathbf{M_п/M_з = 9}.$$

Ответ: Масса планеты меньше массы Земли в **9 раз**.

Задача 13. По наклонной плоскости скользит с ускорением $\mathbf{a = 1\ м/с^2}$ брусок массой **m = 200 г**. С какой силой **F**нужно прижимать брусок перпендикулярно наклонной плоскости, чтобы он начал двигаться равномерно? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость **μ = 0,1**.



Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекции на направление осей **x** и **y** при движении с ускорением **a**:

$$\mathbf{ma = mg\sin\alpha - F_{mp}} \text{ и } \mathbf{0 = N - mg\cos\alpha}.$$

С учетом того, что сила трения скольжения равна

$$\mathbf{F_{mp} = \mu N = \mu mg\cos\alpha},$$

получим

$$\mathbf{ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}. \; (1)$$

При равномерном движении, силы вдоль направления движения по наклонной плоскости, компенсируют друг друга

$$\mathbf{mg\sin\alpha = F_{mp} = \mu(mg\cos\alpha + F)};. \; (2)$$

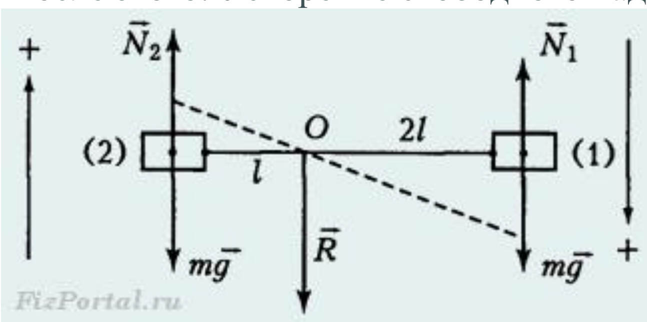
Сделаем замену (2) в (1)

$$\mathbf{ma = \mu(mg\cos\alpha + F) - \mu mg\cos\alpha}.$$

Откуда $\mathbf{ma = \mu F}$ и $\mathbf{F = ma\mu}$.
Вычислим **F = 0,2•1•0,1 = 2 Н**.

Ответ: **F = 2 Н**.

<u>Задача14.</u>Невесомый стержень может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку, которая делит стержень в отношении **1:2**. На концах стержня закреплены одинаковые грузы массой **0,5 кг** каждый. Стержень приводят в горизонтальное положение. С какой силой действует он на ось сразу после этого. Ускорение свободного падения принять равным **10 м/с²**.



Первый груз начнет опускаться вниз с ускорением $\mathbf{a_1}$, а второй груз – с ускорением $\mathbf{a_2}$. Запишем для грузов уравнение второго закона Ньютона в проекции на оси, совпадающими с ускорениями (рис.)

$$\mathbf{mg - N_1 = ma_1,\; N_2 - mg = ma_2},$$

где $\mathbf{N_1}$, $\mathbf{N_2}$ − силы, с которыми стержень действует на грузы.
Так как стержень, по условию задачи, невесомый, то связь между силами

будет равна

$$\mathbf{N_2 = 2N_1}.$$

На стержень со стороны грузов действуют такие же силы, но направленные в другую сторону, а из невесомости стержня следует, что сумма вращательных моментов относительно оси **O** равна нулю:

$$\mathbf{N_1 2l = N_2 l}.$$

Из того что стержень жесткий, следует связь между ускорениями грузов

$$\mathbf{a_1 = 2a_1}.$$

Действительно, малое смещение груза 1 в два раза больше, чем смещение груза 2. Подставим эти связи в уравнения

$$\mathbf{mg - N_1 = m2a_2,\ 2N_1 - mg = ma_2}.$$

Исключая ускорение, находим

$$\mathbf{N_1 = (3/5)mg,\ N_2 = (6/5)mg}.$$

Из второго закона Ньютона для стержня следует, что сила, действующая на стержень со стороны оси, направлена вверх и равна сумме

$$\mathbf{N = N_1 + N_2 = (3/5)mg + (6/5)mg = (9/5)mg}.$$

После подстановки

$$\mathbf{N = (9/5) \bullet 0{,}5 \bullet 10 = 9\ Н}.$$

Ответ: **N = 9 Н**.

Задача 15. К вертикальной железной стене «прилипла» намагниченная шайба. К шайбе привязали легкую нить и тянут за нее так, что нить все время остается параллельной стене. Когда нить тянут вертикально вверх, шайба начинает двигаться при минимальной силе $\mathbf{F_1 = 1{,}6}$ **Н**; когда нить тянут вертикально вниз, шайба приходит в движение при $\mathbf{F_2 = 0{,}6}$ **Н**. Найдите массу **m** шайбы.

Рассмотрим силы, действующие на шайбу в вертикальном направлении, когда шайба начинает движение вверх:
сила направленная вверх $-\ \mathbf{F_1}$,

сила направленная вниз − **mg**,
сила направленная вниз − сила трения.
Шайба начинает движение вверх при условии, что

$$\mathbf{F_1 = mg + F_{тр}}. \quad (1)$$

Рассмотрим силы, действующие на шайбу в вертикальном направлении, когда шайба начинает движение вниз:
сила направленная вниз − $\mathbf{F_1}$,
сила направленная вниз − **mg**,
сила направленная вверх − сила трения.
Шайба начинает движение вниз при условии, что

$$\mathbf{F_2 + mg = F_{тр}}. \quad (2)$$

Выражая из уравнения (1) силу трения и подставляя в уравнение (2), получим

$$\mathbf{F_2 + mg = F_1 - mg}.$$

Тогда искомая масса

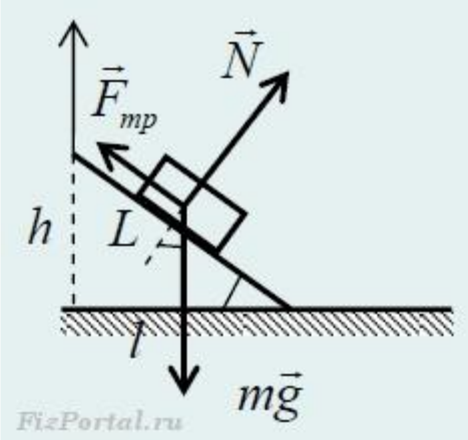
$$\mathbf{m = (F_1 - F_2)/(2g)}. \quad (3)$$

Вычислим массу

$$\mathbf{m = (1{,}6 - 0{,}6)/(20) = 0{,}05\ кг = 50\ г}.$$

Ответ: **m = 50 г**.

<u>**Задача 16.**</u> На конце линейки длины **L**, лежащей на горизонтальной плоскости, находится маленький грузик. Линейку начинают поднимать за тот же конец с постоянной скоростью **u**, направленной вверх. Через какое время **t** грузик начнет соскальзывать? Коэффициент трения между грузиком и линейкой **μ**.



Грузик начнет соскальзывать при условии

$$\mathbf{mg\sin\alpha = \mu mg\cos\alpha}.$$

Тогда

$$\mathbf{tg\alpha = \mu}. \ (1)$$

С другой стороны, тангенс угла в момент соскальзывания выразим через соотношение

$$\mathbf{tg\alpha = h/l = ut/\sqrt{(L^2 - (ut)^2)}}. \ (2)$$

приравняв правые части уравнений (1) и (2) получим

$$\mathbf{ut/\sqrt{(L^2 - (ut)^2)} = \mu}.$$

Теперь решаем уравнение относительно искомого времени. После небольших преобразований, получаем формулу

$$\mathbf{t = (L/\mu)\mu/\sqrt{(1 + \mu^2)}}.$$

Задача 17. Начальный участок трассы скоростного спуска, расположенный вниз по склону горы с углом наклона **α = 45°** к горизонту, горнолыжник прошел, не отталкиваясь палками. Какую максимальную скорость мог развить спортсмен на этом участке, если его масса **m = 70 кг**? Коэффициент трения лыж о снег **μ = 0,1**, сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости: $\mathbf{F = kv^2}$, где постоянный коэффициент **k = 0,9 кг/м**. Ускорение свободного падения принять $\mathbf{g = 10}$ **м/с**$^{\mathbf{2}}$.

Решение.

Горнолыжник, скатывающийся по наклонному участку трассы, находится под действием сил: **mg** − сила тяжести, **N** − нормальная составляющая силы реакции склона, $\mathbf{F_{тр}}$ − сила трения лыж о снег, $\mathbf{F_c}$ − сила сопротивления воздуха. Поскольку, по условию задачи, лыжник движется поступательно, его можно принять за материальную точку и считать, что точки приложения

всех перечисленных сил совпадают.
В проекции на координатную ось, направленную вниз по склону, уравнение движения лыжника имеет вид:

$$\mathbf{ma = mg\sin\alpha - F_{mp} - F_c,}$$

где **a** − ускорение лыжника,

$$\mathbf{F_{mp} = \mu N = \mu mg\cos\alpha,\ F_c = kv^2}.$$

Ясно, что при движении под действием двух постоянных сил (проекции силы тяжести и силы сухого трения) и зависящей от скорости силы сопротивления воздуха, ускорение лыжника по мере разгона уменьшается и при некоторой скорости обращается в нуль. Это и есть максимальная скорость лыжника на данном отрезке трассы, поскольку его дальнейшее движение будет равномерным. Таким образом, при установившемся движении лыжника

$$\mathbf{mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha - kv_{max}^2 = 0}.$$

Отсюда, после элементарных преобразований, получаем формулу:

$$\mathbf{v_{max} = \sqrt{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)/k}}.$$

Вычислим искомую скорость

$$\mathbf{v_{max} = \sqrt{70 \cdot 10(\sin 45° - 0{,}1 \cdot \cos 45°)/0{,}9} \approx 22{,}25\ м/с}.$$

Ответ: $\mathbf{v_{max} \approx 22{,}25}$ **м/с**.

<u>Задача 18.</u>Космонавты, высадившиеся на поверхность Марса, измерили период вращения конического маятника (небольшое тело, прикрепленное к нити и движущееся по окружности в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью), и он оказался равным **T = 3 с**. Длина нити **l = 1 м**. Угол, составляемый нитью с вертикалью, **α = 30°**. Найдите по эти данным ускорение свободного падения на Марсе.

На тело действуют две силы – сила тяжести $\mathbf{mg_м}$, где $\mathbf{g_м}$ – искомое ускорение свободного падения на Марсе, и сила натяжения нити **T**.
Вертикальная составляющая силы натяжения компенсирует силу тяжести:

$$\mathbf{T\cos\alpha = mg_м}, (1)$$

а горизонтальная составляющая равная

$$T_x = T\sin\alpha$$

создает центростремительное ускорение, вызывающее движение тела по окружности радиусом $R = l\sin\alpha$:

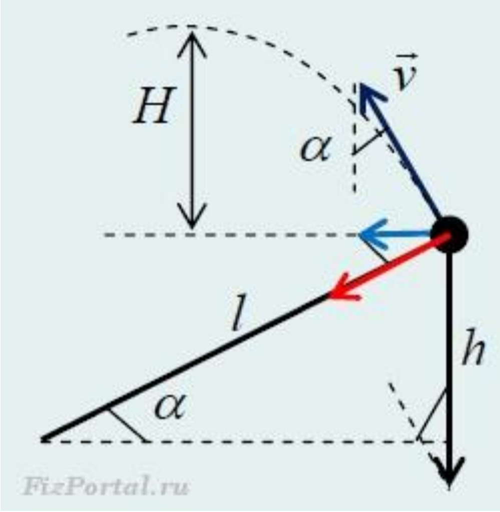
$$T\sin\alpha = \omega^2 R = \omega^2 l\sin\alpha = (2\pi/T)^2 l\sin\alpha. \ (2)$$

Решая совместно полученные уравнения (1) и (2), найдем

$$g_м = (F/m)\cos\alpha \approx 3{,}8\ м/с^2.$$

Ответ: $g_м \approx 3{,}8$ м/с^2.

Задача 19. Тело массой **1 кг** вращается в вертикальной плоскости на нити длиной **2 м**. Когда тело при подъеме проходит точку, расположенную на **1 м** выше точки подвеса нити, она обрывается. На сколько выше точки подвеса поднимется тело, если натяжение нити перед обрывом было равно **35 Н**?



Решение.

При прохождении точки обрыва, в направлении нити второй закон Ньютона имеет вид:

$$ma_ц = T + mg\sin\alpha,$$

где $\sin\alpha = h/l$, $a_ц = v^2/l$.
Тогда

$$v^2 = l(T/m) + gl\sin\alpha, \ (1)$$

Высоту подъема над точкой обрыва найдем из условия

$$H = v_y^2/(2g) = v^2\cos^2\alpha/(2g). \ (2)$$

$$\cos\alpha = \sqrt{(l^2 - h^2)}/l. \ (2)$$

$$\sin\alpha = h/l. \ (3)$$

С учетом (1), (2) и (3), получим расстояние от точки подвеса до максимальной высоты подъема, после обрыва нити

$$H + h = (l(T/m) + gh)(l^2 - h^2)/(2gl^2) + h.$$

Вычислим

$$H + h = (2\cdot (35/1) + 10\cdot 1)(2^2 - 1^2)/(2\cdot 10\cdot 2^2) + 1 = 4 \text{ м}.$$

Вообразим, что строительная техника позволяет возводить сколь угодно высокие сооружения. Какую высоту должна иметь башня, расположенная на экваторе Земли, чтобы тело, находящееся на ее вершине, было невесомым?

Эта высота определяется равенством

$$F = m\omega^2(R + H). \ (1)$$

Где **m** – масса тела и **F** – сила притяжения этого тела к Земле. Так как на высоте **H**

$$F = GmM/(R + H)^2,$$

а $GM = gR^2$, то

$$F = mgR^2/(R + H)^2. \ (2)$$

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2)

$$m\omega^2(R + H) = mgR^2/(R + H)^2.$$

находим

$$H = \sqrt[3]{(gR^2/\omega^2)} - R.$$

Подставив значения, имеем **H = 36 000 км**.

Ответ: **H = 36 000 км**.

Задача 20. Шайба, скользившая по льду, остановилась через время **t = 5 с** после удара о клюшку на расстоянии **l = 20 м** от места удара. Масса шайбы **m = 100 г**. Определите действовавшую на шайбу силу трения.

Решение.

По второму закону Ньютона в проекции на направление движения

$$\mathbf{ma = F_{mp}}.$$

Для нахождения силы трения нам потребуется определить ускорение тела. Решая совместно кинематические уравнения

$$\mathbf{l = v_o^2/(2a)\ и\ l = v_o t - at^2/2}.$$

получаем квадратное уравнение относительно начальной скорости

$$\mathbf{v_o^2 - 16v_o + 64 = 0}.$$

Решая это квадратное уравнение, находим, что $\mathbf{v_o = 8}$ **м/с**, следовательно,

$$\mathbf{a = v_o^2/(2l) = 1{,}6\ м/с^2}.$$

Тогда сила трения $\mathbf{F_{mp} = 0{,}1 \times 1{,}6 = 0{,}16}$ **Н**.

Интересно, что тот же результат был бы получен при использовании в решении задачи «метода от противного», если из точки остановки, разогнать шайбу обратно к клюшке, тогда

$$\mathbf{l = at^2/2},$$

откуда

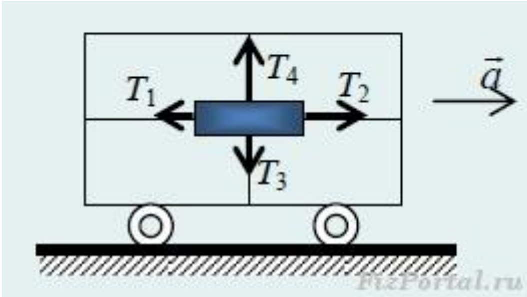
$$\mathbf{a = 2l/t^2\ и\ F_{mp} = ma = m2l/t^2}.$$

После подстановки численных значений

$$\mathbf{F_{mp} = 0{,}1 \times 2 \times 20/5^2 = 0{,}16\ Н}.$$

Ответ: $\mathbf{F_{mp} = 0{,}16}$ **Н**

Ответ: $\mathbf{F = mYv^2/(lL)}$.

Задача 21. Четырьмя натянутыми нитями груз закреплен на тележке. Силы натяжения горизонтальных нитей соответственно $\mathbf{T_1}$ и $\mathbf{T_2}$, а вертикальных $\mathbf{T_3}$, $\mathbf{T_4}$. С каким ускорением тележка движется по горизонтальной плоскости? 

В проекции на направление движения тележки

$$\mathbf{T_2 - T_1 = ma},$$

на вертикальное направление −

$$\mathbf{T_4 - T_3 = mg}.$$

Тогда

$$\mathbf{m = (T_4 - T_3)/g}.$$

Подставляя в первое выражение массу, получаем

$$\mathbf{T_2 - T_1 = (T_4 - T_3)a/g}.$$

Следовательно, тележка движется по горизонтальной плоскости с ускорением

$$\mathbf{a = (T_2 - T_1)g/(T_4 - T_3)}.$$

Ответ: $\mathbf{a = (T_2 - T_1)g/(T_4 - T_3)}$.

Задача 22. Кабина лифта массой **m = 1000 кг** равномерно опускается со скоростью $\mathbf{v_o = 1{,}0}$ **м/с** с помощью троса, перекинутого через барабан. Когда кабина опустилась на **l = 10 м**, барабан заклинило. Найдите максимальную силу упругости $\mathbf{T_{max}}$, действующую на трос вследствие внезапной остановки лифта. Длина троса в момент остановки равна **l = 10 м**, площадь поперечного сечения троса **S = 20 см**^{2}, модуль Юнга материала троса $\mathbf{E = 2{,}0 \times 10^{11}}$ **Па**. Ускорение свободного падения **g = 10 м/с**^{2}.

Решение:

При равномерном движении кабины действующие на нее силы упругости троса и тяжести кабины уравновешивают друг друга:

$$\mathbf{ES\Delta l_{ст}/l = mg},$$

откуда найдем статическое удлинение троса

$$\mathbf{l_{ст} = mgl/(ES)}.$$

При внезапной остановки барабана кабина будет двигаться по гармоническому закону (попробуйте доказать это самостоятельно)

$$\mathbf{x(t) = (v_o/\omega)\sin\omega t},$$

где $\boldsymbol{\omega = \sqrt{(k/m)} = \sqrt{\{ES/(ml)\}}}$ − частота гармонических колебаний, а амплитуда колебаний смещения в $\boldsymbol{\omega}$ раз меньше амплитуды $\mathbf{v_o}$ колебаний скорости. Максимальное удлинение троса будет равно сумме статического удлинения и амплитуды гармонических колебаний смещения:

$$\mathbf{\Delta l_{max} = l_{ст} + v_o/\omega = mgl/(ES) + v_o\sqrt{\{ml/(ES)\}}}.$$

В этот момент упругая сила достигнет своего наибольшего значения

$$\mathbf{T_{max} = k\Delta l_{max} = mg + v_o\sqrt{\{mES/l\}}}.$$

После вычисления получим $\mathbf{T_{max} = 2{,}1 \times 10^5}$ **Н**.

Ответ: $\mathbf{T_{max} = mg + v_o\sqrt{\{mES/l\}} = 2{,}1 \times 10^5}$ **Н**

<u>Задача 23.</u> Какой должна быть скорость мотоциклиста (в метрах в секунду), чтобы он мог ездить внутри поверхности вертикального цилиндра по горизонтальному кругу, если при движении по горизонтальной поверхности при том же коэффициенте трения и скорости **18 км/ч** минимальный радиус поворота составляет **4,5 м**? Радиус вертикального цилиндра **8 м**.

Решение.

При движении по горизонтальному кругу должно выполняться условие

$$\mathbf{F_{тр} = \mu N \geq mg}, (1)$$

в предельном случае равенства сил, мотоциклист начинает соскальзывать вниз.

При движении по кругу в проекции на ось, направленную по радиусу окружности перпендикулярно к стенке уравнение второго закона Ньютона

$$\mathbf{ma_ц = mV^2/R = N}. (2)$$

Решая совместно (1) и (2)

$$\mathbf{a_ц = V^2/R = g/\mu},$$

откуда

$$V = \sqrt{gR/\mu}. \quad (3)$$

Как видим в конечной формуле (3) коэффициент трения неизвестен. Для его нахождения решим вторую задачу:

*если при движении по горизонтальной поверхности при том же коэффициенте трения и скорости **18 м/с** минимальный радиус поворота составляет **4,5 м***

Возможность движения по горизонтальной плоскости по криволинейной траектории обеспечивает сила трения

$$\mu mg = mv^2/r.$$

Откуда выражаем искомый коэффициент трения

$$\mu = v^2/(rg),$$

и, подставляем в (3)

$$V = \sqrt{gRgr/v^2} = (g/v) \times \sqrt{Rr}.$$

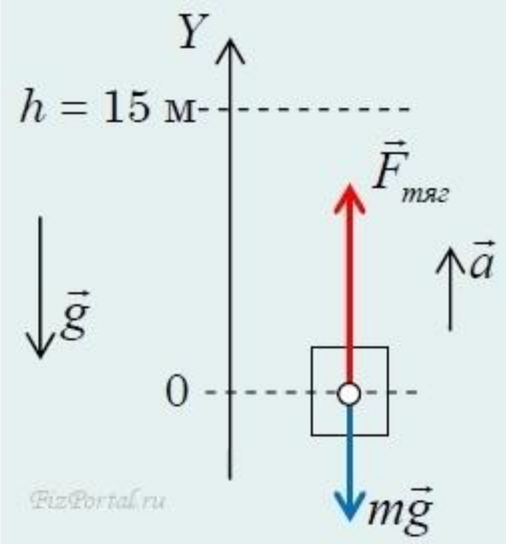
Вычислим

$$V \geq (10/5) \times \sqrt{8 \times 4{,}5} = 12 \text{ (м/с)}.$$

Задача 24. С помощью прочного троса груз равноускоренно поднимают с поверхности земли вертикально вверх. Через **Δt = 5,0 с** после начала подъема груз уже находился на высоте **h = 15 м**, продолжая движение. Сила тяги подъемного механизма к этому моменту времени, когда тело достигло высоты **h = 15 м**, совершила работу **A = 8,4 кДж**. Определите массу поднимаемого груза.

Решение.

На груз действует сила тяги и сила тяжести.



По второму закону Ньютона

ma = F$_{тяг}$ + mg. (векторно)

В проекции на вертикальную ось

ma = F$_{тяг}$ − mg.

Откуда сила тяги

F$_{тяг}$ = ma + mg.

Работа силы тяги

A = F$_{тяг}$h = m(a + g)h. (1)

Из кинематики определим ускорение

h = aΔt^2/2, a = 2h/Δt^2. (2)

Из (1) выражаем искомую массу груза и подставляем ускорение из (2)

m = A/((2h/Δt^2 + g)h).

Подставим численные значения

m = 8400/((2•15/52 + 10) × 15) = 50 (кг).

Ответ: масса поднимаемого груза **50 кг**.

<u>Задача 25.</u>Маховое колесо, имеющее момент инерции J = 245 кг · м2, вращается с частотой ν_0 = 20 с-1. В некоторый момент времени на него стала действовать тормозящая сила, в результате чего колесо через t_1 = 1 мин остановилось. Радиус колеса $R = 0{,}2$ м. Найти величину тормозящего момента силы $M_{\text{тр.}}$ и число полных оборотов N, сделанных колесом до остановки.

Дано:

$J = 245$ кг.м2;

$\nu_0 =$ 20 с-1;

$t_1 =$ 1 мин = 60 с;

R =0,2 м.

$M_{\text{тр.}} -$? $N -$?

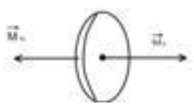


Рис. 8

Решение: Поскольку, кроме тормозящей силы, на колесо не действуют другие силы, создающие момент сил, то согласно основному закону динамики вращательного движения

$J\varepsilon = M_{\text{тр.}}$ (1)

Движение колеса равнозамедленное и, следовательно, угловое ускорение колеса ε равно

$$\varepsilon = \frac{\omega_0 - \omega}{t_1}, \quad (2)$$

где $\omega_0 = 2\pi\ \nu_0 -$ начальная угловая скорость колеса, а ω =0 – его конечная угловая скорость. Следовательно,

$$\varepsilon = \frac{2\pi\nu_0}{t_1}. \quad (3)$$

После подстановки выражения (3) в (1) получаем

$$M_{\text{тр.}} = 2\pi\frac{\nu_0 J}{t_1} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{60} \cdot 20 \cdot 245 = 513 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Тело массой m = 2 кг движется прямолинейно по закону $s = A — Bt + Ct^2 — Dt^3$ (С = 2 м/с^2, D = 0,4 м/с^3). Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения. Ответ: 3,2 Н.

Задача2. К нити подвешен груз массой m = 500 г. Определить силу натяжения нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением 2 м/с^2; 2) опускать с ускорением 2 м/с^2. Ответ: 1) 5,9 Н. 2) 3,9 Н.

Задача 3. Два груза (m_1 = 500 г и m_2 = 700 г) связаны невесомой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. К грузу m_1 приложена горизонтально направленная сила F = 6 Н. Пренебрегая трением, определить: 1) ускорение грузов; 2) силу натяжения нити Ответ: 1) 5 м/с^2; 2) 3,5 Н .

Задача 4. Тело массой m движется в плоскости xy по закону $x = A\cos\omega t$, $y = B\sin\omega t$, *где A, B и ω — некоторые постоянные. Определить модуль силы, действующей на это тело. Ответ:*

Задача 5. Тело массой m = 2 кг падает вертикально с ускорением a = 5 м/с^2. Определить силу сопротивления при движении этого тела. Ответ: 9,62 Н .

Задача 6. С вершины клина, длина которого 1 = 2 м и высота h= *1 м, начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином f= 0,15. Определить: 1) ускорение, с которым движется тело; 2) время прохождения тела вдоль клина; 3) скорость тела у основания клина. Ответ: 1) 3,63 м/с^2; 2) 1,05 с; 3) 3,81 м/с.*

Задача 7. По наклонной плоскости с углом α наклона к горизонту, равным 30°, скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения f= *0,15. ОО ет: 7,26 м/с.*

Задача 8. Снаряд массой m = 5 кг, вылетевший из орудия, в верхней точке траектории имеет скорость υ = 300 м/с. В этой точке он разорвался на два осколка, причем больший осколок массой m_1 = 3 кг полетел в обратном направлении со скоростью υ_1=100м/с. Определить скорость υ_2 второго, меньшего, осколка. Ответ: 900 м/с.

Задача 9. Граната, летящая со скоростью υ = 10 м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью u_1 = 25 м/с. Найти скорость u_2 меньшего осколка. Ответ: u_2 = — 12,5 м/с.

Задача 10. .Лодка массой M = 150 кг и длиной 1 = 2,8 м стоит неподвижно в стоячей воде. Рыбак массой m = 90 кг в лодке переходит с носа на корму.

Пренебрегая сопротивлением воды, определить, на какое расстояние *s* при этом сдвинется лодка. Ответ: 1,05 м.

<u>Задача 11.</u>.Из орудия массой m_1 = 5 т вылетает снаряд массой m_2 = 100 кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете$W_{к2}$ = 7,5 МДж. Какую кинетическую энергию $W_{к1}$ получает орудие вследствие отдачи? Ответ: 150 кДж.

<u>Задача 12.</u>.Автомашина массой *m= 1,8 т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определить: 1) работу, совершаемую двигателем автомашины на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин. Ответ: 1) 11,5кДж; 2) 38,3 кВт.*

<u>Задача 13.</u>.Определить работу, совершаемую при подъеме груза массой *m* = 50 кг по наклонной плоскости с углом наклона α = 30° к горизонту на расстояние *s* = 4 м, если время подъема*t= 2 с, а коэффициент трения f = 0,06. Ответ: 1,48 кДж.*

<u>Задача 14.</u>Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с Землей обладает импульсом p=100 кг-м/с и кинетической энергией Т=500Дж. Определить:

<u>Задача 15.</u>Определить момент инерции *J* тонкого однородного стержня длиной *l* =50 см и массой *m* = 360 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) конец стержня; 2) точку, отстоящую от конца стержня на 1/6 его длины. Ответ: 1) $3\cdot10^{-2}$ кг·м^2; 2) $1{,}75\cdot10^{-2}$ кг·м^2.

Список литературы

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – СПб.: Книжный мир, 2007.-328с

.

2. Перышкин, А.В. Физика. 7 кл. Текст.: Учеб. Для общеобразоват. Учеб. Заведений. / А.В.

3.Перышкин. 5- изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2003. - 192 е.: ил.

4. Контроль знаний учащихся по физике / В.Г.Разумовский, Р.Ф.Кривошапова, Н.А.Родина и др.; Под ред. В.Г.Разумовского, Р.Ф. Кривошаповой. – М.: Просвещение, 1982. – 208с.

5. Практикум по физике в средней школе. Дидакт. материал. Под ред. А.А.Покровского. М., Просвешение, 1977. – 192с.

6. Ваганова, В.И. Рейтинговая система контроля и оценки знаний студентов: Теория и методика обучения физике Текст. / В.И. Ваганова. - Улан-Удэ: Издательство Бурятского госуниверситета, 2004. 72 с.

7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: Наука, 2003

8. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс общей физики. М.: Высшая школа, 1999.

9. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика. Механика: учебник для технических университетов.– М.: Высшая школа, 2007. − 289 с

10. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1989. – Т.1-3. – с.

11. Сивухин Д.В. Общий курс физики. – М.: Наука, 1983-1990. - Т.1-4. - с.

12. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1999. –542 с.

13. Айзенцон А.Е. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1996. – 327с.

образовательные диски

1. **Репетитор по физике 9-11 класс *Кирилл и Мефодий***
2. **Учебное электронное издание:** практикум **@*Физикон***

3. ***Открытая физика версия 2.5 – часть1 и часть2*** под редакцией профессора МФТИ

4. **С.М. Козела** Методические пособия по практическим занятиям (http://portal.tpu.ru/departments/kafedra/tief/method_work/method_work3)

Практическое занятие № 3

Закон сохранения импульса. Закон сохранения энергии.

Цели: - проанализировать границы применимости законов сохранения на конкретных примерах

Основные теоретические положения

Соударение (удар) – это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время. Ударные силы столь велики, что внешними силами можно пренебречь; это позволяет систему тел в процессе соударения рассматривать как замкнутую и применять к ней законы сохранения.

Удар называется центральным, если тела до удара движутся вдоль прямой, соединяющей их центры.

Абсолютно упругий удар – столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций (механическая энергия не переходит в другие, немеханические виды) и вся кинетическая энергия, которой тела обладали до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию. В этом случае выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии.

Рассмотрим центральный абсолютно упругий удар двух шаров. Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара v_1 и v_2, после удара – v'_1 и v'_2(рис.3.3).

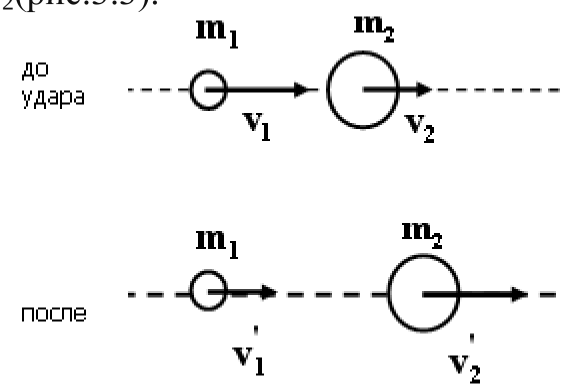


Рис.3.3. Абсолютно упругий удар двух тел

Законы сохранения импульса и энергии при этом имеют вид:

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v'_1+m_2v'_2$$

Решая эти уравнения, находим:

$$v'_1=[v_1(m_1-m_2)+2m_2v_2]/(m_1+m_2)$$
$$v'_2=[v_2(m_1-m_2)+2m_1v_1]/(m_1+m_2)$$

Частные случаи:

1) если $m_1=m_2$, то $v'_1=v_2$ и $v'_2=v_1$ (шары обмениваются скоростями). Например, при столкновении первого шара с неподвижным вторым ($v_2=0$) первый шар останавливается ($v'_1=0$), а второй движется со скоростью первого ($v'_2=v_1$) (рис.3.4).

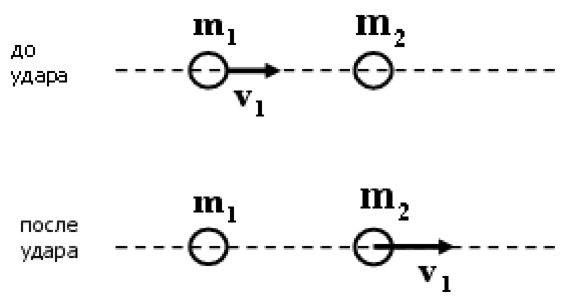


Рис.3.4. Абсолютно упругий удар тел с равными массами

2) если $m_2 >> m_1$ (столкновение шара со стенкой), $v'_1=2v_2-v_1$, $v'_2=v_2$ (скорость стенки не изменится). При столкновении шара с неподвижной стенкой ($v_2=0$) получим $v'_1=-v_1$, то есть шар отскакивает с первоначальной скоростью, меняя направление на противоположное.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела движутся вместе либо покоятся. Кинетическая энергия тел полностью или частично переходит в их внутреннюю энергию. В этом случае выполняется закон сохранения импульса. Закон сохранения механической энергии не выполняется, выполняется закон сохранения суммарной энергии – механической и внутренней.

Рассмотрим центральный абсолютно неупругий удар двух шаров массами m_1 и m_2, имеющих до удара скорости v_1 и v_2. После удара они будут двигаться с общей скоростью v (рис.3.5), которую найдем из закона сохранения импульса:

$$m_1v_1+m_2v_2=(m_1+m_2)v$$
$$v=(m_1v_1+m_2v_2)/(m_1+m_2)$$

В большинстве интересных случаев при решении задач приходится использовать как закон сохранения импульса, так и закон сохранения механической энергии. Если для решения задачи достаточно одного закона сохранения, следует обсудить выполняется ли второй закон сохранения, а если не выполняется, то по какой причине.

Контрольные вопросы:

1. Что называется количеством движения (импульсом) материальной точки?
2. Как определяется импульс физического тела, системы тел?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса системы тел и условия его применения.
4. Сформулируйте закон сохранения энергии в механике и условия его применения.

5. Назовите виды механической энергии.

6. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.

7. Дайте определение работы и ее единицы измерения.

8. Дайте определение мощности и ее единицы измерения.

9. Что называется импульсом силы и импульсом тела?

10. Сформулируйте закон сохранения импульса.

11. Какие системы называют замкнутыми?

12. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. В каких системах он выполняется?

Для решения задачи рекомендуется выполнить следующие действия:

- Выбрать тела, которые Вы включите в систему, для которой будете использовать законы сохранения.
- Выбрать систему отсчета, в которой будете решать задачу. Убедиться, что она является инерциальной. Удачный выбор системы отсчета, как и при решении задач кинематики и динамики, может существенно облегчить составление системы уравнений в случае использования законов сохранения. Не забывайте, что при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую перемещения и скорости тел меняются, а поэтому работа и кинетическая энергия будут зависеть от выбора системы отсчета. Потенциальная же энергия зависит от относительных координат взаимодействующих тел, следовательно, она одинакова во всех инерциальных системах отсчета.
- Выбрать начальное и конечное состояния системы, которые Вы свяжете законами сохранения. Следует иметь в виду, что эти состояния совсем необязательно должны совпадать с начальным и конечным состояниями, указанными в условии задачи.
- Обосновать возможность использования законов сохранения для выбранных состояний системы.
- Выбрать начало отсчета потенциальной энергии. Целесообразно за нуль отсчета потенциальной энергии выбрать положение, в котором она минимальна в рассматриваемой задаче. Помните, что если тело нельзя считать материальной точкой, то его потенциальная энергия в поле силы тяжести определяется положением центра масс этого тела.
- Записать значения импульса тела или его механической энергии в начальном и конечном положениях и приравняйте их.
- Если законов сохранения окажется недостаточно для решения задачи, использовать уравнения динамики и кинематические соотношения.
- Обратить внимание на то, что если физическая система не является замкнутой и внутри нее не действуют непотеннциальные силы, то изменение ее механической энергии равно работе внешних сил. Если система является замкнутой, но внутри системы действуют непотенциальные силы, полная

механическая энергия не сохраняется. Изменение механической энергии в этом случае равно работе непотенциальных сил.

Примеры решения задач.

Задача 1. Цепочка длиной l лежит на гладком горизонтальном столе, свешиваясь ровно наполовину. Цепочку без толчка отпускают. Найдите скорость цепочки в момент, когда ее верхний конец соскользнет со стола.

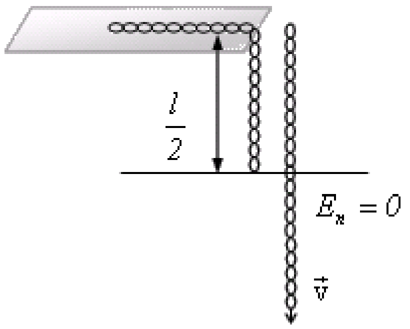


Рис. 1

Решение:

Поскольку при движении цепочки сила трения отсутствует, то полная механическая энергия системы будет сохраняться. В качестве начального состояния выбираем цепочку в начальный момент времени, конечного – в момент, когда ее верхний конец соскользнет со стола. Будем считать потенциальную энергию цепочки в конечном состоянии равной нулю (рис. 1). Величина потенциальной энергии определяется положением центра массы тела. Поэтому в начальном состоянии полная механическая энергия системы

$$E_1 = \frac{m}{2}g\frac{l}{2} + \frac{m}{2}g\frac{l}{4} = \frac{3}{8}mgl.$$

В конечном состоянии полная механическая энергия $E_2 = \frac{mv^2}{2}$, так как $E_1 = E_2$, то $v = \sqrt{\frac{3gl}{4}}$.

Ответ: $v = \sqrt{\frac{3gl}{4}}$.

Задача 2. Человек массы *m* переходит с одного конца лодки массой *M* на другой. Длина лодки равна l. Найдите перемещение лодки. Сопротивлением воды движению лодки пренебречь.

Решение:

Поскольку система «лодка–человек» является замкнутой, то для решения задачи можно использовать закон сохранения импульса. В качестве тела отсчета выберем Землю. В начальный момент времени импульс системы «лодка–человек» равен нулю, следовательно, он будет таковым и во все последующие моменты времени:

$$m\vec{v}_ч + M\vec{v}_л = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{v}_ч$ – скорость человека относительно берега, а $\vec{v}_л$ – скорость лодки.

Согласно закону сложения скоростей $\vec{v}_ч = \vec{v}'_ч + \vec{v}_л$, где $\vec{v}'_ч$ – скорость движения человека относительно лодки. Подставим $\vec{v}_ч$ в (1):

$$m\left(\vec{v}'_ч + \vec{v}_л\right) + M\vec{v}_л = 0.$$

Из последнего выражения

$$\vec{v}_л = -\frac{m}{M+m}\vec{v}'_ч.$$

Обозначим время движения человека через t, тогда перемещение лодки относительно берега будет равно

$$\vec{L} = \vec{v}_л \cdot t = -\frac{m}{M+m}\vec{v}'_ч \cdot t = -\frac{m}{M+m}\vec{l},$$

где $\vec{l}$ – перемещение человека вдоль лодки.

Ответ: $\vec{L} = \vec{v}_л \cdot t = -\frac{m}{M+m}\vec{v}'_ч \cdot t = -\frac{m}{M+m}\vec{l}$

Задача 3. Две частицы массой m скреплены пружиной жесткости k. На них налетает третья частица массы m, которая движется вдоль оси пружины со скоростью v. Найдите максимальное сжатие пружины. Внешними силами пренебречь.

Решение:

Разобьем процесс взаимодействия частиц и пружины на две стадии (рис. 2)

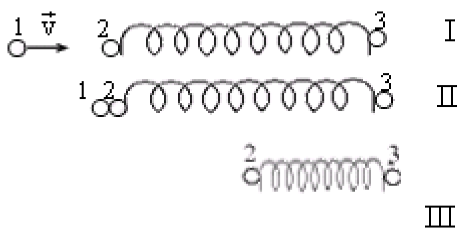


Рис. 2

1. За состояние I примем исходное состояние системы: частица 1 движется со скоростью $\vec{v}$, остальные тела покоятся. В конечном состоянии II частица 1 налетела на частицу 2, но поскольку время соударения очень маленькое, то пружина еще не сжалась, шар 3 неподвижен. К этим состояниям можно применить законы сохранения импульса и механической энергии:

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2,$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2},$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ – скорости движения первой и второй частицы после соударения. Возведем первое уравнение в квадрат, тогда получим систему двух уравнений

$$\begin{cases} v^2 = v_1^2 + 2\vec{v}_1\vec{v}_2 + v_2^2, \\ v^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$$

Чтобы эти уравнения были совместны, необходимо, чтобы $\vec{v}_1\vec{v}_2 = 0$. Отсюда следует, что $v_1 = 0$. Последнее означает, что после столкновения частица 1 остановится, а частица 2 придет в движение со скоростью $\vec{v}$.

2. На второй стадии в начальном состоянии движется со скоростью $\vec{v}$ вторая частица. Конечное состояние III соответствует максимальному сжатию пружины, в котором пружина и частицы 2 и 3 движутся как одно целое со скоростью $\vec{u}$. Применим к ним законы сохранения импульса и механической энергии.

$$m\vec{v} = 2m\vec{u},$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + \frac{kx^2}{2},$$

где x – максимальное сжатие пружины. Решая эту систему уравнений, получим

$$x = \sqrt{\frac{mv^2}{2k}}.$$

Ответ: $x = \sqrt{\frac{mv^2}{2k}}$.

Задача 4. Пуля, летящая горизонтально со скоростью v= *400 м/с*, попадает в подвешенный на невесомой нити брусок и застревает в нем. Какова длина нити, если брусок отклонился на угол □ *= 60□?* Масса пули *m = 20 г*, масса бруска *M = 5 кг*.

Решение:

Если за начальное состояние системы «шар–пуля» выбрать летящую пулю, а за конечное – отклонившийся брусок с застрявшей в нем пулей, то нельзя воспользоваться ни законом сохранения импульса (так как система «шар–пуля» не является замкнутой), ни законом сохранения механической энергии (так как соударение пули с шаром неупругое).

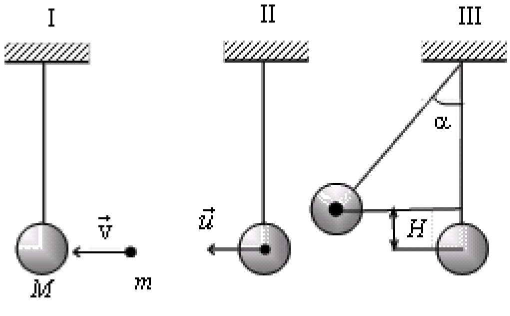


Рис. 3

Чтобы воспользоваться законами сохранения, следует рассмотреть промежуточное состояние II (рис. 3): пуля вошла в шар и застряла в нем, но поскольку время соударения очень мало, то сам шар практически не сдвинулся с места, хотя и приобрел скорость $\vec{u}$. Для состояний I, II можно воспользоваться законом сохранения импульса, так в этом случае действия внешних сил (сила тяжести и сила натяжения нити) скомпенсированы:

$$mv = (m + M)u. \qquad (2)$$

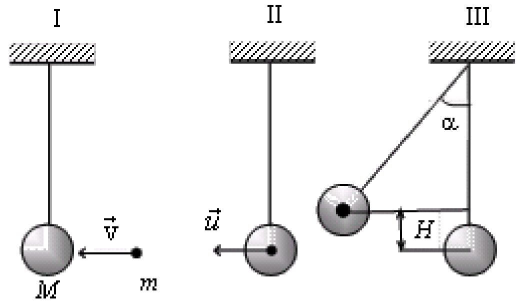


Рис. 3

скомпенсированы:

$$mv = (m+M)u. \qquad (2)$$

Закон сохранения импульса записан в скалярном виде, так как импульс в начальном и конечном состоянии направлен одинаково.

При переходе шара с застрявшей в нем пулей из состояния II в состояние III можно воспользоваться законом сохранения механической энергии. Будем отсчитывать потенциальную энергию взаимодействия шара с Землей от центра масс шара, находящегося в положении равновесия. Тогда

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = (m+M)gH. \qquad (3)$$

Из геометрических соображений ясно, что

$$H = l(1-\cos\alpha) = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2}. \qquad (4)$$

Решая совместно (2)–(4), получим

$$l = \frac{(mv)^2}{4(m+M)^2 g \sin^2\frac{\alpha}{2}} \approx 0.065 м.$$

Ответ: $l = \frac{(mv)^2}{4(m+M)^2 g \sin^2\frac{\alpha}{2}} \approx 0.065 м$.

Задача 5. Пять одинаковых шаров, центры которых лежат на одной прямой, находятся на небольшом расстоянии друг от друга. В крайний шар ударяется такой же шар, имеющий скорость v_0 = 20 м/с, которая направлена вдоль линии, соединяющей центры шаров. Найдите скорость последнего шара, считая соударения шаров абсолютно упругими.

Решение:

При столкновении двух одинаковых шаров движущийся шар останавливается, а покоящийся приобретает его скорость. Поэтому после последовательных столкновений все шары будут покоиться, кроме последнего, который приобретет скорость v = 20 м/с.

Ответ: скорость последнего шара v = 20 м/с.

Задача 6. Четыре одинаковых тела равной массы по m = 20 г каждое расположены на одной горизонтальной прямой на некотором расстоянии друг от друга. В крайнее тело ударяется такое же тело, имеющее скорость $v_0 = 20 м/с$ и движущееся вдоль прямой, на которой расположены тела. Считая соударения тел абсолютно неупругими, найдите кинетическую энергию $E_к$ системы после прекращения соударений.

Решение:

Так как удар неупругий, то полная механическая энергия системы тел не сохраняется. Но будет сохраняться полный импульс системы, то есть

$$mv_0 = 5mv,$$

следовательно, вся система слипшихся шаров будет двигаться со скоростью

$$v = \frac{v_0}{5},$$

а ее кинетическая энергия будет равна

$$E_K = \frac{mv_0^2}{10} = 0{,}8 \text{ Дж}.$$

Ответ: $E_K = \frac{mv_0^2}{10} = 0{,}8$ *Дж.*

Задача 7. Горка массой M, расположенная на гладкой плоскости, имеет горизонтальный участок. На горку положили тело массой m и отпустили с высоты H (рис. 4). Каким будет расстояние от тела до горки, когда оно упадет? Высота, с которой падает тело, соскользнув с горки – h. Трение

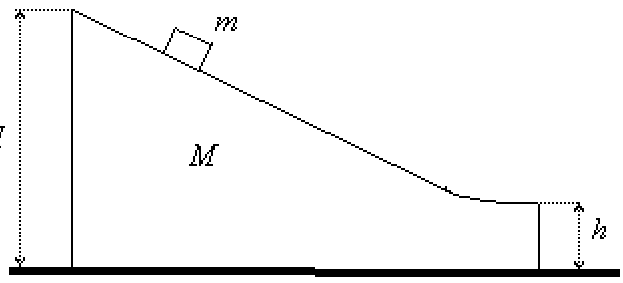


Рис. 4

отсутствует.

Решение:

Так как горка стоит на гладкой поверхности, то при движении тела массой m вниз горка будет двигаться влево. Непотенциальные силы отсутствуют, следовательно, будет сохраняться полная механическая энергия этой системы. Будем отсчитывать потенциальную энергию от основания горки. За начальное состояние примем тело на высоте H. В этот момент горка и тело неподвижны. В конечном состоянии в момент схода с горки тело находится на высоте h и движется со скоростью v, а горка движется влево со скоростью *U*. Потенциальная энергия горки остается неизменной. Исходя из вышесказанного, закон сохранения механической энергии будет иметь вид

$$mgH = mgh + \frac{mv^2}{2} + \frac{MU^2}{2}. \qquad (5)$$

Поскольку в конце движения тело движется по горизонтали, и результирующая сила, действующая на него равна нулю, то будет выполняться закон сохранения импульса. Для выбранных начального и конечного состояний он запишется следующим образом:

$$0 = m\vec{v} + M\vec{U}.$$

Проецируя это выражение на ось *x*, получим

$$mv = MU. \qquad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) можно найти скорости тела и горки в момент схода тела.

$$v = \sqrt{\frac{2Mg(H-h)}{M+m}}; \quad U = m\sqrt{\frac{2g(H-h)}{M(M+m)}}.$$

Чтобы найти расстояние от тела до горки в момент падения, перейдем в систему отсчета, связанную с горкой. В этой системе отсчета тело будет двигаться по параболе с начальной скоростью $U + v$, направленной горизонтально. Пройденное им расстояние по вертикали будет равно

$$S = (U + v)t,$$

где *t* – время движения тела до приземления. Его можно определить, если принять во внимание, что тело движется по вертикали с ускорением свободного падения, следовательно,

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Отсюда искомое расстояние *S* будет равно

$$S = 2\sqrt{\frac{h(H-h)(M+m)}{M}}.$$

Ответ: $S = 2\sqrt{\frac{h(H-h)(M+m)}{M}}$.

Задача 8. Колодец, площадь дна которого *S*, *а* глубина *H*, наполовину заполнен водой. Насос выкачивает воду и подает ее на поверхность земли через цилиндрическую трубу радиуса *R*. Какую работу *A* совершит насос, если выкачивает всю воду из колодца за время τ?

Решение:

Работа, затрачиваемая на подъем воды из колодца, равна изменению механической энергии воды. Потенциальная энергия воды в колодце определяется положением центра масс воды, который находится на расстоянии $\frac{3}{4}H$ от поверхности земли. Поэтому изменение потенциальной энергии воды при подъеме на поверхность земли будет равно

$$\Delta E_п = \frac{3}{4}mgH = \frac{3}{8}\rho gSH^2,$$

где – плотность воды.

Кроме того, насос сообщает воде кинетическую энергию. Скорость *v*, с которой вода вытекает из трубы, можно определить из соотношения

$$\frac{H}{2}S = \pi R^2 v\tau.$$

Отсюда $v = \frac{HS}{2\pi R^2\tau}$, а изменение кинетической энергии воды при подъеме ее на поверхность

$$\Delta E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho H^3 S^3}{16\pi^2 R^4 \tau^2}.$$

И, наконец, работа, затраченная на подъем воды, будет равна

$$A = \Delta E_п + \Delta E_к = \frac{3}{8}\rho gSH^2 + \frac{\rho H^3 S^3}{16\pi^2 R^4 \tau^2}$$ **Ответ:** $A = \Delta E_п + \Delta E_к = \frac{3}{8}\rho gSH^2 + \frac{\rho H^3 S^3}{16\pi^2 R^4 \tau^2}$.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. На тело действуют две силы $\vec{F}_1 = \{3, -1\}$ и $\vec{F}_2 = \{-5, 3\}$. Тело переместилось из точки с координатами *(1, 0)* в точку с координатами *(–2, 3)*. Определите работу, совершенную каждой силой. Все величины дать в системе СИ.

Ответ: $A_1 = -12$ Дж. $A_2 = 24$ Дж.

Задача 2. Стоящий на льду человек массой $M = 60$ *кг* ловит мяч массой $m = 0,5$ *кг*, который летит горизонтально со скоростью $v_1 = 20\,м/с$. На какое расстояние откатится человек с мячом по горизонтальной поверхности льда, если коэффициент трения μ равен 0,03?

Ответ: $S = \left(\frac{mv_1}{m+M}\right)^2 \frac{1}{2\mu g} \approx 4$ *см.*

Задача 3. Человек на Земле прыгает на высоту $h_з = 1\,м$. На какую высоту $h_л$, затратив ту же энергию, он прыгнет на Луне? Радиус Луны $R_л = 0.27R_з$, а ее плотность $\rho_л = 0.6\rho_з$.

Ответ: $h_л = \frac{\rho_з R_з}{\rho_л R_л} = 6.17\,м$.

Задача 4. Тело массой $m_1 = 1кг$, движущееся со скоростью v, налетает на покоящееся второе тело и после упругого столкновения отскакивает от него под углом $\frac{\pi}{2}$ к первоначальному направлению со скоростью $v_1 = \frac{2}{3}v$. Найдите массу m_2 второго тела.

Ответ: $m_2 = \frac{13}{5}m_1 = 2{,}6$ кг.

Задача 5. Шарик массой m соскальзывает по желобу, имеющему на конце горизонтальный участок с высотой $H =$ 1,4 м. В конце желоба он сталкивается с таким же шариком, установленным на подставке на высоте $h =$ 0,7 м (рис. 5). Считая удар абсолютно упругим, определите дальность полета второго шарика.

Ответ: $S = 2\sqrt{h(H-h)} = 1{,}4$ *м.*

Задача 6. На конце соломинки, лежащей на гладком столе, сидит маленький кузнечик массы m. С какой наименьшей скоростью относительно неподвижного наблюдателя должен прыгнуть кузнечик, чтобы попасть на другой конец соломинки? Масса соломинки M, ее длина l.

Ответ: $v = \sqrt{\frac{M}{M+m}gl}$.

Задача 7. На группу из трех гладких одинаковых кубиков, лежащих на гладкой горизонтальной поверхности, как показано на рисунке, налетает со скоростью v гладкая шайба (рис. 6). Масса каждого кубика равна массе шайбы. Диаметр шайбы и ее высота равны ребру кубика. Определите скорости всех тел после соударения.

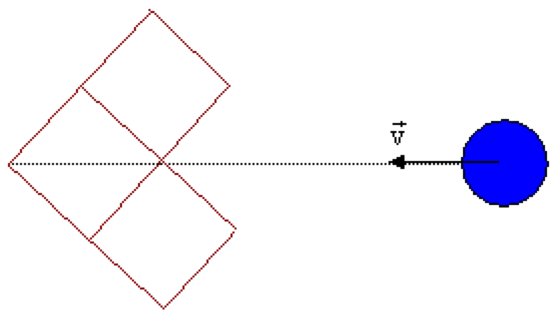


Рис. 6

Ответ: после удара шайба останавливается, средний кубик остается неподвижным, крайние кубики будут двигаться со скоростью $v_1 = v\sqrt{2}$ под углом 45° к направлению скорости движения шайбы.

Задача 8. Груз массой m_1 падает на плиту массой m_2, укрепленную на пружине жесткостью k. Определите наибольшее сжатие пружины x_{max}, если в момент удара груз обладал скоростью v. Удар неупругий.

Ответ: $x_{max} = \frac{g(m_1 + m_2)}{k}$

Задача 9. Веревка длины $l = 20м$ переброшена через блок. В начальный момент веревка висит симметрично относительно вертикальной прямой, проходящей через ось блока, и покоится, а затем в результате незначительного толчка начинает двигаться по блоку. Будет ли движение веревки равноускоренным? Какова будет скорость веревки, когда она сойдет с блока? Массой и размерами блока пренебречь.

$$v = \sqrt{\frac{gl}{2}} \approx 10\ м/с.$$

Ответ: движение веревки не будет равноускоренным.

Задача 10. В пробирке массы M, закрытой пробкой массы m, находится капля эфира. При нагревании пробирки пробка вылетает под давлением паров эфира. Пробирка подвешена на невесомом жестком стержне длины L (рис. 7). С какой минимальной скоростью должна вылететь пробка, чтобы пробирка сделала полный оборот вокруг точки подвеса?

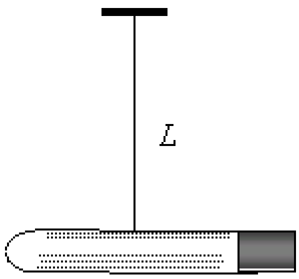


Рис. 7

Ответ: $v = \frac{2M\sqrt{gL}}{m}$.

Список литературы

1. О. Ф. Кабардин «Справочные материалы» Москва «Просвещение» -1991 г

2. И. П. Гурский Элементарная физика «Наука» -1976 г

3. Л. Д. Ландау Курс общей физики «Наука»

4. Гурский И.П. Элементарная физика с примерами решения задач: Учебное руководство /Под ред. Савельева И.В. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1984

5. Учеб. для 10 кл. шк. и кл. с углубл. изуч. физики/О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов, Э. Е. Эвенчик и др.; Под ред. А. А.Пинского. – 3-е изд.: М.: Просвещение, 1997.

6.Факультативный курс физики /О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов, А. В. Пономарева. - М.: Просвещение, 1977.

7.Ремизов А. Н. Курс физики: Учеб. для вузов / А. Н. Ремизов, А. Я. Потапенко. - М.: Дрофа, 2004.

8.Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1990.

Интернет-ресурсы

1.http://ru.wikipedia.org/wiki/

2.http://elementy.ru/trefil/21152

3.http://www.physics.ru/courses/op25part1/content/chapter1/section/paragraph23/theory.html и др.

Практическое занятие № 4.
Основные понятия и законы статики и гидростатики

Цель работы: Закрепить, обобщить и углубить знания по теме в ходе решения задач.

Основные теоретические положения

Тело (материальная точка) находится в состоянии равновесия, если векторная сумма сил, действующих на него, равна нулю. Различают 3 вида равновесия: устойчивое, неустойчивое и безразличное. Если при выведении тела из положения равновесия возникают силы, стремящиеся вернуть это тело обратно, это устойчивое равновесие. Если возникают силы, стремящиеся увести тело еще дальше из положения равновесия, это неустойчивое положение; если никаких сил не возникает — безразличное (смотрите рисунок).

Когда речь идет не о материальной точке, а о теле, которое может иметь ось вращения, то для достижения положения равновесия помимо равенства нулю суммы сил, действующих на тело, необходимо, чтобы алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, была равна нулю.

$M=Fd$

Здесь d — плечо силы. Плечом силы d называют расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Условие равновесии рычага: алгебраическая сумма моментов всех вращающих тело сил равна нулю.

Для жидкостей и газов справедлив **закон Паскаля**: давление распространяется по всем направлениям без изменений. Если жидкость или газ находятся в поле силы тяжести, то каждый выше расположенный слой давит на ниже расположенные и по мере погружения внутрь жидкости или газа давление растет. Для жидкостей

$p = \rho gh$,

где ρ — плотность жидкости, h — глубина проникновения в жидкость.

Однородная жидкость в сообщающихся сосудах устанавливается на одном уровне. Если в колена сообщающихся сосудов залить жидкость с разными плотностями, то жидкость с большей плотностью устанавливается на меньшей высоте. В этом случае

$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$.

Высоты столбов жидкости обратно пропорциональны плотностям:

$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1$.

Гидравлический пресс представляет собой сосуд, заполненный маслом или иной жидкостью, в котором прорезаны два отверстия, закрытые поршнями. Поршни имеют разную площадь. Если к одному поршню приложить некоторую силу, то сила, приложенная ко второму поршню, оказывается другой. Таким образом, гидравлический пресс служит для преобразования величины силы. Поскольку давление под поршнями должно быть одинаковым, то

$F_1/S_1 = F_2/S_2 \Rightarrow F_2 = F_1S_2/S_1$.

Чем больше отношение S_2/S_1, тем больший выигрыш в силе можно получить. Однако выигрыша в работе получить не удается. Поскольку жидкость несжимаема, то $h_1S_1 = h_2S_2$.

Работа силы F_1:

$A_1 = F_1h_1$;

работа силы F_2:

$A_2 = F_2h_2 = F_1S_2h_2/S_1 = F_1S_2/S_1 \cdot h_1S_1/S_2 = F_1h_1$.

Тогда $A_1 = A_2$.

На тело, погруженное в жидкость или газ, со стороны этой жидкости или газа действует направленная вверх выталкивающая сила, которую называют силой Архимеда. Эта сила равна весу вытесненной жидкости или газа в объеме погруженной части тела. Величину выталкивающей силы устанавливает закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненного телом.

$F_A = \rho_{жидкг} g V_{погр}$,

где $\rho_{жидкг}$ — плотность жидкости, в которую погружено тело; $V_{погр}$ — объем погруженной части тела.

Условие плавания тела — тело плавает в жидкости или газе, когда выталкивающая сила, действующая на тело, равна силе тяжести, действующей на тело.

Поведение тела, находящегося в жидкости или газе, зависит от соотношения между модулями силы тяжести $F_т$ и архимедовой силы F_A, которые действуют на это тело. Возможны следующие три случая:

- $F_т > F_A$ - тело тонет;
- $F_т = F_A$ - тело плавает в жидкости или газе;
- $F_т < F_A$ - тело всплывает до тех пор, пока не начнет плавать.

Основные вопросы для повторения:

1. Какие явления изучают в разделе статика?
2. Сформулируйте условия равновесия материальной точки, протяженного тела в отсутствие вращения.
3. Дайте определение момента силы относительно точки и относительно неподвижной оси.

4. Как направлен вектор момента силы относительно точки?

5. Дайте определение давления. В каких единицах измеряется его величина?

6. Сформулируйте закон Паскаля.

7. Что такое гидростатическое давление?

8. Поясните работу гидравлического пресса.

9. Опишите особенности поведения жидкости в сообщающихся сосудах.

10. Сформулируйте закон Архимеда и приведите математическое выражение для выталкивающей силы.

11. Запишите условия плавания тела в жидкости.

12. Чему равна подъемная сила, действующая на тело, помещенное в жидкость или газ?

13. Сформулируйте закон Бернулли.

Алгоритм решения задач по статике

1. Выбрать систему отсчета.
2. Найти все силы, приложенные к телу, находящемуся в равновесии.
3. Написать уравнение, выражающее первое условие равновесия, в векторной форме и перейти к скалярной его записи.
4. Выбрать ось, относительно которой целесообразно определять моменты сил.
5. Определить плечи сил и написать уравнение, выражающее второе условие равновесия.
6. Исходя из природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят, и решить полученную систему уравнений относительно искомых величин.

Примеры решения задач

Задача 1. Вы опускаете палец в стакан с водой, не касаясь дна стакана. Изменяется ли при этом сила давления воды на дно? Если изменяется, то как?

Решение: Сила давления жидкости на дно зависит от уровня жидкости в сосуде. Если первоначально стакан был заполнен не доверху, то после опускания пальца уровень воды поднимется, вследствие чего сила давления на дно увеличится. Если же стакан был заполнен доверху, то сила давления на дно не изменится (часть воды просто выльется из стакана).

Изменится ли давление воды на дно ведра, если в воду опустить мяч? Камень?

Указание: Давление увеличится, если ведро было неполным, и останется неизменным, если ведро было заполнено водой доверху.

Задача 2. Каково давление воды на дно в точках A, B, C (рис.4)? Атмосферное давление не учитывайте.

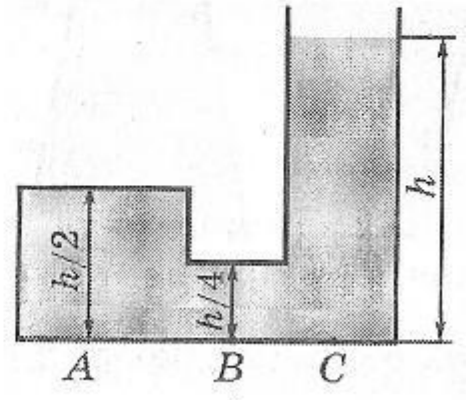


рис. 4

Решение: Когда жидкость покоится, давление во всех точках, лежащих на одном уровне, одинаково: разность давлений вызвала бы перетекание жидкости. Следовательно, $p_A = p_B = p_C$. В точке же C $p_C = \rho g h$, где ρ – плотность воды. При вычислении давления жидкости глубину следует отсчитывать от свободной поверхности этой жидкости. Иначе аквалангист, заплывший на стометровой глубине в низкую подводную пещеру, мог бы «спрятаться» от давления воды.

В сосуд, имеющий форму куба с ребром a, налита доверху жидкость плотностью ρ (рис.5).

Задача 3. Определить силы давления жидкости на дно и на стенки сосудов. Атмосферное давление не учитывайте.

Решение:

Давление жидкости на дно сосуда будет равно весу столба жидкости высотой a с площадью основания равной единице:

$p_1 = \rho g a$.

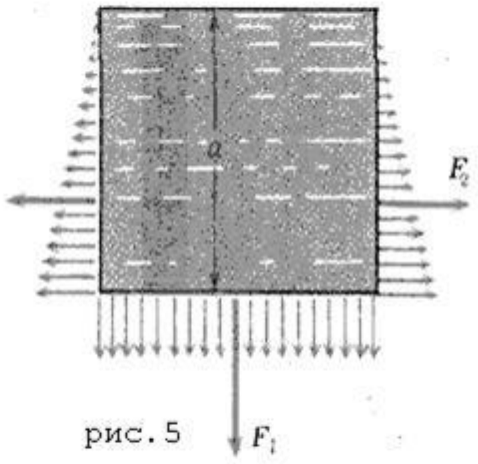


рис.5

ила давления на дно сосуда:

$F_1=p_1$
$S=\rho g a^3$
.

Давление на боковую грань куба будет зависеть от расстояния до поверхности жидкости. На глубине *h* давление

$p=\rho gh$
.

Так как давление изменяется с глубиной по линейному закону, то для определения силы давления мы должны среднее давление

$p_{ср}= \rho gh+0/2= \rho gh/2.$

умножить на площадь боковой грань:

$F_2= \rho g a^3/2.$
<u>Задача 4.</u> На горизонтальном листе резины лежит перевернутая кастрюля радиусом *R*
=10 см и высотой *H*=15 см. В дне кастрюли просверлено круглое отверстие радиуса *r*=1 см, в которое плотно вставлена легкая вертикальная трубка (рис. 6). В кастрюлю через трубку наливают воду. Когда вода заполняет всю кастрюлю и поднимается по трубке на *h*=4 см, она начинает вытекать из-под краев кастрюли. Какова масса *m* кастрюли?

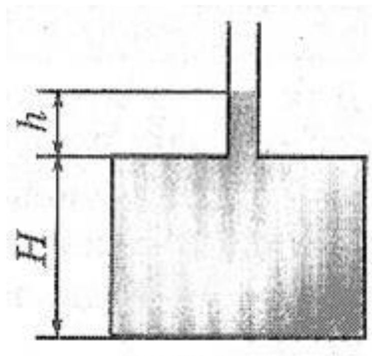


рис. 6

Решение: Вода начинает вытекать, когда кастрюля чуть приподнимается. Приподнимает кастрюлю направленная вверх сила давления воды на дно. Эта сила

$F=pS$

должна уравновесить действующую на кастрюлю силу тяжести mg.
Здесь $p=\rho gh$
– давление воды на дно,

$S=$ рR^2-r^2– площадь дна кастрюли (с учетом отверстия).

Из условия равновесия $F= mg$ находим $m =$рρ$h(R^2$-$r^2)$.

Заметим, что ответ не зависит от высоты кастрюли H.

__**Задача 5.**__ Оцените массу атмосферы Земли (радиус Земли R
= 6400 км).
Решение: Вес атмосферы равен силе давления воздуха на всю поверхность Земли, площадь которой

$S= 4$рR^2.

Следовательно, $mg=p_a\times 4$рR^2, где p_a= 50 Па – атмосферное давление. Отсюда

m=$p_a\times$4pR^2/g=5$\times 10^{18}$ кг.

Эта величина составляет менее одной миллионной части полной массы нашей планеты. Такая простая оценка массы атмосферы возможна потому, что основная часть атмосферы сосредоточена на высотах, малых по сравнению с радиусом Земли. Поэтому можно считать, что вес атмосферы равен mg, где g – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли.

Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 6.</u> На горизонтальной поверхности лежит груз массой **10 кг**. К нему приложена горизонтальная сила **12 Н**. Какую минимальную горизонтальную силу надо дополнительно приложить в перпендикулярном к этой силе направлении, чтобы сдвинуть груз с места? Коэффициент трения **0,2**.

<u>Задача 7.</u> Рельс длиной **10 м** и весом **9000 Н** поднимают равномерно в горизонтальном положении на двух вертикальных тросах, первый из которых укреплен на конце рельса, а второй − на расстоянии **1 м** от другого юнца. Определите натяжение второго троса.

<u>Задача 8.</u> Однородная тонкая пластинка имеет форму треугольника со сторонами **13 см**, **14 см**, **15 см**. На каком расстоянии (в см) от второй стороны находится центр тяжести пластинки

<u>Задача 9.</u> Под каким наибольшим углом (в градусах) к вертикали может стоять лестница, прислоненная к гладкой вертикальной стене, если коэффициент трения лестницы о пол **0,5**? Центр тяжести лестницы находится в ее середине

<u>Задача 10.</u> На сколько килопаскалей отличается давление на дно сосуда с жидкостью от атмосферного, если высота столба жидкости **2 м**, а ее плотность **800 кг/м^3**?

<u>Задача 11.</u> Дубовый шар лежит в сосуде с водой так, что половина его находится в воде и он касается дна. С какой силой шар давит на дно сосуда, если его вес в воздухе **8 Н**? Плотность дуба **800 кг/м^3**

<u>Задача 12.</u> Цилиндрическую цистерну, стоящую на платформе, заполнили жидкостью почти доверху и закрыли. Платформа стала разгоняться с ускорением **2 м/с^2**. Во сколько раз сила давления на заднюю стенку цистерны больше, чем на переднюю? Диаметр цистерны **2 м**, ее длина **10 м**. Атмосферное давление не учитывать.

<u>Задача 13.</u> Чему равен КПД двигателя (**в %**), приводящий в действие гидравлический пресс, у которого отношение площадей поршней равно **S_2/S_1 = 100**. При подъеме тела массой **50 т** малый поршень за время **1,5 мин** сделал **200 ходов**. Ход малого поршня **20 см**, мощность двигателя **4 кВт**.

<u>Задача 14.</u> На поверхность вала станка по касательной действует сила, момент которой равен **6,25 Н×м**. Чему равна эта сила, если диаметр вала **25 см**?

<u>Задача 15.</u> Кусок пробки имеет в воздухе вес **1 Н**, кусок некоторого металла **10 Н**. Если эти куски связать ниткой и погрузить полностью в керосин, то их общий вес будет **5 Н**. Найдите плотность пробки. Плотность керосина **800 кг/м^3**, металла − **4000 к**

Список литературы

1. **Грабовский, Р.И.** Курс физики. / Р.И. Грабовский.–6-е изд – СПБ. : Издательство ’’Лань’’, 2002.- 608 с

2. **Пронин, В.П.** Краткий курс физики / В.П. Пронин. – Саратов. ФГОУ ВПО ’’Саратовский ГАУ’’, 2007 г. – 200 с

3. Теоретическая механика: учебное пособие для студентов ВУЗов/ В.Е. Павлов, Ф.Д. Дороник – М.: Издательский центр ’’Академия’’, 2009г. – 320с. 500 экз.

4. Механика: учебное пособие для студентов ВУЗов/ В.В.Едунов, А.В.Едунов – М. Издательский центр ’’Академия’’, 2010г. – 352с. 1000 экз.

Практическое занятие № 5

Основы молекулярно-кинетической теории газа

Цель занятия - усвоить основные законы молекулярно-кинетической теории газов, научиться применять их при решении задач.

Основные теоретические положения

1.1 Количество вещества

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$$

m — масса;

μ — молярная масса вещества;

N — число молекул;

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро

1.2 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} mn \left\langle v^2 \right\rangle$$

p — давление идеального газа;

m — масса одной молекулы;

$n = N/V$ — концентрация молекул;

V — объем газа;

N — число молекул;

$\left\langle v^2 \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i^2$ — среднее значение квадрата скорости молекул.

1.3 Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана;

$R = kN_A = 8{,}31$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная;

$T = t + 273$ — абсолютная температура;

t — температура по шкале Цельсия.

1.4 Средняя кинетическая энергия молекулы одноатомного газа

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT$$

1.5 Давление идеального газа

$p = nkT$

n — концентрация молекул;

k — постоянная Больцмана;

T — абсолютная температура.

1.6 Закон Бойля-Мариотта

$pV = \text{const} \quad (t^\circ = \text{const})$

p — давление;

V — объем газа.

1.7 Закон Шарля

$p = p_0(1 + \alpha t^\circ) \quad (V = \text{const})$

p_0 — давление газа при 0 °C;

$\alpha = 1/273$ °C^{-1} — температурный коэффициент давления.

1.8 Закон Гей-Люссака

$V = V_0(1 + \alpha t^\circ) \quad (p = \text{const})$

V_0 — объем газа при 0 °C.

1.9 Уравнение Менделеева-Клапейрона

$pV = \nu RT$

1.10 Объединенный закон газового состояния (уравнение Клапейрона)

$\frac{pV}{T} = \text{const}$

1.11 Закон Дальтона

$p = \sum_{i=1}^{n} p_i$

p_i — парциальное давление i-й компоненты смеси газов.

2. Основы термодинамики

2.1 Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$U = \frac{3}{2}\nu RT$

ν — количество вещества;

$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная;

T — абсолютная температура.

2.2 Элементарная работа, совершаемая газом,

при изменении объема на бесконечно малую величину dV

$$\delta A = pdV$$

p — давление газа.

При изменении объема от V_1 до V_2

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

2.3 Первый закон термодинамики

$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U$$

ΔQ — количество подведенной теплоты;

ΔA — работа, совершаемая веществом;

ΔU — изменение внутренней энергии вещества.

2.4 Теплоемкость идеального газа

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

ΔQ — количество переданной системе теплоты на участке процесса;

ΔT — изменение температуры на этом участке процесса.

Контрольные вопросы

1) Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов.
2) Чему равна средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа? Как эта величина зависит от числа степеней свободы?
3) Как определить среднюю полную кинетическую энергию молекул идеального газа?
4) Функция распределения молекул газа по модулям их скоростей. Физический смысл функции распределения.
5) Как определить среднюю, среднеквадратичную и наиболее вероятную скорости молекул идеального газа?
6) Как найти среднее значение физической величины, если известна функция распределения?
7) Барометрическая формула, ее физическое содержание.
8) Функция распределения Больцмана для частиц во внешнем потенциальном поле.

Алгоритм решения задач по молекулярно-кинетической теории газов

А.Исследование задачи:

Переписать условие.

Записать краткое условие, выразив все величины в единицах СИ.

В. Физическая часть решения:

Если газ не меняет своего состояния или меняется его масса, то, для определения его параметров, следует использовать уравнение Менделеева – Клапейрона.

Если даны два состояния и **масса газа не меняется**, то можно использовать уравнение Клапейрона или уравнение изопроцесса.

Если даны два состояния и **масса газа меняется**, то надо записать уравнение Менделеева – Клапейрона для каждого состояния.

Ненасыщенный пар подчиняется всем законам идеального газа, насыщенный уравнению Менделеева – Клапейрона.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить молярную массу M углекислого газа CO_2.

Задача 2. Найти молярную массу M смеси кислорода массой m_1=25 г и азота массой m_2=75 г.

Р е ш е н и е. Молярная масса смеси $M_{см}$ есть отношение массы смеси $m_{см}$ к количеству вещества смеси $\nu_{см}$, т. е.

$$M_{см}=m_{см}/\nu_{см}. \quad (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси $m_{см}=m_1+m_2$. Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов.

Подставив в формулу (1) выражения $m_{см}$ и $\nu_{см}$, получим

$$M_{см}=\frac{m_1+m_2}{m_1/M_1+m_2/M_2}. \quad (2)$$

Применив способ, использованный в примере 1, найдем молярные массы M_1 кислорода и M_2 азота:

$M_1=32\cdot10^{-3}$ кг/моль, $M_2=28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Подставим значения величин во (2) и произведем вычисления:

$$M_{см}=\frac{25\cdot10^{-3}+75\cdot10^{-3}}{25\cdot10^{-3}/(32\cdot10^{-3})+75\cdot10^{-3}/(28\cdot10^{-3})}\ \text{кг/моль}=$$

$$=28{,}9\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль}.$$

Задача 3. Определить: 1) число N молекул воды, занимающей при температуре $t=4$ °С объем $V=1$ мм^3; 2) массу m_1 молекулы воды; 3) диаметр d молекулы воды, считая, что молекулы имеют форму шариков, соприкасающихся друг с другом.

Решение. 1. Число N молекул, содержащихся в теле некоторой массы m, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν: $N=N_A\nu$. Так как $\nu=m/M$, где M — молярная масса, то $N=(m/M)N_A$. Выразив в этой формуле массу как произведение плотности ρ на объем V, получим

$$N=(\rho V/M)N_A. \qquad (1)$$

Все величины, кроме молярной массы воды, входящие в (1), известны: $\rho=1\cdot10^3$ кг/м (см. табл. 9), $V=1$ мм$^3=1\cdot10^{-9}$ м^3, $N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ (см. табл. 24).

Зная химическую формулу воды (H_2O), найдем молярную массу воды (см. пример 1):

$$M=M_rk=(2\cdot1+1\cdot16)\cdot10^{-3}\text{ кг/моль}=18\cdot10^{-3}\text{ кг/моль}.$$

Подставим значения величин в (1) и произведем вычисления:

$$N=[1\cdot10^3\cdot1\cdot10^{-9}/(18\cdot10^{-3})]\cdot6{,}02\cdot10^{23}\text{ молекул}=$$
$$=3{,}34\cdot10^{19}\text{ молекул}.$$

2. Массу одной молекулы воды найдем делением ее молярной массы на постоянную Авогадро: $m_1=M/N_A$. Произведя вычисления по этой формуле, получим

$$m_1=\frac{18\cdot10^{-3}}{6{,}02\cdot10^{23}}\text{ кг}=2{,}99\cdot10^{-26}\text{ кг}.$$

3. Будем считать, что молекулы плотно прилегают друг к другу, тогда на каждую молекулу диаметром d приходится объем (кубическая ячейка) $V_1=d^3$. Отсюда

$$d=\sqrt[3]{V_1}. \qquad (1)$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_m вещества на число молекул в моле, т. е. на постоянную Авогадро N_A: $V_1=V_m/N_A$. Молярный объем равен отношению молярной массы к плотности вещества, т. е. $V_m=M/\rho$. Поэтому можем записать, что $V_1=M/(\rho N_A)$. Подставив полученное выражение V_1 в формулу (1), получим

$$d=\sqrt[3]{M/(\rho N_A)}. \qquad (2)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (2) единицу длины:

$$[d]=\left\{\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right\}^{1/3}=\left\{\frac{\text{кг/моль}}{(\text{кг/м}^3)\cdot(1/\text{моль})}\right\}^{1/3}=\text{м}.$$

Теперь подставим значения величин в формулу (2) и произведем вычисления:

$$d=3{,}11\cdot10^{-10}\text{ м}=311\text{ пм}.$$

Задача 4. В баллоне объемом V=10 л находится гелий под давлением p_1=1 МПа при температуре T_1=300 К. После того как из баллона был израсходован гелий массой m= температура в баллоне понизилась до T_2=290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона — Менделеева, применив его дважды к начальному и конечному состояниям газа. Для начального состояния уравнение имеет вид

$$p_1V=(m_1/M)RT_1, \qquad (1)$$

а для конечного состояния —

$$p_2V=(m_2/M)RT_2, \qquad (2)$$

где m_1 и m_2 — массы гелия в начальном и конечном состояниях.

Выразим массы m_1 и m_2 гелия из уравнений (1) и (2):

$$m_1=Mp_1V/(RT_1); \qquad (3)$$

$$m_2=Mp_2V/(RT_2). \qquad (4)$$

Вычитая из (3) равенство (4), получим

$$m=m_1-m_2=\frac{Mp_1V}{RT_1}-\frac{Mp_2V}{RT_2}.$$

Отсюда найдем искомое давление:

$$p_2=\frac{RT_2}{MV}\left(\frac{Mp_1V}{RT_1}-m\right)=\frac{T_2}{T_1}p_1-\frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли правая часть формулы (5) единицу давления. Для этого выразим все величины, входящие в нее, в соответствующих единицах. Единица, в которой выражается первое слагаемое, не вызывает сомнений, так как отношение T_2/T_1 — величина безразмерная. Проверим, в каких единицах выражается второе слагаемое:

$$\frac{[m]}{[M]}\frac{[R][T_2]}{[V]}=\frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}}\frac{[\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})]\cdot\text{К}}{\text{м}^3}=\frac{\text{кг}\cdot\text{Дж}\cdot\text{К}\cdot\text{моль}}{\text{кг}\cdot\text{м}^3\cdot\text{К}\cdot\text{моль}}=$$
$$=\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{м}}=\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}=\text{Па}.$$

Убедившись в том, что правая часть полученной расчетной формулы дает единицу искомой величины — давления, можем подставить в (5) значения всех величин и произвести вычисления.

В формуле (5) все величины, кроме молярной массы M гелия, известны. Найдем ее (см. пример 1). Для гелия как одноатомного газа относительная молекулярная масса равна его относительной атомной массе A_r.

Из таблицы Д. И. Менделеева найдем $A_r=4$. Следовательно, молярная масса гелия

$$M=A_r\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль}=4\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль}.$$

Подставив значения величин в (5), получим

$$p_2=\frac{290}{300}\cdot10^6-\frac{10\cdot10^{-3}}{4\cdot10^{-3}}\cdot\frac{8{,}31\cdot290}{10\cdot10^{-3}}\ \text{Па}=3{,}64\cdot10^5\ \text{Па}=364\ \text{Па}.$$

Задача 5. В колбе вместимостью V=0,5 л находится кислород при нормальных услов
Определить среднюю энергию <W$_п$> поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

Решение. Средняя энергия $\langle W_п \rangle$ поступательного движения всех молекул может быть выражена соотношением

$$\langle W_п \rangle = \langle \varepsilon_п \rangle N, \tag{1}$$

где $\langle \varepsilon_п \rangle$ — средняя энергия поступательного движения одной молекулы; N — число всех молекул, содержащихся в колбе.

Как известно,

$$\langle \varepsilon_п \rangle = {}^3/_2 kT, \tag{2}$$

где k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура.

Число молекул, содержащихся в колбе, найдем по формуле

$$N = \nu N_А, \tag{3}$$

где ν — количество вещества кислорода; $N_А$ — постоянная Авогадро.

Количество вещества ν найдем из таких соображений: известно, что при нормальных условиях молярный объем V_m равен $22{,}4 \times \times 10^{-3}$ м³/моль. Так как, по условию задачи, кислород в колбе находится при нормальных условиях, то количество вещества кислорода в колбе выражается соотношением

$$\nu = V/V_m. \tag{4}$$

Подставив выражение ν по (4) в (3), получим

$$N = VN_А/V_m. \tag{5}$$

С учетом (2) и (5) выражение (1) энергии поступательного движения молекул примет вид

$$W_п = \frac{3kTVN_А}{2V_m}. \tag{6}$$

Проверим, дает ли правая часть расчетной формулы единицу энергии (джоуль). Для этого вместо символов величин подставим единицы, в которых эти величины выражаются:

$$[W_п] = \frac{(\text{Дж/К})\cdot\text{К}\cdot\text{м}^3\cdot\text{моль}^{-1}}{\text{м}^3/\text{моль}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{К}\cdot\text{м}^3\cdot\text{моль}}{\text{м}^3\cdot\text{К}\cdot\text{моль}} = \text{Дж}.$$

Подставив значения величин в (6) и произведя вычисления, найдем

$$W_п = \frac{3\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 273\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{2\cdot 22{,}4\cdot 10^{-3}}\ \text{Дж} = 75{,}9\ \text{Дж}.$$

<u>Задача</u> 6. Найти среднюю кинетическую энергию одной молекулы аммиака NH_3 при температуре t=27 °С и среднюю энергию вращательного движения этой молекулы при той же температуре.

Решение. Средняя полная энергия молекулы определяется по формуле

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \qquad (1)$$

где i — число степеней свободы молекулы; k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура газа: $T = t + T_0$, где $T_0 = 273$ К.

Число степеней свободы i четырехатомной молекулы, какой является молекула аммиака, равно 6.

Подставим значения величин в (1):

$\langle \varepsilon \rangle = {}^6/_2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} (27 + 273)$ Дж $= 1{,}242 \cdot 10^{-20}$ Дж.

Средняя энергия вращательного движения молекулы определяется по формуле

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i-3}{2} kT, \qquad (2)$$

где число 3 означает число степеней свободы поступательного движения.

Подставим в (2) значения величин и вычислим:

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{6-3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} (27 + 273) \text{ Дж} = 6{,}21 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Заметим, что энергию вращательного движения молекул аммиака можно было получить иначе, разделив полную энергию $\langle \varepsilon \rangle$ на две равные части. Дело в том, что у трех (и более) атомных молекул число степеней свободы, приходящихся на поступательное и вращательное движение, одинаково (по 3), поэтому энергии поступательного и вращательного движений одинаковы. В данном случае

$$\langle \varepsilon_п \rangle = \langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{\langle \varepsilon \rangle}{2} = \frac{1{,}242 \cdot 10^{-20}}{2} \text{ Дж} = 6{,}21 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Задача 7. Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянных объе
(c_V) и давлении (c_p), принимая эти газы за идеальные.

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \qquad (1)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}. \qquad (2)$$

Для неона (одноатомный газ) $i_1=3$, $M_1=20\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Подставив в формулы (1) и (2) значения i_1, M_1 и R и произведя вычисления, найдем:

$c_{V_1}=624$ Дж/(кг$\cdot K$); $c_{p_1}=1{,}04$ кДж/(кг$\cdot K$).

Для водорода (двухатомный газ) $i_2=5$, $M_2=2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Вычисление по формулам (1) и (2) дает следующие значения удельных теплоемкостей водорода:

$c_{V_2}=10{,}4$ кДж/(кг$\cdot K$); $c_{p_2}=14{,}6$ кДж/(кг$\cdot$К).

Задача 8. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_p смеси неона и водорода. Массов доли газов соответственно равны $w_1=0{,}8$ и $w_2=0{,}2$. Значения удельных теплоемкостей газов взять из примера 1.

Решение. Удельную теплоемкость смеси при постоянном объеме c_V найдем из следующих рассуждений. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя соотношениями:

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T, \tag{1}$$

где c_V — удельная теплоемкость смеси; m_1 — масса неона; m_2 — масса водорода, и

$$Q = (c_{V_1} m_1 + c_{V_2} m_2) \Delta T, \tag{2}$$

где c_{V1} и c_{V2} — удельные теплоемкости неона и водорода соответственно.

Приравняв правые части выражений (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, найдем

$$c_V (m_1 + m_2) = c_{V_1} m_1 + c_{V_2} m_2,$$

откуда

$$c_V = c_{V_1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{V_2} \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Отношения $w_1 = m_1/(m_1 + m_2)$ и $w_2 = m_2/(m_1 + m_2)$ выражают массовые доли соответственно неона и водорода. С учетом этих обозначений последняя формула примет вид

$$c_V = c_{V_1} w_1 + c_{V_2} w_2.$$

Подставив в эту формулу числовые значения величин, найдем

$c_V = 2{,}58$ кДж/(кг·К).

Рассуждая таким же образом, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении:

$$c_p = c_{p_1} w_1 + c_{p_2} w_2.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$c_p = 3{,}73$ кДж/(кг·К).

Задача 9. Кислород занимает объем V_1=1 м^3 и находится под давлением p_1=200 кПа. нагрели сначала при постоянном давлении до объема V_2=3 м^3, а затем при постоянно объеме до давления p_2=500 кПа. Построить график процесса и найти:

1) изменение ΔU внутренней энергии газа;

2) совершенную им работу A;

3) количество теплоты Q, переданное газу.

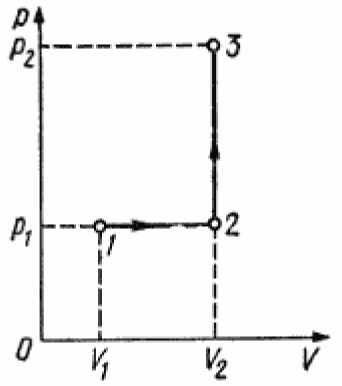


Рис. 11.1

Решение. Построим график процесса (рис. 11.1). На графике точками *1*, *2*, *3* обозначены состояния газа, характеризуемые параметрами (p_1, V_1, T_1), (p_1, V_2, T_2), (p_2, V_2, T_3).

1. Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния *1* в состояние *3* выражается формулой

$\Delta U = c_V m \Delta T$,

где c_V — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; m — масса газа; ΔT — разность температур, соответствующих конечному *3* и начальному *1* состояниям, т. е. $\Delta T = T_3 - T_1$. Так как $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}$; где M — молярная масса газа, то

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R (T_3 - T_1). \quad (1)$$

Температуры T_1 и T_3 выразим из уравнения Менделеева — Клапейрона $\left(pV = \frac{m}{M} RT\right)$:

$$T_1 = \frac{Mp_1V_1}{mR}; \quad T_3 = \frac{Mp_2V_2}{mR}.$$

С учетом этого равенство (1) перепишем в виде

$\Delta U = (i/2)(p_2V_2 - p_1V_1)$.

Подставим сюда значения величин (учтем, что для кислорода, как двухатомного газа, $i=5$) и произведем вычисления:

$\Delta U = 3{,}25$ МДж.

2. Полная работа, совершаемая газом, равна $A = A_1 + A_2$, где A_1 — работа на участке *1—2*; A_2 — работа на участке *2—3*.

На участке *1—2* давление постоянно ($p = \mathrm{const}$). Работа в этом случае выражается формулой $A_1 = p_1 \Delta V = p_1(V_2 - V_1)$. На участке *2—3* объем газа не изменяется и, следовательно, работа газа на этом участке равна нулю ($A_2 = 0$). Таким образом,

$A = A_1 = p_1(V_2 - V_1)$.

Подставив в эту формулу значения физических величин, произведем вычисления:

$A = 0{,}4$ МДж

3. Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты Q, переданное газу, равно сумме работы A, совершенной газом, и изменению ΔU внутренней энергии:

$Q = A + \Delta U$, или $Q = 3{,}65$ МДж.

<u>Задача</u> 10. В цилиндре под поршнем находится водород массой m=0,02 кг при температуре T_1=300 К. Водород начал расширяться адиабатно, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в пять раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатного расширения и работу A, совершенную газ Изобразить процесс графически.

Р е ш е н и е. Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},$$

где γ — показатель адиабаты (для водорода как двухатомного газа $\gamma=1{,}4$).

Отсюда получаем выражение для конечной температуры T_2:

$$T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Подставляя числовые значения заданных величин, находим

$$T_2=300\left(\frac{1}{5}\right)^{1,4-1}\text{ К}=300\left(\frac{1}{5}\right)^{0,4}\text{ К}.$$

Прологарифмируем обе части полученного выражения:

$$\lg T_2=\lg 300+0{,}4\,(\lg 1-\lg 5)=2{,}477+0{,}4\,(-0{,}699)=$$
$$=2{,}477-0{,}280=2{,}197.$$

Зная $\lg T_2$, по таблицам антилогарифмов находим искомое значение T_2:

$$T_2=157\text{ К}.$$

Работа A_1 газа при адиабатном расширении определяется по формуле

$$A_1=\frac{m}{M}c_V\,(T_1-T_2)=\frac{m}{M}\frac{i}{2}R\,(T_1-T_2).$$

Подставив сюда числовые значения величин, после вычисления получим

$$A_1=\frac{0{,}02}{2\cdot 10^{-3}}\,\frac{5}{2}\cdot 8{,}31\,(300-157)\text{ Дж}=29{,}8\cdot 10^3\text{ Дж}=29{,}8\text{ кДж}.$$

Работа A_2 газа при изотермическом сжатии выражается формулой

$$A_2=RT_2\,(m/M)\ln\,(V_2/V_1).$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$A_2=-21\text{ кДж}.$$

Знак минус показывает, что при сжатии газа работа совершена внешними силами.

Общая работа, совершенная газом при рассмотренных процессах,

$$A=A_1+A_2=29{,}8\text{ кДж}+(-21\text{ кДж})=8{,}8\text{ кДж}.$$

График процесса приведен на рис. 11.3.

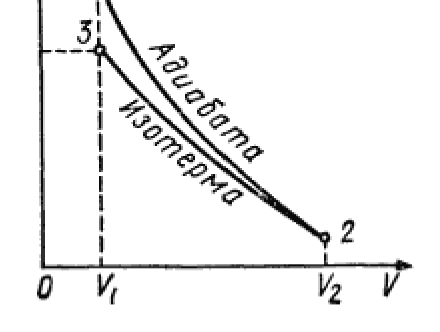


Рис. 11.3

Задача 11. В баллоне вместимостью V=8 л находится кислород массой m=0,3 кг при температуре T=300 К. Найти, какую часть вместимости сосуда составляет собственн объем молекул газа. Определить отношение внутреннего давления p' к давлению p га стенки сосуда.

Решение. Для получения ответа на первый вопрос задачи необходимо найти отношение

$$k=V'/V, \qquad (1)$$

где V' — собственный объем молекул.

Собственный объем молекул найдем, воспользовавшись постоянной b Ван-дер-Ваальса, равной учетверенному объему молекул, содержащихся в одном моле реального газа. В уравнении Ван-дер-Ваальса

$$(p+\nu^2 a/V^2)(V-\nu b)=\nu RT \qquad (2)$$

поправка νb означает учетверенный объем молекул всего газа, т. е. $\nu b=4V'$. Отсюда

$$V'=\nu b/4, \text{ или } V'=mb/(4M),$$

где $\nu=m/M$ — количество вещества; M — молярная масса.

Подставив полученное значение V' в выражение (1), найдем $k=mb/(4MV)$.

После вычисления по этой формуле получим

$k=0{,}91\ \%$.

Следовательно, собственный объем молекул составляет 0,91% от объема сосуда.

Для ответа на второй вопрос задачи надо найти отношение

$$k_1=p'/p. \qquad (3)$$

Как следует из уравнения (2),

$$p'=\nu^2 a/V^2, \text{ или } p'=(m/M)^2 a/V^2, \qquad (4)$$

где a — постоянная Ван-дер-Ваальса для одного моля газа.

После вычисления по формуле (4) найдем

$p'=179$ кПа.

Давление p, производимое газом на стенки сосуда, найдем из уравнения (2):

$$p=\frac{\nu RT}{V-\nu b}-\nu^2\frac{a}{V^2}.$$

После вычисления по этой формуле получим

$$p=\left[\frac{\frac{0{,}3}{32\cdot 10^{-3}}\cdot 8{,}31\cdot 300}{8\cdot 10^{-3}-\frac{0{,}3}{32\cdot 10^{3}}\cdot 3{,}17\cdot 10^{-5}}-\left(\frac{0{,}3}{32\cdot 10^{-3}}\right)^2\frac{136\cdot 10^{-3}}{(8\cdot 10^{-3})^2}\right] \text{Па}=$$

$$=2{,}84\cdot 10^6 \text{ Па}=2{,}84 \text{ МПа}.$$

Подставив в выражение (3) значения p' и p и произведя вычисления, найдем

$k_1=6{,}3\ \%$.

Следовательно, давление газа, обусловленное силами притяжения молекул, составляет 6,3 % давления газа на стенки сосуда.

<u>Задача</u> 12. Углекислый газ, содержащий количество вещества ν=1 моль, находится в критическом состоянии. При изобарном нагревании газа его объем V увеличился в k= раза. Определить изменение ΔT температуры газа, если его критическая температура 304 К.

Решение. Для решения задачи удобно воспользоваться уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенной форме, т. е. в такой форме, когда давление p, молярный объем V_m и температура T реального газа с соответствующими критическими параметрами представлены в виде следующих отношений:

$$\pi = p/p_{кр}; \quad \omega = V_m/V_{m\,кр}; \quad \tau = T/T_{кр}.$$

Из этих равенств получим:

$$p = \pi p_{кр}; \quad V_m = \omega V_{m\,кр}; \quad T = \tau T_{кр}.$$

Подставив сюда выражения $p_{кр}$, $V_{m\,кр}$ и $T_{кр}$ через постоянные Ван-дер-Ваальса a и b, найдем:

$$p = \frac{a}{27b^2}\pi; \quad V_m = 3b\omega; \quad T = \frac{8a}{27bR}\tau.$$

Полученные выражения p, V_m и T подставим в обычное уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$\left[\frac{a}{27b^2}\pi + \frac{a}{(3b\omega)^2}\right][3b\omega - b] = R\frac{8a}{27bR}\tau.$$

После сокращения на $a/(27b)$ и в правой части на R получим

$$(\pi + 3/\omega^2)(3\omega - 1) = 8\tau. \qquad (1)$$

Это и есть уравнение Ван-дер-Ваальса в приведенной форме. Оно не содержит никаких параметров, характеризующих индивидуальные свойства газа, и поэтому является универсальным.

Теперь ответим на вопрос задачи. Так как давление остается постоянным ($p = p_{кр}$), то $\pi = 1$; молярный объем газа согласно условию увеличился в два раза, т. е. $V_m = 2V_{m\,кр}$; следовательно, $\omega = 2$. Из уравнения (1) выразим приведенную температуру τ:

$$\tau = 1/8\,(\pi + 3/\omega^2)(3\omega - 1).$$

Подставив сюда значения π и ω и произведя вычисления, найдем

$$\tau = 35/32.$$

Температура T, как отмечалось, связана с приведенной температурой τ и критической $T_{кр}$ соотношением $T = \tau T_{кр}$. Произведя вычисления по этой формуле, получим

$$T = 332 \text{ К}.$$

<u>Задача</u> 13. В цилиндре под поршнем находится хлор массой m=20 г. Определить изменение ΔU внутренней энергии хлора при изотермическом расширении его от V_1= см^3 до V_2=500 см^3.

Решение. Внутренняя энергия U реального (ван-дер-ваальсового) газа определяется выражением

$$U=\nu\,(C_V T-a/V_m). \qquad (1)$$

Выразив в равенстве (1) молярный объем V_m через объем V и количество вещества $\nu\,(V_m=V/\nu)$ и учтя, что $\nu=m/M$, получим

$$U=\frac{m}{M}\left(C_V T-\frac{ma}{MV}\right). \qquad (2)$$

Изменение ΔU внутренней энергии в результате изотермического расширения найдем как разность двух значений внутренней энергии при объемах V_2 и V_1:

$$\Delta U=U_2-U_1=\frac{m^2 a\,(V_2-V_1)}{M^2 V_1 V_2}. \qquad (3)$$

Подставив значения величин в формулу (3) и произведя вычисления, получим

$$\Delta U=U_2-U_1=\frac{(20\cdot10^{-3})^2\cdot0{,}650\,(5-2)\cdot10^{-4}}{(71\cdot10^{-3})\cdot2\cdot10^{-4}\cdot5\cdot10^{-4}}\ \text{Дж}=154\ \text{Дж}.$$

Отметим, что для идеального газа такое изменение внутренней энергии соответствовало бы нагреванию на 26,3 К.

<u>Задача</u> 14. Найти добавочное давление р внутри мыльного пузыря диаметром d=10 с
Определить также работу А, которую нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь.

Решение. Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности — внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайно мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление $p=2\cdot2\sigma/r$, где r — радиус пузыря. Так как $r=d/2$, то

$$p=8\sigma/d.$$

Подставив в эту формулу значения $\sigma=40\cdot10^{-3}$ Н/м (см. табл. 15) и $d=0{,}1$ м и произведя вычисления, найдем

$$p=3{,}2\ \text{Па}.$$

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая пленку, увеличить ее поверхность на ΔS, выражается формулой

$$A=\sigma\Delta S,\ \text{или}\ A=\sigma\,(S-S_0).$$

В данном случае S — общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря; S_0 — общая площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивающей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая S_0, получим

$$A\approx\sigma S=2\pi d^2\sigma.$$

Сделав подстановку значений величин, получим

$$A=2{,}5\ \text{мДж}.$$

<u>Задача</u> 15. Определить изменение свободной энергии ΔЕ поверхности мыльного пуз
при изотермическом увеличении его объема от V_1=10 см^3 до $V_2=2V_1$.

Решение. Свободная энергия E поверхности жидкости пропорциональна площади S этой поверхности: $E=\sigma S$, где σ — поверхностное натяжение.

У мыльного пузыря имеются две поверхности — внешняя и внутренняя, площади которых практически равны из-за малой толщины мыльной пленки. Поэтому свободная энергия поверхности (внешней и внутренней вместе) мыльного пузыря

$$E=2\sigma S. \tag{1}$$

Так как, по условию задачи, процесс изотермический, то поверхностное натяжение, являющееся для данной жидкости функцией только температуры, остается постоянным. Следовательно, по формуле (1) изменение свободной энергии

$$\Delta E=2\sigma\Delta S, \tag{2}$$

где ΔS — изменение поверхности пузыря (одной — внутренней или внешней).

Считая, что мыльный пузырь имеет форму сферы, найдем изменение площади поверхности:

$$\Delta S=4\pi r_2^2-4\pi r_1^2, \tag{3}$$

где r_1 и r_2 — радиусы сфер, соответствующие начальному V_1 и конечному V_2 объемам: $r_1=\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{1/3}$, $r_2=\left(\frac{3V_2}{4\pi}\right)^{1/3}$. Теперь формула (3) примет вид

$$\Delta S=4\pi\left[\left(\frac{3V_2}{4\pi}\right)^{2/3}-\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}\right].$$

Учитывая, что $V_2=2V_1$, получим после вынесения общего члена $\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}$ за скобку

$$\Delta S=4\pi\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}(2^{2/3}-1).$$

Подставим выражение ΔS в формулу (2):

$$\Delta E=8\pi\sigma\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}(2^{2/3}-1). \tag{4}$$

После вычисления по формуле (4) получим

$\Delta E=106$ мкДж.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Определить массу 1 молекулы: 1) углекислого газа; 2) поваренной соли.
Ответ: т1 = μrk/NA; 1) т1 = 7,31·10–26 кг; 2) т1 = 9,7·10–26 кг.

Задача 2. В сосуде вместимостью V = 2 л находится кислород, количество вещества v которого равно 0,2 моль. Определить плотность ρ газа.
Ответ: ρ = Mrkv/V = 3,2 кг/м3 (Mr – относительная молекулярная масса; k = 10–3 кг/моль).

Задача 3. Кислород при нормальных условиях заполняет сосуд вместимостью V = 11,2 л. Определить количество вещества v и его массу т.
Ответ: v = V/Vm = 0,5 моль; т = μrkv = 16 г.

Задача 4. Определить количество вещества v водорода, заполняющего сосуд вместимостью V = 3 л, если плотность газа ρ = 6,65·10–3 кг/моль.
Ответ: v = ρV/μ = 9,97·10–3 моль.

Задача 5. Колба вместимостью V = 0,5 л содержит газ при нормальных условиях. Определить число N молекул газа, находящихся в колбе.
Ответ: N = NAV/Vm = 1,34·1022 (Vm = 22,4·10–3 м 3 /моль – молярный объем идеального газа при нормальных условиях).

Задача 6. В сосуде вместимостью V = 5 л находится однородный газ количество вещества v = 0,2 моль. Определить, какой это газ, если его плотность ρ = 1,12 кг/м3
Ответ: азот, т.к. μr = ρV/(kv) = 28.

Задача 7. Одна треть молекул азота массой т = 10 г распалась на атомы. Определить полное число N частиц, находящихся в газе.
Ответ: 20 A 2,87 10 3 μ 4 = N = · m N .

Задача 8. Определить среднее расстояние между центрами молекул водяных паров при нормальных условиях и сравнить его с диаметром d самих молекул (d = 0,311 нм).
Ответ: ρ μ 10,7 = 3 = < > Vm d l .

Задача 9. В цилиндре длиной l = 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении P0, начали медленно вдвигать поршень площадью S = 200 см2 . Определить силу F, которая будет воздействовать на поршень, если его остановить на расстоянии l1 = 10 см от дна цилиндра.
Ответ: F = (l/h)PS = 32,3 кН.

Задача 10. Колба вместимостью V = 300 см2 , закрытая пробкой с краном, содержит разряженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой т = 292 г. Определить первоначальное давление Р в колбе, если атмосферное давление Р0 = 100 кПа.

Ответ: 2,67 кПа

Список литературы.

1. Электронная энциклопедия «Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия». 10-е издание, 2006.

2. Кирьянов А.П. и Коршунов С.М. К43 Термодинамика и молекулярная физика. Пособие для учащихся. Под ред. проф. А.Д. Гладуна. М., «Просвещение», 1977.

3. Лекции по общей физике. Раздел «Молекулярная физика». СГУ. ФНП. 1 курс. Лектор Дмитриев Б.С.

4. Молекулярная физика. Тематическая тетрадь: Н. А. Парфентьева, В. А. Львовский — Москва, Классикс Стиль, 2005 г.- 96 с.

5. Физика. В 5 книгах. Книга 2. Молекулярная физика и термодинамика: А. Н. Леденев — Санкт-Петербург, ФИЗМАТЛИТ, 2005 г.- 208 с.

6. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М., Физматлит, 1989

7. Кирьянов А.П. и Коршунов С.М. К43 Термодинамика и молекулярная физика. Пособие для учащихся. Под ред. проф. А.Д. Гладуна. М «Просвещение», 1977

8. Пособие по физике: С.П. Мясников, Т. Н. Осанова – Москва, Высшая школа, 1988 г.- 400с.

Практическое занятие № 6

ИЗОПРОЦЕСССЫ.

Цели:

— выявить причинно-следственные связи между величинами, входящими в изопроцессы, а также между величинами, входящими в уравнения газовых законов.
— сформировать и закрепить представление о газовых законах;
— обеспечить восприятие, осмысление и первичное запоминание знаний;
- формировать умение обобщать, сравнивать, анализировать и самостоятельно делать выводы;
— закрепить умения применения теоретического материала к решению задач.

Основные теоретические положения

1).T=const–изотерма
2).P=const–изобара
3). V = const – изохора

Уравнение состояния идеального газа (уравнение **Менделеева-Клапейрона**):

$$p\cdot V=m\cdot R\cdot T/\square,$$

где $R=k\cdot N_A=8{,}31$ - универсальная газовая постоянная, $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ - *постоянная Больцмана*.

Из этого уравнения видно, что $p\cdot V/T=const$. Это соотношение носит название *объединенного газового закона*.

Если вещество состоит из смеси газов, то давление такой смеси равно сумме парциальных давлений газов, составляющих смесь:

$p=p_1+p_2+...+p_n$ - это **закон Дальтона**.

Если в результате некоторого процесса в идеальном газе температура остается постоянной, такой процесс называется *изотермическим*. Из объединенного газового закона следует, что при изотермическом процессе $p\cdot V=const$ - это **закон Бойля-Мариотта**.

Для двух состояний газа при изотермическом процессе (например, в разные моменты времени)

$$p_1V_1= p_2V_2.$$

Процесс в идеальном газе, при котором давление этого газа остается постоянным, называется *изобарическим*. Поведение газа при таком процессе подчиняется **закону Гей-Люссака**:

$$V/T=const,$$

или для двух состояний газа

$$V_1/T_1=V_2/T_2$$

Если температура выражена по шкале Цельсия, то закон Гей-Люссака примет вид:

$$V_t=V_0(1+\square t),$$

где t - температура по шкале Цельсия, V_0 - объем газа при t=0° C, V_t - объем газа при температуре t, □ - коэффициент объемного расширения газов, для идеальных газов □=1/273.

При *изохорическом процессе* (при котором V=const) постоянным остается отношение давления данной массы газа к его абсолютной температуре:

$$p/T=const,$$

или для двух состояний газа

$$p_1/T_1=p_2/T_2.$$

Это **закон Шарля**. В том случае, когда температура выражена по шкале Цельсия, то закон Шарля имеет вид:

$$p_t=p_0(1+\square t),$$

где t - температура по шкале Цельсия, p_0 - давление газа при t=0° C, p_t - давление газа при температуре t, □ - коэффициент давления, для идеальных газов □=1/273.

$m = const$ | $m \neq const$

$\boxed{\dfrac{pV}{T} = const}$

уравнение Клапейрона

$\boxed{\dfrac{pV}{T} = \dfrac{m}{M}R}$

уравнение Менделеева-Клапейрона

$p = const$

изобарный процесс

$\boxed{\dfrac{V}{T} = const}$

Закон Гей-Люссака

$V = const$

изохорный процесс

$\boxed{\dfrac{p}{T} = const}$

Закон Шарля

$T = const$

изотермический процесс

$\boxed{pV = const}$

Закон Бойля-Мариотта

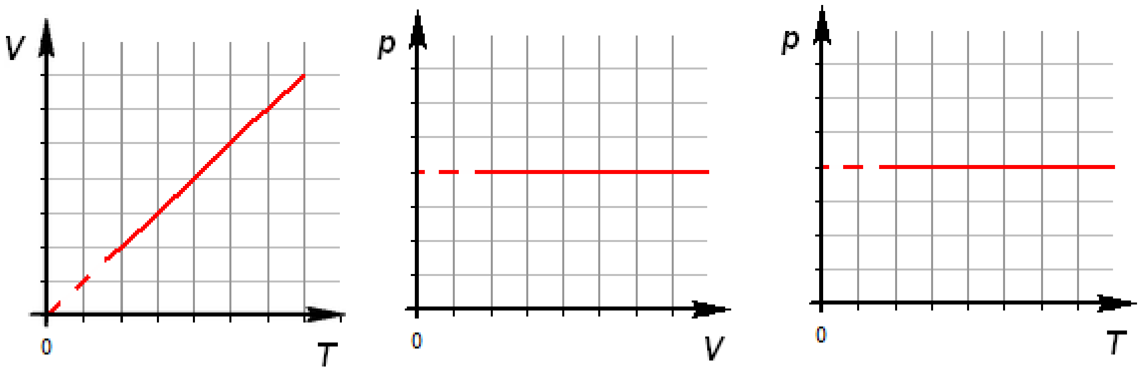
рафики изопроцессов

Графики изопроцессов демонстрируют как один макропараметр зависит от другого. Это обычные математические функциональные зависимости. Будем рассматривать зависимости p(T), V(T), p(V

Изобарный процесс.

$p = const, \quad \dfrac{V}{T} = const$

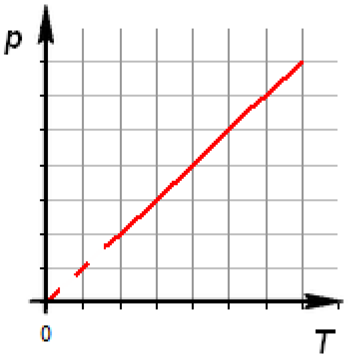
$V = const \cdot T$ — *прямо пропорциональная зависимость. График — линейный*

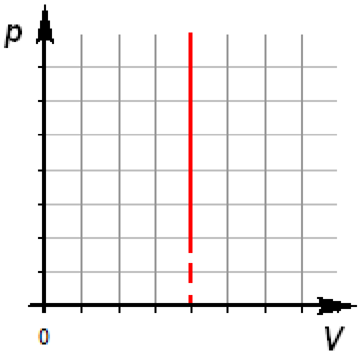


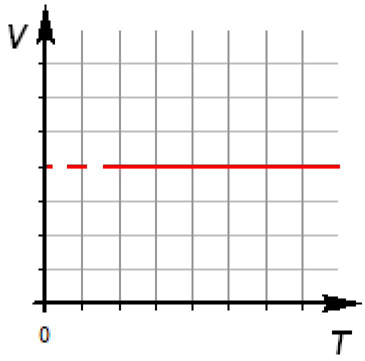
Изохорный процесс.

$V = const, \qquad \frac{p}{T} = const$

$p = const \cdot T$ – *прямо пропорциональная зависимость. График – линейный*



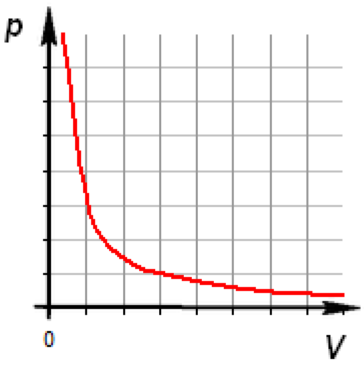


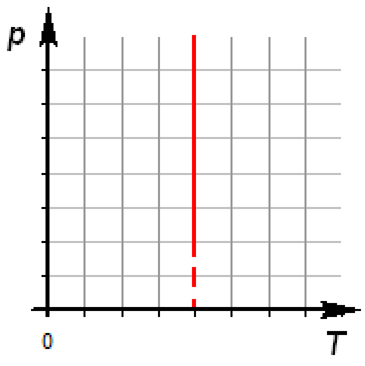


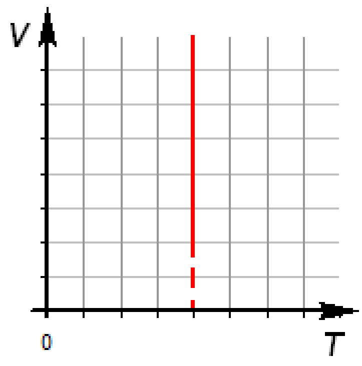
Изотермический процесс.

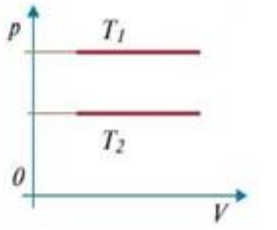
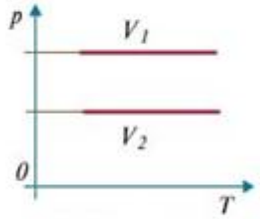
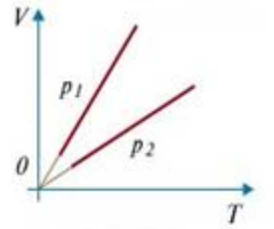
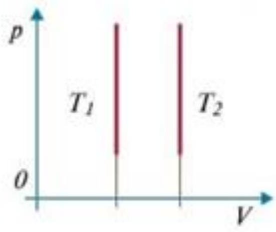
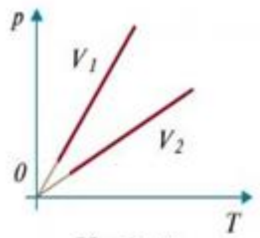
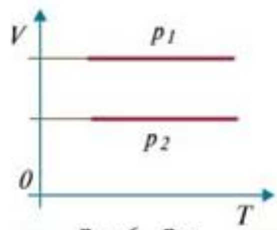
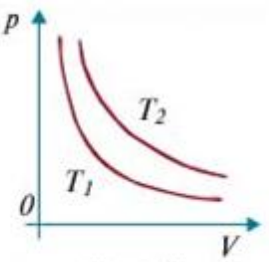
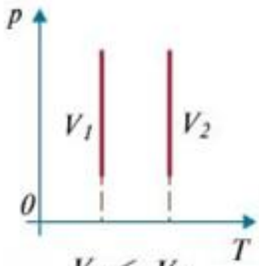
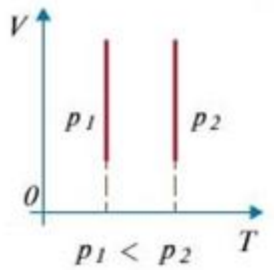
$T = const, \qquad pV = const$

$p = const \cdot \frac{1}{V}$ – *обратно пропорциональная зависимость. График – гипербола*







	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
изобарный $p = const,$ $\frac{V}{T} = const$	 $T_1 < T_2$	 $V_1 < V_2$	 $p_1 < p_2$
изохорный $V = const,$ $\frac{p}{T} = const$	 $T_1 < T_2$	 $V_1 < V_2$	 $p_1 < p_2$
изотермический $T = const,$ $pV = const$	 $T_1 < T_2$	 $V_1 < V_2$	 $p_1 < p_2$

Контрольные вопросы

1.Как называются величины, характеризующие состояние термодинамической

системы без учёта молекулярного строения тел?

2.Какие термодинамические параметры характеризуют состоянием газа?

3.Если бросить в стакан с водой кусочек льда и закрыть стакан плотной крышкой, что произойдёт спустя длительный промежуток времени?

4.Какой вывод можно сделать?

5.Что понимают под тепловым равновесием?

6.Какая физическая величина характеризует состояние теплового равновесия?

7.Как можно истолковать температуру с точки зрения молекулярно-кинетической теории?

8.Как называются величины, характеризующие состояние термодинамической системы без учёта молекулярного строения тел? (Макроскопическими, или термодинамическими, параметрами).

9.Какие термодинамические параметры характеризуют состоянием газа? (Объём, давление, температура. Для смеси газов нужно знать концентрации отдельных компонентов смеси, характеристики электрического и магнитного полей в веществе.)

10.Если бросить в стакан с водой кусочек льда и закрыть стакан плотной крышкой, что произойдёт спустя длительный промежуток времени? (Когда лёд растает, вода начнёт нагреваться; после того как она примет температуру окружающего воздуха, никаких изменений внутри стакана с водой происходить не будет.)

11.Какой вывод можно сделать? (Система при неизменных внешних условиях самопроизвольно переходит в состояние теплового равновесия.)

12.Что понимают под тепловым равновесием? (Под тепловым, или термодинамическим, равновесием понимают такое состояние, при котором все макроскопические параметры сколь угодно долго остаются неизменными.)

13.Какая физическая величина характеризует состояние теплового равновесия? (Во всех частях системы, находящейся в состоянии теплового равновесия, температура имеет одно и то же значение. Разность температур тел указывает направление теплообмена между ними.)

14.Как можно истолковать температуру с точки зрения молекулярно-кинетической теории? (Температура является мерой средней кинетической энергии хаотического движения молекул в макроскопических телах.)

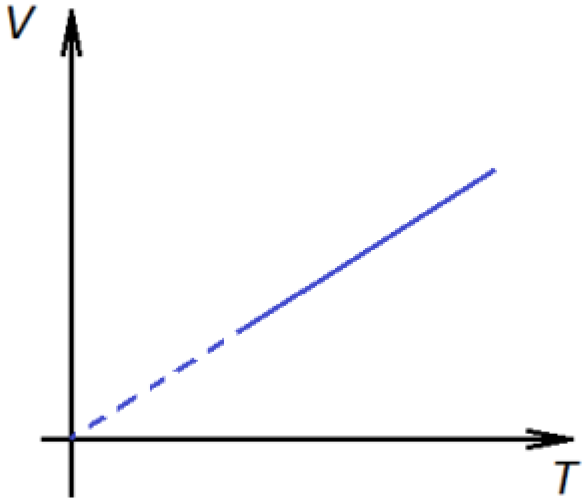
Алгоритм решения задач:

1. Внимательно прочтите задачу и кратко запишите её условие.
2. Исходные данные при необходимости выразите в СИ.
3. Выясните какой из параметров остаётся неизменным, назовите изопроцесс.

4. Запишите закон, описывающий данный изопроцесс.
5. Выразите из него неизвестный параметр. Если необходимо запишите дополнительные формулы и решите систему уравнений относительно неизвестного.
6. Оцените правильность полученного результата.

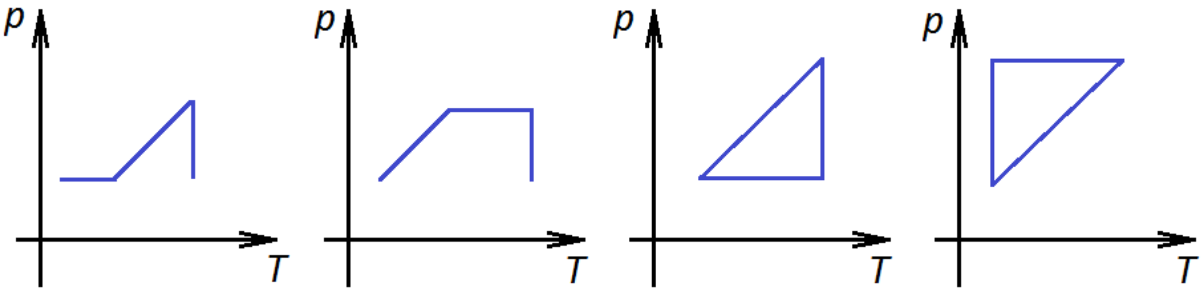
Примеры решения задач

Задача 1. На рисунке приведен график зависимости объема 1 кг идеального газа от температуры. Этот график соответствует процессу



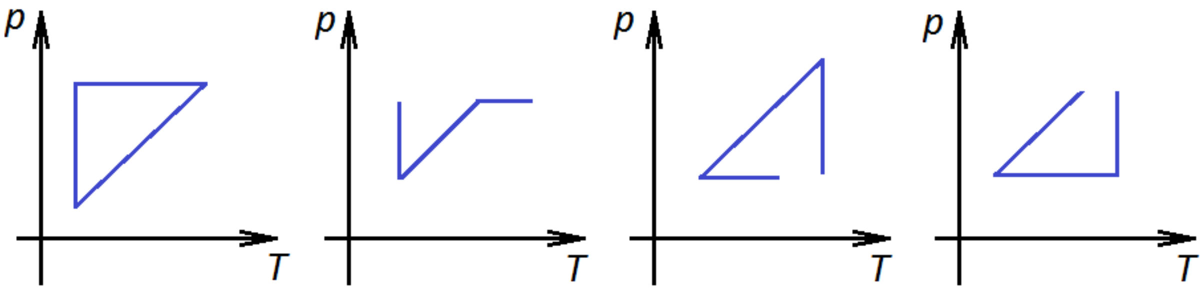
На графике меняется и объем, и температура. Но отношение этих величин постоянно, эта зависимость называется изобарой.

Задача 2. Идеальный газ сначала нагревался при постоянном объеме, потом его объем увеличивался при постоянном давлении, затем при постоянной температуре давление газа уменьшилось до первоначального значения. Какой из графиков в координатных осях p-T на рисунке соответствует этим изменениям состояния идеального газа?



Если газ нагревался, а его объем сохранялся постоянным, значит, росло давление. Это соответствует наклонному отрезку в координатах p-T, движение по которому осуществляется снизу вверх и слева направо. Тогда рисунок 1 – отпадает. Далее увеличивался объем при постоянном давлении, значит, газ нагревали. Давление постоянно – этому соответствует горизонтальный отрезок. Он присутствует на рис. 2, двигаемся слева направо. Наконец, давление уменьшилось при постоянной температуре – это вертикальный отрезок, движение вниз, что подтверждает выбор рисунка 2.

Задача 3. Идеальный газ сначала охлаждался при постоянном давлении, потом его давление увеличивалось при постоянном объеме, затем при постоянной температуре давление газа уменьшилось до первоначального значения. Какой из графиков в координатных осях p-T на рисунке соответствует этим изменениям состояния идеального газа?



Газ нагревался – температура росла, а давление сохранялось постоянным, значит, двигаемся по горизонтали вправо. Затем давление уменьшается, при этом объем постоянный – газ охлаждали, значит, движение по наклонной вниз и влево. Уже два рисунка отпали – это 3 и 4. Цикл 2 не замкнут – значит, и он не подходит. Убедимся в этом: давление газа на следующем участке увеличивается при постоянной температуре – это движение вертикально вверх, и рисунок 1 полностью соответствует.

Задача 4. Какова плотность азота при температуре 27 град.Цельсия, и давлении 100 кПА.

1. $PV = mRT / \mu$

$P = \rho RT / \mu$

$\rho = P\mu / RT = 100000 \times 0.028 / 8.31 \times 300 = 2800 / 2493 = 1,12$ кг/м³

Ответ: 1,12 кг/м³

Задача 5.. В баллоне объёмом 200 литров находится гелий под давлением 100кПА при температуре 17 град цельсия. После подкачивания гелия его давление поднялось до 300кПА , а температура увеличилась до 47 град.ц. НА сколько увеличилась масса гелия?

2. $V = 200$ л $= 0.2$ м³

$PV = mRT / \mu$

$m = PV\mu / RT = 100000 \times 0.2 \times 0.004 / 8.31 \times 290 = 80 / 2409.9 = 0,03$ кг

$P^* \times V = (m + \Delta m) \times RT^* / \mu$

$m + \Delta m = P^* \times V\mu / RT^*$

$\Delta m = (P^* \times V\mu / RT^*) - m = (300000 \times 0.2 \times 0.004 / 8.31 \times 320) - 0,03 = (240 / 2659,2) - 0,03 = 0,09 - 0,03 = 0.06$ кг

Ответ: около 60 г.

Задача 6. Найти плотность кислорода при температуре 27° C и давлении 1200 мм рт. ст. Вычислить массу 200 м^3 кислорода при этих условиях.

Решение

Задача решается с помощью уравнения состояния газа:

$$(pV/T)=(p_0V_0/273),$$

где p_0=1,43 кг/м^3 и V_0=1,013 $\cdot 10^5$ Н/м^2 - давление и объем кислорода при температуре 273 К (табличные значения). Плотность кислорода при этих же условиях □$_0$=1,43 кг/м^3. После необходимых подстановок и алгебраических преобразований получим:

□=(273·□$_0$/p_0) ·(p/T); m=□/V.

Подставив числовые значения, получим, что

□□2,05 кг/м^3, m=410 кг.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. При сжатии объем газа уменьшился от **7 л** до **4 л**. При этом давление его возросло на **1,2 атм**. Определить начальное давление газа, если **T = const**. [1,6 атм]

Задача 2. С какой глубины всплывал пузырек воздуха, если за время всплытия его объем увеличился в **3 раза**? **T = const**. [20 м]

Задача 3. Из цилиндрической, запаянной с одного конца, трубки частично откачали воздух. При опускании ее открытым концом в ртуть, ртуть поднялась на высоту **68 см**. До какого давления откачали трубку? Длина трубки **75 см**, атмосферное давление **750 мм рт. ст.** [870 Па]

Задача 4. Два баллона соединены трубкой с краном. В первом баллоне объемом $\mathbf{V_1 = 1}$ **л** находится газ при давлении $\mathbf{p_1 = 1}$ **атм**. Во втором (объем $\mathbf{V_2 = 3}$ **л**) газ при давлении $p_2 = 0{,}6$ атм. Какое установится давление, если кран открыть? **T = const**. [0.7 атм]

Задача 5. В узкой трубке, запаянной с одного конца, находится столбик ртути длиной **l = 15 см**. Когда трубка горизонтальна объем воздуха, запертого в трубке столбиком ртути, равен $\mathbf{V_1= 240}$ **мм**^{3}. Когда трубку ставят вертикально открытым концом вверх, объем этого воздуха $\mathbf{V_2 = 200}$ **мм**^{3}. Найти атмосферное давление. [99 750 Па]

Задача 6. В закрытой частично откачанной трубке находится столбик ртути длиной **l = 3 см**. Если трубка горизонтальна, то объемы воздуха слева и справа от ртути равны. Если трубка вертикальна, то верхний объем вдвое больше нижнего. До какого давления откачали трубку? [5400 Па]

Задача 7. Посередине закрытой частично откачанной трубки, лежащей горизонтально, находится столбик ртути длиной

вертикально, то столбик ртути передвинется на **Δl = 10 см**. До какого давления откачали трубку? [≅ 5×10^4 Па]

Задача 8. В вертикальном цилиндре под поршнем площадью **S** находится **ν** молей газа. При повышении температуры газа на **ΔT** его объем увеличился на **ΔV**. Найти массу поршня. Атмосферное давление $\mathbf{p_A}$, трения нет. [смотрите ответ в общем файле темы]
31.10. По цилиндрической печной трубе поднимается дым. В нижней части трубы дым имеет температуру $\mathbf{t_1 = 700°}$ **C** и скорость $\mathbf{v_1 = 5}$ **м/с**. Какова его скорость в верхней части трубы, где температура равна $\mathbf{t_2 = 200°}$ **C**? [≅ 31.4 м/с]

Задача 9. Трубка, запаянная с одного конца, погружена открытым концом в ртуть. При этом уровень ртути в трубке на **5 см** выше чем снаружи. Длина трубки, не занятая ртутью, — **50 см**. На сколько градусов необходимо поднять температуру воздуха, чтобы уровень ртути в трубке опустился до уровня снаружи? Начальная температура **17° С**. Атмосферное давление нормальное. [51,5 K]

Задача 10. Два одинаковых шара соединены тонкой горизонтальной трубкой в которой находится капелька ртути. При **0° С** капелька ртути находится посередине трубки. Объем воздуха в каждом шаре и трубке до капельки равен **200 см**^{3}, площадь сечения трубки **20 мм**^{2}. На какое расстояние передвинется капелька, если один шар нагреть на **2° С**, а другой охладить на **2° С**? [≅ 7,3 см]

Список литературы

1. Мякишев Г.Я., Синяков А.З. Молекулярная физика. Термодинамика. – М.: Дрофа, 2010.

2. Генденштейн Л.Э., Дик Ю.И. Физика 10 класс. – М.: Илекса, 2005.

3. Касьянов В.А. Физика 10 класс. – М.: Дрофа, 2010.

4..Соколович Ю.А., Богданова Г.С Физика: Справочник с примерами решения задач. – 2-е издание передел. – Х.: Веста: Издательство «Ранок», 2005. – 464 с.

5. Перышкин А.В. Физика: Учебник 10 класс. – Издательство: Дрофа, 2010. – 192 с.

Практическая работа №7

Тепловые явления

Цель работы: познакомить учащихся с тепловыми явлениями на основе МКТ, научить применять полученные знания при решении задач.

Основные теоретические положения

Температура тела зависит от скорости движения молекул.

Беспорядочное движение молекул называют тепловым движением.

Внутренняя энергия – это сумма потенциальной и кинетической энергии всех молекул, из которых состоит вещество.

Внутренняя энергия не зависит от мех. движения тела или его положения относительно других тел.

При повышении t° $E_{\text{внутр}}$ увеличивается.

$E_{\text{внутр}}$ меняется 2-мя способами:

1. Путем совершения работы;

2. Путем теплообмена (теплопередачи)

Теплопередача:

1. Теплопроводность – передача Е от одной части тела к другой в результате теплового движения молекул (тв. тела)

2. Конвекция – перемещение самого вещества в жидкостях и газах. (жидкость и газ)

3. Излучение – испускание лучей (не нужна среда, возможно в вакууме)

Количество теплоты – энергия, получаемая или отдаваемая телом при теплопередачи.

$[Q] = [\text{Дж}]$

Процессы:

I. Нагревание или охлаждение (не меняя агрегатного состояния вещества)

$Q = cm\Delta t^{\circ} = cm(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})$

m – масса

Δt° - изменение температуры

c – удельная теплоемкость, численно равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить каждому кг данного вещества, чтобы повысить его t° на 1˚С.

$[c] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^{\circ}\text{C}}\right]$

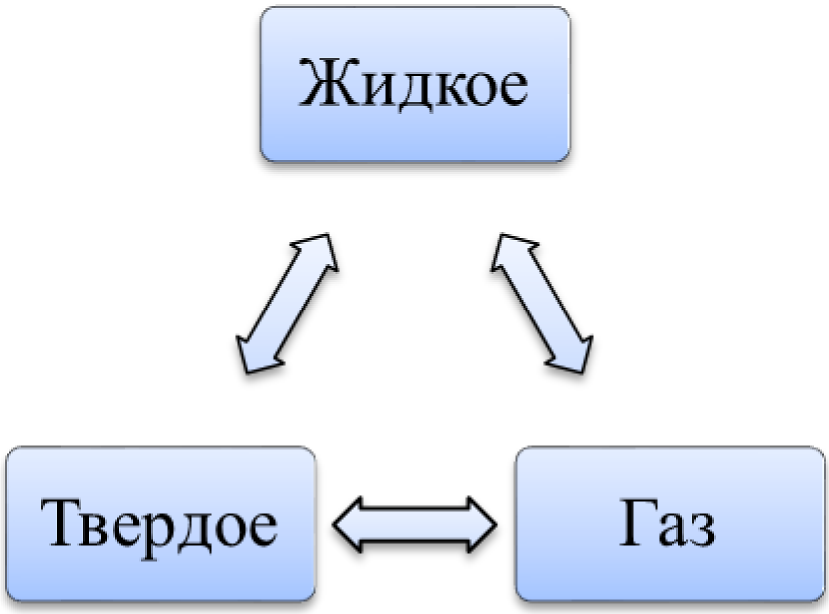
II. Сгорание топлива

$Q = qm$

m – масса

q – удельная теплота сгорания топлива – физическая величина, показывающая, какое количество теплоты выделяется при полной сгорании топлива массой 1 кг.

$[q] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}\right]$



1.

Плавление

2. Кристаллизация

3. Парообразование (испарение, кипение)

4.

Конденсация

5. Десублимация

6. Сублимация (возгонка)

III. Плавление и кристаллизация

процесс плавления или кристаллизации осуществляется на горизонтальном участке графика AB при постоянной температуре, называемой <u>температурой плавления.</u> (табличная величина)

Плавление – Q подводится системе

Кристаллизация – Q отводится от системы

$Q = \lambda m$

m – масса

λ – удельная теплота плавления показывает какое количество теплоты необходимо передать каждому кг вещества, взятому при температуре плавления, чтобы его полностью расплавить.

IV. Парообразование и конденсация

процесс парообразования или конденсации осуществляется на горизонтальном участке графика АВ при постоянной температуре, называемой температурой кипения. (табличная величина)

Парообразование – Q подводится системе

Конденсация – Q отводится от системы

$Q = Lm$

m – масса

L – удельная теплота парообразования показывает какое количество теплоты необходимо сообщить каждому кг жидкости, взятой при температуре кипения, чтобы обратить жидкость в пар.

Насыщенный пар – пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью. (сколько молекул переходит из жидкости в пар, столько же и переходит обратно, из пара в жидкость.)

ü Абсолютная влажность воздуха – плотность водяного пара в воздухе.

ü Относительная влажность воздуха – отношение абсолютной влажности к плотности насыщенного пара при той же температуре.

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%$$

Точка росы – температура, при которой пар становится насыщенным.

Гигрометр и психрометр – приборы для измерения влажности воздуха.

Тепловые двигатели – это машины, в которых происходит превращение внутренней энергии топлива в механическую энергию.

КПД – отношение совершенной полезной работы двигателя, к энергии, полученной от нагревателя.

$$\text{КПД} = \frac{\text{работа полезная}}{\text{работа затраченная}} \cdot 100\%$$
$$(\text{кол} - \text{во теплоты})$$

$$\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\%$$

Влажность воздуха. Способы определения влажности воздуха

Окружающий нас атмосферный воздух вследствие непрерывного испарения воды с поверхности водоёмов и растительных покровов всегда содержит в себе водяные пары. Содержание водяного пара в атмосфере характеризует такое понятие, как «влажность».


Конденсационный гигрометр

Она имеет большое значение для многих процессов, происходящих в атмосфере. Влажность воздуха характеризует погоду и климат, влияет на теплообмен организма с окружающей средой, на жизнь животных и растений.

Чем больше водяных паров находится в определённом объёме воздуха, тем ближе пар к состоянию насыщения. С другой стороны, чем выше температура воздуха, тем большее количество водяных паров потребуется для его насыщения.

В зависимости от количества паров, находящихся при данной температуре в атмосфере, воздух бывает различной степени влажности.

Абсолютная влажность ρ показывает, сколько граммов водяного пара содержится в воздухе объёмом 1 м^3 при данных условиях, т. е. плотность водяного пара.

Чтобы судить о степени влажности воздуха, важно знать, близок или далёк водяной пар, находящийся в воздухе, от состояния насыщения. Для этого вводят понятие **относительной влажности.**

- **Относительной влажностью воздуха φ называют отношение абсолютной влажности воздуха ρ к плотности ρ_0 насыщенного водяного пара при той же температуре, выраженной в процентах.**

Относительную влажность воздуха можно определить по формуле

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%$$

Если влажный воздух охлаждать, то при некоторой температуре находящийся в нём пар можно довести до насыщения. При дальнейшем охлаждении водяной пар начнёт конденсироваться в виде росы. Появляется туман, выпадает роса.

- **Температура, при которой пар, находящийся в воздухе, становится насыщенным, называется точкой росы.**

Точка росы также характеризует влажность воздуха.

Для определения влажности воздуха используют такие приборы, как **гигрометр** и **психрометр**.

Рис. 23. Внешний вид и устройство конденсационного гигрометра

Гигрометры бывают двух видов — конденсационные и **волосные.**

С помощью конденсационного гигрометра можно определить абсолютную влажность воздуха по точке росы. Он представляет собой металлическую коробочку 1 (рис. 23). Её передняя стенка 2 хорошо отполирована и окружена также отполированным кольцом 3. Между стенкой и кольцом расположена теплоизолирующая прокладка 4. К коробочке подсоединена резиновая груша 5 и вставлен термометр 6.

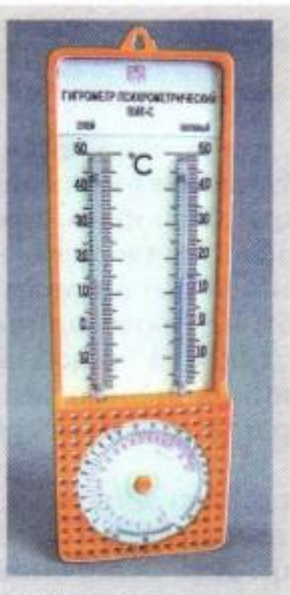
Если в коробку налить легко испаряющуюся жидкость (эфир), то, продувая воздух через коробку с помощью груши, можно вызвать сильное испарение эфира и быстрое охлаждение коробки. На полированной поверхности появляются капельки росы.

Рис. 24. Волосной гигрометр

По термометру замечают температуру, при которой они появляются. Это и есть точка росы, так как появление росы говорит о том, что пар стал насыщенным. По таблице плотности насыщенного водяного пара и определяют абсолютную влажность воздуха.

Действие волосного гигрометра (рис. 24) основано на свойстве человеческого волоса удлиняться при увеличении относительной влажности воздуха. При увеличении влажности воздуха длина волоса увеличивается, а при уменьшении влажности его длина уменьшается. При этом стрелка, перемещаясь по шкале, указывает относительную влажность воздуха.

Прибор для определения влажности воздуха — психрометр — состоит из двух термометров, один из которых обмотан тканью, конец которой опущен в воду. Поскольку вода испаряется, то термометр охлаждается.



Психрометр

Чем больше относительная влажность, тем менее интенсивно идёт испарение. Следовательно, разность показаний сухого и влажного термометров будет меньше. По этой разности температур с помощью специальных таблиц и определяют относительную влажность воздуха.

Определение влажности воздуха необходимо в метеорологии для предсказания погоды, в теплицах и оранжереях для поддержания нужного режима растениям. Работа многих технических устройств и возникновение коррозии зависит от влажности воздуха. Для хранения произведений искусства и книг необходимо поддерживать влажность воздуха на определённом уровне. От влажности воздуха зависит интенсивность испарения влаги с поверхности кожи человека. Чтобы человек чувствовал себя комфортно, влажность воздуха в помещениях должна быть 40—60%.

Контрольные вопросы

1. Что называют относительной влажностью воздуха?
2. Что называется точкой росы?
3. Какие приборы используют для определения влажности воздуха?
4. Как определить точку росы с помощью конденсационного гигрометра?
5. Как, используя психрометр, можно узнать относительную влажность воздуха?

6. Оба термометра в психрометре показывают одинаковую температуру. Какова относительная влажность воздуха?

7. Как изменится разность показаний сухого и влажного термометров в психрометре при понижении температуры воздуха, если абсолютная влажность остаётся без изменения?

8. Почему вечером после жаркого дня появляется роса?

Алгоритм решения задач

1 этап — внимательно ознакомиться с условием задачи;

2 этап — выяснить, какие тела взаимодействуют;

3 этап — выяснить, о каком физическом явлении или группе явлений идет речь;

4 этап — выяснить состояние тела при начальных условиях;

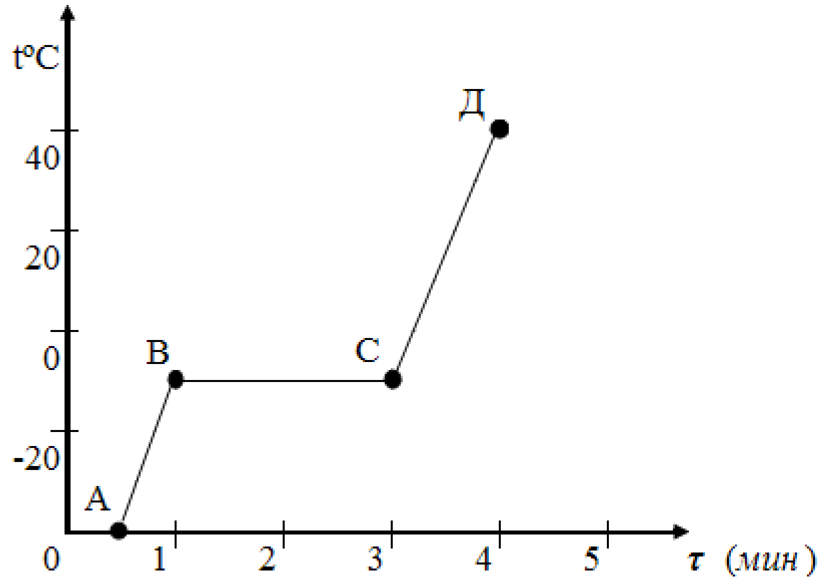
5 этап — выяснить, что происходит с физическими телами в результате действия физического явления (например, изменение формы, объема или агрегатного состояния, а также силы, возникающие при этом);

6 этап — выяснить, как это сказывается на взаимодействующих телах;

7 этап — ответить на вопрос задачи.

Примеры решения задач

Задача 1. В калориметре нагревается 200 г льда. На рисунке представлен график зависимости температуры льда от времени. Пренебрегая теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями, определите подводимую к нему мощность из рассмотрения процессов нагревания льда и/или воды.



Решение:

^ **Рассмотрим график.**

Что происходит со льдом на разных участках:

AB – лёд нагревается $Q_{AB} = c_Л \cdot m(t_2{}^o - t_1{}^o)$, время нагревания $\boldsymbol{\tau_1}$ = 30 с.

BC – лёд плавится $Q_{BC} = \lambda \cdot m$, время плавления $\boldsymbol{\tau_2}$ = 120 с.

СД – нагревание воды $Q_{СД} = c_Л \cdot m(t_3{}^o - t_2{}^o)$, время нагревания $\boldsymbol{\tau_3}$ = 60 с.

- Лёд (потом вода) всё время получает тепло, кто же его отдаёт?

- Нагреватель, мощность которого $P = \dfrac{Q}{\tau}$.

Для определения мощности возьмем жидкую фазу.

уравнение теплового баланса

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{получ}}$$

$$P\tau_3 = c_в \cdot m(t_3{}^{o} - t_3{}^{o}) \Rightarrow \mathrm{P} = \frac{c_в \cdot m(t_3{}^{o} - t_3{}^{o})}{\tau_3} = 560Bm$$

<u>Задача 2.</u> В латунном калориметре массой 100 г находится 5 г льда при t_2 = -10ºC. В калориметр вливают 30 г. расплавленного свинца при температуре плавления; что будет находиться в калориметре после теплообмена и какая в нём установиться температура? Потерями на испарение пренебречь.

Дано:

$m_1 = 0{,}1кг$

$m_2 = 5 \cdot 10^{-3} кг$

$t_2 = 0°C$

$m_3 = 30г = 3 \cdot 10^{-2} кг$

$m = ?\quad \theta = ?$

Решение:

Уравнение теплового баланса для задач такого типа сразу составить нельзя, так как неизвестен результат процесса теплообмена.

Чтобы его установить проведём некоторые исследования.

Теплообмен в системе происходит между тремя телами: калориметр и лёд получают, а свинец отдаёт количество теплоты.

При этом, конечно, справедливо уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

После окончания процесса в системе установится некоторая температура *Θ*.

$$t_2 < \theta < t_{пл3}$$

Такая неопределённость конечной температуры вызвано тем, что при теплообмене могут происходить фазовые переходы льда и свинца.

Поступим так: Произвольно выберем значение конечной температуры *Θ*, затем рассчитаем для этой температуры значения Q_1, Q_2, Q_3, после чего проверим тождественность выполнения уравнения теплового баланса.

И так, допустим, что $\theta = t_{пл2} = 0°C$, т.е. мы считаем, что теплообмен проходит так: свинец полностью отвердел и охладился , а калориметр и лёд нагрелись до $t_{пл2} = 0°C$.

Допустим, что лёд не плавился.

Теперь рассчитаем Q_1, Q_2 и Q_3.

$Q_1 = c_1 \cdot m_1 (t_{\text{пл}2}{}^{\text{o}} - t_2{}^{\text{o}})$; $Q_1 = 380 Дж$.

$Q_2 = c_2 \cdot m_2 (t_{\text{пл}2}{}^{\text{o}} - t_2{}^{\text{o}})$; $Q_2 = 105 Дж$.

$Q_3 = \lambda_3 \cdot m_3 + c_3 \cdot m_3 (t_{\text{пл}3}{}^{\text{o}} - t_{пл2}{}^{\text{o}})$; $Q_3 = 2025 Дж$.

$Q_1 + Q_2 = 485 Дж$.

$Q_3 = 2025 Дж$.

$Q_1 + Q_2 < Q_3$, т.е. тепла было отдано больше, чем получено.

Видим, что при сделанных предположениях уравнение теплового баланса не выполняется.

Допустим, что конечная температура по-прежнему $t_{ср} = t_{пл2} = 0°C$, но при этом расплавилась часть льда массой m_1.

$$m_1 = \frac{1540 Дж}{3{,}35 \cdot 10^5 \dfrac{Дж}{кг}} = 4{,}6 \cdot 10^{-3} кг = 4{,}6 г$$

Т.к. масса получившейся воды не больше, чем начальная масса льда, то наши последние предположения о результатах теплообмена верны.

Таким образом, установившаяся температура 0ºС, в калориметре находится лёд массой $4 \cdot 10^{-4} кг$, вода массой $4{,}6 \cdot 10^{-3} кг$ и твердый свинец массой $3 \cdot 10^{-3} кг$.

Задача 3. Удельная теплота сгорания пшеничного хлеба 9260000 Дж/кг, а сливочного масла -32690000Дж/кг. какую энергию получит человек, съев бутерброд с маслом (100гр. хлеба и 20гр. масла)?

Дано:

q_1 = 9260 000 ДЖ/кг
m_1 = 100 г.
q_2 = 32 690 000 Дж/кг
m_2 = 20 г.

Найти:
Q = ?

СИ
0,1 кг.
0,02 кг.

Решение: $Q = Q_1 + Q$

$Q_1 = q_1 m_1$ $Q_2 = q_2 m_2$

Q_1 = 9 260 000 Дж/кг * 0,1 кг = 926 000 Дж
Q_2 = 32 690 000 Дж/кг * 0,02 кг = 653 800 Дж

Q = 926 000 Дж + 653 800 Дж = 1 579 800 ДЖ = 1,6 МДж

Задача 4. Первая атомная электростанция, построенная в России в 1954г. расходует в сутки ядерное топливо массой 30гр. (плакат 6). Вычислите количество теплоты, получаемое в сутки, если удельная теплотворная способность (теплота «сгорания») ядерного топлива $8*10^{13}$ кДж/кг.

Дано:
m = 30 г.
q = $8*10^{13}$ кДж/кг

Q =?

СИ
0,03 кг

Решение: Q = qm
Q = $8 * 10^{13}$ кДж.
Q = $0.4 * 10^{12}$ кДж

Ответ: Q = $2.4 * 10^{12}$ кДж

Задача 5. Какое количество теплоты потребуется, чтобы нагреть слиток золота массой 5 кг от 10С до 80 С.

Дано:
m= 5кг
t1= 10С
t2=80С
c= 130Джкг*С
Найти: Q

Решение:
Q=c*m*(t2-t1)
Q= 130 Дж кг*С * 5 кг * (80 С - 10 С) = 45500Дж= 45,5 кДж
Ответ: 45,5 кДж.

Задача 6. Сколько теплоты выделится при полном сгорании дров, массой 2 кг?

Дано:
q= 1*10^7 Дж кг
m= 2 кг
Найти:
Q=?
Решение:
Q= q*m
Q= 1*10^7 Дж кг * 2 кг = 2*10^7 Дж
Ответ: 2*10^7 Дж.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. До какой температуры раскаляется почва в Узбекистане, если внутренняя энергия каждого кубометра изменяется при этом на 93,744 МДж? Начальная температура почвы 17 °С, плотность грунта 1800 кг/м3, его удельная теплоемкость 0,84 кДж/(кг • К).

Ответ: 79 °С.

Задача 2. В 1879 г. на Урале нашли монолит малахита массой 1054 кг. На сколько изменилась его внутренняя энергия, если при перевозке температура возросла на 20 °С?

Ответ: на 25,3 МДж.

Задача 3. Какова температура воды в самом горячем озере на Камчатке, если для приготовления ванны объемом 200 л температурой 40 °С в нее влили 40 л воды при 10 °С?

Ответ: 50 °С.

Задача 4. Какова температура воды в самом горячем озере на Камчатке, если для приготовления ванны объемом 200 л температурой 40 °С в нее влили 40 л воды при 10 °С?

Ответ: 50 °С.

Задача 5. Какова летняя температура воды в самом холодном Восточно-Сибирском море, если для получения 10 м3 воды при температуре 20 °С в нее надо добавить 2 л кипятка?

Ответ: 0 °С.

Задача 6. Русский мастер Чохов в XVII в. отлил колокол массой 35 т. Какое количество теплоты потребовалось для приготовления расплава, если начальная температура металла была 20 °С? Удельная теплоемкость сплава 0,4 кДж/(кг • К), температура плавления 1100 °С, удельная теплота плавления 213 Дж/г.

Ответ: 2260 МДж.

Задача 7. В Алмазном фонде Кремля хранится золотой самородок «Лошадиная голова». Какова масса самородка, если для его полного расплавления потребовалось бы 938 кДж тепла?

Ответ: 14 кг.

Задача 8. Какова самая низкая температура, зарегистрированная на арктической станции «Восток», если 200 мл воды температурой 15 °С, вынесенные из помещения и оставленные на ночь, выделили 105 714 Дж энергии?

Ответ: -89,2 °С.

Задача 9. Сколько древесного угля нужно сжечь, чтобы вскипятить воду в 50 литровом Суксунском самоваре, если начальная температура воды равна 20°С? Удельная теплота сгорания древесного угля 35 МДж/кг?

Ответ: 0,48кг

Задача 10. Самый экономичный тепловой двигатель 1840 г. потреблял 0,77 кг угля при мощности 735 Вт. Каков КПД установки? Удельная теплота сгорания угля 29 Мдж/кг.

Ответ: 12 %.

Задача 11. Самая крупная нефтеналивная цистерна имеет емкость 1,5 млн баррелей (1 баррель = 158,988 л). Сколько тепла выделяется при полном сгорании нефти? Удельная теплота сгорания нефти 43 МДж/кг, плотность 0,8 т/м3.

Ответ: 1015 Дж.

Задача 12. Самый крупный ледник Западного Памира имеет объем 144 км3 и среднюю температуру -10 °С. Сколько тепла потребовалось бы для его плавления?

Ответ: 3 • 1020 Дж.

Список литературы

1.Иродов, И. Е. Задачи по общей физике. — СПб. : Лань, 2009. — 416 с
2. Иродов, И. Е. Сборник задач по атомной и ядерной физике. — М. : Атомиздат, 1976.

3. Киттель, Ч. Берклеевский курс физики : в 5 т. / пер. с англ. ; Ч. Кит" тель, У. Найт, М. Рудерман [и др.] ; под ред. А. И. Шальникова, А. С. Ах" матова, А. О. Вайсенберга. — М. : Мир, 1971–1972.
4. Коган, Б. Ю. Сто задач по физике. — М. : Наука, Физматлит, 1986.
5. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : в 5 т. — М. : Наука, Физматлит, МФТИ, 1989–2006.
6. Савельев, И. В. Курс общей физики : в 3 т. — СПб. : Лань, 2011.
7. Савельев, И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике. — СПб. : Лань, 2007. — 288 с.
8. Телеснин, Р. В. Молекулярная физика : учеб. пособие. — СПб : Лань, 2009.
9. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике : в 9 т. / пер. с англ. ; Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс ; под ред. Я. А. Смородинского. — М. : Мир, 1977.
10. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике. Задачи и упражне" ния с ответами и решениями / пер. с. англ. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс ; под общей ред. А. П. Леванюка. — М. : Мир, 1969.

Практическое занятие № 8.

Тепловые двигатели

Цели:

- помочь учащимся сформулировать принципы работы тепловой машины, разобраться в ее принципиальном, с точки зрения физики, устройстве;
- научить вычислять полезную работу, совершенную тепловой машиной за цикл;
- освоить методы расчета к.п.д. тепловых двигателей.

Основные теоретические положения

Тепловой двигатель - это периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

Термостатом называется термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами практически без изменения собственной температуры.

Рабочее тело - это тело, совершающее круговой процесс и обменивающееся энергией с другими телами.

Принцип работы теплового двигателя: от термостата с более высокой температурой T_1, называемого нагревателем, за цикл отнимается количество теплоты Q_1, а термостату с более низкой температурой T_2, называемому холодильником, за цикл передается количество теплоты Q_2. При этом совершается работа $A=Q_1-Q_2$ (рис. 18).

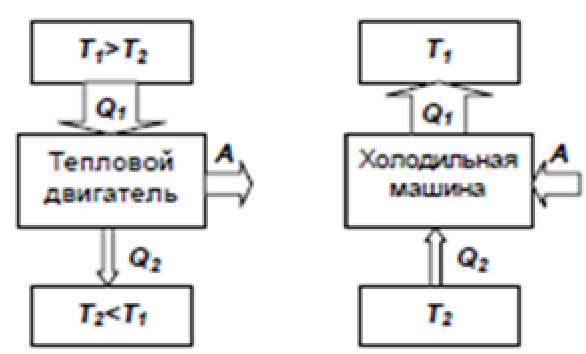


Рис 18. Схема теплового двигателя и холодильной машины

Термический КПД двигателя:

$$\eta=A/Q_1=(Q_1-Q_2)/Q_1=1-(Q_2-Q_1)$$

Чтобы КПД был равен 1, необходимо, чтобы $Q_2=0$, а это запрещено вторым началом термодинамики.

Процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе, используется в холодильной машине: от термостата с более низкой температурой T_2 за цикл отнимается количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой T_1. При этом $Q=Q_1-Q_2=A$ или $Q_1=Q_2+A$.

Количество теплоты Q_1, отданное системой термостату T_1, больше количества теплоты Q_2, полученного от термостата T_2, на величину работы, совершенной над системой.

Эффективность холодильной машины характеризует холодильный коэффициент η' - отношение отнятой от термостата с более низкой температурой количества теплоты Q_2 к работе A, которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие:

$$\eta'=Q_2/A=Q_2/(Q_1-Q_2).$$

Вопросы для закрепления

1. Что такое тепловая машина
2. Какие устройства необходимы для работы тепловой машины
3. Принцип работы тепловой машины
4. Что такое идеальная тепловая машина
5. Что такое КПД
6. Как определяется максимально возможный КПД теплового двигателя
7. Примеры тепловых машин
8. Что послужило причиной возникновения тепловых двигателей?
9. Изобразите простейшую схему тепловых двигателей.
10. Какие двигатели наиболее производительны?
11. Тепловые двигатели оказывают вредное воздействие на окружающую среду.
Не разумнее ли отказаться от их использования?
12. Какие машины называют тепловыми двигателями?
13. Какие виды тепловых двигателей вы знаете?
14. Что является нагревателем двигателя внутреннего сгорания?
15. Что является холодильником двигателя внутреннего сгорания?
16. Из скольких тактов состоит цикл двигателя внутреннего сгорания?

Алгоритм решения задач

1 этап — внимательно ознакомиться с условием задачи;
2 этап — выяснить, какие тела взаимодействуют;
3 этап — выяснить, о каком физическом явлении или группе явлений идет речь;
4 этап — выяснить состояние тела при начальных условиях;
5 этап — выяснить, что происходит с физическими телами в результате действия физического явления (например, изменение формы, объема или агрегатного состояния, а также силы, возникающие при этом);
6 этап — выяснить, как это сказывается на взаимодействующих телах;
7 этап — ответить на вопрос задач.

Примеры решения расчетных задач

<u>Задача 1.</u>

Рабочее вещество, внутренняя энергия которого U связана с давлением P и объемом V соотношением $U = kPV$, совершает термодинамический цикл, состоящий из изобары, изохоры и адиабаты (рис. 1). Работа, совершенная веществом во время изобарного процесса, в $m = 5$ раз превышает работу внешних сил по сжатию вещества, совершенную при адиабатическом процессе. К.п.д. цикла $\eta=1/4$. Определите k.

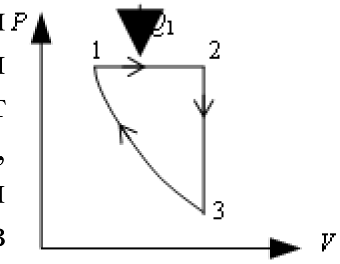


Рис. 1

<u>Решение:</u>

К.п.д. цикла по определению равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \qquad (1)$$

Полезная работа, совершенная веществом за цикл

$$A = A_{12} - A_{31} \qquad (2)$$

где A_{12} - работа, совершаемая веществом на изобаре 1–>2, A_{31} - работа, совершенная над рабочим веществом на адиабате 3–>1 ($A_{31} < 0$).

В данном цикле тепло Q_1 подводится к рабочему веществу только на изобарическом участке цикла. Согласно 1-му началу термодинамики

$$Q_1 = \Delta U_{12} + A_{12} \qquad (3)$$

где ΔU_{12} - изменение внутренней энергии рабочего вещества на участке цикла 1–>2.

Используя заданную в условии задачи связь внутренней энергии рабочего вещества с давлением и объемом на изобаре 1–>2, можно записать

$$\Delta U_{12} = kP(V_2 - V_1) = kP\Delta V = kA_{12} \qquad (4)$$

Тогда

$$Q_1 = (k+1)A_{12} \qquad (5)$$

Учитывая, что, согласно условию задачи, $A_{31} = \frac{A_{12}}{m}$, уравнение (2) можно представить в виде

$$A = A_{12} - \frac{A_{12}}{m} = \frac{(m-1)}{m}A_{12} \qquad (6)$$

Подставляя (5) и (6) в (1) и решая относительно k, находим

$$k = \frac{m - 1 - \eta m}{\eta m} = 2{,}2$$

.

Ответ: k=2,2.

Задача 2.

Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами T и T_1 (T_1>T) (рис. 2). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна T_2 = 200 К (T_2<T). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику, $q = \alpha(T-T_2)$, где α = 1кВт/К. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при T_1 = 800 К. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических - весьма мала, найдите температуру "холодной" изотермы T, при которой мощность тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

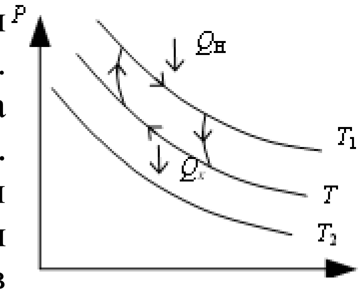


Рис.2

Решение:

За время τ холодильник получает количество теплоты

$$Q_x = a(T - T_2)\tau \tag{1}$$

К.п.д. цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{T_1 - T}{T_1} \tag{2}$$

Полезная работа тепловой машины за цикл равна

$$A = Q_H - Q_x = Q_H\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \tag{3}$$

Преобразуем (3), выразив $Q_н$ через $Q_х$, используя (2):

$$A = Q_x\left(1 - \frac{T}{T_1}\right)\frac{T_1}{T} \tag{4}$$

Подставив в (4) $Q_х$ из (1), получаем

$$A = \alpha(T - T_2)\tau\left(\frac{T_1}{T} - 1\right) \tag{5}$$

Полное время цикла, за которое совершается эта работа, равно 2 τ, следовательно, мощность равна

$$N = \frac{A}{2\tau} = \frac{a\tau(T - T_2)\left(\frac{T_1}{T} - 1\right)}{2\tau} = \frac{a}{2}\left(T_1 - \frac{T_2 T_1}{T} - T + T_2\right) \tag{6}$$

$N = N_{max}$ при $\dfrac{dN}{dt} = 0$ и $\dfrac{d^2N}{dt^2} < 0$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{T_2 T_1}{T^2} - 1 = 0 \qquad (7)$$

Из (7) видно, что $N = N_{max}$ при $T = \sqrt{T_2 T_1} = 400$ К.

$N_{max} = \dfrac{a}{2}\left(T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2} + T_2\right) = 100$ кВт.

Ответ: наибольшая мощность машины равна 100 кВт.

Задача 3.

В тепловой машине ν молей идеального одноатомного газа совершают замкнутый цикл, состоящий из процессов 1–>2 и 2–>3, в которых давление P газа линейно зависит от занимаемого им объема V, и изохорического процесса 3–>1 (рис. 3). Величины P_0 и V_0 считаются известными. Найдите:

1. температуру и давление газа в точке 3;
2. работу, совершенную газом за цикл;
3. к.п.д. машины.

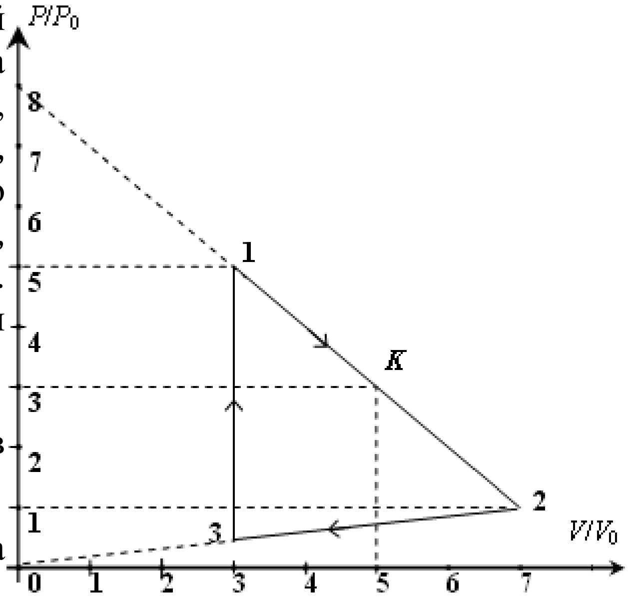


Рис.3

Решение:

Давление, объем и температуру в точках 1, 2 и 3 обозначим через P, V и T с соответствующими индексами.

Поскольку на участке 2–>3 давление линейно, но зависит от занимаемого объема, то можно записать

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3} \qquad (1)$$

Из рисунка видно, что

$V_3 = 3V_0$, $P_2 = P_0$, $V_2 = 7V_0$.

Подставляя эти значения в (1), находим P_3

$$P_3 = \frac{P_2 V_3}{V_2} = \frac{3P_0}{7} \qquad (2)$$

Из уравнения состояния идеального газа, используя (2), получаем T_3.

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{9 P_0 V_0}{7 \nu R} \qquad (3)$$

Работа газа за цикл численно равна площади треугольника 123. Эту площадь можно вычислить как сумму площадей двух прямоугольных треугольников

$$A = \frac{1}{2}(P_1 - P_2)(V_2 - V_1) + \frac{1}{2}(P_2 - P_3)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_1 - P_3)(V_2 - V_3) = \frac{64 P_0 V_0}{7} \qquad (4)$$

Для вычисления к.п.д. цикла нужно найти количество теплоты, полученное газом.

Количество тепла, полученное газом на участке 3–>1, равно

$$Q_{3\to 1} = \nu C_V (T_1 - T_3) = \nu \frac{3}{2} R (T_1 - T_3) = \frac{144}{7} P_0 V_0 \qquad (5)$$

Покажем, что на участке цикла 1–>2 есть точка К с соответствующим объемом V_K таким, что газ при $V<V_K$ получает тепло, а при $V>V_K$отдает тепло.

Найдем аналитическое выражение процесса, соответствующего участку 1–>2. Как видно из рисунка, участку 1–>2 соответствует линейная функция

$$y = kx + b \qquad (6)$$

Введем обозначения $y = \frac{P}{P_0},\ x = \frac{V}{V_0}$ и найдем параметры *k* и *b*, воспользовавшись данными, указанными на рисунке.

При $x = 0$ $y = \frac{P}{P_0} = 8$, следовательно, $b = 8$;

$y = 0$ $0 = kx + 8$, следовательно, $k = -1$.

Таким образом, (6) представляется в виде

$$\frac{P}{P_0} = -\frac{V}{V_0} + 8$$

или

$$P = -\frac{P_0}{V_0} V + 8 P_0 \qquad (7)$$

Подставив *P* в виде (7) в уравнение состояния идеального газа $PV = \nu RT$, получаем

$$8 P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 = \nu R T \qquad (8)$$

Из уравнения (8) в приращениях

$$\nu R \Delta T = \left(8 P_0 - \frac{2 P_0}{V_0} V \right) \Delta V \qquad (9)$$

С учетом полученных соотношений (7) и (9) уравнение 1-го закона термодинамики на участке 1–>2 $Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + P\Delta V$ можно представить в виде

$$Q = \left(20P_0 - \frac{4P_0}{V_0}V\right)\Delta V \qquad (10)$$

Из полученного уравнения видно, что на участке 1–>2 $Q_{1К} > 0$ при $V < 5V_0$ и $Q_{К2} < 0$ при $V > 5V_0$, следовательно,

$$V_K = 5V_0,\ P_K = 3P_0 \text{ и } T_K = \frac{P_K V_K}{\nu R} = \frac{15P_0V_0}{\nu R}.$$

Воспользовавшись этими значениями, найдем количество теплоты, получаемое газом на участке 1–>К, предварительно определив T_1 из уравнения состояния идеального газа

$$Q_{1\to K} = \nu\frac{3}{2}R(T_K - T_1) + \frac{P_1 + P_K}{2}(V_K - V_1) = 8P_0V_0 \qquad (11)$$

Итак, совершая полный цикл, газ получает тепло на участках 3–>1 и 1–>К. Количество полученного на этих участках тепла определяется равенствами (5) и (11).

Работа, совершенная газом за цикл, найдена в (4).

Теперь есть все данные для определения к.п.д. цикла.

$$\eta = \frac{A}{Q_{3-1} + Q_{1-K}} = 0{,}32$$

Ответ: к.п.д. рассмотренного цикла равен 32 %.

Задача 4.

Идеальная холодильная машина имеет в качестве холодильника резервуар с водой при 0°С, а в качестве нагревателя - резервуар с кипящей водой. Какую работу надо совершить, чтобы превратить в лед 1 кг воды? Какое количество воды в нагревателе превратится при этом в пар? Удельная теплота плавления льда λ = 340 кДж/кг, удельная теплота парообразования воды r = 2260 кДж/кг.

Решение:

Холодильная машина работает по такому принципу: за счет внешней механической работы тепло отнимается от более холодного резервуара и передается более горячему резервуару.

Полезный эффект холодильной машины определяется количеством теплоты $Q_х$, отобранным у охлаждаемого тела, а затраченная энергия - это внешняя работа A, совершенная над рабочим телом. Отношение

$$\varepsilon = \frac{Q_x}{A}$$

обычно называют холодильным коэффициентом.

Если холодильная машина работает по так называемому идеальному циклу - обратному циклу Карно (цикл Карно теперь обходится против часовой стрелки), то

$$\varepsilon = \frac{T_x}{T_H - T_x}$$

Из этой формулы видно, что ε может быть меньше, больше или равен 100 %. Действительно, возможно построить холодильную машину, у которой разность температур нагревателя и холодильника будет больше, меньше или равна температуре холодильника.

Тот факт, что ε может быть больше 100 %, иногда вызывает вопрос - не нарушается ли при этом закон сохранения энергии. На самом деле никакого противоречия с законом сохранения энергии нет. Тепло, отработанное у охлаждаемого тела, и энергия, затраченная на совершение работы извне, вовсе не переходят друг в друга, а отдаются нагревателю (обычно у холодильных машин им является окружающая среда).

Холодильный коэффициент идеальной машины, работающей в заданном по условию задачи температурном интервале, равен

$$\varepsilon = \frac{T_x}{T_H - T_x} = \frac{273\ \mathrm{K}}{100\ \mathrm{K}} = 2{,}73$$

При замерзании 1 кг воды выделяется количество теплоты

$$Q_x = \lambda m = 340\ \text{кДж}.$$

Совершенная при этом работа

$$A = \frac{Q_x}{\varepsilon} \approx 125\ \text{кДж}.$$

Нагреватель получает количество теплоты $Q_н$

$$Q_H = Q_x + A \approx 465\ \text{кДж}.$$

Следовательно, в пар превратится масса воды

$$m_1 = \frac{Q_H}{r} \approx 0{,}2\ \text{кг}.$$

Ответ: m_1=0,2кг

Задача 5. Тепловая машина имеет КПД 25%. С редняя мощность передачи теплоты холодильнику в ходе её работы составляет 3кВт. Какое количество теплоты получает рабочее тело машины от нагревателя за 10с?

Решение:

η = (Q1 − Q2)/Q1 = 1 − Q2/Q1 = 1 − Pt/Q1,

откуда:

Pt/Q1 = 1 − η.

Q1 = Pt/(1 − η).

Вычислим:

Q1 = 3000 × 10/(1 − 0,25) = 40 000 Дж.

На холодильник поступает 3кВт х час, что составляет 25% от тепла поступающего на нагреватель - 3 х 4 = 12кВт х час. За 10 секунд будет 12/6 = 2 кВт х час (перевести в Джоули или калории)
Из формулы КПД : КПД= (Q1-Q2)/Q1., выразим количество теплоты, полученное от нагревателя:
Q1=Q2 / (1-КПД) . Количество теплоты отданное холодильнику
Q2=P*t=3000Вт*10с=30000Дж.
Вычислим Q1=30000/0,75=40000Дж. =40кДж.
Ответ*:* Q1=40кДж.

Задача 6. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура теплоотдатчика в **1,6 раза** больше температуры теплоприемника. За цикл машина совершает работу **12 кДж**. Найти термический КПД цикла и работу, затраченную на изотермическое сжатие рабочего вещества за цикл. Цикл Карно? — идеальный термодинамический цикл.

Решение:

С. Карно выразил коэффициент полезного действия цикла через температуры нагревателя $\mathbf{T_1}$ и холодильника $\mathbf{T_2}$:
КПД = $(\mathbf{T_1} - \mathbf{T_2})/\mathbf{T_1}$,
$\mathbf{T_1}$ — температура нагревателя;
$\mathbf{T_2}$ — температура холодильника;

По условию:

$\mathbf{T_1 = 1{,}6\ T_2}$.

Тепловой, или, как его ещё называют, термический или термодинамический коэффициент полезного действия тепловой машины (отношение полезной работы к затраченной тепловой энергии) равен:

КПД = $\mathbf{A/Q_1}$.
Нагреватель потратил энергию $\mathbf{Q_1}$.
Ответ*:* Нагреватель потратил энергию $\mathbf{Q_1}$.

Задача 7. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика T_1=500 К, температура теплоприемника T_2=250 К. Определить термический КПД η цикла, а также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа A_2=70 Дж.

Решение:

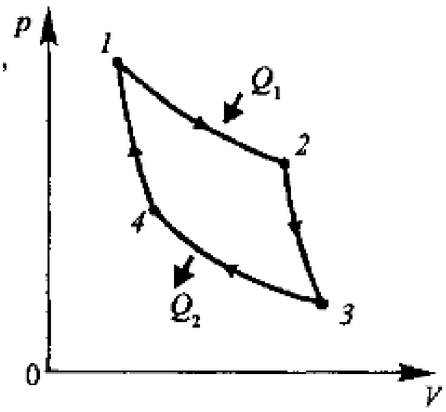
T_1=500 К

T_2 = 250К

A_{34} = 8 Дж

A_{12}=?

η=?



КПД тепловой машины равен отношению производимой работы А к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \frac{A}{Q_1}$.

Совершенная работа равна $A=Q_1-Q_2$, где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Поэтому $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$.

Полная работа равна сумме работ при изотермическом сжатии (процесс 1-2) и расширении (процесс 3-4): $A=A_{12}+A_{34}$.

С другой стороны $A=A_{12}+A_{34}=\eta\times A_{12}$. Поэтому $A_{12} = \frac{A_{34}}{\eta - 1}$.

Известно, что КПД цикла Карно равен $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

Подставляем числа. $\eta = 1 - \frac{250К}{500К} = 0{,}5 = 50\%$.

Тогда искомая работа равна $A_{12} = \frac{A_{34}}{\eta - 1} = \frac{A_{34}}{1 - \frac{T_2}{T_1} - 1} = -\frac{A_{34}\times T_1}{T_2}$.

Работа A_{34} должна быть отрицательной, а A_{12} – положительной, поэтому $A_{12} = -\frac{(-70Дж)\times 500К}{250К} = 140Дж$.

Ответ: $A_{12} = 140Дж$

Задача 8. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно с температурой нагревателя 580 К и температурой холодильника $17 \circ C$ и совершает за один цикл работу 3 кДж. Количество теплоты, полученное за один цикл рабочим телом от нагревателя, равно :

1) 2 кДж 2) 3 кДж 3) 6 кДж 4) 9 кДж

Решение:

Известно, что $T_1 = 580\,K$, $T_2 = 17 + 273 = 290\,K$ – сразу переходим к шкале температур Кельвина. Зная температуры нагревателя и холодильника, можем найти КПД машины:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{290}{580} = 0,5$$

КПД машины еще можно записать иначе: $\eta = \frac{A}{Q_1}$, откуда искомое количество теплоты: $Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{3 \times 10^3}{0,5} = 6 \times 10^3$, или 6 кДж

Ответ: 6 кДЖ

Задача 9. **КПД тепловой машины 30%. За 10 с рабочему телу машины поступает от нагревателя 3 кДж теплоты. Средняя полезная мощность машины равна**

1) 9 Вт 2) 30 Вт 3) 90 Вт 4) 300 Вт

Решение:

Средняя полезная мощность машины – это скорость выполнения работы, или работа, произведенная в единицу времени. Время у нас есть – 10 секунд, осталось найти производимую работу. Зная КПД, это сделать несложно:

$\eta = \frac{A}{Q_1}$, $A = \eta Q_1 = 0,3 \times 3 \times 10^3 = 0,9 \times 10^3 = 900$ Дж.

Найдем теперь среднюю мощность: $P = \frac{A}{t} = \frac{900}{10} = 90$ Вт

Ответ: 90 Вт

Задача 10. **Температура холодильника тепловой машины 400 К, температура нагревателя на 200 К больше, чем у холодильника. Максимально возможный КПД машины равен**

1) 1/5 2) 1/3 3) 1/2 4) 3/5

Решение:

Определим температуру нагревателя: $T_1 = T_2 + 200 = 400 + 200 = 600$.

Максимальным КПД машины будет, если она работает по циклу Карно. Тогда ее наибольший КПД:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{400}{600} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

<u>Ответ</u>*:* $\frac{1}{3}$

<u>Задача 11</u>. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно, совершая за один цикл работу 2 кДж. Количество теплоты 2 кДж,которое рабочее тело двигателя отдает за один цикл холодильнику, температура которого $17 \circ C$. Температура нагревателя равна:

1) $307 \circ C$ 2) $422 \circ C$ 3) $580 \circ C$ 4) $625 \circ C$

<u>Решение:</u>

Известно, что $A = 2 \times 10^3$ Дж, $Q_2 = 2 \times 10^3$ Дж. Переходим к шкале Кельвина: $T_2 = 17 + 273 = 290\,K$. Если машина идеальная и потерь тепла не происходит, то тепло, взятое от нагревателя, пойдет на выполнение работы и частично будет передано холодильнику: $Q_1 = A + Q_2 = 4 \times 10^3$ Дж. Тогда КПД машины $\eta = \frac{A}{Q_1} = 0{,}5$, а теперь можем записать КПД через температуры нагревателя и холодильника:

$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, откуда и найдем температуру нагревателя: $\frac{T_2}{T_1} = 0{,}5$, $T_1 = 2T_2 = 2\left(17 + 273\right) = 580$ К, и не забудем, что ответ нам предложено дать в градусах Цельсия: $580\,K = 580 - 273 = 307 \circ C$

<u>Ответ</u>*:* 307°C

Задачи для самостоятельной работы

<u>Задача 1.</u> Тепловая машина имеет коэффициент полезного действия (к.п.д.) η = 20 %. Каким станет ее к.п.д., если количество теплоты, потребляемое за цикл, увеличится на 40 %, а количество теплоты, отдаваемое холодильнику, уменьшится на 20 %?

Ответ: к.п.д. машины стал $\eta' \cong 0{,}54$, то есть увеличился, и составляет примерно 54 %.

Задача 2. Рассчитайте к.п.д. циклов, представленных на рис. 4.

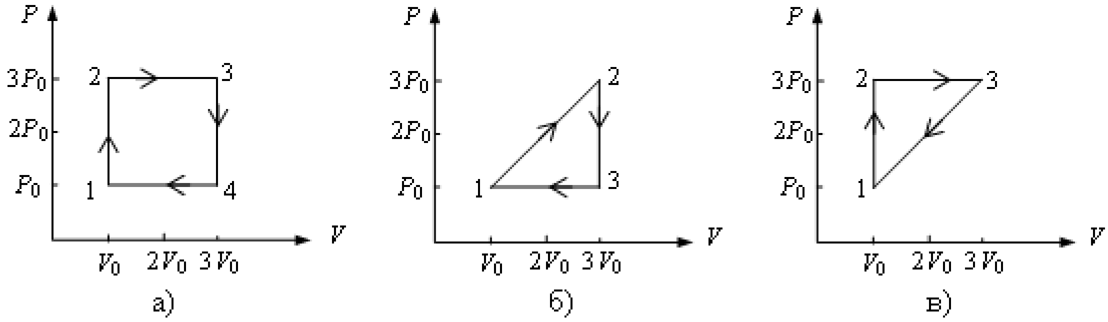


Рис. 4

Ответ:

$$\eta_1 = \frac{(3V_0 - V_0)(3P_0 - P_0)}{12P_0V_0 + 6P_0V_0} = 0{,}22 \qquad \eta_1 = 22\,\%$$

$$\eta_2 = \frac{2P_0V_0}{16P_0V_0} = 0{,}125 \qquad \eta_2 = 12{,}5\,\%$$

$$\eta_3 = \frac{2P_0V_0}{12P_0V_0 + 6P_0V_0} = \frac{2P_0V_0}{18P_0V_0} = \frac{1}{9} = 0{,}11 \quad \eta_3 = 11\%$$

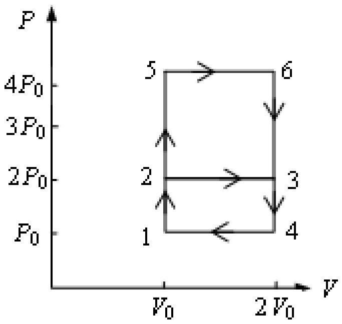


Рис. 5

Задача 3. На рис. 5 показаны два замкнутых термодинамических цикла, произведенных с идеальным одноатомным газом 1–>2–>3–>4–>1 и 1–>5–>6–>4–>1. У какого из циклов коэффициент полезного действия выше? Во сколько раз?

Ответ*:* для второго цикла к.п.д. выше, η_1=0,74η_2 .

Задача 4. Найдите к.п.д. цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат (рис. 6). Рабочим веществом является азот. Известно, что в пределах цикла объем газа изменяется в 10 раз, то есть V_{max} / V_{min}=10 .

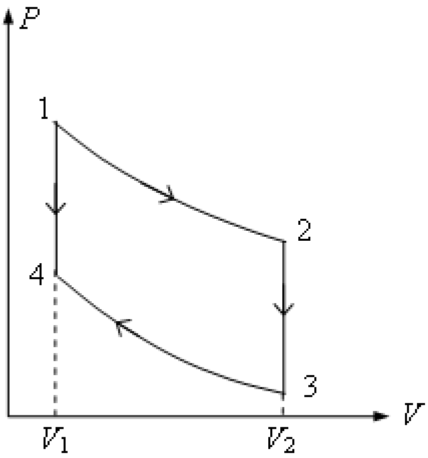


Рис. 6

Ответ*:* к.п.д. цикла равен 60 %.

Задача 5. Определите к.п.д. цикла, показанного на рис. 7. Газ идеальный одноатомный. Участки 2–>3 и 4–>5 на чертеже представляют собой дуги окружностей с центрами в точках O_1 и O_2.

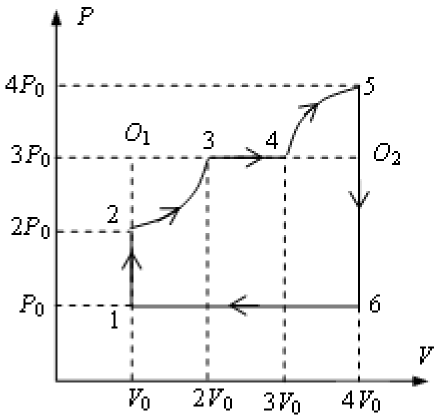


Рис. 7

Ответ*:* к.п.д. цикла равен 19 %.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какой должна быть температура нагревателя, для того чтобы стало возможным достижение значения КПД тепловой машины 80 %, если температура холодильника 27 °С?

2. В процессе работы тепловой машины за некоторое время рабочим телом было получено от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 1{,}5 \cdot 10^6$ Дж, передано холодильнику количество теплоты $Q_2 = -1{,}2 \cdot 10^6$ Дж. Вычислите КПД машины и сравните его с максимально возможным КПД, если температуры нагревателя и холодильника соответственно равны 250 °С и 30 °С.

3. В паровой турбине для получения пара с температурой 250 °С сжигают дизельное топливо массой 0,35 кг. При этом пар совершает работу 1 кВт • ч. Температура холодильника 30 °С. Вычислите КПД турбины. Удельная теплота сгорания дизельного топлива 42 МДж/кг.

4. В цилиндре находится газ, для нагревания которого сжигают нефть массой 2 кг с удельной теплотой сгорания $4{,}3 \cdot 10^7$ Дж/кг. Расширяясь, газ совершает работу 10 кВт • ч. На сколько изменилась внутренняя энергия газа? Чему равен КПД установки?

5. Двигатель автомобиля развивает мощность 25 кВт. Определите КПД двигателя, если при скорости 60 км/ч он потребляет 12 л бензина на 100 км пути. Плотность бензина 700 кг/м^3. При сгорании 1 кг бензина выделяется количество теплоты, равное $4{,}5 \cdot 10^7$ Дж.

Список литературы

1. Двигатели Стирлинга: Сборник статей / Перевод с англ. Б. В. Сутугина; под ред. д. т.н., проф. В. М. Бродянского. – М.: «Мир», 1975.

2. Двигатели Стирлинга / [В. Н. Даниличев, С. И. Ефимов, В. А. Звонок и др.]; под ред. М. Г. Круглова. – М.: «Машиностроение», 1977.

3.Эфендиев А.М. – «Тепловые двигатели и нагнетатели», метод. указания, Саратов 2006 г.

4. Архангельский В.М. – «Автомобильные двигатели», М.: Машиностроение, 1977 г.

5. Нигматулин И.Н. – «Тепловые двигатели», М.: Высш. школа, 1974 г.

6.Дущенко В. П., Кучерук И. М. Общая физика. – К.: Высшая школа, 1995. – 430 с.

7.Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1982. – 846 с.

Практическая работа №9

Свойства твердых и жидких тел

Цель работы: Изучение свойств жидкости и твердых тел

Основные теоретические положения

<u>Твердое тело</u> имеет собственную форму, не растекается по объему и не принимает его форму. На микроскопическом уровне атомы прикрепляются друг к другу химическими связями, и их положение друг относительно друга фиксировано. При этом они могут образовывать как жесткие упорядоченные структуры — кристаллические решетки.

Кристаллическое тело может состоять из одного кристалла (монокристалл). Может состоять из многих "сросшихся" кристаллов (поликристаллы).

Монокристалл Поликристалл

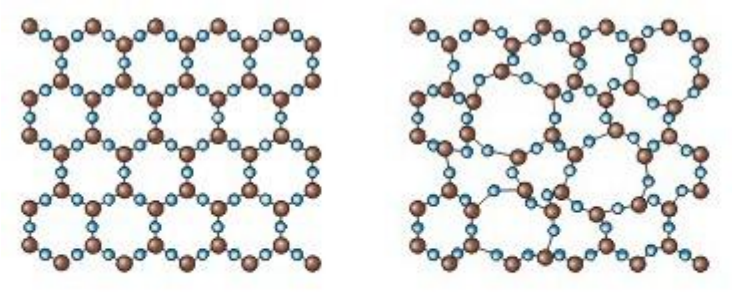
Монокристаллы обладают анизотропией, поликристаллы изотропны. *Анизотропия* - различие свойств по разным направлениям. Прежде всего, бросается в глаза различная механическая прочность кристаллов по разным направлениям. Например, кусок слюды легко расслаивается в одном из направлений на тонкие пластинки, но разорвать его в направлении, перпендикулярном пластинкам, гораздо труднее. Так же легко расслаивается в одном направлении кристалл графита. Когда вы пишете карандашом, такое расслоение происходит непрерывно и тонкие слои графита остаются на бумаге. Многие кристаллы по-разному проводят теплоту и электрический ток в различных направлениях. От направления зависят и оптические свойства кристаллов. Так, кристалл алмаза по-разному преломляет свет в зависимости от направления падающих на него лучей.

Молекулы (ионы, атомы), образующие кристаллическую решетку, колеблются около положения узла, отклоняясь на малые, по сравнению с расстоянием между узлами, расстояния. Чем выше температура тела, тем больше размах колебаний молекул. Кинетическая энергия молекул значительно выше потенциальной энергии их взаимодействия.

Аморфные тела

Если связанные атомы образуют беспорядочные нагромождения, получим аморфное тело (именно такова структура полимеров, которые похожи на перепутанные и слипшиеся макароны в миске). К аморфным телам относятся стекло, смола, канифоль, сахарный леденец и др.

Следует иметь в виду, что в ряде случаев одно и то же вещество в зависимости от условий его получения может находиться как в кристаллическом, так и в аморфном состоянии. Так как аморфные тела могут самопроизвольно переходить в кристаллическое состояние, следует, что кристаллическая форма вещества более устойчива, чем аморфная.



Молекулы кварца: а) кристаллического, б) аморфного.

С точки зрения молекулярного строения аморфные тела следует отнести не к твердым телам - кристаллам, а к жидкостям с очень большой вязкостью.

Все аморфные тела изотропные, т.е. их физические свойства одинаковы по всем направлениям.

Молекулы аморфных тел движутся так, как движутся молекулы жидкостей, но их подвижность очень мала.

Жидкие кристаллы

Это фазовое состояние, в которое переходят некоторые вещества при определенных условиях (температура, давление, концентрация в растворе). Жидкие кристаллы обладают одновременно свойствами как жидкостей (текучесть), так и кристаллов (анизотропия).

По структуре представляют собой вязкие жидкости, состоящие из молекул вытянутой или дискообразной формы, определённым образом упорядоченных во всем объёме этой жидкости.

Модель жидкого кристалла

Деформация твердого тела

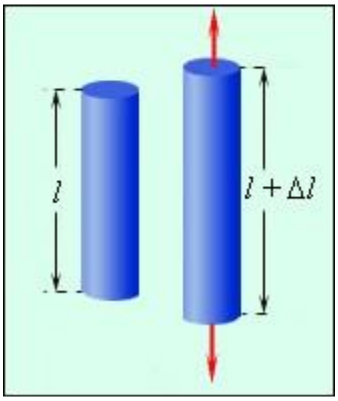
Изменение линейных размеров или форм твердого тела под действием внешних сил.

Виды деформаций. Деформация *растяжения* или *сжатия* - изменение любого линейного размера тела (длины, ширины или высоты). Деформация *сдвига* - перемещение всех слоев твердого тела в одном направлении параллельно некоторой плоскости сдвига. Деформация *изгиба* - сжатие одних частей тела при растяжении других. Деформация *кручения* - поворот параллельных сечений образца вокруг некоторой оси под действием внешней силы.

Механические свойства твердых тел

Сила упругости возникает при деформации тела, обусловлена электромагнитными силами взаимодействия составляющих его частиц. При небольшом внешнем воздействии атомы выходят из состояния равновесия и стремятся вернуться в исходное положение. Сила упругости направлена противоположно деформации.

Возьмем медную проволоку длиной *l* и площадью поперечного сечения *S*. Подвесим груз, под действием силы тяжести проволока удлинится на Δl



Абсолютное удлинение Δl

$$\boxed{\Delta l = l - l_0}$$

Δl – *абсолютное удлинение*

l_0 – *начальная длина*

l – *конечная длина*

$[l] = 1м$

Относительное удлинение ε

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}}$$

ε – относительное удлинение

l_0 – начальная длина

Δl – абсолютное удлинение

$[l] = 1м$ $\quad [\varepsilon]$ – безразмерная

При деформации растяжения $\varepsilon > 0$, при сжатии - $\varepsilon < 0$.

Жесткость образца. Модуль Юнга.

$$\boxed{k = \frac{ES}{l_0}}$$

k – жесткость

E – модуль Юнга

S – площадь поперечного сечения

l_0 – длина образца до деформации

$[k] = 1\frac{Н}{м}$ $\quad [E] = 1\frac{Н}{м^2}$ $\quad [S] = 1м^2$ $\quad [l_0] = 1м$

Модуль Юнга характеризует упругие свойства вещества. Это постоянная величина, зависящая только от материала, его физического состояния. Физический смысл модуля Юнга: он численно равен напряжению, которое возникло бы в образце при относительной деформации, равной единице. Характеризует способность материала сопротивляться деформации растяжения или сжатия. Значение модуля Юнга табличное.

Механическое напряжение.

Механическим напряжением σ называется отношение силы упругости, возникающей в образце, к площади поперечного сечения образца

$$\boxed{\sigma = \frac{F_{упр}}{S}}$$

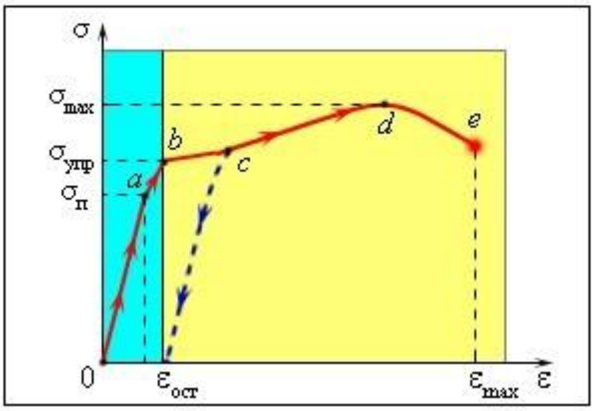
σ – механическое напряжение

$F_{упр}$ – сила упругости

S – площадь поперечного сечения

$[\sigma] = 1\frac{Н}{м^2}$ $\quad [F_{упр}] = 1Н$ $\quad [S] = 1м^2$

Зависимость между ? и ? является одной из важнейших характеристик механических свойств твердых тел. Графическое изображение этой зависимости называется диаграммой растяжения.



Предел пропорциональности. Существует максимальное напряжение (до точки **a** на диаграмме) $\sigma_н$, при котором сохраняется прямая пропорциональность между механическим напряжением и относительным удлинением

$\sigma_н$ – *механическое напряжение*

E – *модуль Юнга*

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$ – *относительное удлинение*

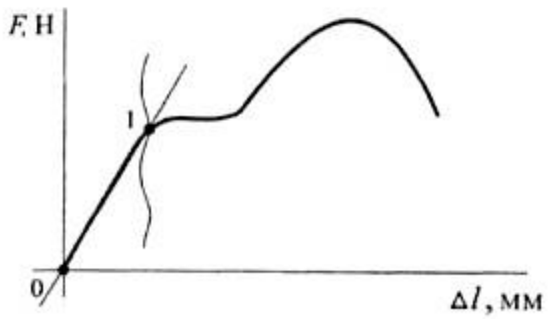
$$\boxed{\sigma_n = E \cdot |\varepsilon|}$$

$[\sigma_н] = 1\frac{Н}{м^2}$ $[E] = 1\frac{Н}{м^2}$ $[\varepsilon]$ – *безразмерная*

Предел упругости. Максимальное напряжение (точка **b** на диаграмме), при котором еще не возникают заметные остаточные деформации. При снятии внешней силы, деформирующей образец, размеры и формы возвращаются к исходным. При дальнейшем воздействии образец после снятия напряжения уже не восстанавливает свои первоначальные размеры и у тела сохраняется остаточная деформация. Такие деформации называются пластическими (участки bc, cd и de). На участке bc деформация происходит почти без увеличения напряжения. Это явление называется текучестью материала. В точке **d** достигается наибольшее напряжение, которое способен выдержать материал без разрушения (**предел прочности**). В точке **e** происходит разрушение материала.

Материалы, у которых область текучести незначительна, называются хрупкими (стекло, фарфор, чугун).

Механические свойства твердого вещества можно отобразить и на диаграмме $F_{упр}(\Delta l)$



Закон Гука справедлив на участке 01.

Напряжение, при котором материал разрушается называется *пределом прочности*. При проектировании зданий нельзя допускать, чтобы механическое напряжение в элементах конструкций достигали предельных значений. Для этого вводится так называемый запас прочности или коэффициент безопасности

$$\boxed{n = \frac{\sigma_{пр}}{\sigma_{д}}}$$

n – коэффициент прочности (безопасности)

$\sigma_{пр}$ – предел прочности, при котором материал разорушается

$\sigma_{д}$ – допустимое максимальное напряжение

$[\sigma] = 1\frac{Н}{м^2}$ $[n]$ – безразмерная

Значения пределов прочности веществ при различных видах деформации являются табличными.

Жи́дкость — вещество, находящееся в жидком агрегатном состоянии, занимающем промежуточное положение между твёрдым и газообразным состояниями[1]. Основным свойством жидкости, отличающим её от веществ, находящихся в других агрегатных состояниях, является способность неограниченно менять форму под действием касательных механических напряжений, даже сколь угодно малых, практически сохраняя при этом объём.

Особенности жидкого состояния вещества. Молекулы вещества в жидком состоянии расположены вплотную друг к другу, как и в твердом состоянии. Поэтому объем жидкости мало зависит от давления. Постоянство занимаемого объема является свойством, общим для жидких и твердых тел и отличающим их от газов, способных занимать любой предоставленный им объем.

Возможность свободного перемещения молекул относительно друг друга обусловливает свойство текучести жидкости. Тело в жидком состоянии, как и в газообразном, не имеет постоянной формы. Форма жидкого тела определяется формой сосуда, в котором находится жидкость, действием внешних сил и сил поверхностного натяжения. Большая свобода движения молекул в жидкости приводит к большей скорости диффузии в жидкостях по сравнению с твердыми телами, обеспечивает возможность растворения твердых веществ в жидкостях.

Поверхностное натяжение. С силами притяжения между молекулами и подвижностью молекул в жидкостях связано проявление сил *поверхностного натяжения.*

Внутри жидкости силы притяжения, действующие на одну молекулу со стороны соседних с ней молекул, взаимно компенсируются. Любая молекула, находящаяся у поверхности жидкости, притягивается молекулами, находящимися внутри жидкости. Под действием этих сил молекулы с поверхности жидкости уходят внутрь жидкости и число молекул, находящихся на поверхности, уменьшается до тех пор, пока свободная поверхность жидкости не достигнет минимального из возможных в данных условиях значения. Минимальную поверхность среди тел данного объема имеет шар, поэтому при отсутствии или пренебрежимо малом действии других сил жидкость под действием сил поверхностного натяжения принимает форму шара.

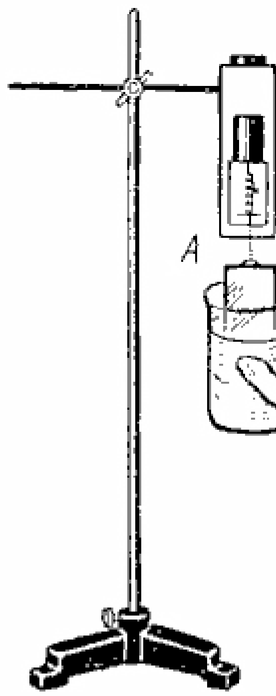
Свойство сокращения свободной поверхности жидкости во многих явлениях выглядит таким образом, будто жидкость покрыта тонкой растянутой упругой пленкой, стремящейся к сокращению.

Силой поверхностного натяжения называют силу, которая действует вдоль поверхности жидкости перпендикулярно к линии, ограничивающей эту поверхность, и стремится сократить ее до минимума.

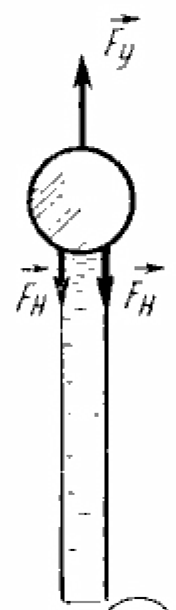
Подвесим на крючок пружинного динамометра П-образную проволоку. Длина стороны *AB* равна *l*. Начальное растяжение пружины динамометра под действием силы тяжести проволоки можно исключить из рассмотрения установкой нулевого деления шкалы против указателя действующей силы.

Опустим проволоку в воду, затем будем медленно опускать вниз сосуд с водой (рис. 92). Опыт показывает, что при этом вдоль проволоки образуется пленка жидкости и пружина динамометра растягивается. По показаниям динамометра можно определить силу поверхностного натяжения. При этом следует учесть, что пленка жидкости имеет две поверхности (рис. 93) и сила упругости $\vec{F}_у$ равна по модулю удвоенному значению силы поверхностного натяжения $\vec{F}_н$:

$$F_у = 2F_н$$



92



93

Если взять проволоку со стороной *AB,* вдвое большей длины, то значение силы поверхностного натяжения оказывается вдвое большим. Опыты с проволоками разной длины показывают, что отношение модуля силы поверхностного натяжения, действующей на границу поверхностного слоя длиной *l*, к этой длине есть величина постоянная, не зависящая от длины *l*. Эту величину называют *коэффициентом поверхностного натяжения* и обозначают греческой буквой «сигма»:

$$\sigma = \frac{F_н}{l}. \quad (27.1)$$

Коэффициент поверхностного натяжения выражается в *ньютонах на метр* (Н/м). Поверхностное натяжение различно у разных жидкостей.

Если силы притяжения молекул жидкостей между собой меньше сил притяжения молекул жидкости к поверхности твердого тела, то жидкость смачивает поверхность твердого тела. Если же силы взаимодействия молекул жидкости и молекул твердого тела меньше сил взаимодействия между молекулами жидкости, то жидкость не смачивает поверхность твердого тела.

Капиллярные явления. Особенности взаимодействия жидкостей со смачиваемыми и несмачиваемыми поверхностями твердых тел являются причиной капиллярных явлений.

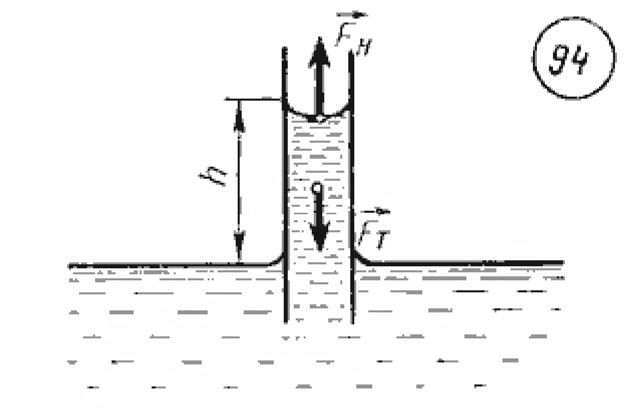
Капилляром называется трубка с малым внутренним диаметром. Возьмем капиллярную стеклянную трубку и погрузим один ее конец в воду. Опыт показывает, что внутри капиллярной трубки уровень воды оказывается выше уровня открытой поверхности воды.

При полном смачивании жидкостью поверхности твердого тела силу поверхностного натяжения можно считать направленной вдоль поверхности твердого тела перпендикулярно к границе соприкосновения твердого тела и жидкости. В этом случае подъем жидкости вдоль смачиваемой поверхности продолжается до тех пор, пока сила тяжести $\vec{F}_T$, действующая на столб жидкости в капилляре и направленная вниз, не станет равной по модулю силе поверхностного натяжения $\vec{F}_н$, действующей вдоль границы соприкосновения жидкости с поверхностью капилляра (рис. 94):

$$F_T = F_н,$$

$$F_T = mg = \rho h \pi r^2 g,$$

$$F_н = \sigma l = \sigma 2\pi r.$$



Отсюда получаем, что высота подъема столба жидкости в капилляре обратно пропорциональна радиусу капилляра:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \quad (27.2)$$

Плотность. Плотность – это масса жидкости, заключенная в единице объема. В Международной системе единиц (СИ) она измеряется в кг/м3. Для однородной жидкости

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Значения плотностей жидкостей возрастают при повышении давления. Например, плотность воды при температуре 0°С изменяется с ростом давления (от 0,1 до 400 МПа) от 999 до 1146 кг/м3. С ростом температуры плотность жидкостей снижается. Исключением из этого правила является только вода в диапазоне температур от 0 до 4°С: ее плотность возрастает и достигает своего максимума (1000 кг/м3) при t = 3,98°С. При дальнейшем нагреве ее плотность снижается как и у других жидкостей. Именно по этой причине температура воды на дне глубоких водоемов зимой всегда 4°С. При остывании воды до 4°С циркуляция воды в водоеме прекращается, что препятствует промерзанию его до дна.

Значения плотностей некоторых широко распространенных жидкостей при нормальных условиях (t = 20°С, p = 0,1 МПа):

* вода – 998 кг/м3;
* ртуть – 13 546 кг/м3;
* нефть натуральная – 760 – 900 кг/м3;
* масла минеральные – 850 – 930 кг/м3;
* бензин – 712 – 780 кг/м3.

Удельный объем. Удельный объем – это объем жидкости единичной массы, то есть величина, обратная плотности:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}.$$

Так уж сложилось исторически, что эта характеристика редко используется для капельных жидкостей, но очень широко применяется для газов.

Удельный вес. Удельный вес – это вес жидкости единичного объема:

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{gm}{V} = g\rho.$$

Относительная плотность. Относительная плотность – это отношение плотности жидкости к плотности дистиллированной воды при 4°С:

$$\delta = \frac{\rho_{ж}}{\rho_{воды+4}}.$$

Так как r*воды*+4 = 1000 кг/м3, то вычислять относительные плотности очень просто.

Все указанные характеристики жидкостей практически характеризуют одно и то же свойство.

Плотность жидкости можно вычислить по вышеприведенным формулам, а можно и измерить специальным прибором, называемым *ареометром.* Этот прибор похож на поплавок для рыбалки. Глубина его погружения зависит от плотности жидкости.

Сжимаемость. Сжимаемость – это свойство жидкости изменять свой объем под действием давления.

Температурное расширение. Температурное расширение – это свойство жидкости изменять свой объем при изменении температуры.

Изменение объема при нагревании жидкостей весьма ощутимо, поэтому его необходимо учитывать при проектировании гидравлических устройств, в которых жидкость существенно нагревается.

Капиллярность. На поверхности раздела жидкости и газа действуют силы поверхностного натяжения, которые стремятся придать объему жидкости сферическую форму, но сила тяжести не позволяет сделать это, если жидкость находится в значительном объеме. Это явление заметно только, когда жидкость рассматривается в объеме капли или находится в тонком капилляре или зазоре. Силы поверхностного натяжения создают в жидкости дополнительное давление

$$p = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

где s – коэффициент поверхностного натяжения жидкости ;

$r1$, $r2$ – радиусы кривизны.

В капиллярах и зазорах это давление вызывает подъем или опускание жидкости относительно нормального уровня. Это явление называется капиллярностью. Дополнительное давление направлено всегда к центру кривизны мениска. Если жидкость не смачивает поверхность капилляра, то мениск имеет выпуклую форму, и давление от сил поверхностного натяжения совпадает по направлению с атмосферным давлением – уровень жидкости в капилляре снижается. Если жидкость смачивает поверхность капилляра, то мениск имеет вогнутую форму, и дополнительное давление будет направлено вверх, навстречу атмосферному давлению. Как следствие этого – подъем жидкости по капилляру. Высота подъема (опускания) жидкости в стеклянной трубке вычисляется по формуле:

$$h = \frac{k}{d},$$

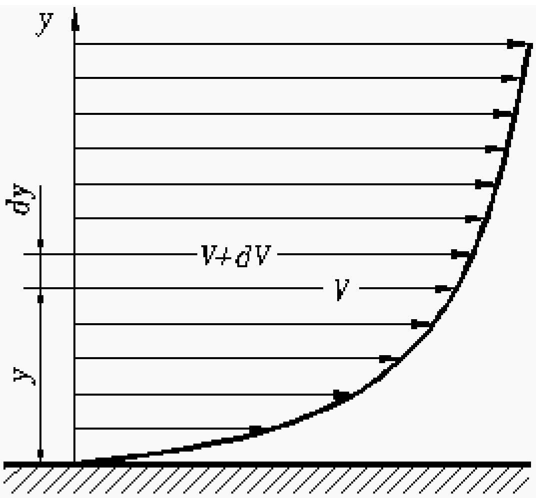
где d – диаметр капилляра ;

k – коэффициент, индивидуальный для каждой жидкости .

Например, для воды k = 30 мм2; для спирта k = 11,5 мм2; для ртути k = –10,1 мм2.

В жидкостных приборах для измерения давления применяют трубки диаметром 10 – 12 мм. В этом случае эффект капиллярности мало ощутим. В зазоре один из радиусов кривизны стремится к бесконечности, поэтому и дополнительное давление, и высота отклонения уровня получаются в 2 раза меньше, чем в капилляре.

Вязкость. Вязкость **–** это свойство жидкости сопротивляться сдвигу ее слоев. При течении жидкости вдоль твердой стенки слои жидкости, прилегающие к ней, тормозятся силами трения между слоями, то есть из-за вязкости (Рис. 1).



Кроме коэффициента динамической вязкости, в технике широко используют *коэффициент кинематической вязкости*:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

С ростом температуры вязкость капельных жидкостей очень сильно падает (по экспоненте), а газов – растет по линейному закону. Например, при нагревании пресной воды от 0 до 100°С коэффициент кинематической вязкости падает от 1,79×10-6 до 0,29×10-6 м2/с, то есть 6 с лишним раз. В этом же диапазоне температур вязкость минеральных масел изменяется в десятки и сотни раз. При отрицательных температурах вязкость масел резко возрастает.

Измеряют вязкость специальными приборами, называемыми вискозиметрами. Принцип действия этих приборов состоит в сравнении времени истечения заданного количества испытуемой и эталонной жидкостей через капилляр.

Испаряемость. Испаряемость присуща всем жидкостям, но в различной степени, причем она сильно зависит от условий, в которых находится жидкость. Одной из характеристик испаряемости является *температура кипения при нормальном атмосферном давлении*. Но атмосферное давление – это лишь частный случай давления в гидросистеме, поэтому более полной характеристикой испаряемости является *давление (упругость) насыщенных паров* *рн.п.*. Чем выше *рн.п*, тем более летучая жидкость. С ростом температуры оно возрастает, но для разных жидкостей в различной степени. Поэтому даже сухой воздух в квартире зимой при контакте с предметом, занесенным с мороза, при остывании становится влажным, и из него конденсируются капельки воды. Это хорошо знают люди, носящие очки. Образование конденсата можно наблюдать на поверхности труб, по которым подается холодная вода, на оконных стеклах и т.п.

Для многокомпонентных жидкостей (смесей) давление насыщенных паров зависит еще и от соотношения объемов паровой и жидкой фаз. Для них давление насыщенных паров тем больше, чем большая доля объема занята жидкостью. В справочниках для них приводятся значения *pн.п.* при соотношении объемов паровой и жидкой фаз 4:1.

Растворимость газов в жидкостях. Растворимость газов в жидкостях характеризуется количеством растворенного газа в единице объема жидкости. Эта величина увеличивается с ростом давления и различна для различных жидкостей.

Относительный *объем растворенного газа* можно подсчитать по закону Генри:

$$\frac{V_г}{V_{ж}} = k\,\frac{p}{p_0},$$

где *Vг* – объем растворенного газа, приведенный к нормальным условиям (*p*0,*T*0);

k – коэффициент растворимости;

p – давление жидкости.

Например, при *t* = 20° С k имеет следующие значения:

– вода – 0,16;

– минеральные масла » 0,08;

– керосин – 0,127.

При увеличении плотности и вязкости минерального масла растворимость газов немного снижается. С увеличением температуры коэффициент растворимости почти не меняется, но учитывать это малое влияние надо, когда жидкость работает в широком температурном диапазоне: насыщенная газом жидкость при одной температуре может начать выделять растворенный газ при другой температуре, что приведет к образованию пены, которая нарушает сплошность среды и может вызвать отказ привода.

В обычном состоянии минеральное масло насыщается воздухом в течение нескольких часов, но если масло взбалтывается в баке, образуется пена. Площадь соприкосновения жидкости и воздуха возрастает во много раз. Это может вызвать насыщение жидкости газом в течение нескольких минут.

При уменьшении давления газы из насыщенной жидкости начинают выделяться, причем делают это значительно быстрее, чем растворяются в ней. Выделиться газ может в считанные секунды или даже доли секунды.

Контрольные вопросы:

1. Что называется испарением или парообразованием?

2. Что называется конденсацией?

3. От каких факторов зависит скорость испарения жидкости?

4. Какую поверхность жидкости называют свободной?

5. Происходит ли испарение воды из открытого сосуда, если ее температура равна комнатной?

6. Происходит ли испарение воды в герметичном сосуде, заполненном жидкостью наполовину?

7. Опишите состояние динамического равновесия между паром и жидкостью.

8. Какой пар называют насыщенным?9. Как связано динамическое равновесие с температурой?

10. Что называют кипением?

11. Как и почему температура кипения зависит от внешнего давления?

12. Какова разница между абсолютной и относительной влажностью?

13. Что такое "точка росы" и что означает относительная влажность 100%?

14. Какова особенность поведения молекул, находящихся в поверхностном слое жидкости?

15. Какую форму принимают капельки жидкости в свободном состоянии и почему?

16. От чего зависит сила поверхностного натяжения жидкости?

17. В чем разница между явлениями смачивания и несмачивания?

18. Почему и как жидкость начинает свободно перемещаться в капиллярах?

19. От чего зависит высота поднятия (опускания) жидкости в капилляре?

20. Какие тела в физике называют кристаллическими?

21. Назовите и коротко опишите типы связей в кристаллах.

22. Коротко охарактеризуйте аморфные тела.

23. Назовите основные механические свойства твердых тел.

24. Опишите график зависимости механического напряжения от относительной деформации.

25. Как и почему изменение температуры влияет на размеры твердых тел?

26. Опишите фазовый переход "твердое тело <==> жидкость".

27. Опишите фазовый переход "жидкость <==> пар ".

28. Опишите фазовый переход "твердое тело <==> пар ".

Примеры решения задач

Задача 1. В пустой сосуд объемом 1 м^3 налили 10 г воды при 20 °С и плотно закрыли. Будет ли в нем пар насыщенным? Какое минимальное количество воды надо налить, чтобы пар стал насыщенным?

Дано:	*Решение:*
T = 273 К m = 10 г V = 1 м^3	Из уравнения Менделеева-Клапейрона $pV = (m / M) \cdot RT$ определим давление, которое установилось после испарения воды: p = 1351 Па. В таблице находим давление насыщенного водяного пара при 20 °С: $p_н$ = 2333 Па. Если в уравнение Менделеева-Клапейрона подставить значение давления насыщенного пара, то получим минимальное количество воды, которую нужно испарить, чтобы пар стал насыщенным: $m_0 = p_н VM / RT$ = 17,3 г.
p — ?, m_0 — ?	**Ответ:** p = 1351 Па, m_0 = 17,3 г.

Задача 2. Водяной пар, который находится в закрытом сосуде объёмом 5,76 л при 15 °С, оказывает давление 1280 Па. Каким будет его давление, если объем увеличится до 8 л, а температура повысится до 27 °С?

Дано:	*Решение:*
t_1 = 15 °С V_1 = 5,76 л p_1 = 1280 Па t_2 = 27 °С V_2 = 8 л	Из таблицы давление насыщенного водяного пара при 15 °С $p_н$ = 1710 Па. Следовательно, пар ненасыщенный. Для 27 °С $p_н$ = 3559 Па. Согласно уравнению состояния идеального газа $p_1V_1 / T_1 = p_2V_2 / T_2$; p_2 = 960 Па.
p_2 — ?	**Ответ:** p_2 = 960 Па.

Задача 3. В калориметр, который содержит 400 г воды при 17 °С, пускают 10 г пара, температура которого 100 °С. Какая температура установилась в калориметре?

Дано:	*Решение:*
t_1 = 17 °С m_1 = 400 г t_2 = 100 °С m_2 = 10 г	Вода в калориметре нагревается до температуры t за счет теплоты, которую отдает сконденсированный пар, и теплоты вследствие охлаждения образованной из нее воды: $c_B m_1(t — t_1) = rm_2 + c_B m_2(t_2 — t)$. Осуществив определенные математические преобразования, получим: $t = (rm_2 + c_B m_2 t_2 + c_B m_1 t_1) / c_B(m_1 + m_2)$; t = 32 °С.
t — ?	**Ответ:** t = 32 °С.

Задача 4. Алюминиевая деталь массой 560 г была нагрета до 200 °С и затем брошена в воду, температура которой 16 °С. При этом часть воды испарилась, а та часть, которая осталась, нагрелась до 50 °С. Сколько воды испарилось? Начальная масса воды 400 г.

Дано:	Решение:
$t_а = 200$ °С $m_а = 560$ г $t_в = 16$ °С $m_В = 400$ г $t = 50$ °С	В результате охлаждения алюминиевой детали выделилось количество теплоты Q_4, которое затрачено на испарение части воды $(Q_2 + Q_3)$ и нагревание оставшейся воды Q_1. $Q_1 = (m_В — m_П)c_В(t — t_В);$ $Q_2 = c_Вm_П(100\ °C — t_В);$ $Q_3 = rm_П;$ $Q_4 = c_аm_а(t_а — t);$ $Q_4 = Q_1 + Q_2 + Q_3.$ $c_аm_а(t_а — t) = c_Вm_В(t — t_В) — c_Вm_П(t — t_В) + c_Вm_П(100\ °C — t_В) + rm_П.$ Решив это уравнение относительно неизвестного $m_П$, получим: $m_П = 6{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг.
$m_П$ — ?	**Ответ:** $m_П = 6{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг.

Задача 5. В железном баке массой 5 кг находится 20 кг воды и 6 кг льда при 0 °С. Сколько водяного пара температурой 100 °С надо впустить в бак, чтобы растопить лед и нагреть воду до 70 °С?

Дано:	Решение:
$t_1 = 0$ °С $m_Л = 6$ кг $m_б = 5$ кг $m_В = 20$ кг $t = 70$ °С	В результате конденсации пара и охлаждения образовавшейся воды выделилось количество теплоты $Q_1 + Q_2$. По условию теплового баланса оно затрачено на плавление льда Q_3, нагревание образовавшейся воды Q_4 и находящейся в баке воды Q_5, а также на нагревание самого бака Q_6. $Q_1 = rm_П;$ $Q_2 = c_Вm_П(t_П — t);$ $Q_2 = c_Вm_П(100\ °C — t_В);$ $Q_3 = \lambda m_Л;$ $Q_4 = c_Вm_Л(t — 0\ °C);$ $Q_5 = c_Вm_В(t — 0\ °C);$ $Q_6 = c_жm_б(t — 0\ °C).$ $Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + O_5 + Q_6.$ Решив это уравнение относительно неизвестного $m_П$, получим: $m_П = 4$ кг.
$m_П$ — ?	**Ответ:** $m_П = 4$ кг.

Задача 6. Относительная влажность воздуха в комнате при 25 °С составляет 70%. Сколько воды конденсируется из каждого кубометра воздуха в случае снижения температуры до 16 °С?

Дано: t_1 = 25 °С φ = 70% t_2 = 16 °С	*Решение:* $\varphi = (\rho / \rho_н) \cdot 100\%$. Из таблицы плотность насыщенного пара при 25 °С равна $\rho_{H1} = 23 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Следовательно, $\rho = \varphi\rho_{H1} = 16{,}1 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Точка росы для данной абсолютной влажности воздуха равна t_p = 19 °С, поэтому влага начнет конденсироваться при температуре ниже точки росы, т. е. от 19 °С до 16 °С. Поскольку $\rho = m / V$, то $m_1 = \rho V$, а $m_2 = \rho_{H2}V$. Из таблицы устанавливаем, что для 16 °С плотность насыщенного водяного пара равна $\rho_{H2} = 13{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Следовательно, $m_B = m_1 — m_2 = \rho V — \rho_{H2}V$; $m_B = (16{,}1 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 — $13{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг/м$^3) \cdot 1$ м$^3 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг. Материал с сайта http://worldofschool.ru
m_B — ?	**Ответ:** $m_B = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг.

Задача 7. Поверхностное натяжение жидкости можно определить экспериментально с помощью чувствительного динамометра и кольца из проволоки: кольцо опускают на поверхность воды, а затем отрывают его от нее, фиксируя с помощью динамометра силу в момент отрыва (рис. 3.17). Водном из таких опытов использовалось алюминиевое кольцо диаметром 20 см и массой 5,7 г; в момент отрыва динамометр показал 0,15 Н. По этим данным вычислите поверхностное натяжение воды.

Дано: m = 5,7 г d = 20 см F = 0,15 Н	*Решение:* В момент отрыва сила упругости динамометра F уравновешена силой тяжести кольца и силой поверхностного натяжения воды, действующей на контур кольца: $F = mg + 2\sigma l$; $l = \pi d$. Отсюда $\sigma = (F — mg) / 2\pi d$ = 0,074 Н/м.
σ — ?	**Ответ:** σ = 0,074 Н/м.

Задачи для самостоятельного решения

1. На железобетонную колонну действует сила *F*. Какая часть нагрузки приходится на железо, если площадь поперечного сечения железа в 20 раз меньше площади поперечного сечения бетона, а модуль Юнга для железа в 10 раз больше модуля Юнга для бетона?

2. К стальной проволоке (*E*=200 ГПа) диаметром 2 мм и длиной 4 м подвешена гиря массой 16 кг. Чему равны абсолютная и относительная деформация проволоки, механическое напряжение, возникшее в ней?

3. К образцу длиной 2 м и площадью поперечного сечения 1 мм^2 подвесили груз массой 10 кг. Образец растянулся на 2 мм. Чему равен модуль упругости материала, из которого изготовлен образец? Что означает полученное число?

4. Определить максимальную высоту здания, которое можно построить из кирпича, если плотность кирпича 1800кг/м^3, а предел прочности кирпича на сжатие с учётом шестикратного запаса прочности составляет 3000кПа. (28м).

5. Какой минимальный диаметр должен иметь стальной трос подъёмного крана, если максимальная масса поднимаемого груза = 5т. Предел прочности стальной проволоки при пятикратном запасе прочности равен 110МПа. (2см).

Список литературы

1. П.И. Самойленко, А.В. Сергеев. Физика. –М.: 2002.

2. А.А. Пинский, Г.Ю. Граковский. Физика. –М.: 2002.

3. В.Ф. Дмитриева. Физика.-М.: 2000.

4. Г.И. Рябоводов, П.И. Самойленко, Е.И. Огородникова. Планирование учебного процесса по физике.-М.: Высшая школа, 1988.

5. А.А. Гладкова. Сборник задач и вопросов для ССУЗ по физике. -М.: Наука. 1996.

Практическое занятие № 10

. Закон Кулона. Электрическое поле и его характеристики. Электроемкость. Конденсаторы.

Цель занятия:
- научиться рассчитывать напряженность электрического поля, созданного системой точечных электрических зарядов и объемными заряженными телами;
- приобрести практические навыки расчета потенциала и разности потенциалов электростатических полей, созданных зарядами, заряженными проводниками;
-следить за поведением проводников в электрическом поле;
- выяснить, как размещаются электрические заряды на поверхности заряженного проводника, какое явление носит название электростатической индукции, а также какое значение принимает напряженность электростатического поля внутри проводника;
- выяснить, что такое электроемкость и научиться рассчитывать емкости простых систем и энергию электрического поля;
- усвоить основные законы теории постоянного электрического тока: обобщенный закон Ома.

Основные теоретические положения

Закон Кулона:
сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояний между ними:

$$\mathbf{F = k \cdot (|q_1| \cdot |q_2|) / r^2.}$$

Коэффициент пропорциональности к в этом законе равен:

$$\mathbf{k = 9 \cdot 10^9\ (Н \cdot м^2) / Кл^2.}$$

В СИ коэффициент к записывается в виде:

$$\mathbf{k = 1 / (\,4\pi\varepsilon_0\,),}$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м (электрическая постоянная).

Точечными зарядами называют такие заряды, расстояния между ко-торыми гораздо больше их размеров.

Электрические заряды взаимодействуют между собой с помощью электрического поля. Для качественного описания электрического поля используется силовая характеристика, которая называется «напряженностью электрического поля» (E). *Напряжённость электрического поля* равна отношению силы, действующей на пробный заряд, помещенный в некоторую точку поля, к величине этого заряда:

$$\mathbf{E^{\rightarrow} = F^{\rightarrow} / q_0.}$$

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд. [E] = В/м. Из закона Кулона и определения напряженности поля следует, что напряженность поля точечного заряда равна

$$\mathbf{E = k \cdot q / r^2,}$$

где q — заряд, создающий поле; r — расстояние от точки, где находится заряд, до точки, где создается поле.

Если электрическое поле создается не одним, а несколькими зарядами, то для нахождения напряженности результирующего поля используется принцип суперпозиции электрических полей: напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, созданных каждым из зарядов — источников в отдельности:

$$\mathbf{E^{\rightarrow} = E^{\rightarrow}_1 + E^{\rightarrow}_2 + ... + E^{\rightarrow}_n.}$$

Работа электрического поля при перемещении заряда: найдем работу перемещения положительного заряда силами Кулона в однородном электрическом поле. Пусть поле перемещает заряд q из точки 1 в точку 2:

$$\mathbf{A = qE \cdot (d_1 - d_2) = - (qEd_1 - qEd_2).}$$

В электрическом поле работа не зависит от формы траектории, по которой перемещается заряд. Из механики известно, что если работа не зависит от формы траектории, то она равна изменению потенциальной энергии с противоположным знаком:

$$\mathbf{A = - (W_{p2} - W_{p1}).}$$

Отсюда следует, что:

$$\mathbf{W_p = qEd.}$$

Потенциалом электрического поля называют отношение потенциальной энергии заряда в поле к этому заряду:

$$\mathbf{\varphi = W_p / q.}$$

Запишем работу поля в виде:

$$\mathbf{A = - (W_{p2} - W_{p1}) = -q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = qU.}$$

Здесь $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — *разность потенциалов* в начальной и конечной точках траектории. Разность потенциалов называют также *напряжением*.

Часто наряду с понятием «разность потенциалов» вводят понятие «потенциал некоторой точки поля». Под потенциалом точки подразумевают разность потенциалов между данной точкой и некоторой заранее выбранной точкой поля. Эту точку можно выбирать в бесконечности, тогда говорят о потенциале относительной бесконечности.

Потенциал поля точечного заряда подсчитывается по формуле:

$$\boldsymbol{\varphi = (1 / (4\pi\varepsilon_0)) \cdot (q / r).}$$

Проекция напряженности электрического поля на какую-нибудь ось и потенциал связаны соотношением:

$$\boldsymbol{E_x = \Delta\varphi / \Delta x.}$$

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Кулона.

2. Для каких зарядов можно применить закон Кулона?

3. Какой заряд называется точечным, пробным?
4. Физический смысл напряженности электростатического поля.
5. Какие свойства имеет электростатическое поле?
6. Как определяется напряженность электростатического поля точечного заряда?
7. Дайте определение линий напряженности электрического поля.
8. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей
9. Что такое циркуляция вектора напряженности электростатического поля и чему она равна?
10. Как распределяются электрические заряды на заряженном проводнике.
11. Чему равны напряженность и потенциал электростатического поля внутри и на поверхности проводника?
12. Как возникают индуцированные заряды?
13. Что такое электроемкость уединенного проводника, от чего она зависит?
14. Чему равны электроемкость конденсатора, емкость плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов?
15. Как рассчитать электроемкость батареи при параллельном и последовательном сочетаниях конденсаторов?
16. Чему равна энергия отдельного проводника и энергия заряженного конденсатора?
17. Как определить электрическую энергию системы заряженных тел (проводников и полупроводников)? Где локализована эта энергия?
18. Выведите формулу для объемной плотности энергии электрического поля

Алгоритм решения задач

1. Сделать рисунок с изображением взаимодействующих зарядов, заданных проводников, емкостей, полей;
2. При изображении электростатических полей обязательно использовать правила проведения силовых линий и эквипотенциальных поверхностей;
3. Помнить, что сила взаимодействия между зарядами рассчитывается по закону Кулона только в том случае, если заряды можно считать точечными;
4. Учитывать, в какой среде находятся заряды или создано электростатическое поле (если в условии задачи не указана среда, то подразумевается вакуум ($\varepsilon = 1$) или воздух, диэлектрическая проницаемость которого близка к единице);
5. Для нахождения величин зарядов после соприкосновения заряженных тел применять закон сохранения зарядов;
6. При действии на точечный заряд нескольких сил или полей использовать принцип суперпозиции (наложения);
7. Знать, что точечный заряд или система точечных зарядов будут в равновесии, если сумма всех сил, действующих на каждый заряд, равна нулю;
8. Расчет скоростей, энергий точечных зарядов или работы по их перемещению в неоднородных полях производить на основании закона сохранения энергии.

Приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц СИ

Кратные приставки			Дольные приставки		
Наименование	**Обозначение**	**Множитель**	**Наименование**	**Обозначение**	**Множитель**
Йотта	**И**	10^{24}	**деци**	**д**	10^{-1}
зетта	**З**	10^{21}	**санти**	**с**	10^{-2}
эпса	**Э**	10^{18}	**милли**	**м**	10^{-3}
пэта	**П**	10^{15}	**микро**	**мк**	10^{-6}
тера	**Т**	10^{12}	**нано**	**н**	10^{-9}
гига	**Г**	10^{9}	**пико**	**п**	10^{-12}
мега	**М**	10^{6}	**фемто**	**ф**	10^{-15}
кило	**к**	10^{3}	**атто**	**а**	10^{-18}
гекто	**г**	10^{2}	**зенто**	**з**	10^{-21}
дека	**да**	10^{1}	**йокто**	**и**	10^{-24}

Физическая постоянная	**Символ**	**Значение**
Скорость света в вакууме	c	2,99792458 $\cdot 10^{8}$м/с – (точно)
Магнитная проницаемость вакуума	μ_0	$4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн·м$^{-1}$
Диэлектрическая проницаемость вакуума	ε_0	8,854187817... 10^{-12}Ф·м$^{-1}$
Элементарный заряд (протон)	e	1,60217733(49) $\cdot 10^{-19}$Кл
Гравитационная постоянная	G	6,67259(85) $\cdot$ 10^{-11}Н·м^{2} ·кг$^{-2}$
Атомная единица массы	а.е.м	1,6605402(10) $\cdot$ 10^{-27}кг
Масса покоя: – электрон, - протон - нейтрон	 m mp mn	 9,1093897(54) $\cdot$ 10^{-31}кг 1,6749286(10) $\cdot$ 10^{-27}кг 1,6726231(10) $\cdot$ 10^{-27}кг
Энергетический эквивалент массы покоя: - электрон - протон - нейтрон		 0,51099906(15) МэВ 938,27231(28) МэВ 939,56563(28) МэВ
Постоянная Планка	h	6,6260755(40) $\cdot$ 10^{-34}Дж·с
Радиус первой орбиты электрона в атоме водорода (первый радиус Бора)	a_0	5,291772 49(24) $\cdot$ 10^{-11}м
Радиус электрона (по Бору)	r_e	2,81794092(38) $\cdot$ 10^{-15} м
Постоянная Авогадро	NA	6,0221367(36) $\cdot 10^{23}$. моль$^{-1}$
Постоянная Фарадея	F	9,6485309(29) $\cdot 10^{4}$Кл·моль$^{-1}$

Универсальная газовая постоянная (для моля)	R	8,314510(70) Дж·K^{-1}. $моль_{-1}$
Постоянная Больцмана	k	1,380658(12) · 10^{-23}Дж·K^{-1}
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	5,67051(19) · 10^{8}Вт·$м^{-2}$ ·K^{-4}

Примеры решения задач:

Задача 1. Рентгеновские лучи образуют в 1 см3 газа 12,5×106 пар ионов за 1 с. Между пластинами плоского конденсатора площадью по 100 см2 при этих условиях ток насыщения1×10−10 А. Каково расстояние между пластинами конденсатора?

Решение: Плотность тока насыщения в газе jн определяется формулой jн = Nqd (1), где N — число пар ионов, созданных рентгеновскими лучами в единице объема в единицу времени, d — расстояние между пластинами. Сила тока J и плотность тока S связаны соотношением J = I/S, тогдаjн = Iн (2). S Приравняем правые части уравнений (1) и (2): Iн = Nqd, откуда S d = Iн SNq После вычислений d = 1?10 −10 А/(100?10 −4 м2?12,5?10 12?1,6?10 −19 Кл) = 5?10 −3 м = 5 мм.

Ответ: расстояние между пластинами конденсатора равно 5 мм.

Примечание: взят заряд однозарядного иона e = 1,6×10 −19 Кл и в 1 м3 образуется 12,5×10 12 пар ионов за 1 с

Задача 2. Две одинаковые круглые пластины площадью S = 400 см2 каждая расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины Q1 = 400 нКл, другой — Q2 = 200 нКл. Определить плотность энергии электрического поля в точках, расположенных: а) между пластинами, б) вне пластин.

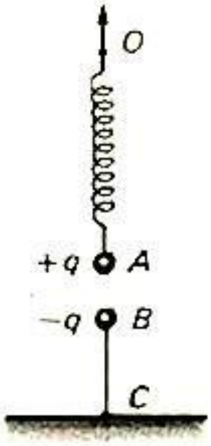
Решение: Плотность энергии поля численно равна энергии поля в единице объема: w = W = CU2 = εεoSU2 = εεoE 2 . V 2V 2dSd 2 Рассмотрим поле пластин конденсатора. Напряженность поля вне пластин: E = E+ + E+ = δ+ + δ+ = 1 (Q1 + Q2). 2εεo 2εεo 2εεoS Напряженность поля между пластин равна: E = E+ − E+ = δ+ − δ+ = 1 (Q1 − Q2). 2εεo 2εεo 2εεoS Слева и справа модуль результирующей напряженности одинаков. Плотность энергии электрического поля в точках, расположенных вне пластин: w = 1 (Q1 + Q2) 2 = 3.18 Дж/м3 . 8εo S между пластин: w = 1 (Q1 − Q2) 2 = 0.353 Дж/м3 . 8εo S

Ответ: w = 1 (Q1 − Q2) 2 = 0.353 Дж/м3 . 8εo S.

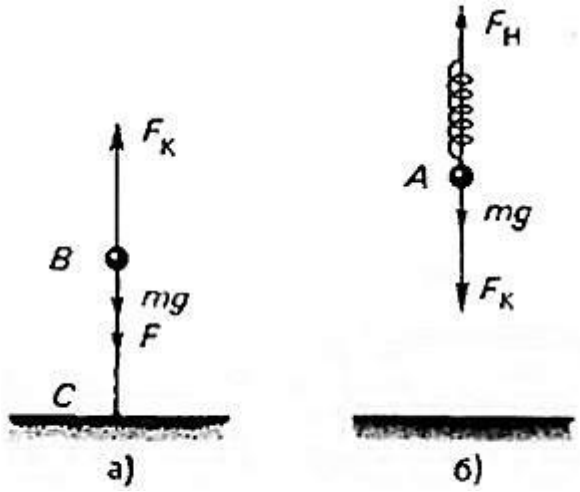
Примечание: плотность энергии пропорциональна квадрату напряженности электрического поля в области пространства, что справедливо для электрических полей любой конфигурации, а не только для однородных полей, в том случае, если среда, заполняющая пространство изотропная

Задача 3. Две частицы, имеющие массы 2 г и 3 г и одинаковые заряды 6 мкКл, приближаются друг к другу. В некоторый момент они находятся на расстоянии 30 м и имеют одинаковые скорости 3 м/с. Найдите наименьшее расстояние между частицами в процессе движения. Коэффициент в законе Кулона k = 9 × 109 м/Ф.
Решение: В тот момент, когда расстояние между частицами достигает максимального значения r, их скорости имеют одинаковую величину u и одинаковое направление (относительная скорость равна нулю). Это состояние системы связано с начальным законами сохранения импульса m1v − m2v = (m1 + m2)u, и энергии: m1v 2/2 + m2v 2/2 + kq2/ro = (m1 + m2)u2/2 + kq2/r. Решая совместно два уравнения относительно искомого расстояния, получаем r = (1/ro + 2v 2m1m2/[kq2(m1 + m2)]) −1 = 10 м
Ответ: r = 10 м

Задача 4. Два небольших шарика **A** и **B**, каждый массой **m = 0,1 кг**, имеют одинаковые по модулю и противоположные по знаку заряды **$q = 10^{-6}$ Кл**. Шарик **A** подвешен на изолирующей пружинке с жесткостью **k = 9,8 Н/м** над шариком **B**, как показано на рисунке. В начальном положении сила кулоновского взаимодействия между шариками равна **4mg**. Верхний конец пружинки начали медленно поднимать. На сколько сантиметров надо переместить точку **O**, чтобы натяжение изолирующей и нерастяжимой нити **BC** обратилось в нуль?



Решение: На нижний шарик действуют три силы (рис. **a**):



сила тяжести $\mathbf{mg}$, кулоновская сила $\mathbf{F = q^2/(4\pi\varepsilon_o r^2)}$ и сила натяжения нити $\mathbf{T}$. В начальный момент

$$\mathbf{q^2/(4\pi\varepsilon_o r_1^2) = 4mg}$$

по условию, а в конечной

$$\mathbf{q^2/(4\pi\varepsilon_o r_2^2) = mg}.$$

(так как натяжение нити **BC** обратилось в нуль). Отсюда можно найти, насколько надо поднять точку **A** над точкой **B**:

$$\mathbf{\Delta r = r_2 - r_1 = q/[4\sqrt{(\pi\varepsilon_o mg)}] \approx 0{,}5\ м}.$$

Теперь рассмотрим верхний шарик. На него действуют три силы (рис. **б**): сила тяжести $\mathbf{mg}$, кулоновская сила $\mathbf{F_к}$ и сила натяжения пружины $\mathbf{F_н}$. И в начальный, и в конечный моменты эти силы уравновешены (считаем, что перемещение верхнего шарика происходит равномерно):

$$\mathbf{F_{н1} = F_{к1} + mg;\ F_{н2} = F_{к2} + mg},$$

или

$$\mathbf{kx_1 = 4mg + mg;\ kx_2 = mg + mg}$$

($\mathbf{x_1}$ и $\mathbf{x_2}$ – удлинения пружины в начальный и конечный моменты), откуда уменьшение длины пружины

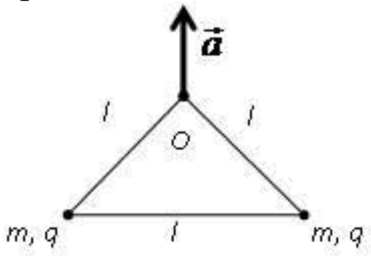
$$\mathbf{\Delta x = x_1 - x_2 = 3mg/k = 0{,}3\ м}.$$

Следовательно, точку **O** надо переместить вверх на

$$\mathbf{h = \Delta r - \Delta x \approx 0{,}2\ м = 20\ см}.$$

Ответ: **h = 20 см**

Задача 5. Два одинаковых заряженных шарика, масса и заряд каждого из которых равны $\mathbf{m = 10}$ **г** и $\mathbf{q = 5 \times 10^{-7}}$ **Кл**, соединены двумя изолирующими нитями длины $\mathbf{l = 10}$ **см** и **2l** (рис.). Систему удерживают за середину длинной нити, а затем точку подвеса **O** начинают поднимать вверх с ускорением **a**, равным по модулю ускорению свободного падения **g**. Определите натяжение короткой нити, соединяющей шарики, во время их подъема.



Решение:

На каждый шарик действуют четыре силы: сила тяжести **mg**, направленная вертикально вниз, электростатическая сила **F**отталкивания со стороны другого шарика, равная по модулю $\mathbf{F = q^2(4\pi\varepsilon_0 l^2)}$, а также силы натяжения $\mathbf{F_н}$ короткой нити и $\mathbf{F_н^/}$длинной нити, направленные вдоль нитей от шарика. Согласно второму закону Ньютона,

$$\mathbf{ma = mg + F + F_н + F_н^/}, \text{ (векторно)}$$

или, в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси,

$$\mathbf{ma = F_н^/ \sin\alpha - mg}$$

и

$$\mathbf{0 = F_н + F_н^/ \cos\alpha - q^2(4\pi\varepsilon_0 l^2)}.$$

Отсюда, учитывая, что $\mathbf{a = g}$, находим силу натяжения короткой нити

$$\mathbf{q^2(4\pi\varepsilon_0 l^2) - 2mg\,ctg60° \approx 0{,}1\ Н}.$$

Ответ: $\mathbf{F_н = \approx 0{,}1}$ **Н**.

Задача 6. В тонкостенной непроводящей равномерно заряженной зарядом **Q** сфере радиуса **R** и массы **M** имеются два небольших диаметрально противоположных отверстия. В начальный момент сфера покоится. По прямой, соединяющей отверстия, из бесконечности начинает двигаться со скоростью **v** частица массы **m** с зарядом **q**, одноименным с **Q**. Найти время, в течение которого заряд **q** будет находиться внутри

Решение: Запишем закон сохранения энергии и импульса для системы шарик – сфера:

$$\mathbf{mv^2/2 = mv_1^2/2 + Mv_2^2/2 + kqQ/R},$$

$$\mathbf{mv = mv_1 + Mv_2}.$$

Здесь $\mathbf{v_1}$ – скорость шарика и $\mathbf{v_2}$ – скорость сферы в тот момент, когда шарик влетает в первое отверстие сферы. Внутри сферы электрического поля нет, поэтому шарик движется от одного отверстия до другого прямолинейно и равномерно с относительной скоростью $\mathbf{v_{отн} = v_1 - v_2}$. Время его движения равно

$$\mathbf{t = 2R/(v_1 - v_2) = 2R/\sqrt{v^2 - (1 + m/M)(2kqQ/(mR))}}.$$

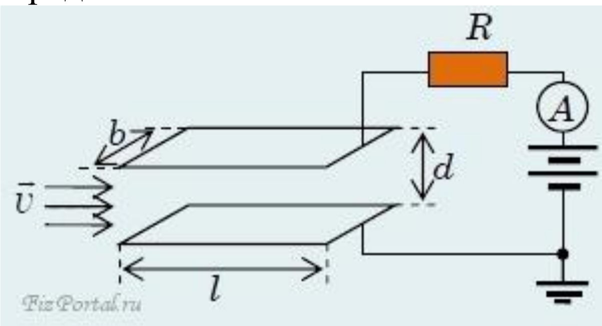
Причем $\mathbf{mMv^2/[2(m + M)] > kqQ/R}$.

Ответ: $\mathbf{t = 2R/\sqrt{v^2 - (1 + m/M)(2kqQ/(mR))}}$, **при** $\mathbf{mMv^2/[2(m + M)] > kqQ/R}$.

Задача 7. Между пластинами плоского конденсатора подвешен легкий металлический шарик. При подаче на конденсатор постоянного напряжения шарик притягивается к одной из пластин, касается ее и отскакивает к другой пластине. Такие перескоки повторяются многократно.

Решение:
Под действием поля внутри конденсатора на шарике индуцируются заряды. Они распределяются так, чтобы одноименные к ближней пластине конденсатора заряды расположились подальше от нее, а разноименные – поближе. Это приводит к возникновению силы, притягивающей шарик к одной из пластин. При соприкосновении шарика с пластиной на него переходит заряд, одноименный с зарядом пластины, возникает отталкивание от этой пластины и притяжение к другой. Далее все повторяется. Шарик на себе переносит заряды с одной обкладки конденсатора на другую.

Задача 8. В плоский конденсатор направлен поток электронов, летящих со скоростью **v** параллельно пластинам (рис.). Концентрация электронов в потоке (число частиц в единице объема) равна **n**. Длина пластин **l**, ширина **b**, расстояние между ними **d**. К верхней пластине через сопротивление **R** и амперметр подключен положительный полюс батареи с ЭДС **E** (внутренним сопротивлением батареи можно пренебречь). Нижняя пластина и другой полюс батареи соединены. Найти показание амперметра. Масса электрона **m**, заряд **e**.



<u>Решение</u>.

Если за время движения внутри конденсатора все электроны пучка успевают дойти до верхней пластины, то

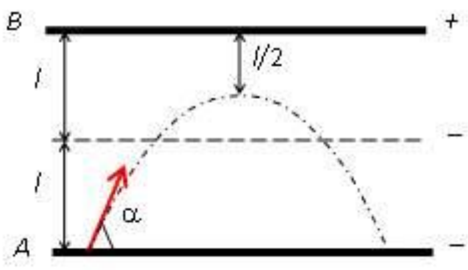
$$\mathbf{I_A = endbv},$$

если же захватывается не весь пучок, то

$$\mathbf{I_A = E/(R + 2mvd/(e^2l^2nb))}.$$

<u>Ответ:</u> $\mathbf{I_A = E/(R + 2mvd/(e^2l^2nb))}$.

<u>Задача 9.</u> Посередине плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого **2l**. находится заряженная сетка (рис.). Разность потенциалов между положительно заряженной пластиной **B** и сеткой вдвое больше разности потенциалов между сеткой и отрицательно заряженной пластиной **A**. Из пластины **A** под углом **α** к ее плоскости вылетает положительно заряженная частица и достигает точки, расположенной на расстоянии **1/2** от пластины **B**. Определите, на каком расстоянии от точки вылета частица попадает на пластину **A**. Силу тяжести не учитывать.



<u>Решение:</u>

Пусть модуль ускорения и время движения частиц между пластиной **A** и сеткой C равны $\mathbf{a_1}$ и $\mathbf{t_1}$ между сеткой и пластиной **B** – соответственно $\mathbf{a_2}$ и $\mathbf{t_2}$, а потенциалы таковы: $\boldsymbol{\varphi_A = 0}$, $\boldsymbol{\varphi_C = \varphi}$ и $\boldsymbol{\varphi_B = 3\varphi}$. При этом

$$\mathbf{a_2 = 2a_1 = (e/m)(2\varphi/l)}.$$

Спускаясь из высшей точки траектории до сетки, частица перемещается по вертикали на

$$\mathbf{l/2 = a_2t_2^2/2}.$$

Согласно закону сохранения энергии,

$$\mathbf{mv_o^2/2 = mv_o^2cos^2\alpha/2 + 2e\varphi},$$

где $\mathbf{v_o}$ – начальная скорость частицы. Кроме того, условие равенства нулю вертикальной проекции скорости в высшей точке дает

$$\mathbf{v_osin\alpha - a_1t_1 - a_2t_2 = 0}.$$

Из полученных уравнений найдем искомое расстояние:

$$\mathbf{L = v_ocos\alpha \times 2(t_1 - t_2) = 2(4 - \sqrt{2})lctg\alpha}.$$

Большинство решавших эту задачу рассматривали движение частицы не от верхней точки траектории, а от пластины **A**. Это, с одной стороны, приводило к громоздким выкладкам, а с другой стороны, увеличивало вероятность допустить ошибку. Так, многие забывали, что движение частицы от сетки к пластине в происходит с некоторой начальной скоростью.

Ответ: $\mathbf{L = v_ocos\alpha \times 2(t_1 - t_2) = 2(4 - \sqrt{2})lctg\alpha}$.

Задача 10. На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения **μ** покоились два тела с массами **M** и **m** заряженные разноименными зарядами **Q** и **−Q**. Тело массой m начинают медленно двигать к другому телу до тех пор, пока оно не начнет скользить дальше само. В тот момент, когда тело массой **M** сдвигается с места, электрические заряды быстро убирают. Во сколько раз должны отличаться массы, чтобы тела коснулись друг друга при их дальнейшем движении? Размеры тел считайте малыми.

Решение:
Тело массой **m** поедет начиная с расстояния **R**, когда

$$\mathbf{kQ^2/R^2 = \mu mg}.$$

Тело массой **M** сдвинется начиная с расстояния **r**, когда

$$\mathbf{kQ^2/r^2 = \mu Mg}.$$

Из закона сохранения энергии имеем

$$-\mathbf{kQ^2/R = kQ^2/r + mv^2/2 + \mu mg(R - r)}.$$

В отсутствие зарядов условие соприкосновения можно записать в виде

$$\mathbf{mv^2/2 \geq \mu mgr}.$$

Окончательно получаем

$$\mathbf{M/m \geq 4}.$$

Ответ: $\mathbf{M/m \geq 4}$.

Задача 11. Маятник, имеющий на конце нити шарик массой **m** и зарядом **q**, находится в поле тяжести и однородном электрическом поле, напряженность **E** которого перпендикулярна ускорению свободного падения **g**. Маятник отклоняют до горизонтального положения в плоскости векторов **E** и **g** и отпускают. Найдите натяжение нити, когда маятник будет проходить положение равновесия в данных полях.

Решение:
В равновесии

$$\mathbf{mg\cos\alpha = qE\sin\alpha}$$

т. е. $\mathbf{tg\alpha = mg/qE}$, где $\boldsymbol{\alpha}$ − угол отклонения нити от горизонтали. Из второго закона Ньютона

$$\mathbf{mv^2/l = T - mg\sin\alpha - qE\cos\alpha}.$$

Из закона сохранения энергии (с учетом потенциальности электрического и гравитационного полей)

$$\mathbf{mv^2/2 = mgl\sin\alpha - qE(1 - \cos\alpha)}.$$

Отсюда находим

$$\mathbf{T = 3\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2} - 2qE}.$$

Ответ: $\mathbf{T = 3\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2} - 2qE}$.

<u>Задача 12.</u> На невесомом стержне длины **L** висит маленький шарик массы **m** с зарядом **Q**. На короткое время **t** включается постоянное горизонтальное электрическое поле напряженностью **E**. Найдите максимальный угол отклонения стержня от вертикали.

<u>Решение:</u>

За короткое время пренебрежем смещение шарика. Импульс, приобретаемый шариком, равен

$$\Delta p = QEt,$$

так что приобретаемая кинетическая энергия есть

$$E_к = \Delta p^2/(2m) = (QEt)^2/(2m) = mv^2/2.$$

Высота подъема шарика

$$H = L(1 - \cos\alpha) = v^2/(2g),$$

откуда

$$\cos\alpha = 1 - (QEt/m)^2/(2gL).$$

При $(QEt/m)^2 > 4gL$ шарик сделает полный оборот.

<u>Ответ:</u> $\cos\alpha = 1 - (QEt/m)^2/(2gL)$, при $(QEt/m)^2 < 4gL$.

<u>Задача 13.</u> Связанные нитью шарики массы **m** и **M**, которые имеют одинаковые заряды **q**, летят по направлению нити с равными скоростями **v**. Нить пережигают. Какова была длина нити, если после разлета шарик массы **m** остановился?

<u>Решение:</u>

Пусть конечная скорость заряда массы **M** равна **u**. Тогда из закона сохранения горизонтальной компоненты импульса следует, что

$$v(M + m) = Mu,$$

так как шарики взаимодействуют только между собой.

Вначале потенциальная энергия взаимодействия равнялась

$$W_1 = q^2/(4\pi\varepsilon_0 L),$$

а после разлета равна нулю.

Из закона сохранения энергии имеем

$$Mu^2/2 = (m + M)v^2/2 + q^2/(4\pi\varepsilon_0 L).$$

Отсюда находим длину нити:

$$L = q^2M/[4\pi\varepsilon_0 m(m + M)v^2].$$

Ответ: $\mathbf{L = q^2M/[4\pi\varepsilon_0 m(m + M)v^2]}$.

Задача 14. На горизонтальную пластинку площади **S** с отрицательным зарядом **−Q** оседают из воздуха пылинки, масса каждой из которых **m**, а заряд **+q**. Какова наибольшая масса слоя пыли, осевшей на пластину? Ускорение свободного падения **g**.

Решение:

Пусть **M** − искомая масса. После того, как вся пыль осядет, суммарный заряд на пластинке

$$q(M/m) - Q$$

создаст электрическое поле напряженности

$$E = (qM/m - Q)/(2\varepsilon_0 S).$$

Сила, действующая на каждую пылинку со стороны электрического поля **F = qE**, будет уравновешена силой тяжести mg:

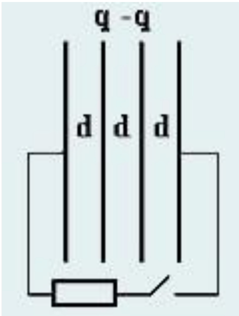
$$mg = q(qM/m - Q)/(2\varepsilon_0 S).$$

Тогда искомая масса

$$M = mQ/q + 2\varepsilon_0 Sm^2g/q^2.$$

Ответ: $\mathbf{M = mQ/q + 2\varepsilon_0 Sm^2g/q^2}$.

Задача 15. Внутренние металлические пластины заряжены зарядами **q** и **−q** соответственно. Внешние исходно незаряженные металлические пластины соединяют через сопротивление. Какой заряд пройдет через сопротивление, и какое количество теплоты выделится в нем? Расстояние между соседними пластинами **d**, площадь каждой пластины **S**. Линейный размер пластин много больше расстояния между ними.



Решение:

Пусть искомый заряд $\mathbf{q_x}$. Заряды внешних пластин $\mathbf{q_x}$ и $\mathbf{-q_x}$. Напряженности электрического поля в зазорах будут равны соответственно

$$\mathbf{q_x/(\varepsilon_o S), (q - q_x)/(\varepsilon_o S), q_x/(\varepsilon_o S),}$$

а направление поля во внешних зазорах противоположно направлению поля во внутреннем зазоре. После установления равновесия напряжение (разность потенциалов) между внешними пластинами должно быть равным нулю:

$$\mathbf{q_x d/(\varepsilon_o S) - (q - q_x)d/(\varepsilon_o S) + q_x d/(\varepsilon_o S) = 0}.$$

Отсюда $\mathbf{q_x = q/3}$.

Систему пластин можно рассматривать как три конденсатора с зарядами

$$\mathbf{q/3, 2q/3, q/3}$$

и емкости

$$\mathbf{C = \varepsilon S/d}.$$

каждый.

Тогда конечная суммарная энергия трех конденсаторов

$$\mathbf{W_{кон} = q^2/(3C),}$$

а начальная энергия (одного конденсатора, образованного внутренними пластинами)

$$\mathbf{W_{нач} = q^2/(2C),}$$

Разница энергий и выделится в виде тепла:

$$Q = W_{нач} - W_{кон} = q^2/(6C) = q^2d/(6\varepsilon S),\ q_x = q/3.$$

<u>Ответ:</u> $Q = q^2d/(6\varepsilon S)$, $q_x = q/3$.

<u>Задача 16.</u> На нижнем конце неподвижной вертикально расположенной в поле тяжести спицы закреплена бусинка с зарядом q_1. Вторая бусинка с зарядом q_2 и массой m может свободно двигаться вдоль спицы. В начальный момент времени вторая бусинка имела нулевую скорость и находилась на высоте h над первой. Найти максимальную скорость второй бусинки. Ускорение свободного падения g.

<u>Решение:</u>
Максимальная скорость достигается при нулевом ускорении, то есть в точке, в которой сумма силы тяжести и кулоновской силы, действующих на заряд q_2, равна нулю:

$$mg = q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o X^2).$$

Здесь X − расстояние от q_1 до q_2 в искомый момент, откуда

$$X = \sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o mg)\}}.$$

Значение искомой скорости определяется из закона сохранения суммы потенциальной и кинетической энергий:

$$mv^2/2 + mgX + q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o X) = mgh + q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o h).$$

Откуда

$$v = \sqrt{(2/m)} \times (\sqrt{(mgh)} - \sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o h)\}})$$

при

$$\sqrt{(mgh)} \geq \sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o h)\}},$$
$$v = \sqrt{(2/m)} \times (\sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o h)\}} - \sqrt{(mgh)}\})$$

при

$$\sqrt{(mgh)} \leq \sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o h)\}}.$$

Или в общем случае

$$v = \sqrt{(2/m)} \times |\sqrt{(mgh)} - \sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_o h)\}}|.$$

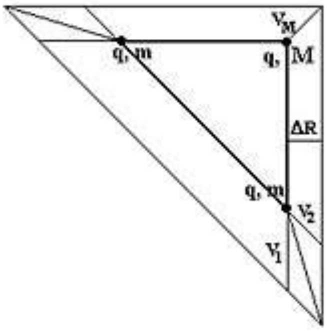
Ответ: $\mathbf{v = \sqrt{(2/m)} \times |\sqrt{(mgh)} - \sqrt{\{q_1q_2/(4\pi\varepsilon_0 h)\}}|}$.

Задача 17. Три частицы с одинаковыми зарядами находятся в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника. При какой массе **M** частицы, находящейся в вершине прямого угла, все частицы при разлете будут находиться в вершинах подобного треугольника? Массы двух остальных частиц равны **m**.

Решение**:**

Из симметрии следует, что «гипотенуза» всегда переносится параллельно (увеличиваясь в размерах). Если найдем условие, при котором один из «катетов» переносится параллельно, то подобие обеспечено.

Скорость и ускорение частицы **m** удобно разложить по направлениям «катета» (1) и «гипотенузы» (2). Если выполнить построения, видно,



что «катет» переносится параллельно, если в любой момент времени

$$\mathbf{v_M \cos 45° = v_2 \cos 45°}.$$

То есть скорости равны $\mathbf{v_M = v_2}$. Следовательно, в любой момент равны и ускорения $\mathbf{a_M = a_2}$.

Если в некий момент времени «катет» равен **b**, то из закона Кулона

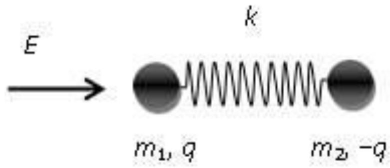
$$\mathbf{Ma_M = 2\cos 45° \times kq^2/b^2},$$

$$\mathbf{ma_2 = kq^2/(2b^2)},$$

откуда $\mathbf{M = 2m\sqrt{2}}$.

Ответ: $\mathbf{M = 2m\sqrt{2}}$.

Задача 18. Два тела с массами $\mathbf{m_1}$ и $\mathbf{m_2}$ и зарядами **q** и **−q** соединены пружиной жесткости **k** и находятся в состоянии покоя (пружина не растянута). Мгновенно включается электрическое поле **E**, направленное вдоль пружины. Найти максимальные значения скоростей первого и второго тела при последующем движении. Электрическим взаимодействием тел между собой пренебречь.



Решение:

Сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю. Поэтому сохраняется импульс

$$\mathbf{m_1v_1 + m_2v_2 = 0}, \quad (1)$$

а центр масс **O** остается на месте (для определенности предположим, что $\mathbf{m_1 > m_2}$, и центр масс находится ближе к первому телу).

Выберем положительное направление оси вправо и обозначим смещение первого тела $\mathbf{x_1}$, а второго $\mathbf{x_2}$.

Из уравнения (1) получается

$$\mathbf{v_2 = -m_1v_1/m_2} \quad (2)$$

Скорости всегда противоположны по направлению и пропорциональны по величине. Поэтому их максимальные значения достигаются одновременно. Условие максимальности скорости тела – равенство нулю его ускорения, **a**, следовательно – и действующей силы.

Для первого тела это условие принимает вид:

$$\mathbf{qE = k(x_1 - x_2)}. \quad (3)$$

Закон сохранения энергии системы тел:

$$\mathbf{m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2 = qE(x_1 - x_2) - k(x_1 - x_2)^2/2}. \quad (4)$$

Выражая $\mathbf{(x_1 - x_2)}$ из (3), а $\mathbf{v_2}$ из (4), получим

$$\mathbf{m_1v_1^2/2(1 + m_1/m_2) = q^2E^2/(2k)}.$$

Откуда максимальные значения

$$\mathbf{v_1 = (qE/\sqrt{k}) \times \sqrt{\{m_2/[m_1(m_1 + m_2)]\}}}$$

и

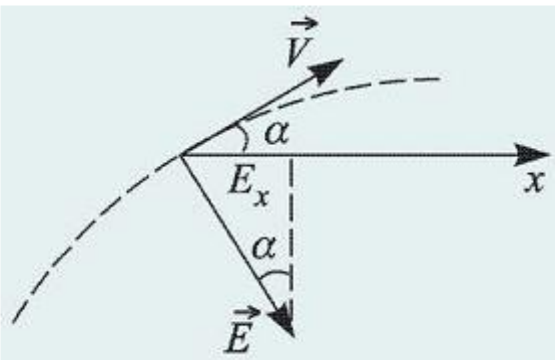
$$v_2 = (qE/\sqrt{k}) \times \sqrt{\{m_1/[m_1(m_1 + m_2)]\}}$$

Ответ: $v_1 = (qE/\sqrt{k}) \times \sqrt{\{m_2/[m_1(m_1 + m_2)]\}}$, $v_2 = (qE/\sqrt{k}) \times \sqrt{\{m_1/[m_1(m_1 + m_2)]\}}$.

Задача 19. Заряженная частица движется в однородном электрическом поле напряженностью **E = 30 В/м**. Известно, что в момент, когда кинетическая энергия частицы достигает минимума, ее скорость направлена под углом $\alpha = 30^o$ к горизонту. Определить разность потенциалов **U** между точками **A** и **B** поля, лежащими на одной горизонтали на расстоянии **l = 30 см** друг от друга. Действием силы тяжести пренебречь.

Решение.
Из курса механики известно, что траектория тела, движущегося под действием постоянной по величине и по направлению силы, представляет собой в общем случае параболу. Такое движение полностью аналогично движению тела, брошенного под углом к горизонту вблизи поверхности Земли.

Пользуясь этой аналогией, легко установить, что кинетическая энергия тела принимает минимальное значение в точке, в которой скорость тела перпендикулярна действующей на него силе, в нашем случае в точке, где $\mathbf{v} \perp \mathbf{E}$ (см. рисунок).



Тем самым направление напряженности электрического поля в пространстве определено. Проекция напряженности поля на горизонтальную ось **OX** равна

$$E_x = E\sin\alpha.$$

Поскольку искомая разность потенциалов определяется как

$$U = E_x l,$$

тогда

$$U = El \times \sin\alpha = 4{,}5\ В.$$

Ответ: **U = 4,5 В**.

Задача 20. Два маленьких проводящих шарика подвешены на длинных непроводящих нитях к одному крючку. Шарики заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии **5 см** друг от друга. Что произойдет после того, как один из шариков разрядить?

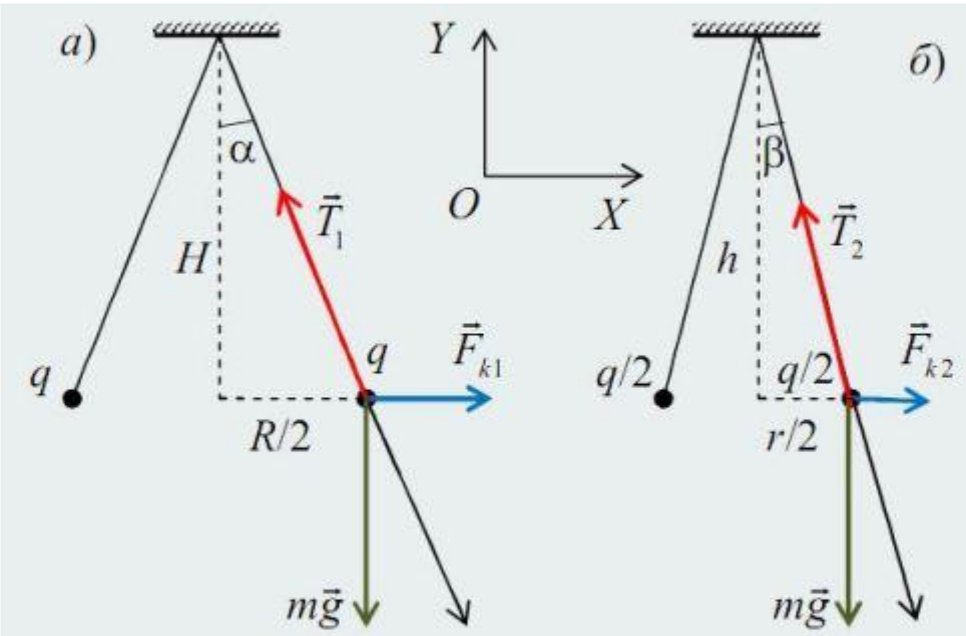
Решение.

Рассмотрим первую ситуацию равновесия шариков. Вдоль оси **OX** кулоновская сила равна проекции силы реакции нити

$$F_{k1} = T_1\sin\alpha. \quad (1)$$

Вдоль оси **OY** силу тяжести компенсирует сила реакции нити

$$mg = T_1\cos\alpha. \quad (2)$$



Разделив (1) на (2) соответственно, получим

$$F_{k1}/mg = \mathrm{tg}\alpha, \quad (3)$$

где $\mathrm{tg}\alpha = (R/2)/H = R/(2H)$, а $F_{k1} = kqq/R^2$

Тогда (3) перепишем в виде

$$kqq/(R^2mg) = R/(2H) \text{ и } kqq/(mg) = R^3/(2H). \quad (4)$$

Повторяя аналогичные рассуждения для второго случая, учитывая, что после разрядки одного шарика и касания с другим, заряд разделится поровну и составит **q/2** на каждом, получим уравнение

$$\mathbf{kqq/(4r^2mg) = r/(2h)} \text{ и } \mathbf{kqq/(mg) = 4r^3/(2H)}. \ (5)$$

Обратим внимание на то, что, так как нити длинные, то высоты **h** и **H** различаются незначительно, поэтому в формуле (5) вместо **h** записано **H**.
Приравняем (4) и (5)

$$\mathbf{R^3/(2H) = 4r^3/(2H),}$$

откуда

$$\mathbf{r = R/\sqrt[3]{4} = 5\ см/3\sqrt{4} \approx 3\ см}.$$

Ответ: после того как один из шариков разрядится, шарики притянувшись и соприкоснувшись, разойдутся на расстояние **r ≈ 3 см**.

Задача 21. На каком расстоянии в вакууме находятся друг от друга точечные заряды **2 нКл** и **5 нКл**, если они взаимодействуют друг с другом с силой **9 мН**?

Решение.

Силы взаимодействия неподвижных зарядов прямо пропорциональны произведению модулей зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними:

$$\mathbf{F = k|q_1||q_2|/r^2}, \ (1)$$

где $\mathbf{k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9\cdot10^9\ Н\cdot м^2/Кл^2}$.
$\mathbf{н = 10^{-9}}$, $\mathbf{м = 10^{-3}}$ – приставки.
Из формулы (1) выразим расстояние

$$\mathbf{r = \sqrt{k|q_1||q_2|/F}}.$$

Подставим численные значения и найдем искомое расстояние

$$\mathbf{r = \sqrt{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-9}\cdot5\cdot10^{-9}/9\cdot10^{-3}} = 3{,}16\cdot10^{-6}м}$$

Ответ: $\mathbf{r = \sqrt{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-9}\cdot5\cdot10^{-9}/9\cdot10^{-3}} = 3{,}16\cdot10^{-6}м}$

Задача 22. Два проводящих шара радиусами **8 см** и **20 см** находятся на большом расстоянии друг от друга и имеют заряды **14 нКл** и **−7 нКл**. Каким станет заряд (**в нКл**) второго шара, если шары соединить проводником? Емкостью соединительного проводника пренебречь.

Решение.
Заряд перебегает до тех пор, **пока не выровняются потенциалы шаров**. Запишем закон сохранения зарядов

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2', \quad (1)$$

где q_1 и q_2 начальные заряды шаров до взаимодействия (даны по условию задачи).
Приравняем потенциалы шаров после соединения проводников

$$kq_1'/R_1 = kq_2'/R_2.$$

Из последнего выражения

$$q_1' = q_2'R_1/R_2. \quad (2)$$

Сделаем замену (2) в (1)

$$q_2'(R_1/R_2 + 1) = q_1 + q_2.$$

Окончательно

$$q_2' = (q_1 + q_2)R_2/(R_1 + R_2).$$

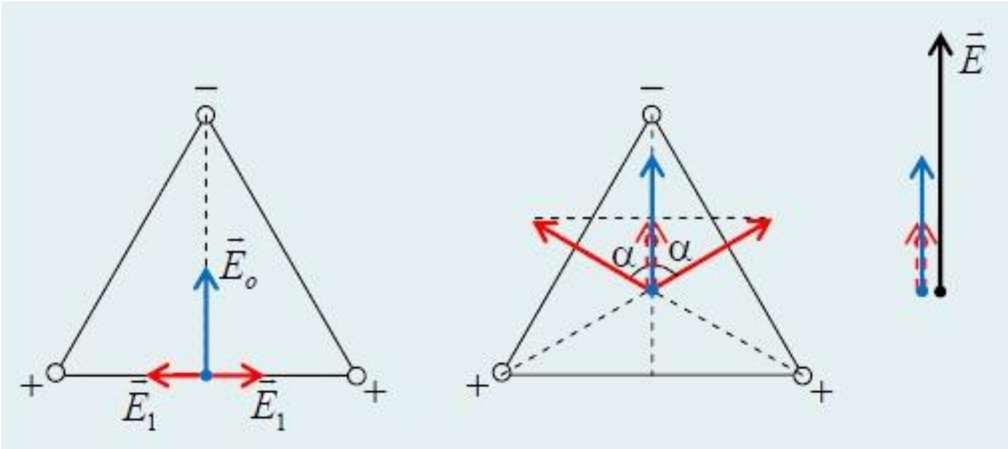
Подставим численные значения

$$q_2' = (14 + (-7))20/(8 + 20) = 5 \text{ (нКл)}.$$

Ответ: $q_2' = 5$ **(нКл)**.

Задача 23. В вершинах равностороннего треугольника находятся равные по модулю заряды. В основании треугольника заряды положительные, а в вершине − отрицательный. Если модуль напряжённости поля, создаваемого этими зарядами в точке, расположенной на середине основания треугольника, равен **1 В/м**, то модуль напряжённости в центре треугольника равен ...

Решение.



В первом случае, модуль напряжённости поля, создаваемого этими зарядами в точке, расположенной на середине основания треугольника, определяется отрицательным зарядом, тогда

$$\mathbf{E_o = kq/x^2},$$

где

$$\mathbf{x = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = a\sqrt{3}/2}.$$

a − сторона равностороннего треугольника.
Откуда

$$\mathbf{E_o = 4kq/(3a^2)}.$$

Из последнего выражения выразим

$$\mathbf{kq/a^2 = (3/4)E_o}. \ (1)$$

Во втором случае модуль результирующей напряженности равен

$$\mathbf{E = E_- + 2E_+\cos\alpha},$$

$$\mathbf{E = kq/y^2 + 2(kq/y^2)\cos\alpha}, \ (2)$$

где $\mathbf{y = a\sqrt{3}/3}$ − расстояние до центра треугольника. (3)
Перепишем (2) и подставим (3)

$$\mathbf{E = 9kq/(3a^2)(1 + 2\cos\alpha)},$$

подставим (1)

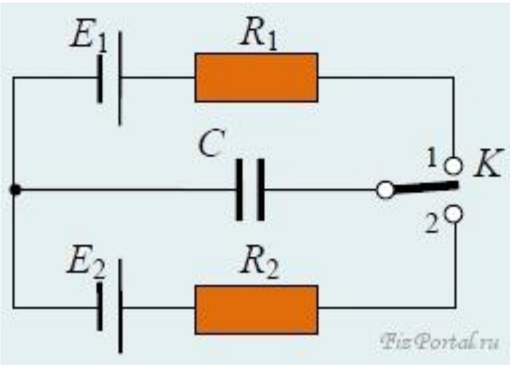
$$E = (9E_o/4)(1 + 2\cos\alpha),$$

Вычисления

$$E = (9 \cdot 1/4)(1 + 2 \cdot \cos 60°) = 9/2 = 4{,}5 \text{ (В/м)}.$$

Ответ: **E =4,5 (В/м)**.

Задача 24. Ключ K (рис.) замыкают поочередно с каждым из контактов на очень маленькие одинаковые промежутки времени, причем изменение заряда конденсатора за время каждого включения очень мало. Какой заряд окажется на конденсаторе после очень большого числа переключений?



Решение.

Пусть конденсатор уже зарядился, и разность потенциалов на нем равна **U**. Тогда при очередном замыкании ключа в положение **1** в начальный момент через ее противление R_1 пойдет ток

$$I_1 = (E_1 - U)/R_1.$$

За время включения заряд конденсатора изменится на величину $I_1\tau$, где τ − время включения.

Когда ключ замкнут в положение **2**, пойдет ток

$$I_2 = (E_2 - U)/R_2.$$

Так как **U** − установившееся напряжение, должно выполняться соотношение

$$I_1\tau = -I_2\tau$$

то есть после двух переключений заряд на конденсаторе остается неизменным:

$$(E_1 - U)/R_1 = (E_2 - U)/R_2.$$

Отсюда

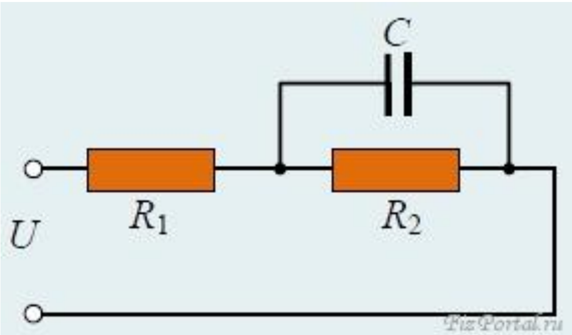
$$U = (E_2R_1 + E_1R_2)/(R_1 + R_2).$$

Заряд на конденсаторе

$$q = CU = C(E_2R_1 + E_1R_2)/(R_1 + R_2).$$

Ответ: $q = CU = C(E_2R_1 + E_1R_2)/(R_1 + R_2)$.

Задача 25. Найти заряд на конденсаторе емкости **C**, если в цепи, изображенной на рисунке. течет постоянный ток. Напряжение на клеммах **U**, сопротивления в цепи R_1 и R_2.



Решение.
Заряд на конденсаторе

$$q = CU_c$$

но

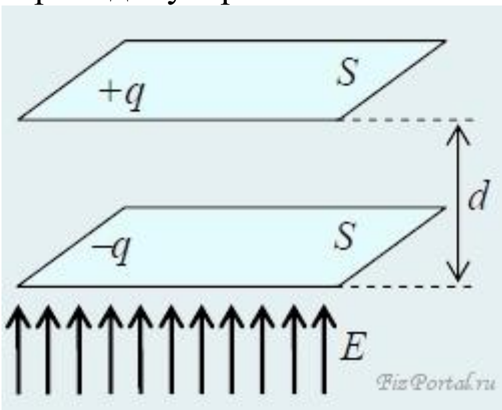
$$U_c = UR_2 = UR_2/(R_1 + R_2),$$

поэтому

$$q = CUR_2/(R_1 + R_2).$$

Ответ: $q = CUR_2/(R_1 + R_2)$.

Задача 26. Плоский конденсатор находится во внешнем однородном электрическом поле **E**, перпендикулярном пластинам конденсатора (рис.). Площадь каждой из пластин **S**, по пластинам равномерно распределены заряды **+q** и **−q**, расстояние между пластинами **d**. Какую работу нужно совершить, чтобы перевернуть конденсатор на **180°** вокруг оси, перпендикулярной полю?



Решение.

Перевернуть конденсатор на **180°** вокруг горизонтальной оси − это значит поменять местами положительно и отрицательно заряженные пластины.

Поскольку работа по перенесению заряда в электростатическом поле не зависит от формы пути, то для определенности будем считать, что нижняя пластина закреплена, а верхнюю пластину «пронесли» сквозь нижнюю и расположили опять на расстоянии**d** от неподвижной.

Подсчитаем отдельно работу в поле, созданном неподвижной пластиной, и во внешнем поле **E**. Если на первом этапе поле нижней пластины само совершило работу по сближению пластин, то на втором этапе пришлось извне совершить такую же работу по разведению пластин. Следовательно, суммарная работа в первом поле равна нулю, и остается только работа против внешнего поля, которая равна

$$\mathbf{A = FS = 2qEd}.$$

Можно было подсчитать работу как изменение энергии конденсатора:

$$\mathbf{A = W_1 - W_2},$$

где

$$\mathbf{W1 = CU_2^2/2,\ W_2 = CU_1^2/2},$$

или

$$\mathbf{A = CU_2^2/2 - CU_1^2/2 = (Cd^2/2)\{(E + E_c)^2 - (E - E_c)^2\} = 2CEE_c = 2qEd}.$$

На очень длинном стержне находятся три маленькие бусинки массы **m** с зарядом **q** каждая. Расстояние между первой и второй и между второй и третьей бусинками равно **a**. Какую скорость будут иметь бусинки на очень большом расстоянии друг от друга, если их отпустить? Трение отсутствует.

Решение.

Потенциальная энергия системы заряженных бусинок

$$\mathbf{W_1 = 2q^2/a + q^2/(2a)}.$$

На удалении на большое расстояние бусинки будут обладать кинетической энергией

$$\mathbf{W_2 = 2 \bullet mv^2/2}$$

Из закона сохранения энергии

$$\mathbf{2 \bullet mv^2/2 = q^2/(2a) + 2q^2/a},$$

Получаем

$$\mathbf{v = q\sqrt{5/(2am)}}.$$

В тонкостенной непроводящей равномерно заряженной зарядом **Q** сфере радиуса **R** и массы **M** имеются два небольших диаметрально противоположных отверстия. В начальный момент сфера покоится. По прямой, соединяющей отверстия, из бесконечности начинает двигаться со скоростью **v** частица массы **m** с зарядом **q**, одноименным с **Q**. Найти время, в течение которого заряд **q** будет находиться внутри сферы.

Решение.

Запишем закон сохранения энергии и импульса для системы шарик – сфера:

$$\mathbf{mv^2/2 = mv_1^2/2 + Mv_2^2/2 + qQ/R},$$

$$\mathbf{mv = mv_1 + Mv_2}.$$

Здесь $\mathbf{v_1}$ – скорость шарика и $\mathbf{v_2}$ – скорость сферы в тот момент, когда шарик влетает в первое отверстие сферы. Внутри сферы электрического поля нет, поэтому шарик движется от одного отверстия до другого прямолинейно и равномерно с относительной скоростью

$$\mathbf{v_{от} = v_1 - v_2}.$$

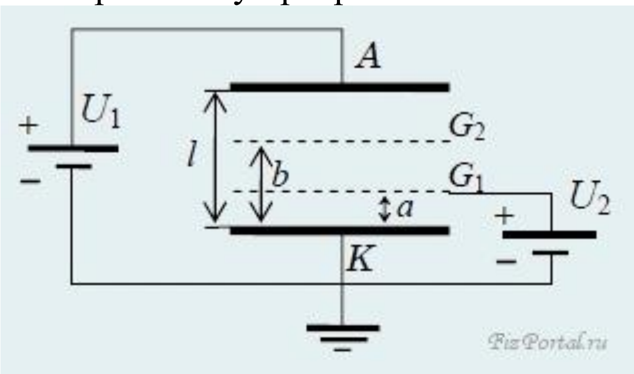
Время его движения равно

$$\mathbf{t = 2R/(v_1 - v_2) = 2R/\sqrt{\{v_2 - (1 + m/M)2qQ/(mR)\}}}.$$

Причем

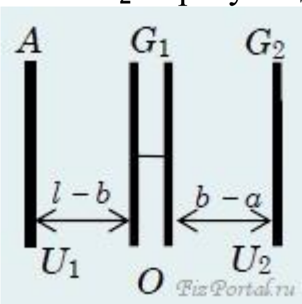
$$\mathbf{mMv^2/(2(m + M)) > qQ/R}.$$

В четырех электродной лампе с плоскими параллельными электродами заданы одинаковая площадь электродов **S** и расстояния от катода **K** до анода **A** − **l**, сетки $\mathbf{G_2}$ − **a**, сетки $\mathbf{G_1}$ − **b**. Анодное напряжение $\mathbf{U_1}$. между сеткой $\mathbf{G_2}$ и катодом **K**напряжение $\mathbf{U_2}$ (рис.). Найти заряд на сетке $\mathbf{G_1}$, когда ток через лампу прекратится.



Решение.

Ток прекратится, когда потенциал сетки $\mathbf{G_1}$ из-за осевших на нее электронов станет равным потенциалу катода, то есть нулевым. Так как тока нет, всю систему электродов можно рассматривать как систему плоских конденсаторов. В частности, анод, две поверхности сетки $\mathbf{G_1}$ и сетка $\mathbf{G_2}$ образуют два конденсатора (рис.).



Искомый заряд $\mathbf{Q_x}$ равен сумме зарядов этих конденсаторов:

$$\mathbf{Q_x = q_1 + q_2},$$

где

$$\mathbf{q_1 = -U_1C_1,\ q_2 = -U_2C_2}.$$

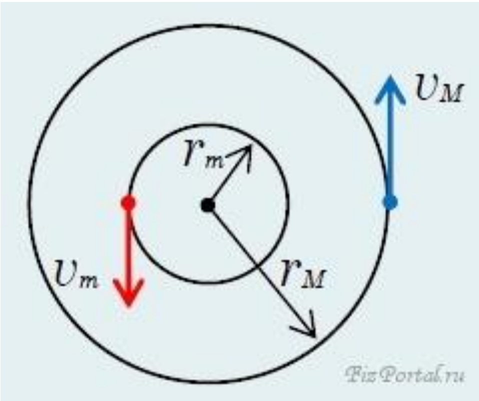
Следовательно,

$$\mathbf{Q_x = -(S/(4\pi))(U_1/(l - b) + U_2/(b - a))}.$$

Две частицы с массами **m** и M и противоположными зарядами под влиянием взаимного электрического притяжения движутся по окружностям. Скорость частицы с массой m мгновенно увеличивают, не изменяя ее направлении. В какое минимальное число раз нужно увеличить скорость, чтобы частицы после этого разлетелись неограниченно далеко друг от друга?

Решение.

Введем расстояние между частицами **r** и величину заряда **q**. Частицы будут двигаться вокруг общего центра масс (см. рис.)



по окружностям с радиусами

$$\mathbf{r_m = Mr/(m + M)} \text{ и } \mathbf{r_M = mr/(m + M)}$$

со скоростями $\mathbf{v_m}$ и $\mathbf{v_M}$ такими, что

$$\mathbf{mv_m = Mv_M}. \ (1)$$

На основании II закона Ньютона

$$\mathbf{q^2/r^2 = mv_m{}^2/r^m = m(M + m)v_m{}^2/(Mr)},$$

отсюда

$$\mathbf{q^2/r = m(m + M)v_m{}^2/M}. \ (2)$$

Пусть скорость частицы увеличили в **n раз**. Тогда на основании закона сохранения пульса обе частицы будут продолжать двигаться даже при наименьшем **n** с некоторой скоростью **u** после удаления частиц на очень большое расстояние (их относительная скорость в этом случае равна нулю).

Закон сохранения импульса даст уравнение

$$\mathbf{m(n - 1)vm = (m + M)u}. \ (3)$$

По закону сохранения энергии

$$\mathbf{-q^2/r + mn^2v_m^2/2 + Mv_M^2/2 = (m + M)u^2/2}.$$

Подставляя сюда $\mathbf{v_M}$ из (1), $\mathbf{r}$ из (2) и $\mathbf{u}$ из (3), получаем квадратное уравнение для $\mathbf{n}$:

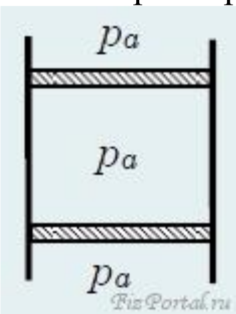
$$\mathbf{n^2 + 2nm/M - \{(m/M)^2 + 2 + 4m/M\} = 0,}$$

Откуда

$$\mathbf{n = (m/M)\{\pm(1 + M/m)\sqrt{2} - 1\}}.$$

Оба корня имеют смысл, так как новая скорость частицы **m** может быть направлена как по скорости $\mathbf{v_m}$ (тогда знак +), так и против скорости (знак −).

Два электропроводящих невесомых поршня площади **S** образуют плоский конденсатор, заполненный воздухом при атмосферном давлении $\mathbf{p_a}$ (рис.). Во сколько раз изменится расстояние между поршнями, если их зарядить разноименными зарядами **Q**? Система хорошо проводит тепло. Трением можно пренебречь.



Решение.

Учтем, что напряженность поля, создаваемого одной пластиной, равна

$$\mathbf{E = \sigma/(2\varepsilon_o) = Q/(2\varepsilon_o S)}.$$

При **T = const**

$$\mathbf{p_a S x_o = pSx,}$$

тогда

$$\mathbf{x_o/x = p/p_a}$$

Давление между поршнями

$$p = F_a/S + F/S = p_a + QE/(2S) = p_a + Q\sigma/(2S\varepsilon_o) = p_a + Q^2/(2\varepsilon_o S^2),$$

имеем

$$x_o/x = (p_a + Q^2/(2\varepsilon_o S^2))/p_a = 1 + Q^2/(2\varepsilon_o S^2 p_a)).$$

На горизонтальной поверхности расположены закрепленный заряд **Q** и на расстоянии ro от него масса **m** с одноименным зарядом **q**, которая может перемещаться вдоль поверхности с коэффициентом трения **μ**. В начальный момент масса m покоилась, а затем начала двигаться под действием закрепленного заряда. На каком расстоянии от заряда **Q** она остановится? Ускорение силы тяжести **g**.

Решение.

По закону сохранения энергии

$$qQ/r_o = qQ/r + mg\mu(r - r_o).$$

Получаем квадратное уравнение относительно искомого расстояния **r**,

$$qQr/r_o = qQ + mg\mu r(r - r_o).$$

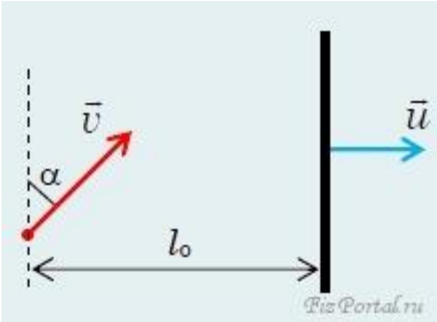
$$mg\mu r^2 - (mg\mu r_o + qQ/r_o)r + qQ = 0.$$

решая которое получим

$$r = qQ/(mg\mu r_o),$$

второй корень не годится.

Частица с зарядом **q** и массой **m**, находясь на расстоянии l_o от заряженной плоскости, имела скорость **v**, направленную под углом **α** к плоскости (рис.). Плоскость, заряженная с неизменяющейся плотностью заряда на единицу площади**σ**, движется поступательно с постоянной скоростью **u**, перпендикулярной к плоскости. На какое минимальное расстояние **l**частица приблизится к плоскости?



Решение.

Перейдем в систему отсчета, где заряженная плоскость покоится, тогда частица имеет скорость, перпендикулярную к плоскости

$$\mathbf{v_{отх} = v\sin\alpha - u}.$$

Поле пластинки сообщает частице ускорение

$$\mathbf{|a| = |qE/m|}$$

Частица будет приближаться к пластинке до тех пор, пока ее горизонтальная скорость не станет равной нулю и пройдет расстояние вдоль перпендикуляра к плоскости

$$\mathbf{l_1 = v_{отх}^2/(2a) = mv_{отх}^2/(2qE)},$$

где $\mathbf{E = \sigma/(2\varepsilon_o)}$.

Минимальное расстояние, на которое приблизится частица к плоскости

$$\mathbf{l = l_o - l_1 = l_o - m(v\sin\alpha - u)2\varepsilon_o/(q\sigma)}. \ (1)$$

Если

$\mathbf{l_o = m(v\sin\alpha - u)2\varepsilon_o/(q\sigma)}$, то $\mathbf{l = 0}$, частица долетит до плоскости. Следовательно, если

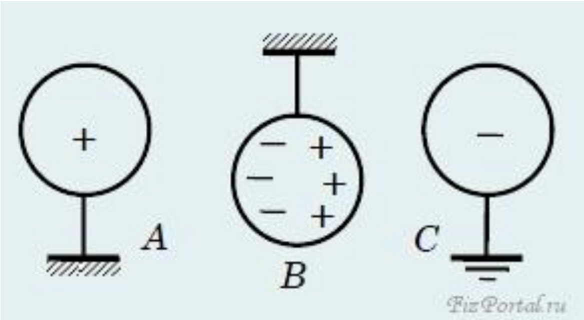
$$\mathbf{v\sin\alpha \geq \sqrt{\{l_oq\sigma/(m\varepsilon_o)\}} + u)}$$

то частица стукнется о плоскость, если

$$\mathbf{v\sin\alpha < \sqrt{\{l_oq\sigma/(m\varepsilon_o)\}} + u)}$$

то искомое расстояние определяется выражением (1)

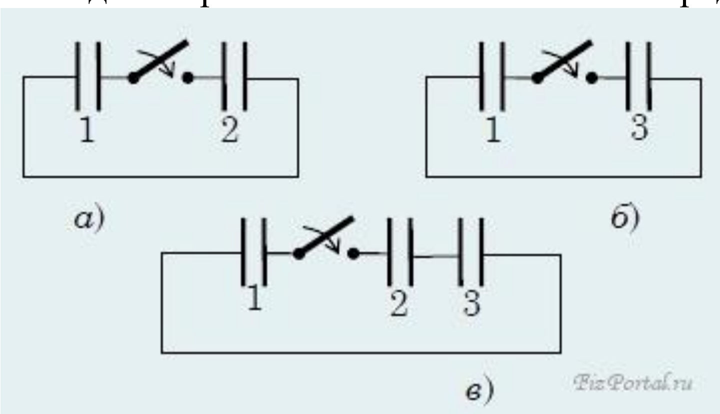
Между заземленным и заряженным металлическими шарами на изолированной нити висит металлический шарик. Объясните его поведение при перемещении заряженного шарика.



Решение.

Под, действием поля заряженного шара **А** (см. рис.) на изолированном шарике **В** заряды перераспределяются: заряды противоположного знака (относительно заряда шара **А**) располагаются ближе к шару **А**, а одноименные заряды − дальше от него, то есть ближе к заземленному шару **С**. В свою очередь на заземленном шаре **С** индуцируется заряд противоположного знака относительно заряда шара **А** (одноименные заряды при этом уходят в землю). В результате, когда шарик **В** находится близко к шару **А**, шарик **В** сильнее притягивается к шару **А**, нежели к шару **С**. Когда же шарик **В** находится далеко от шара **А**, сила притяжения его к шару **С** больше, чем к шару **А**.

меется три конденсатора с емкостями C_1, C_2 и C_3. Если к незаряженному конденсатору **1** (емкостью C_1) присоединить заряженный конденсатор **2** (емкостью C_2), то на конденсаторе **1** окажется заряд q_2 (рис. а). Если же к незаряженному конденсатору **1** подсоединить заряженный конденсатор **3** (емкостью C_3), то на конденсаторе **1** окажется зарядq_3. (рис. б) Какой заряд будет на конденсаторе **1**, если к нему (незаряженному) подсоединить конденсаторы **2** и **3** (рис. в), заряженные такими же зарядами, как и в первых двух случаях? У конденсаторов **2** и **3** между собой соединены обкладки с противоположными знаками зарядов.



Решение.

В первом и втором случаях конденсаторы соединены параллельно, следовательно,

$$q_2/C_1 = (q_{o2} - q_2)/C_2$$

и

$$q_3/C_1 = (q_{o3} - q_3)/C_3.$$

Отсюда начальные заряды на конденсаторах **2** и **3** равны, соответственно,

$$q_{o2} = q2(C_1 + C_2)/C_1$$

и

$$q_{o3} = q_3(C_1 + C_3)/C_1.$$

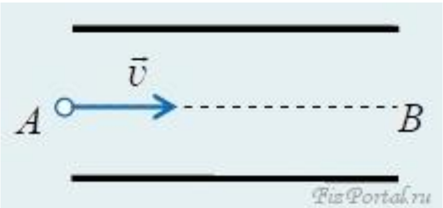
В третьем случае конденсатор **1** оказывается подсоединенным параллельно системе заряженных конденсаторов **2** и **3** (их соединение между собой нельзя считать последовательным, так как заряды не одинаковы):

$$q_1/C_1 = (q_{o2} - q_1)/C_2 + (q_{o3} - q_1)/C_3,$$

откуда заряд на конденсаторе **1** равен

$$q_1 = (q_2(C_1/C_2 + 1) + q_3(C_1/C_3 + 1))/(1 + C_1/C_2 + C_1/C_3).$$

Электрон влетает в плоский заряженный конденсатор, двигаясь в начальный момент вдоль средней плоскости **AB**конденсатора со скоростью **v** (рис.). Через какое время нужно изменить направление электрического поля в конденсаторе на противоположное, не изменяя его абсолютной величины, чтобы на вылете из конденсатора электрон пересек плоскость **AB**? Длина конденсатора **l**. Силу тяжести не учитывать.



Решение.

Через время **t** высота электрона над плоскостью **AB**

$$y = at^2/2,$$

где **a** – его ускорение, а вертикальная проекция скорости $v_y = at$.

Через время **t = l/v** координата **y = 0**.

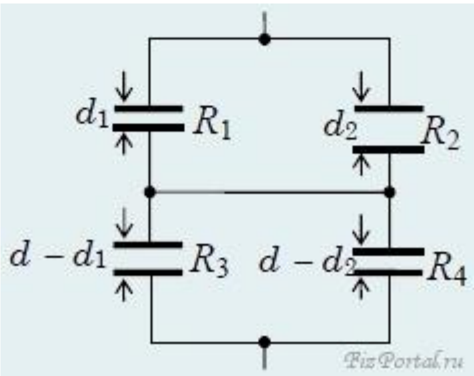
Таким образом,

$$at^2/2 + at(l/v - t) - (a/2)(l/v - t)^2 = 0.$$

Однозначно, так как $t < l/v$, получаем

$$t = (2 - \sqrt{2})/(2v).$$

Пространство между идеально проводящими металлическими пластинами, находящимися на малом расстоянии d друг от друга, заполнено проводящей жидкостью. При этом сопротивление между пластинами равно R_o. Затем в зазор ввели изогнутую посередине тонкую идеально проводящую фольгу и расположили ее, как показано на рисунке. Найдите сопротивление между внешними пластинами в такой системе. Краевыми эффектами пренебречь.



Решение.

Пусть удельное сопротивление жидкости ρ. Тогда

$$R_o = \rho d/S,$$

где S − площадь пластин.

Если пренебречь искривлением силовых линий при подаче напряжения на пластины при введенной в жидкость фольге и считать поле во всех участках жидкости однородным, то получим схему, изображенную на рисунке, где

$$R_1 = 2\rho d_1/S,\ R_2 = 2\rho d_2/S,$$

$$R_3 = 2\rho(d - d_1)/S,\ R_4 = 2\rho(d - d_2)/S.$$

Отсюда получаем

$$R = R_1R_2/(R_1 + R_2) + R_3R_4/(R_3 + R_4).$$

После подстановки и преобразования, получим

$$\mathbf{R = (2R_o/d)(d_1d_2/(d_1 + d_2) + (d - d_1)(d - d_2)/(2d - d_1 - d_2))}.$$

На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения **μ** покоились два тела с массами **M** и **m** заряженные разноименными зарядами **Q** и **−Q**. Тело массой **m** начинают медленно двигать к другому телу до тех пор, пока оно не начнет скользить дальше само. В тот момент, когда тело массой **M** сдвигается с места, электрические заряды быстро убирают. Во сколько раз должны отличаться массы, чтобы тела коснулись друг друга при их дальнейшем движении? Размеры тел считайте малыми.

Решение.

Тело массой **m** поедет начиная с расстояния **R**, когда

$$\mathbf{kQ^2/R^2 = \mu mg}.$$

Тело массой **M** сдвинется начиная с расстояния **r**, когда

$$\mathbf{kQ^2/r^2 = \mu Mg}.$$

Из закона сохранения энергии имеем

$$\mathbf{-kQ^2/R = kQ^2/r + mv^2/2 + \mu mg(R - r)}.$$

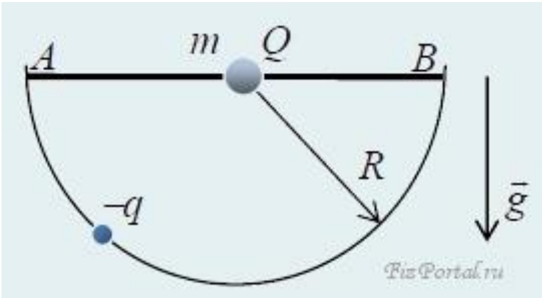
В отсутствие зарядов условие соприкосновения можно записать в виде

$$\mathbf{mv^2/2 \geq \mu mgr}.$$

Окончательно получаем

$$\mathbf{M/m \geq 4}.$$

На тонкой спице находится бусинка массой **m** и зарядим **Q** (рис.). Найдите минимальный коэффициент трения между бусинкой и спицей, при котором бусинка не сдвинется, если заряд **−q** передвигать по полуокружности радиусом **R** из точки **A** в точку **B**. Размерами заряженных тел пренебречь.



Решение.

Заряды противоположны по знаку, т.е. притягиваются. Тогда в произвольный момент бусинка не сдвинется при условии

$$\mu(mg + qQ\sin\alpha/(4\pi\varepsilon_0R^2)) \geq qQ\cos\alpha/(4\pi\varepsilon_0R^2),$$

или

$$\mu mg \geq qQ(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)/(4\pi\varepsilon_0R^2),$$

где α − угол между спицей и радиусом, соединяющим заряды.

Не прибегая к дифференцированию, минимальное значение μ можно найти, используя известный искусственный прием.

Введем обозначения:

$$\mu = \mathrm{ctg}\beta,\ 4\pi\varepsilon_0R^2mg/(qQ) = 2\lambda.$$

Тогда с учетом того, что

$$\sin\beta = 1/\sqrt{1 + \mu^2} \text{ и } \cos\beta = \mu/\sqrt{1 + \mu^2}$$

получаем

$$2\lambda \geq \sqrt{1 + \mu^2}\sin(\beta - \alpha).$$

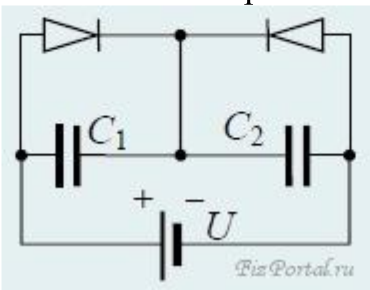
Коэффициент трения будет минимальным при

$$\beta - \alpha = \pi/2,$$

т. е.

$$\mu_{min} = 1/\sqrt{4\lambda^2 - 1} \text{ при } 2\lambda > 1.$$

На вход электрической цепи с первоначально незаряженными конденсаторами C_1 и C_2 подано с источника постоянное напряжение **U**, полярность которого показана на рисунке. Какие заряды окажутся на конденсаторах? Какие заряды окажутся на конденсаторах после изменения полярности напряжения? Диоды идеальные. Стрелка в изображении диода показывает направление, в котором он пропускает ток.



Решение.

Удобнее нарисовать эквивалентные цепочки, когда один диод соответствует разрыву в цепи, а другой закорочен.

До смены полярности конденсатор $\mathbf{C_1}$ не будет заряжен, а на конденсаторе $\mathbf{C_2}$ установится заряд $\mathbf{q_2 = UC_2}$. После смены полярности возможны два случая:

а) $\mathbf{C_1 > C_2}$, $\mathbf{C_2}$ разряжается полностью, т. е. $\mathbf{q_2/ = 0}$, $\mathbf{q_1^{/} = UC_1}$.

б) $\mathbf{C_1 < C_2}$. Подтока заряда через перемычку, соединяющую диоды не будет.

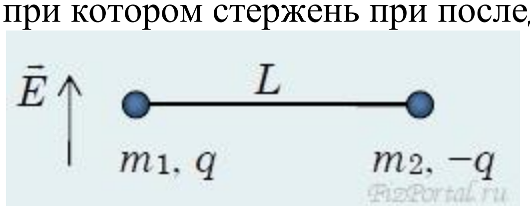
Имеем два последовательных конденсатора с суммарным положительным зарядом на соединенных обкладках:

$$\mathbf{q_1^{//} + q_2^{//} = UC_2,\ U = q_1^{//}/C_1 - q_2^{//}/C_2.}$$

Отсюда

$$\mathbf{q_1^{//} = 2UC_1C_2/(C_1 + C_2),\ q_2^{//} = UC_2(C_2 - C_1)/(C_1 + C_2)}$$

Два тела с массами $\mathbf{m_1}$ и $\mathbf{m_2}$ и зарядами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{-q}$ соединены легким стержнем длины $\mathbf{L}$ и находятся в состоянии покоя. Стержень выдерживает максимальную силу растяжения $\mathbf{T}$. Мгновенно включается электрическое поле $\mathbf{E}$, направленное перпендикулярно стержню. Найти максимальное $\mathbf{E}$, при котором стержень при последующем движении тел не разрушится.



Решение.

Сумма внешних сил, действующих на систему равна нулю. Поэтому сохраняется импульс

$$\mathbf{m_1v_1 + m_2v_2 = 0}.\ (1)$$

Будет происходить вращение относительно центра масс $\mathbf{O}$, который остается на месте (для определенности предположим, что$\mathbf{m_1 > m_2}$ и центр масс находится ближе к первому телу).

Радиусы вращения (расстояния до центра масс) для тел равны соответственно

$$\mathbf{R_1 = m_2L/(m_1 + m_2), R_2 = m_1L/(m_1 + m_2)}. \quad (2)$$

После поворота на некий угол $\boldsymbol{\alpha}$ закон сохранения энергии примет вид:

$$\mathbf{m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2 = \Delta U = qER_1\sin\alpha + qER_2\sin\alpha = qEL\sin\alpha}. \quad (3)$$

Выражая $\mathbf{v_2}$ из (1), получим

$$\mathbf{(m_1v_1^2/2)(1 + m_1/m_2) = qEL\sin\alpha}. \quad (4)$$

Сумма силы растяжения стержня **N**, кулоновской силы взаимодействия зарядов и проекции на стержень силы со стороны включенного поля равны центростремительной силе вращающегося первого заряда

$$\mathbf{m_1v_1^2/R_1 = N + q^2/(4\pi\varepsilon_o L^2) - qE\sin\alpha}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) $\mathbf{v_1^2}$ из (4), с учетом (2) получим

$$\mathbf{N = 3qE\sin\alpha - q^2/(4\pi\varepsilon_o L^2)}. \quad (6)$$

При $\boldsymbol{\alpha = 90°}$ сила растяжения **N** принимает максимальное значение.

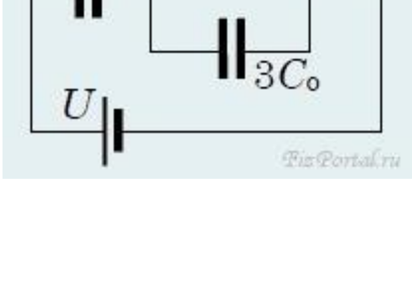
Искомое максимально возможное значение поля $\mathbf{E_{max}}$ определяется из условия равенства силы натяжения критической величине **T**

$$\mathbf{T = 3qE_{max} - q^2/(4\pi\varepsilon_o L^2)},$$

откуда

$$\mathbf{E_{max} = (T + q^2/(4\pi\varepsilon_o L^2))/(3q)}.$$

Найти заряды на конденсаторах в схеме, изображенной на рисунке. $\mathbf{C_o = 1{,}2 \times 10^{-5}}$ **Ф**, **U = 5 В**.



Решение.

Первый конденсатор последовательно соединен с параллельно соединенными конденсаторами вторым и третьим. Общая емкость равна

$$\mathbf{C = 1/(1/C_o + 1/(5C_o)) = 5C_o/6}.$$

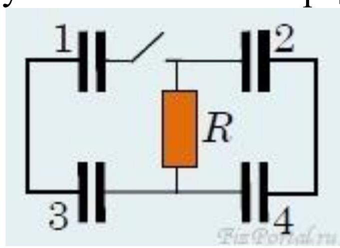
При последовательном соединении заряды на всех обкладках по величине одинаковы. Поэтому находим

$$\mathbf{q_1 = UC = 5UC/6}.$$

У второго и третьего конденсатора из-за параллельности их соединения напряжение на обкладках одно и то же **U/6**, поэтому

$$\mathbf{q_2 = UC/3,\ q_3 = UC/2}.$$

В схеме, изображенной на рисунке, емкости первого и четвертого конденсаторов равны $\mathbf{C_1}$, а второго и третьего $-\mathbf{C_2}$. До замыкания ключа заряд на первом конденсаторе был равен **Q**, а на остальных − нулевой. Найти установившиеся заряды на конденсаторах после замыкания ключа.



Решение.

Ток через сопротивление **R** не идет, конденсаторы **1** и **3** соединены параллельно, так что

$$\mathbf{q_1/C_1 = q_2/C_2}.$$

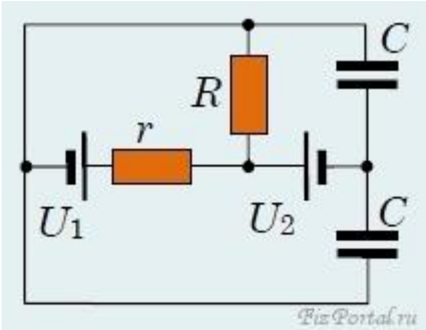
Заряд **Q** растекается по обкладкам **1** и **2**:

$$\mathbf{q_1 + q_2 = Q},$$

из двух уравнений находим заряды:

$$\mathbf{q_1 = QC/(C_1 + C_2),\ q_2 = QC_2/(C_1 + C_2)}.$$

Определить заряды на конденсаторах в цепи, изображенной на рисунке. Внутренним сопротивлением батареек пренебречь. До включения в цепь заряд на пластинах конденсаторов был равен нулю.



Решение.

Из-за равенства напряжений на одинаковых по емкости конденсаторах заряды на них равны:

$$\mathbf{q_1 = q_2 = q}.$$

Постоянный ток идет, минуя участки с конденсаторами. Поэтому сила тока равна

$$\mathbf{I = U_1/(r + R)}.$$

Работа по замкнутому контуру, в частности, для рассматриваемой цепи, равна нулю. Отсюда, пронося по нижнему участку цепи единичный положительный заряд, получаем

$$\mathbf{U_1 - U_2 = U_1/(r + R) + q/C},$$

Отсюда

$$\mathbf{q = C(U_1R/(r + R) - U_2)}.$$

Задачи для самостоятельного решения

<u>**Задача 1.**</u> Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью 0,8 г/см3 . Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина ε=2. [1,6 г/см3]

Задача 2. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью σ =1,5 нКл/см2 расположена круглая пластинка. Плоскость пластинки составляет с линиями напряженности угол α=45°. Определить поток вектора напряженности через эту пластинку, если ее радиус r=10 см. [1,88 кВ·м]

Задача 3. Кольцо радиусом r=10 см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью τ =10 нКл/м. Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца в точке А. удаленной на расстояние а =20 см от центра кольца. [1 кВ)

Задача 4. Шар радиусом R=10 см заряжен равномерно с объемной плотностью ρ =5 нКл/м3 . Определить напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии r1=2 см от центра шара; 2) на расстоянии r2=12 см от центра шара. Построить зависимость E(r). [1) 3,77 В/м; 2) 13,1 В/м]

Задача 5. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью τ = 1 нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, при- близившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния r1=2,5 см до r2=1,5 см? [18 Мм/с]

Задача 6. Электростатическое поле создается сферой радиусом R=4 см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ =1 нКл/м2 . Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях r1=6 см и r2=10 см. [1,2 В]

Задача 7. Определить линейную плотность бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда Q =1 нКл с расстояния r1 =10 см доr2 = 5 см в направлении, перпендикулярном нити, равна 0,1 мДж. [8 мкКл/м]

Задача 8. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено парафином (ε = 2). Расстояние между пластинами d=8,85 мм. Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла 0,05 нКл/см2? [500 В]

Задача 9. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью ρ =10 нКл/м3 по шару радиусом R = 5 см из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε=6. Определить напряженности электростатического поля на расстояниях r1 = 2 см и r2 = 10 см от центра шара. [E1=1,25 В/м; E2=23,5 В/м]

<u>Задача 10.</u> Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом ($\varepsilon = 7$). Расстояние между пластинами d=5 мм, разность потенциалов U=500 В. Определить энергию поляризованной стеклянной пластины, если ее площадь S = 50 см2 . [6,64 мкДж]

<u>Задача 11.</u> Плоский воздушный конденсатор емкостью C=10 пФ заряжен до разности потенциалов U=1 кВ. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в два раза. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин. [1) 2 кВ; 2) 5 мкДж]

<u>Задача 12.</u> Разность потенциалов между пластинами конденсатора U=200 В. Площадь каждой пластины S=100 см2 , расстояние между пластинами d=1 мм, пространство между ними заполнено парафином ($\varepsilon = 2$). Определить силу притяжения пластин друг к другу. [3,54 мН]

Список литературы

1. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., Сотский Н.Н. Физика: учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уроцни. – М.: Просвещение, 2008.

2. Касьянов В.А. Физика. 10 кл.: учеб. для общеобразоват. учеб. заведений. – М.: Дрофа, 2000.

3. Рымкевич А.П. Физика. Задачник. 10–11 кл.: пособие для общеобразоват. учреждений. – М.: Дрофа, 2013.

4. Генденштейн Л.Э., Дик Ю.И. Физика. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для общеобразовательных учреждений (базовый уровень) – М.: Мнемозина, 2009.

5. Д. Фриш, А. Торндайк Элементарные частицы. /пер. с англ. В.В. Емельяновой, - М.: Атомиздат, 2009. -102с.

6. Р. Фейнман Закон электрического взаимодействия. - М.: Наука, 2008. – 148с.

7. Чуянов В.А."Физика от "А" до "Я". - М.: Педагогика-Пресс, 2008. - 697с.

8. Михалев А.Р. Г. Кавендиш и Ш. Кулон в установлении закона электрического взаимодействия. – Спб.: Виола, 2010. – 107с.

9. Яковлев Р.Е. Закон Кулона электрического взаимодействия. – Спб.: Питер, 2009. – 112с.

Практическое занятие №11

Законы постоянного тока

Цель работы – изучение законов постоянного тока

Основные теоретические положения

Электрический ток - это направленное движение электрических зарядов по проводнику под действием сил электрического поля.

Электрический ток может быть постоянным и переменным.

Постоянным называют такой электрический ток, который с течением времени не изменяет своего направления и величины при прохождении по замкнутой электрической цепи.

Электрическая цепь. Простейшая электрическая цепь состоит из источника напряжения, потребителей и проводов, соединяющих источник напряжения с потребителями. Источниками напряжения могут быть гальванические элементы, аккумуляторы, генераторы и т. п., а потребителями - лампы накаливания, электронагревательные и электроизмерительные приборы, электродвигатели и т.п.

Источник электроэнергии, образует внутреннюю цепь, а все остальное - внешнюю цепь. При разрыве электрической цепи действие электрического тока прекращается.

Сила и плотность тока. Сила тока определяется количеством электричества, протекающего через поперечное сечение проводника в одну секунду, т. е.

$$I=Q/t,$$

где I - сила тока в цепи, а;

Q - количество электричества, *к;*

t - время, сек.

Отношение величины тока I к площади поперечного сечения проводника s называется плотностью тока и обозначается буквой δ:

$$\delta = I/s$$

Площадь сечения проводников измеряется в *мм*^{2}, поэтому плотность тока имеет размерность *а/мм*^{2}.

Сопротивление и проводимость. По способности проводить электрический ток твердые вещества делятся на проводники, хорошо проводящие электрический ток, и непроводники, или диэлектрики. К проводникам относятся металлы и графит, к диэлектрикам - резина, эбонит, слюда и т, д.

Все проводники имеют сопротивление и проводимость.

Сопротивлением проводника R называется препятствие, оказываемое проводником электрическому току. Электрическое сопротивление проводника зависит от длины, поперечного сечения, температуры и материала. Чем больше сопротивление проводника, тем хуже он проводит электрический ток. Наибольшим сопротивлением обладает нихром (сплав никеля, хрома, железа и марганца). Из нихрома изготовляют различные нагревательные элементы.

Наименьшее сопротивление имеют серебро, медь и алюминий, из них изготовляют проводники.

Проводимостью называется величина, обратная сопротивлению проводника, т. е.

$$G = I/R$$

За единицу сопротивления (Ω-омега)
принят *ом.* Сопротивление в омах проводника длиной 1 *м,* сечением 1 *мм*^{2} называется удельным и обозначается ρ(ро).

Электродвижущая сила. Электродвижущей силой называют энергию или работу, совершаемую источником тока, которая устанавливает и поддерживает разность потенциалов, вызывает электрический ток в цепи, преодолевая ее внешнее и внутреннее сопротивление. В генераторах электродвижущая сила возникает благодаря электромагнитной индукции, а в аккумуляторах - в результате химических реакций. При холостом ходе генератора электрический ток отсутствует, а электродвижущая сила равна разности потенциалов на его зажимах. Электродвижущая сила, как и напряжение, измеряется в вольтах, а энергия - в джоулях.

Закон Ома. Закон Ома - это один из основных законов электротехники. Он выражает соотношение между электродвижущей силой, сопротивлением цепи и током в ней. Согласно этому закону ток в цепи прямо пропорционален электродвижущей силе и обратно пропорционален сопротивлению всей цепи:

$$I=E/r+r_0$$

где I - сила тока в цепи, а;

E - электродвижущая сила источника энергии, в;

R - сопротивление внешней цепи, *ом;*

r_0 - сопротивление внутренней цепи, *ом*.

Для участка цепи закон Ома определяется по следующей формуле:

$$I=U/R.$$

Соединения приемников электроэнергии. Приемники электрической энергии могут включаться в электрическую цепь последовательно, параллельно и смешанно. При последовательном соединении приемники электрической энергии включаются в цепь один за другим. Общее сопротивление такого соединения равно сумме отдельных сопротивлений приемников:

$$R=R_1+R_2+R_3+...+R_n.$$

Ток во всех последовательно соединенных приемниках одинаков, т. е.

$$I_1=I_2=I_3=I.$$

При параллельном включении приемники электроэнергии создают для тока три пути, по которым он может проходить. В этом случае ток, приходящий к точке, равен сумме токов, уходящих от этой точки:

$$I=I_1+I_2+I_3.$$

Общая проводимость этой цепи равна сумме проводимостей отдельных ветвей:

$$1/R=1/R_1+1/R_2+1/R_3.$$

Смешанное соединение приемников электроэнергии представляет собой совокупность последовательных и параллельных соединений.

Работа и мощность тока. Способность электрического тока совершать работу называют **энергией электрического тока.** Работа источника энергии зависит от напряжения, силы тока и времени, т. е.

$$A=UIt,$$

где *A* - работа источника энергии, *Вт сек* или *дж;*

U - напряжение, *в;*

I- сила тока, *а;*

t -время, сек.

Кроме того, работу измеряют в ватт-часах, гектоватт-часах и киловатт-часах специальными приборами - счетчиками.

Мощностью называют работу, произведенную в единицу времени.

Ее подсчитывают по формуле:

$$P=A/t=UI.$$

За единицу мощности принимают работу тока в один ампер под напряжением один вольт за одну секунду. Такую единицу называют ваттом. Большие мощности измеряют в гектоваттах (1 *гвт=100 вт)* и киловаттах

(1 *квт*=1000 *вт*). Соотношения между электрическими и механическими единицами мощности следующие: 1 *л. с.* = 736 *вт;* 1,36*л. с.* = 1 *квт.*

Для создания постоянного тока в цепи необходим источник тока. Условно источник тока изображен на рис. 45. Сторонние силы, разделяя электрические заряды внутри источника, создают накопление их на полюсах. Если замкнуть полюсы источника проводами с нагрузкой, то по ней потечет ток. Участок цепи abed называют внешней частью цепи, участок ad - внутренней (рис. 46).

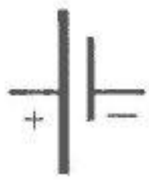


Рис. 45

Отношение работы, совершаемой сторонними силами при перемещении положительного заряда по всей замкнутой цепи, к значению этого заряда называется электродвижущей силой источника (сокращенно ЭДС):

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q}.$$

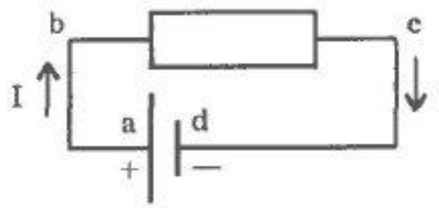


Рис. 46

Участок электрической цепи, не содержащей источников ЭДС, называется однородным. Участок электрической цепи, который содержит источники ЭДС, называется неоднородным.

В однородном участке цепи движение электрических зарядов обусловлено действием на них электрической силы. Электрическое поле, обусловливающее движение электрических зарядов в цепи, называется стационарным. Стационарное электрическое поле создается во внешней цепи зарядами полюсов источника тока и обусловливает движение зарядов в электрической цепи. Отличается от электростатического поля неподвижных зарядов тем, что оно существует внутри проводников.

Примером неоднородного участка цепи является схема зарядки аккумулятора, представленная на рис. 47.

В этой цепи "+" и "-" - полюса источника тока, реостат, регулирующий ток и аккумулятор (be). Участок цепи abc - неоднородный, так как содержит источник сторонних сил - аккумулятор. Уточним понятие "напряжение".

За напряжение принимается физическая величина, равная отношению работы всех сил, действующих на данном участке, к значению переносимого заряда:

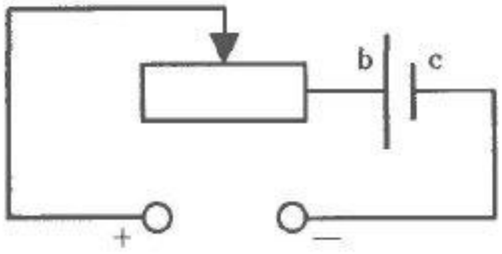


Рис. 47

$$U = \frac{A}{q},$$

где A - работа всех сил, действующих на данном участке цепи (электростатических и сторонних).

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{эл}}{q} + \frac{A_{ст}}{q} \longrightarrow \frac{A_{эл}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

$$\frac{A_{ст}}{q} = \varepsilon, \; U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

Если на участке действуют только электростатические силы, то $e = 0$, при этом понятие напряжения и разность потенциалов совпадают.

Закон Ома (3.11) можно для неоднородного участка цепи записать в виде:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}. \qquad (3.12)$$

Составим электрическую цепь по схеме (рис. 48). Для внешней части цепи АВ:

$$\varphi_A - \varphi_B = IR. \qquad (3.13)$$

Внутренний участок цепи ВСА является неоднородным, следовательно, согласно (3.12):

$$\varphi_B - \varphi_A + \varepsilon = Ir, \qquad (3.14)$$

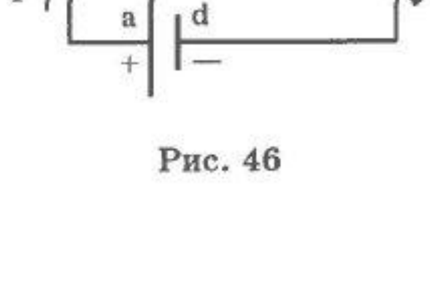


Рис. 46

где r - внутреннее сопротивление источника тока. Сложив оба равенства (3.13) и (3.14), получим

$$\varepsilon = I(R + r).$$

Отсюда

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \qquad (3.15)$$

Формула (3.15) выражает закон Ома для полной цепи: сила тока в полной цепи равна электродвижущей силе источника, деленной на сумму сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи.

Из формулы (3.15) следует, что если R = 0, то напряжение между полюсами уменьшается до нуля, а сила тока достигает максимального значения (короткое замыкание).

Если R ~ r, то измеряя напряжение на полюсах источника, получим приближенное значение ЭДС источника.

При последовательном соединении проводников общее сопротивление равно сумме сопротивлений всех отдельных проводников: $R = R_1 + R_2 + R_3$(рис. 49).

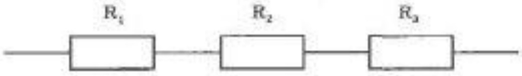


Рис. 49

При параллельном соединении проводников величина, обратная сопротивлению всего разветвленного участка цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлению каждого из параллельно соединенных проводников (рис. 50):

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

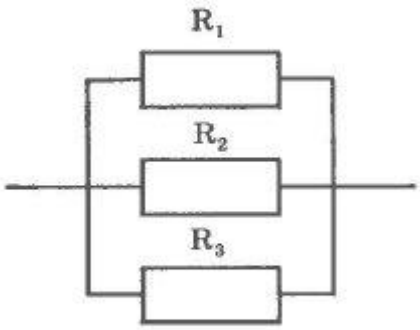


Рис. 50

Измерение силы тока производится амперметрами. Для расширения пределов измерения силы тока параллельно амперметру присоединяют шунт. Если амперметр рассчитан на измерения тока I_0, а необходимо измерить ток, равный nI_0, то параллельно амперметру присоединяют сопротивление в (n - 1) меньше сопротивления амперметра:

$$R_{ш} = \frac{R_A}{n - 1}.$$

Для увеличения пределов измерения напряжения вольтметром последовательно с вольтметром включают дополнительное сопротивление. Если вольтметр рассчитан для измерения напряжения U_0, а необходимо измерить nU_0, то дополнительное сопротивление в (п - 1) больше сопротивления вольтметра:

$$R_{доп} = (n - 1)\,R.$$

Для расчета электрических величин (I, U, R, r) в разветвленных электрических цепях, содержащих источники ЭДС, справедливы правила Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа относится к узлам: алгебраическая сумма всех токов, приходящих в точку разветвления (узел) и выходящих их нее, равна нулю.

$$\sum_{i=0}^{n} I_i = 0\,.$$

Принято считать токи, подходящие к узлу, положительными, выходящие - отрицательными. I_1 и I_2 - величины положительные, I_3 и I_4 - величины отрицательные (рис. 51).

Второе правило относится к отдельным замкнутым контурам цепи: при обходе любого замкнутого контура в сложной электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжения на элементах цепи (включая и внутреннее сопротивление источника тока) равна алгебраической сумме ЭДС источников тока, имеющихся в этом контуре.

Направление обхода каждого контура (по часовой стрелке или против нее) произвольное. Падение напряжения считается положительным, если выбранное заранее направление тока на этом участке между двумя узлами совпадает с направлением обхода контура, и отрицательным, если направление тока противоположно направлению обхода.

ЭДС считается положительной, если при обходе по контуру источник тока проходится от отрицательного полюса к положительному, и отрицательной - в противоположном направлении.

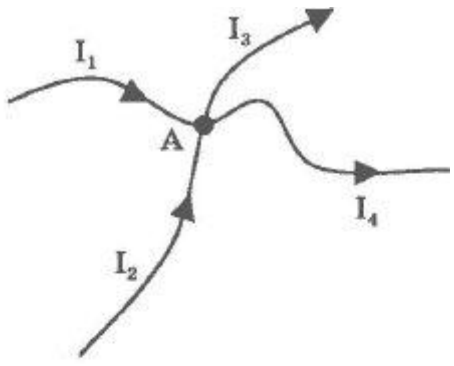


Рис. 51

$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_1r_1 + I_2r_2 + \ldots + I_nR_n = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n.$$

Если в результате решения задачи получают отрицательное значение для силы тока на каком-то участке, то это означает, что ток на этом участке идет в направлении, противоположном выбранному обходу контура.

Мостик Уитстона - одна из распространенных схем, предназначенная для точного измерения сопротивлений. Электрическая схема представлена на рис. 52.

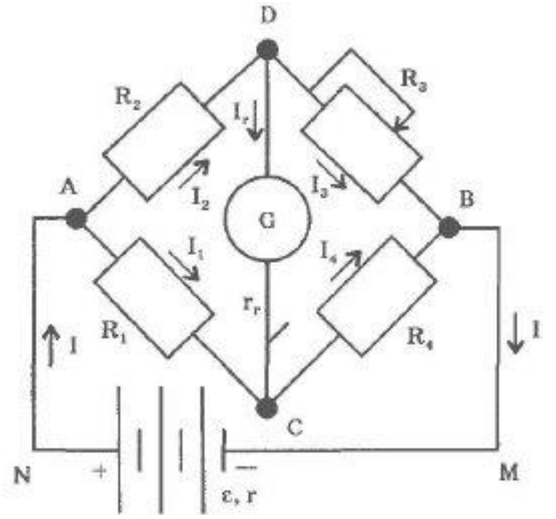


Рис. 52

Четыре резистора с сопротивлениями R_1, R_2, R_3, R_4 составляют "плечи" схемы. Участок цепи, содержащий гальванометр, сопротивление которого $r_г$, представляет собой некий мостик, соединяющий точки D и C цепи.

Из первого закона Кирхгофа для узлов A, D, C следует:

$$I - I_1 - I_2 = 0,\ I_2 - I_г - I_3 = 0,\ I_1 + I_г - I_4 = 0.$$

Уравнение для узла B не даст ничего нового; в него войдут те же величины.

Из второго правила для контуров ADBMNA, ADCA, DBCD, приняв направление их обхода по часовой стрелке за положительное, получим

$$I_2R_2 + I_3R_3 + Ir = \varepsilon$$

$$I_2R_2 + I_гr_г - I_1R_1 = 0$$

$$I_3R_3 - I_4R_4 - I_гr_г = 0.$$

Правые части двух последних уравнений равны нулю, так как последние два контура не содержат источников тока. Если известны ЭДС источника и все шесть сопротивлений участков цепи, то составленная система из шести уравнений позволяет вычислить все шесть значений сил токов в цепи.

Система этих уравнений существенно упростится, если, изменяя сопротивление резисторов, добиться, чтобы ток в мостике отсутствовал ($I_Г = 0$). Это можно сделать, изменяя, например, сопротивление R_3 так, чтобы разность потенциалов на участках цепи BD и BC была одинаковой. Тогда разность потенциалов между точками D и C будет равна нулю, а значит, будет равна нулю сила тока в мостике $I_Г$. а В этом случае

$$I_2 = I_3$$

$$I_1 = I_4$$

$$I_2R_2 = I_1R_1$$

$$I_3R_3 = I_4R_4.$$

Разделив последние два уравнения друг на друга и учитывая написанные выше равенства для сил токов, получим

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{R_1}{R_4},\ R_2R_4 = R_1R_3.$$

Такую мостиковую схему применяют для измерения одного из неизвестных сопротивлений, входящих в "плечи" мостика, например R_4. Тогда

$$R_4 = \frac{R_1 R_3}{R_2}.$$

Видим, что для измерения неизвестного сопротивления R_4 достаточно знать лишь сопротивление R_3 и отношение R_1/R_2.

Обычно отношение R_1/R_2 остается постоянным, а изменяем эталонное сопротивление R_3. Точность измерения неизвестного сопротивления с помощью мостика определяется точностью эталонного сопротивления R_3 и точностью отношения R_1/R_2 . Этот способ определения сопротивления дает меньшую погрешность, чем определение сопротивления резистора путем измерения силы тока и напряжения.

Работа сил электрического поля (или работа электрического тока) при протекании через проводник с электрическим сопротивлением R в течение времени t постоянного электрического тока I будет равна:

$$A = qU = ItU = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t. \qquad (3.16)$$

Мощность P электрического тока равна:

$$P = \frac{A}{t} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \qquad (3.17)$$

Единицей работы электрического тока в СИ является джоуль (1 Дж), единицей мощности - ватт (Вт):

$$1\ \text{Дж} = 1\ \text{Кл} \cdot 1\ \text{В} = 1\ \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{В},\ 1\ \text{Вт} = 1\ \text{Дж}/1\ \text{с} = 1\ \text{В} \cdot \text{А}.$$

Для расчета работы и мощности тока пригодны любые выражения из соотношений (3.16) и (3.17).

Если электрический ток протекает в цепи, где энергия электрического поля превращается только во внутреннюю энергию проводника (и его температура возрастает), то на основании закона сохранения энергии:

$$Q = A = I^2 Rt = \frac{U^2 t}{R}.$$

Этот закон независимо друг от друга установили опытным путем Дж. Джоуль и Х. Х. Ленц. Он называется законом Джоуля-Ленца.

Контрольные вопросы

1. Что называют электрическим током?
2. Какое направление тока принимают за положительное?
3. Назовите условия необходимые для существования электрического тока.
4. Что называют силой тока? Какая формула выражает смысл этого понятия?
5. Единица силы тока в СИ. Как следует понимать, что сила тока равна 3 А?
6. По каким явлениям можно судить о наличии электрического тока в проводнике?
7. Какие величины характеризуют электрический ток?
8. Из каких опытов следует, что ток в металлах обусловлен направленным движением свободных электронов?
9. Какой ток называют постоянным? Построить график постоянного тока.
10. Что называют плотностью тока? Формула плотности тока, её единицы измерения.
11. Что такое электрическое сопротивление проводника? В каких единицах оно измеряется?
12. Что такое проводимость?
13. Записать и сформулировать закон Ома для участка цепи.
14. Что называют падением напряжения?
15. Что называется вольтамперной характеристикой проводника?
16. Как включаются в электрическую цепь амперметр и вольтметр?
17. Как зависит сопротивление проводника от его длины, площади поперечного сечения и материала?
18. Что называют удельным сопротивлением проводника? Его физический смысл.
19. Формула зависимости сопротивления проводника от температуры.
20. Формулы зависимости удельного сопротивления проводника от температуры
21. В чём состоит явление сверхпроводимости?
22. Последовательное соединение проводников. Схемы. Формулы.
23. Параллельное соединение проводников. Схемы. Формулы.
24. Чему равна работа постоянного тока на участке цепи?В каких единицах измеряется работа электрического тока?
25. Закон Джоуля - Ленца. Формулировка. Формулы.
26. Формула мощности постоянного тока. Единицы измерения мощности.
27. Что называют сторонними силами?
28. Что называют ЭДС источника тока? В каких единицах её выражают?
29. Формула закона Ома для полной цепи, его формулировка.
30. Последовательное соединение источников тока. Схемы. Формулы.

31. Параллельное соединение источников тока. Схемы. Формулы.
32. Длину проволоки вытягиванием увеличили вдвое. Как изменилось ее сопротивление?
33. Как можно объяснить, исходя из электронных представлений, увеличение сопротивления проводника при его нагревании?
34. В цепь включены параллельно медная и железная проволоки равной длины и сечения. В какой из проволок выделится большее количество теплоты за одно и то же время?

Алгоритм решения задач

1. Определить число участков цепи и на каждом участке показать произвольное направление тока.
2. Определить число узлов в цепи N и для $(N\text{-}1)$ узла записать первое правило Кирхгофа, считая, что входящие токи – положительны, а выходящие – отрицательны.
3. Определить число замкнутых контуров в цепи M и для $(M\text{-}1)$ контура записать второе правило Кирхгофа. Предварительно выбрать для каждого контура направление обхода. Если ток совпадает с направлением обхода, то напряжение положительно и наоборот. Если источник проходится от "-" к "+", то ЭДС положительна и наоборот.
4. Выписать получившуюся систему уравнений. Число неизвестных величин должно совпадать с числом уравнений. Если это не так, то см. пункт 1.
5. Решить полученную систему.
6. Если получившаяся сила тока положительна, то, значит, направление тока было угадано верно. Если отрицательна, то на самом деле по участку цепи ток идет в другую сторону.

Примеры решения задач

Задача 1. Алюминиевый провод имеет длину сто метров и площадь поперечного сечения четыре квадратных миллиметра.
Необходимо: определить сопротивление алюминиевого провода

Дано: $l=100$ *м*; $S=4$ *мм*^{2}
Найти: R — ?
Решение
Формула для расчёта величины электрического сопротивления провода имеет вид

$$R=\rho\times\frac{l}{S},$$

где $\rho=0,028$ *(Ом×мм²)/м* – удельное сопротивление алюминия
Подставив в формулу числовые значения физических величин, рассчитаем значение сопротивления алюминиевого провода

$$R=\rho\times\frac{l}{S}=0,028\times\frac{100}{4}=0,7 \text{ Ом}$$

Ответ: сто метров алюминиевого провода сечением четыре квадратных миллиметра имеет сопротивление ноль целых семь десятых Ома

Задача 2.Для лампы накаливания мощностью сто пятьдесят ват и напряжением двести двадцать вольт необходимо определить величину сопротивления вольфрамовой нити накаливания при температуре двадцать пять градусов Цельсия. Известно, что температура накала нити лампы составляет две тысячи пятьсот градусов Цельсия. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $5,1\times10^{-3}$град$^{-1}$.
Дано: *U=220 В; P=150 Вт;* $t^\circ_1=25^\circ C$; $t^\circ_2=2500^\circ C$; $\alpha=5,1\times10^{-3}$*град*$^{-1}$
Найти: R_1-?
Решение
Запишем формулы для расчета величины сопротивления нити накаливания при комнатной и рабочей температуре

$$R_1=R_0\left(1+\alpha t^\circ_1\right),$$

$$R_2=R_0\left(1+\alpha t^\circ_2\right),$$

где R_1 — сопротивление нити накаливания при температуре 25 градусов Цельсия;
R_2 — сопротивление нити накаливания при температуре 2500 градусов Цельсия.

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{1+\alpha t^\circ_1}{1+\alpha t^\circ_2},$$

$$R_1=R_2\frac{1+\alpha t^\circ_1}{1+\alpha t^\circ_2}.$$

Сопротивление нити накаливания при рабочей температуре определим из формулы

$$P=\frac{U^2}{R_2}$$, тогда

$$R_2=\frac{U^2}{P}$$

Итоговая формула для расчета величины сопротивления нити накаливания при температуре 25 градусов Цельсия принимает вид

$$R_1=\frac{U^2}{P}\times\frac{1+\alpha t^\circ_1}{1+\alpha t^\circ_2}=\frac{220^2}{150}\times\frac{1+5{,}1\times10^{-3}\times25}{1+5{,}1\times10^{-3}\times2500}=26{,}5$$ Ом.

Ответ: сопротивление вольфрамовой нити накаливания электрической лампы при температуре двадцать пять градусов Цельсия составляет двадцать шесть целых пять десятых Ом.

Задача 3. Два одинаковых вольтметра, соединенных последовательно, при подключении к источнику тока показывают напряжение $\mathbf{U_1 = 4{,}5\ B}$ каждый. Если к тому же источнику подключить один вольтметр, он показывает напряжение $\mathbf{U_2 = 8\ B}$. Чему равна ЭДС источника?

Решение:

Эквивалентная схема вольтметра представляет собой «идеальный» амперметр (внутреннее сопротивление которого равно нулю) и включенный последовательно резистор сопротивлением **R**. Показание вольтметра: $\mathbf{U = IR}$.

В первом случае два вольтметра включены последовательно, поэтому их общее сопротивление

$$\mathbf{R_o = R_1 + R_2 = 2R}.$$

По закону Ома для замкнутой цепи:

$$\mathbf{I_1 = E/(R_o + r) = E/(2R + r)}.$$

Во втором случае

$$\mathbf{I_2 = E/(R + r)}.$$

По закону Ома для участка цепи:

$$\mathbf{U_1 = I_1R = ER/(2R + r);\ U_2 = ER/(R + r)},$$

$$\mathbf{ER = U_1(2R + r),\ ER = U_2(R + r)}.$$

Отсюда

$$U_1(2R + r) = U_2(R + r),$$

следовательно,

$$r = R(2U_1 - U_2)/(U_2 - U_1).$$

Следовательно,

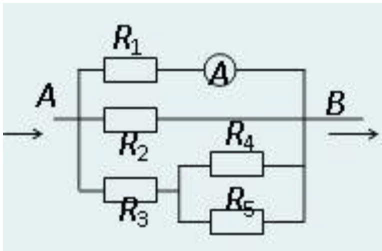
$$U = ER/(R + R(2U_1 - U_2)/(U_2 - U_1)).$$

Откуда

$$E = U_1U_2/(U_2 - U_1).$$

После вычислений, находим **E = 10,3 В**.

Задача 4. Амперметр, включенный в участок цепи, изображенный на рисунке, показывает силу тока I_1 = **0,5 А**. Найдите силу тока через резистор R_4. Сопротивления резисторов: $R_1 = R_4 = 2$ **Ом**; $R_2 = 4$ **Ом**, $R_3 = R_5 = 1$ **Ом**. Сопротивлением амперметра пренебречь.



Решение:

Резисторы R_1 и R_2, а также ветвь цепи, содержащая резисторы R_3, R_4 и R_5, соединены параллельно. Резистор R_3 включен последовательно с соединенными между собой параллельно резисторами R_4 и R_5.

Найдем разность потенциалов U_{AB} по закону Ома для участка цепи: $U_{AB} = I_1R_1$.

Под таким же напряжением находится и нижняя ветвь цепи. Тогда протекающий по ней ток

$$I = U_{AB}/R_{3,4,5},$$

где $R_{3,4,5}$ – общее сопротивление нижней ветви цепи:

$$R_{3,4,5} = R_3 + R_4R_5/(R_4 + R_5) = (R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5)/(R_4 + R_5).$$

Тогда

$$\mathbf{I - U_{AB}(R_4 - R_5)/(R_3R_4 + R_3R_5 - R_4R_5) = I_1R_1(R_4 + R_5)/(R_3R_4 + R_3R_5 - R_4R_5)}.$$

Этот ток создаст на параллельно соединенных резисторах $\mathbf{R_4}$ и $\mathbf{R_5}$ напряжение

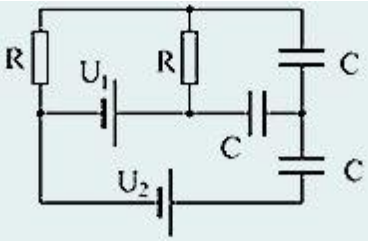
$$\mathbf{U = IR_{4,5} = I_1R_1R_4R_5)/(R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5)}.$$

Тогда ток, протекающий по резистору $\mathbf{R_4}$, по закону Ома, равен

$$\mathbf{I_4 = U/R_4 = I_1R_1R_5/(R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5)}.$$

После подстановки значений, находим $\mathbf{I_4 = 0{,}2\ A}$.

Задача 5 Определить заряды на конденсаторах в цепи, изображенной на рисунке. Внутренним сопротивлением батареек пренебречь. До включения в цепь заряд на пластинах конденсаторов был равен нулю.



Решение:

Введем неизвестный общий потенциал **φ** всех трех соединенных между собой внутренних обкладок конденсаторов, суммарный нулевой заряд которых сохраняется.

Пронумеруем конденсаторы, указав установившиеся заряды на них, как показано на рисунке в условии задачи. Расставим произвольно знаки зарядов на обкладках. Тогда

$$\mathbf{-q_1 + q_2 + q_3 = 0}. \quad (1)$$

Постоянный ток, создаваемый источником ЭДС $\mathbf{U_1}$, минуя конденсаторы, идет через одинаковые сопротивления, поэтому падение напряжения на каждом из них равно $\mathbf{U_1/2}$. Таким образом, известны потенциалы внешних обкладок 1, 2 и 3, соответственно $\mathbf{U_1}$, $\mathbf{U_1/2}$ и $\mathbf{U_2}$.

Записываем отношение величины заряда конденсатора к его емкости, приравнивая результат к разности потенциалов на обкладках. При этом из более высокого потенциала положительно заряженной обкладки вычитаем более низкий потенциал отрицательно заряженной обкладки.

$$\mathbf{q_1/C = U_1 - \varphi,}$$

$$\mathbf{q_2/C = \varphi - U_1/2,}$$

$$\mathbf{q_3/C = \varphi - U_2.}$$

Подставляя $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{q_2}$, $\mathbf{q_3}$ из этих уравнений в (1), получаем

$$\mathbf{C(-U_1 + \varphi - U_1/2 + \varphi + \varphi - U_2) = 0,}$$

откуда

$$\mathbf{\varphi = U_1/2 + U_2/3.}$$

Зная $\boldsymbol{\varphi}$, находим $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{q_2}$ и $\mathbf{q_3}$:

$$\mathbf{q_1 = C(U_1 - U_1/2 - U_2/3) = C(U_1/2 - U_2/3);}$$

$$\mathbf{q_2 = C(U_1 + U_2/3 - U_1/2) = CU_2/3;}$$

$$\mathbf{q_3 = C(U_1/2 + U_2/3 - U_2) = C(U_1/2 - 2U_2/3).}$$

Задача 6. Электромотор питается от сети с напряжением $\mathbf{U = 24}$ **В**. Чему равна мощность на валу мотора при протекании по его обмотке тока $\mathbf{I = 8}$ **А**, если известно, что при полном затормаживании якоря по цепи идет ток $\mathbf{I_o = 16}$ **А**?

Решение.
Вся мощность тока, идущего по обмотке работающего мотора, будет равна сумме мощности, превращаемой в механическую работу, и мощности, превращаемой в теплоту:

$$\mathbf{P = P_{мех} + P_{тепл},}$$

где

$$\mathbf{P = UI,}$$

а

$$P_{тепл} = I^2R,$$

откуда

$$P_{мех} = P ? P_{тепл} = UI ? I^2R = I(U- IR). \text{ (1)}$$

Чтобы определить значение $P_{мех}$, нужно найти сопротивление цепи электромотора. Это можно сделать исходя из условия, что при полном затормаживании ротора напряжение, приложенное к мотору, равно произведению тока на сопротивление (в этом случае не возникает противо-ЭДС индукции):

$$U = I_oR,$$

откуда

$$R = U/I_o.$$

Подставляем полученные значения в формулу (1):

$$P_{мех} = I(U - IU/I_o) = UI(1 - I/I_o).$$

Подставим численные значения

$$P_{мех} = 24\ 8(1 - 8/16) = 96\ (Вт).$$

Ответ: $P_{мех} = 96$ **Вт**.

Примечание: механическая мощность может рассчитываться, при известной силе тяги, по формуле

$$P_{мех} = F_{тяг} \times v.$$

Задача 7. Электропоезд идет по горизонтальному пути со скоростью v_1, на его пути имеется подъем с уклоном $\alpha = 0{,}04$. На горизонтальном участке потребляемая сила тока $I_1 = 240$ **А**, а на подъеме потребляемая сила тока $I_2 = 450$ **А**. Если коэффициент сопротивления движению равен $\mu = 0{,}02$, то отношение скоростей v_1/v_2 равно …

Решение.

При равномерном движении по горизонтальному пути сила тяги

$$F_1 = \mu mg,$$

здесь **m** − масса электропоезда.
Замечание: под уклоном дороги понимают синус угла ее наклона к горизонту. Обычно этот угол невелик, что позволяет считать

$$\sin\alpha = \mathrm{tg}\alpha = \alpha, \cos\alpha = 1. \quad (1)$$

В нашей задаче это возможно, так как $\alpha \ll 1$.
При равномерном движении под уклон сила тяги

$$F_2 = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha.$$

С учетом (1)

$$F_2 = \mu mg + mg\alpha = mg(\mu + \alpha).$$

Развиваемая механическая мощность на горизонтальном участке

$$N_1 = F_1v_1 = \mu mgv_1,$$

на подъеме

$$N_2 = F_2v_2 = mgv_2(\mu + \alpha).$$

Потребляемая электрическая мощность на горизонтальном участке (и на подъеме) соответственно равна

$$P_1 = UI_1, P_2 = UI_2,$$

где **U** − напряжение в сети.
Считая **КПД** двигателя **неизменным**, получаем

$$N_1/P_1 = N_2/P_2.$$

Или

$$\mu mgv_1/(UI_1) = mgv_2(\mu + \alpha)/(UI_2).$$

Откуда

$$v_1/v_2 = ((\mu + \alpha)/\mu) \times I_1/I_2.$$

Подставим значения из условия задачи

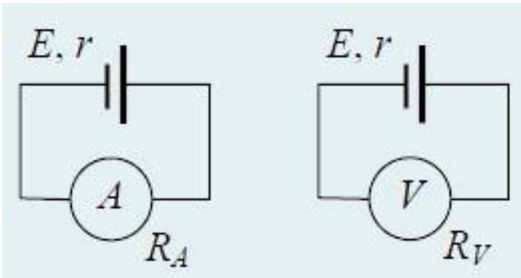
$$v_1/v_2 = ((0{,}02 + 0{,}04/0{,}02) \times 240/450 = 1{,}6.$$

Ответ: $v_1/v_2 = 1{,}6$.

Задача 8. Амперметр с внутренним сопротивлением **2 Ом**, подключенный к зажимам батареи, показывает силу тока **5 А**. Вольтметр с внутренним сопротивлением 150 Ом, подключенный к зажимам такой же батареи, показывает **12 В**. Найдите силу тока (**в мА**) короткого замыкания батареи.

Решение.

Для определения тока короткого замыкания нам потребуется определить ЭДС источника и его внутренне сопротивление



$$\mathbf{I_{к.з.} = E/r}. \ (1)$$

При первом подключении амперметра

$$\mathbf{I_A = E/(R_A + r)}. \ (2)$$

При втором подключении вольтметра

$$\mathbf{U_V = I_V R_V = E R_V/(R_V + r)}. \ (3)$$

Решаем систему уравнений (2) и (3) относительно ЭДС **E** и внутреннего сопротивления **r**:

$$\mathbf{E = I_A(U_V R_V - U_V R_A)/(I_A R_V - U_V)},$$

$$\mathbf{r = (U_V R_V - I_A R_V R_A)/(I_A R_V - U_V)}.$$

Подставляя найденные выражения **E** и **r** в (1)

$$\mathbf{I_{к.з.} = I_A(U_V R_V - U_V R_A)/(U_V R_V - I_A R_V R_A)}.$$

Подставим численные значения

$$I_{к.з.} = 5(12 \cdot 150 - 12 \cdot 2)/(12 \cdot 150 - 5 \cdot 150 \cdot 2) = 29{,}6\ A = 29600\ мА.$$

Ответ: $I_{к.з.} = 29600$ **мА**.

.

Задача 9 К источнику тока (электродвижущая сила **E = 90** В) подключили плоский конденсатор с воздушным промежутком. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 0{,}5\ м^2$. Пластины сближают так, что расстояние между ними изменяется со временем по закону $d(t) = d_o/(1 + \alpha t)$, где $d_o = 0{,}1$ **м**, и $\alpha = 5\ с^{-1}$. При этом через источник тока течет постоянный ток. Определите его величину. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

Решение.

Заряд **q** на обкладках конденсатора меняется по закону

$$q = CU = \varepsilon_o SE/d = \varepsilon_o SE(1 + \alpha t)/d_o.$$

Ток **I** − это скорость изменения заряда со временем, то есть производная от заряда по времени, следовательно,

$$I = q^{/}(t) = \varepsilon_o SE\alpha/d_o = 2 \times 10^{-8}\ A.$$

Задача 10. Электромотор с сопротивлением обмоток **R = 2 Ом** подключен к генератору с ЭДС **E = 240 В** и внутренним сопротивлением **r = 4 Ом**. При работе мотора через его обмотки проходит ток **I = 10 А**. Найдите КПД электромотора. Сопротивление подводящих проводов пренебрежимо мало.

Решение.

КПД электромотора равен отношению его механической мощности к мощности, потребляемой мотором от генератора. Согласно закону сохранения энергии, полная мощность **EI**, расходуемая генератором, складывается из механической мощности $P_м$ электромотора и тепловой мощности $I^2(R + r)$, выделяющейся в моторе и генераторе:

$$EI = P_м + I2(R + r).$$

Отсюда

$$P_м = EI - I^2(R + r).$$

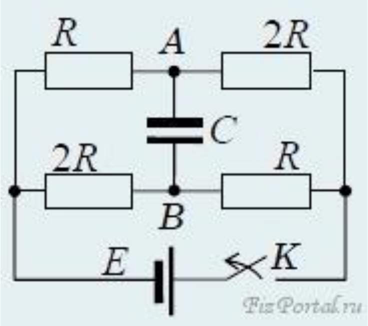
Мощность, потребляемая электромотором, равна

$$\mathbf{P_п = UI = (E - Ir)I}.$$

Поэтому КПД мотора

$$\mathbf{\eta = P_м/P_п = 1 - IR/(E - Ir) = 0{,}9 = 90}$$

Задача 11. К источнику ЭДС **E** присоединены цепочка сопротивлений и конденсатор емкостью **C** согласно схеме, представленной на рисунке. Найдите энергию, которая выделится на сопротивлении **2R**, присоединенном к точке **B**, после отключения источника размыканием ключа **K**.



Решение.
Полная энергия электрического поля заряженного конденсатора

$$\mathbf{W = CU^2/2},$$

где разность потенциалов на обкладках **BA** конденсатора

$$\mathbf{U = 2E/3 - E/3 = E/3}.$$

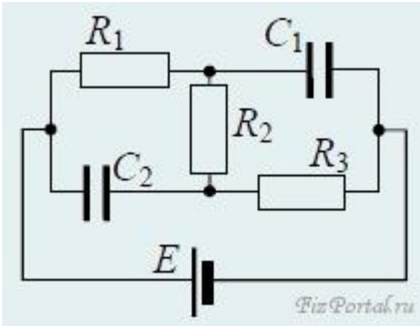
В каждой ветви (**2R**, **R**) мостиковой схемы при разрядке конденсатора через сопротивления выделится половина этой энергии

$$\mathbf{W/2 = CU^2/4 = CE2/36}.$$

В пределах одной ветви выделяющаяся в виде тепла энергия распределяется пропорционально сопротивлениям, т.е. на сопротивлении **2R** выделится

$$\mathbf{W_{2R} = CE^2/54}.$$

<u>Задача 12</u>. Схема, изображенная на рисунке, состоит из трех сопротивлений $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$, $\mathbf{R_3}$, двух конденсаторов с емкостями $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$ и источника ЭДС **E**. Найти установившийся в цепи ток **I** и заряды на конденсаторах $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{q_2}$.



Решение.

Установившиеся токи через конденсаторы не текут. Поэтому через сопротивления протекает одинаковый ток **I**. По закону Ома

$$\mathbf{I = E/(R_1 + R_2 + R_3).}$$

Рассмотрим правый контур. Напряжение на конденсаторе, выражаемое через заряд на нем $\mathbf{q_1/C_1}$, равно сумме напряжений на сопротивлениях $\mathbf{R_2}$ и $\mathbf{R_3}$, откуда

$$\mathbf{q_1 = C_1I(R_2 + R_3) = C_1E(R_2 + R_3)/(R_1 + R_2 + R_3).}$$

Проводя аналогичные операции для левого контура, получим

$$\mathbf{q_2 = C_2I(R_1 + R_2) = C_2E(R_1 + R_2)/(R_1 + R_2 + R_3).}$$

Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 1</u>. Определить сопротивление куба с сопротивлением каждого ребра R. Рассмотреть различные варианты подключения. [5r/6; 7r/12; 3r/4]

<u>Задача 2.</u> К батарейке с ЭДС 4,5 В и внутренним сопротивлением 1 Ом подключили резистор сопротивлением 8 Ом. Какой силы ток течет в цепи? Чему равно напряжение на внешнем сопротивлении? [0,5; 4]

<u>Задача 3</u>. В цепи, состоящей из источника с ЭДС 6 В, внутренним сопротивлением 2 Ом и внешним сопротивлением, идет ток силой 1 А. Какой силы ток пойдет по цепи, если внешнее сопротивление увеличить в два раза? [0,6]

Задача 4. К батарейке с ЭДС 3 В подключили резистор сопротивлением 20 Ом. Падение напряжения на резисторе оказалось равным 2 В. Определить ток короткого замыкания. [0,3]

Задача 5. Когда к источнику тока подключили резистор сопротивлением 5 Ом, сила тока стала 1 А, а когда подключили резистор сопротивлением 15 Ом, то ток равен 0,5 А. Определить ЭДС источника тока и его внутреннее сопротивление. [10; 5]

Задача 6. Во сколько раз внешнее сопротивление источника тока должно быть больше внутреннего сопротивления, чтобы при расчетах (пренебрегая внутренним сопротивлением) источника ошибка не превышала 1 %. [100]

Задача 7. Цепь состоит из аккумулятора внутренним сопротивлением 5 Ом и нагрузки сопротивлением 15 Ом. При подключении к нагрузке некоторого сопротивления параллельно, а затем последовательно ток через резистор не меняется. Чему равно сопротивление резистора? [45]

Задача 8. Цепь состоит из двух последовательно соединенных сопротивлений замкнутых на источник тока. Какова должна быть ЭДС батареи, если в конденсаторе, подключенном параллельно сопротивлению напряженность поля равна 2 кВ/м. Расстояние между пластинами 5 мм. Все сопротивления равны. [30]

Задача 9. Когда параллельно конденсатору, подключенному к зажимам батареи, подключили резистор сопротивлением 15 Ом, заряд на конденсаторе уменьшился в 1,2 раза. Чему равно внутреннее сопротивление? [3] [решение]

Задача 10. Три сопротивления по 20 Ом подключены к источнику тока с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 5 Ом. Определить заряд на конденсаторе емкостью 1 мкФ, включенном последовательно с одним из сопротивлений. [4×10^{-6}]

Задача 11. Медный проводник сечением S движется со скоростью v_o, направленной перпендикулярно площади S. Какой заряд пройдет по проводнику при резком торможении, если концы проводника замкнуты? [$q = mv_oS/(4e\rho)$]

Задача 12. В двухэлектродной лампе с плоскими электродами напряжение составляет 22 кВ. Электроны ударяют об анод с общей силой 1 мкН. Какой силы ток (в мА) течет через лампу? Отношение заряда электрона к его массе $1,76 \times 10^{11}$ Кл/кг. [2]

<u>Задача 13.</u> Через двухэлектродную лампу с плоскими электродами идет ток I. Напряжение на лампе – U. С какой силой действуют на анод лампы попадающие на него электроны, если они покидают катод со скоростью v_o? $[F = (I/e)\{(2eU + mv_o^2)m\}½]$

Список литературы

1..Т.И.Трофимова - «Курс физики: учебное издание для вузов».М: издательский центр «Академия», 20007г.

2. Б.М.Яворский, Ю.А.Селезнёв «Справочное руководство по физике». Издательство «Наука», 1989г.

3.И.В.Савельев – «Курс Физики том II»,М: «Наука», 1989г.

4.Д.В.Сивухин – «Общий курс физики»,М: «Наука», 1974г.

5.Электростатика. Постоянный ток. Электромагнетизм. Часть II. Вопросы и варианты индивидуальных заданий по физике для самостоятельной работы студентов технических специальностей. Новосибирск, 2000, СГУПС.

6.Методические указания для выполнения лабораторных работ по физике. Механика. Термодинамика. Электричество. Магнетизм. Колебания. Оптика. Атомная физика. Новосибирск, СГУПС, 2000 г. 9. И.В. Савельев. Курс физики, т. 1, 2, 3. М.: “Наука”, 1989

Практическая работа № 12

Магнитное поле. Электромагнитная индукция.

Цели:

1. Рассмотреть общие свойства магнитного поля и его характеристики.
2. Раскрыть явление электромагнитной индукции.
3. Приобрести навыки решения задач.

Основные теоретические положения

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Магнитное взаимодействие движущихся электрических зарядов согласно представлениям теории поля объясняется следующим образом: всякий движущийся электрический заряд создает в окружающем пространстве магнитное поле, способное действовать на другие движущиеся электрические заряды.

B - физическая величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля. Она называется магнитной индукцией (или индукцией магнитного поля).

Магнитная индукция - векторная величина. Модуль вектора магнитной индукции равен отношению максимального значения силы Ампера, действующей на прямой проводник с током, к силе тока в проводнике и его длине:

$$B = \frac{F_{max}}{J \cdot L}$$

Единица магнитной индукции. В Международной системе единиц за единицу магнитной индукции принята индукция такого магнитного поля, в котором на каждый метр длины проводника при силе тока 1 А действует максимальная сила Ампера 1 Н. Эта единица называется тесла (сокращенно: Тл), в честь выдающегося югославского физика Н. Тесла:

$$1\ \text{Тл} = \frac{1Н}{1А \cdot 1м} = 1\frac{Н}{А \cdot м}$$

СИЛА ЛОРЕНЦА

Движение проводника с током в магнитном поле показывает, что магнитное поле действует на движущиеся электрические заряды. На проводник действует сила Ампера $F_A = IBl\sin\alpha$, а сила Лоренца действует на движущийся заряд:

$$F_м = qBv\sin\alpha,$$

где α - угол между векторами B и v .

Движение заряженных частиц в магнитном поле. В однородном магнитном поле на заряженную частицу, движущуюся со скоростью перпендикулярно линиям индукции магнитного поля, действует сила $\vec{F}_м$, постоянная по модулю и направленная перпендикулярно вектору скорости $\vec{\upsilon}$.Под действием магнитной силы частица приобретает ускорение, модуль которого равен:

$$a = \frac{F_M}{m} = \frac{qBv}{m}.$$

В однородном магнитном поле эта частица движется по окружности. Радиус кривизны траектории, по которой движется частица, определяется из условия $a = \frac{v^2}{r}$,откуда следует,

$$\frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{r}, \text{ т.е. } \quad r = \frac{mv}{qB}.$$

Радиус кривизны траектории является величиной постоянной, поскольку сила, перпендикулярная вектору скорости, меняется только ее направление, но не модуль. А это и означает, что данная траектория является окружностью.

Период обращения частицы в однородном магнитном поле равен:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Последнее выражение показывает, что период обращения частицы в однородном магнитном поле не зависит от скорости и радиуса траектории ее движения.

Если напряженность электрического поля равна нулю, то сила Лоренца $\vec{F}_л$ равна магнитной силе $\vec{F}_м$:

$$F_Л = qBv\sin\alpha.$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Явление электромагнитной индукции открыл Фарадей, который установил, что в замкнутом проводящем контуре возникает электрический ток при любом изменении магнитного поля, пронизывающего контур.

МАГНИТНЫЙ ПОТОК

Магнитный поток Φ (поток магнитной индукции) через поверхность площадью S - величина, равная произведению модуля вектора магнитной индукции на площадь S и косинус угла a между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности:

$\Phi = BS\cos\alpha$

В СИ единица магнитного потока 1 Вебер (Вб) - магнитный поток через поверхность площадью 1 м ^{2}, расположенную перпендикулярно направлению однородного магнитного поля, индукция которого равна 1 Тл:

$$1Вб = 1Тл \cdot м^2 = 1 \cdot \left(В \cdot \frac{с}{м^2}\right) \cdot м^2 = 1В \cdot с$$

Электромагнитная индукция-явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего контур.

Возникающий в замкнутом контуре, индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным полем противодействует тому изменению магнитного потока, которым он вызван (правило Ленца).

ЗАКОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Опыты Фарадея показали, что сила индукционного тока I_i в проводящем контуре прямо пропорциональна скорости изменения числа линий магнитной индукции , пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром.

Поэтому сила индукционного тока пропорциональна скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром:

$$I_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Известно, что если в цепи появился ток, это значит, что на свободные заряды проводника действуют сторонние силы. Работа этих сил по перемещению единичного заряда вдоль замкнутого контура называется электродвижущей силой (ЭДС). Найдем ЭДС индукции ε_i.

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$$

Так как R не зависит от $\Delta\Phi$, , то

$$\mathcal{E}_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ЭДС индукции совпадает по направлению с индукционным током, а этот ток в соответствии с правилом Ленца направлен так, что созданный им магнитный поток противодействует изменению внешнего магнитного потока.

Закон электромагнитной индукции

ЭДС индукции в замкнутом контуре равна взятой с противоположным знаком скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

САМОИНДУКЦИЯ. ИНДУКТИВНОСТЬ

Опыт показывает, что магнитный поток *Ф* , связанный с контуром, прямо пропорционален силе тока в этом контуре:

*Ф = L*I* .

Индуктивность контура *L* - коэффициент пропорциональности между проходящим по контуру током и созданным им магнитным потоком.

Индуктивность проводника зависит от его формы, размеров и свойств окружающей среды.

Самоиндукция - явление возникновения ЭДС индукции в контуре при изменении магнитного потока, вызванном изменением тока, проходящего через сам контур.

Самоиндукция - частный случай электромагнитной индукции.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Индуктивность - величина, численно равная ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока в нем на единицу за единицу времени. В СИ за единицу индуктивности принимают индуктивность такого проводника, в котором при изменении силы тока на 1 А за 1 с возникает ЭДС самоиндукции 1 В. Эта единица называется генри (Гн):

$$1\,Гн = 1\,\frac{В \cdot с}{А}$$

ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Явление самоиндукции аналогично явлению инерции. Индуктивность при изменении тока играет ту же роль, что и масса при изменении скорости тела. Аналогом скорости является сила тока.

Значит энергию магнитного поля тока можно считать величиной, подобной кинетической энергии тела $\frac{mv^2}{2}$:

$$W_м = \frac{LI^2}{2}$$

Предположим, что после отключения катушки от источника,ток в цепи убывает со временем по линейному закону.

ЭДС самоиндукции имеет в этом случае постоянное значение:

где I - начальное значение тока, t - промежуток времени, за который сила тока убывает от I до 0.

За время t в цепи проходит электрический заряд $q = I_{cp}t$. Так как $I_{cp} = (I + 0)/2 = I/2$, *то* $q=It/2$. Поэтому работа электрического тока:

$$A = q\varepsilon_{is} = \frac{It}{2}\frac{LI}{t} = \frac{LI^2}{2}$$

Эта работа совершается за счет энергии магнитного поля катушки. Таким образом, снова получаем:

$$W_м = \frac{LI^2}{2}$$

Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Проанализируйте опыты Фарадея.

2. Что является причиной возникновения э.д.с. индукции в замкнутом проводящем контуре? • Отчего и как зависит э.д.с. индукции, возникающая в контуре?

3. Почему для обнаружения индукционного тока лучше использовать замкнутый проводник

в виде катушки, а не в виде одного витка провода?

4.Сформулируйте правило Ленца, проиллюстрировав его примерами.

5. Всегда ли при изменении потока магнитной индукции в проводящем контуре в нем возникает э.д.с. индукции? индукционный ток?

6. Возникает ли индукционный ток в проводящей рамке, поступательно движущейся в однородном магнитном поле?

7. Покажите, что закон Фарадея есть следствие закона сохранения энергии.

8. Какова природа э.д.с. электромагнитной индукции?

9.Выведите выражение для э.д.с. индукции в плоской рамке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле. За счет чего ее можно увеличить?

10. Что такое вихревые токи? Вредны они или полезны?

11. Почему сердечники трансформаторов не делают сплошными?

12. В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции? Вычислите э.д.с. индукции

для обоих случаев,

13. В чем заключается физический смысл времени релаксации $\tau = L/R$ Докажите, что оно имеет

размерность времени.

14. Приведите соотношение между токами в первичной и вторичной обмотках повышающего трансформатора.

15. Когда э.д.с. самоиндукции больше — при замыкании или размыкании цепи постоянного тока?

16. Какая физическая величина выражается в генри? Дайте определение генри.

17. В чем заключается физический смысл индуктивности контура? взаимной индуктивности двух контуров? От чего они зависят?

18. Запишите и проанализируйте выражения для объемной плотности энергии электростатического и магнитного полей. Чему равна объемная плотность энергии электромагнитного поля?

Алгоритм решения задач

1. Определить направление вектора $\vec{B}$ магнитной индукции внешнего магнитного поля.

2. Из условия задачи выяснить, увеличивается или уменьшается магнитный поток, пронизывающий контур.

3. Определить направление вектора $\vec{B}'$ магнитной индукции магнитного поля индукционного тока: если магнитный поток увеличивается, то $\vec{B}' \uparrow\downarrow \vec{B}$; если уменьшается, то $\vec{B}' \uparrow\uparrow \vec{B}$.

4. Определить направление индукционного тока, воспользовавшись правилом правой руки.

Примеры решения задач

<u>Задача 1.</u> однородном магнитном поле, индукция которого 1 Тл, находится плоский проводящий виток площадью 100 см^2, расположенный перпендикулярно магнитным линиям. Сопротивление витка 200 мОм. Какой заряд протечет через поперечное сечение витка, если поле исчезнет?

Решение:

При исчезновении магнитного поля изменится магнитный поток через виток:

$\Delta\Phi = \Delta BS \cos\alpha$; $\Delta B = B$, $\alpha = 0°$, $\cos\alpha = 1$. Тогда $\Delta\Phi = BS$.

В результате изменения магнитного потока в контуре возникнет ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BS}{\Delta t}$$

По закону Ома в витке появится ток $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{BS}{R\Delta t}$

По витку пройдет заряд $q = I_i\Delta t = \frac{BS}{R}$; $q = 0{,}05$ Кл.

<u>Задача 2.</u> Концы проволочной катушки из тысячи витков радиусом 5 см замкнуты накоротко. Сопротивление катушки 100 Ом. С какой скоростью должна изменяться индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости катушки, чтобы в ней выделялась тепловая мощность 100 мВт.

Решение:

По закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta BS\,\mathrm{N}\cos\alpha}{\Delta t}; \text{отсюда } \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_i}{S\,\mathrm{N}\cos\alpha} = \frac{\varepsilon_i}{SN}, \text{т. к. } \alpha = 0°$$

Мощность, выделяемся в контуре $P = \frac{\varepsilon_i^2}{R}$, откуда $\varepsilon_i = \sqrt{PR}$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_i}{SN} = \frac{\sqrt{PR}}{SN} = \frac{\sqrt{PR}}{\pi r^2 N}; \ \frac{\Delta B}{\Delta t} \approx 0{,}4\,\frac{\text{Тл}}{\text{с}}.$$

<u>Задача 3.</u> Кусок провода длиной 2 м складывают вдвое и его концы замыкают. Затем провод растягивают в квадрат, плоскость которого перпендикулярна силовым линиям магнитного поля с индукцией 64 мкТл. Какое количество электронов пройдет при этом через поперечное сечение провода, если его сопротивление 10 мОм?

Решение:

Вначале площадь контура была равна 0. При растягивании провода в квадрат его площадь стала равна $S = a^2$, где $a = L/4$. При изменении площади изменится магнитный поток через контур $\Delta\Phi = B\,\Delta S = BL^2/16$.

Появляется ЭДС индукции $\varepsilon_i = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{BL^2}{16\Delta t}$

и индукционный ток $I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = \dfrac{BL^2}{16R\Delta t}$.

Через проводник пройдет заряд $q = I_i\Delta t = \dfrac{BL^2}{16R}$;

Количество электронов $N = \dfrac{q}{e} = \dfrac{BL^2}{16Re}$; $N \approx 10^{16}$.

Задача 4. Плоская прямоугольная катушка со сторонами 1 см и 0,5 см, имеющая 100 витков, находится в однородном магнитном поле. Определите значение магнитной индукции поля, если при токе в катушке 1 А на нее действует максимальный момент 0,01 Н•м.

Дано:	*Решение:*
a = 1 см b = 0,5 см n = 100 I = 1 А M_{max} = 0,01 Н•м	Модуль магнитной индукции определяется по формуле: $B = M_{max} / IS$. Эта формула справедлива для рамки из одного витка. Для n витков можно считать, что площадь рамки в n раз больше: $B = M_{max} / ISn$. Подставив значения величин в системе СИ, получим B = 0,01 Н•м / (1 А • 10^{-2} м • 5 • 10^{-3} м • 10^2) = 2 Н/А•м = 2 Тл.
B — ?	**Ответ:** B = 2 Тл.

Задача 5. Как будут меняться показания амперметра, если соленоид быстро распрямить, потянув его за концы проволоки (рис. 3)?

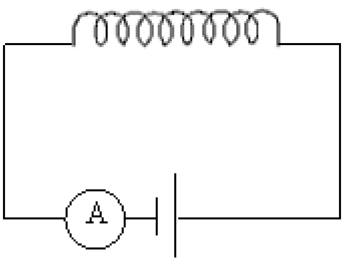


Рис. 3

Решение:

При распрямлении соленоида сцепленный с ним магнитный поток будет уменьшаться, а значит, в цепи возникнет электродвижущая сила индукции, которая, согласно правилу Ленца, будет препятствовать уменьшению магнитного потока. Следовательно, в цепи появится индукционный ток, направленный так же, как ток, создаваемый источником электродвижущей силы, включенным в цепь. Поэтому сила тока в цепи сначала будет возрастать, а спустя некоторое время станет равной первоначальному значению.

Задача 6. Имеются две катушки, расположенные коаксиально. В одной из катушек сила тока I_1, создаваемого внешним источником, изменяется со временем так, как показано на рис. 4. Вторая катушка замкнута накоротко. Изобразите график зависимости силы тока во второй катушке от времени

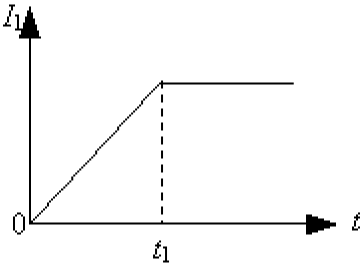


Рис. 4

Решение:

Для первой катушки индукция магнитного поля, создаваемого током I_1, пропорциональна силе тока $(B \sim I_1)$. Магнитный поток, создаваемый первой катушкой, пронизывает вторую катушку и при его изменении в ней появляется электродвижущая сила индукции, величина которой

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{S\Delta B}{\Delta t} \sim \frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

Ток во второй катушке, согласно закону Ома для полной цепи, $I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$, где R - сопротивление второй катушки, то есть

$$I_2 \sim \frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

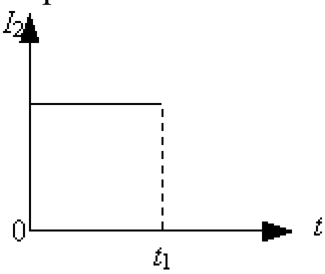


Рис. 5

Для $t < t_1$ $\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ будет постоянной величиной, а для $t > t_2$ - равной нулю. Следовательно, зависимость силы тока I_2 во второй катушке от времени будет иметь вид, представленный на рис. 5.

Задача 7. В электрическую цепь последовательно включены батарея с электродвижущей силой $\mathcal{E}$ = 12 В, реостат и катушка индуктивности L = 1,0 Гн. При сопротивлении реостата R_0 = 10 Ом в цепи протекает некоторый постоянный ток. Затем сопротивление реостата уменьшают таким образом, чтобы ток в цепи равномерно уменьшался со скоростью $\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = 0{,}20\ \dfrac{A}{c}$. Определите полное сопротивление $R(\tau)$ цепи через время τ = 2,0 с после начала изменения тока. Внутреннее сопротивление батареи и проводов катушки пренебрежимо мало.

Решение:

Поскольку ток в цепи уменьшается равномерно, сила тока со временем будет меняться по закону

$$I(t) = I_0 - \frac{\Delta I}{\Delta t} t,$$

где I_0 - сила тока в начальный момент времени. Согласно закону Ома для полной цепи

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R_0}.$$

Как только ток в цепи начинает уменьшаться, начинает уменьшаться и магнитный поток, сцепленный с катушкой индуктивности. Следовательно, в цепи появится электродвижущая сила самоиндукции, которая действует, согласно правилу Ленца, в направлении, в котором действует источник тока в цепи. Тогда полная электродвижущая сила, действующая в цепи, будет равна $\varepsilon + L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Для каждого момента времени можно записать закон Ома

$$\varepsilon + L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Отсюда в момент времени τ сопротивление реостата будет равно

$$R(\tau) = \frac{\varepsilon + L\frac{\Delta I}{\Delta t}}{\frac{\varepsilon}{R_0} - \frac{\Delta I}{\Delta t}\tau}.$$

Подставляя численные значения, получим $R(\tau)$ = 15 Ом.

Ответ: $R(\tau) = \frac{\varepsilon + L\frac{\Delta I}{\Delta t}}{\frac{\varepsilon}{R_0} - \frac{\Delta I}{\Delta t}\tau} = 15$ Ом.

<u>**Задача 8.**</u> Определить индуктивность катушки, если при изменении в ней тока от 5 до 10А за 0,1с в катушке возникает ЭДС самоиндукции, равная 10 В.

Решение:

ЭДС самоиндукции равна: **.**

Знак “-” говорит о том, что, по правилу Ленца, индукционный ток препятствует любым изменениям исходного тока.Поэтому в численных расчетах его можно не учитывать.

Отсюда:

$$\boldsymbol{L} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_c}{\frac{\boldsymbol{\Delta I}}{\boldsymbol{\Delta t}}} = \frac{10}{(10-5)/0,1} = 0,2(\text{Гн})$$

.

Ответ: $\boldsymbol{L}$ = 0,2 Гн.

Задача 9. Две катушки имеют взаимную индуктивность L_{12} = 0,005 Гн. В первой катушке сила тока изменяется по закону $\boldsymbol{I=I_0\sin\omega t}$, где $\boldsymbol{I_0}$=10А; $\omega=2\pi/T$; T= 0,02с. Найти: 1) зависимость от времени ЭДС, индуцируемой во второй катушке; 2) наибольшее значение этой ЭДС.

Решение:

Поскольку в первой катушке сила тока $I=\boldsymbol{I_0}\mathbf{sin}\boldsymbol{\omega t}$ изменяется со временем, то во второй катушке, согласно закону электромагнитной индукции, возникает ЭДС, равная:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = -\boldsymbol{L}_{12}\frac{d\boldsymbol{I}_1}{d\boldsymbol{t}} = -\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{L}_{12}\boldsymbol{I}_0\cos\boldsymbol{\omega t}.$$

Учитывая, что $\omega=2\pi/T$, найдем наибольшее значение ЭДС индукции во второй катушке:

$$\varepsilon_0 = \frac{2\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{L}_{12}\boldsymbol{I}_0 = \frac{2\cdot 3.14}{0.02}\cdot 0.005\cdot 10 = 15.7(\text{В}).$$

Ответ: ε_0 = 15,7 В.

Задача 10. На стержень из немагнитного материала длиной 50 см и сечением 2 см^2 намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию магнитного поля внутри соленоида, если сила тока в обмотке равна 0,5 А.

Решение:

Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по обмотке которого течет ток I, выражается формулой:

.

Индуктивность соленоида с немагнитным сердечником равна:

$$L=\mu_0 n^2 Sl.$$

Объединив две эти формулы, получим:

$$W = \boldsymbol{\mu}_0\boldsymbol{n}^2\boldsymbol{SlI}^2/2 = 4\cdot 3.14\cdot 10^{-7}\cdot 2000^2\cdot 0.5\cdot 2\cdot 10^{-4}\cdot 0.5^2/2 = 6.28\cdot 10^{-7}(\text{Дж})$$

Ответ: $\boldsymbol{W}$ = 6, 28·10^{-5} Дж.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Кольцо из алюминиевого провода (ρ=26 нОм•м) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца 20 см, диаметр провода 1 мм. Определить скорость изменения магнитного поля, если сила тока в кольце 0,5 А. [0,33 Тл/с]

Задача 2. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,5 Тл, равномерно с частотой 300 мин$^{-1}$ вращается катушка, содержащая 200 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь поперечного сечения катушки 100 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определить максимальную э.д.с., индуцируемую в катушке. [31,4 В].

Задача 3. Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром 0,3 мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром 1 см, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью 1 мГн. [304]

Задача 4. Определить, через сколько времени сила тока замыкания достигнет 0,98 предельного значения, если источник тока замыкают на катушку сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 0,4 Гн. [0,16 с]

Задача 5. Два соленоида (индуктивность одного L_1=0,36 Гн, второго L_2= 0,64 Гн) одинаковой длины и практически равного сечения вставлены один в другой. Определить взаимную индуктивность соленоидов. [0,48 Гн]

Задача 6. Автотрансформатор, понижающий напряжение с U_1=5,5 кВ до U_2=220 В, содержит в первичной обмотке N_1=1500 витков. Сопротивление вторичной обмотки R_2=2 Ом. Сопротивление внешней цепи (в сети пониженного напряжения) R=13 Ом. Пренебрегая сопротивлением первичной обмотки, определить число витков во вторичной обмотке трансформатора. [68]

Список литературы

1.Физика. 11 класс. Учебник. Касьянов В.А.

2.Физика. 11 класс. Учебник. Классический курс. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б., Чаругин В. М. Издательство: Просвещение

3.http://www.vseslova.ru/index.php?dictionary

4. http://vestishki.ru/content/

5. www.infokart.ru

6. znaniya-sila.narod.ru

7. www.pppa.ru

8. http://ru.wikipedia.org

9. http://www.fieldphysics.ru

10. http://www.zivert.ru/

11. http://www.sunhome.ru

12. http://www.slovopedia.com/

Практическая работа № 13

Механические колебания и волны

Цель: ознакомить учащихся с одним из самых распространенных движений в природе и технике - **колебательным** движением.

Основные теоретические положения

Колебания - движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Механические колебания- колебания механических величин (смещения, скорости, ускорения, давления и т.п.).

Периодом *T* называется промежуток времени, в течение которого система совершает одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}$$

N - число полных колебаний за время *t*.

Частота ν - число колебаний в единицу времени:

$$\nu = \frac{N}{t} \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Единица частоты - 1 герц (Гц) = 1 $с^{-1}$

Циклическая частота:

$$\omega = 2\pi\nu$$

Гармонические колебания - колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса. Уравнение гармонических колебаний . или где A – амплитуда, ω - круговая частота, α - начальная фаза, (ωt + α) – фаза.

Уравнение гармонического колебания:

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

x - смещение тела от положения. X_m - амплитуда, то есть максимальное смещение, $(\omega t + \varphi_0)$ - фаза колебаний, Ψ_0 - его начальная фаза.

Скорость:

При $\varphi_0 = 0$:

$$\upsilon = -\omega X_m \sin \omega t$$

Ускорение:

При $\varphi_0 = 0$:

$$a = -\omega^2 X_m \cos \omega t$$

Свободные колебания – колебания, совершаемые за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему (систему , совершающую колебания). Примеры свободных механических колебаний: Пружинный маятник. Это груз массой m, подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы F=-kx, k- жесткость пружины. Математический маятник. Это идеализированная система , состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.

Свободными называются колебания, возникающие в механической системе (осцилляторе) при единичном отклонении её от положения равновесия, имеющие собственную частоту ω_0, задаваемую только параметрами системы, и затухающие со временем из-за наличия трения.

Математический маятник:

Частота:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

l - длина маятника, *g* - ускорение свободного падения.

Период:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Максимальную кинетическую энергию маятник имеет в момент прохождения положения равновесия:

$$E_{\text{к}m} = \frac{m\upsilon_m^2}{2}$$

Пружинный маятник:

Частота:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

k - жёсткость пружины, *m* - масса груза.

Период:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Максимальную потенциальную энергию маятник имеет при максимальном смещении:

$$E_{\text{п}m} = \frac{kX_m^2}{2}$$

Вынужденными называют колебания, возникающие в колебательной системе (осцилляторе) под действием периодически меняющейся внешней силы.

Резонанс - резкое увеличение амплитуды X_m вынужденных колебаний при совпадении частоты ω вынуждающей силы с частотой ω_0 собственных колебаний системы.

Волны - это колебания вещества (механические) или поля (электромагнитные), распространяющиеся в пространстве с течением времени.

Скорость распространения волны υ - скорость передачи энергии колебания. При этом частицы среды колеблются около положения равновесия, а не движутся с волной.

Длина волны λ - расстояние, на которое распространяется колебание за один период:

$\lambda = \upsilon T$, или $\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$

Единица длины волны - 1 метр (м).

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda}$$

Единица частоты волны - 1 герц(Гц).

Контрольные вопросы

1. Какое движение называют колебательным? Что понимают под колебанием тела?

2. Какие колебания называют свободными? Приведите примеры.

3. Какие колебания называют вынужденными? Приведите примеры.

4. Объясните опыт, устанавливающий связь между вращательным и колебательным движениями.

5. Какие колебания называют гармоническими? Запишите уравнение гармонического колебания?

6. Что понимают под амплитудой колебания?

7. Что понимают под периодом колебаний? Запишите формулу для нахождения периода.

8. Что понимают под частотой колебаний? Запишите формулы линейной и циклической частоты колебаний. В каких единицах они измеряются.

9. Запишите формулу связи между циклической и линейной частотой.

10. Что понимают под фазой гармонического колебания? (начальной фазой?)

11. Что такое маятник? (математический маятник?)

12. Сделав рисунок, иллюстрирующий процесс колебаний математического маятника, .докажите, что они являются гармоническими.

13. Напишите уравнение свободных колебаний математического маятника.

14. Запишите формулы периода свободных колебаний математического маятника и циклической частоты.

15. Какой маятник называют пружинным маятником?

16. Проиллюстрируйте процесс свободных колебаний пружинного маятника, объясните этот процесс.

17. Запишите формулы для периода свободных колебаний и циклической частоты пружинного маятника.

18. Объясните процесс превращения энергии при гармоническом колебательном движении на примере пружинного или математического маятника.

19. Как определяется полная механическая энергия гармонически колеблющегося тела в моменты его прохождения точки равновесия и крайних точек движения?

20. Как определяется полная механическая энергия гармонически колеблющегося тела в момент прохождения между точкой положения равновесия и крайней точкой движения?

21. Почему в реальных условиях свободные колебания маятника затухают? При каких условиях колебания могут стать незатухающими?

22. Что понимают под механическим резонансом? Каково условие наступления резонанса?

23. Приведите примеры вредного и полезного проявления механического резонанса.

24. Что называется волной?

25.Какие волны называют поперечными? продольными? (приведите примеры волн).

26. Что понимают под длиной волны? периодом волны? частотой?

27. Чему равна скорость распространения волны?

28. Как связаны скорость распространения волны длина волны и частота (периодом).

29. Что значит, что колебания происходят в одинаковых фазах, противофазах, со сдвигом фаз?

30.Какие волны называются звуковыми?

31. Что является источником звуковых волн?

32.Какой диапазон частот звуковых волн воспринимает человек?

Алгоритм решения задач

Задачи на расчёт колебательного движения условно можно разделить на 3 группы:

-Задачи, решение которых основано на общих уравнениях гармонических колебаний

-Задачи на расчёт периода колебаний пружинного и математического маятников.

- Задачи на расчёт характеристик упругих волн

Первая группа:

1. Записать уравнение гармонических колебаний.
2. Определить начальную фазу колебаний, используя условие задачи, и выразить, если это необходимо, циклическую частоту колебаний ω через частоту ν или период колебаний T.
3. Определить мгновенные значения скорости и ускорения точки, совершающей гармонические колебания.
4. Если необходимо, использовать закон сохранения механической энергии.
5. Решить полученные уравнения относительно неизвестных.
6. Сделать числовой расчёт и проверить размерность искомой величины.

Вторая группа:

1. Выяснить, чему равно ускорение точки подвеса математического маятника. Если a = 0, то период колебаний определяется по формуле . Для пружинного маятника .

2. Если необходимо, то записать формулы, связывающие период колебаний T с частотой ν или циклической частотой колебаний ω.

3. Решить полученные уравнения.

4. Сделать числовой расчёт и проверить размерность искомой величины.

Решение задач третьей группы предполагает использование уравнения плоской волны, формулы для расчёта длины волны, формул скорости распространения упругих волн в различных средах.

Примеры решения задач

Задача 1. Некоторая точка движется вдоль оси x по закону $x = a\sin^2(\omega t - \pi/4)$. Найти:
а) амплитуду и период колебаний; изобразить график x (t);
б) проекцию скорости v_x как функцию координаты x; изобразить график $v_x(x)$.

Дано:	**Решение:**
$x = A\sin^2(\omega t - \pi/4)$	$x = A\sin^2(\omega t - \pi/4) = A/2\,(1 - \sin 2\omega t)$. Тогда:
$a, T - ?$	$a = A/2,\ T = 2\pi/2\omega = \pi/\omega$
$v_x(x) - ?$	Теперь найдем скорость.
	$v_x = \dot{x} = 2A\omega\sin(\omega t - \pi/4)\cos(\omega t - \pi/4)$
	Возведем обе части в квадрат:
	$v_x^2 = 4A^2\omega^2\sin^2(\omega t - \pi/4)(1 - \sin^2(\omega t - \pi/4)) = 4\omega^2 x(A - x)$
	Тогда:
	$v_x = \pm 2\omega\sqrt{x(A - x)}$

Задача 2. Грузик, колеблющийся на пружине, за 8 с совершил 32 колебания. Найти период и частоту колебаний.

Дано:	Решение:
$U(x)=U_0(1-\cos ax)$ m	Т.к. поле потенциальное, то справедливо: $\overline{F}=-\nabla U$ Тогда: $F=F_x=-U_0 a\sin ax$ В положении равновесия $F=0 \Rightarrow x_{равн}=0$. Т.к. совершаются малые колебания, то $\sin ax = ax$. Поэтому: $F=-U_0 a^2 x$ По второму закону Ньютона: $m\ddot{x}+U_0 a^2 x=0 \Rightarrow \omega_0^2 = U_0 a^2 / m$ Тогда: $T = 2\pi/\omega_0 = \dfrac{2\pi}{a}\sqrt{\dfrac{m}{U_0}}$
$T-?$	

Задача 3. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой A = 4 см и периодом T = 2 с. Напишите уравнение движения точки, если ее движение начинается из положения $x_0 = 2$ см.

Дано:		Решение:
A= 4 см = T= 2 с $t_0 = 0$ x_0= 2 см =	$4\cdot10^{-2}$ м $2\cdot10^{-2}$ м	Уравнение гармонических колебаний: $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$. Связь циклической частоты и периода колебаний: $\omega = 2\pi/T = 2\pi/2=\pi c^{-1}$
x(t) - ?		
При $t_0 = 0$:$x=A\cos(\varphi_0)$ а, с другой стороны,$x\|_{t=0}=x_0$. Отсюда$x_0=A\cos(\varphi_0)$. Тогда $\varphi_0 = \arccos(x_0/A)= \arccos(1/2)= \pi/3$. Подставляя численные значения A, ω иφ_0, получим требуемое уравнение движения точки:$x= 0{,}04\cos(\pi t+\pi/3)$.		
Ответ: $x= 0{,}04\cos(\pi t+\pi/3)$.		

Задача 4. На горизонтальной пружине жесткостью k = 900 Н/м укреплен шар массойM = 4 кг, лежащий на гладком столе, по которому он может скользить без трения (рис. 73). Пуля массойm = 10 г, летящая с горизонтальной скоростьюv_0= 600 м/с и имеющая в момент удара скорость,

направленную вдоль оси пружины, попала в шар и застряла в нем. Пренебрегая массой пружины и сопротивлением воздуха, определите:

1. амплитуду колебаний шара; 2) период колебаний шара.

Дано: k= 900 Н/м M= 4 кг m = 10 г = v_0= 600 м/с	10^{-2}кг

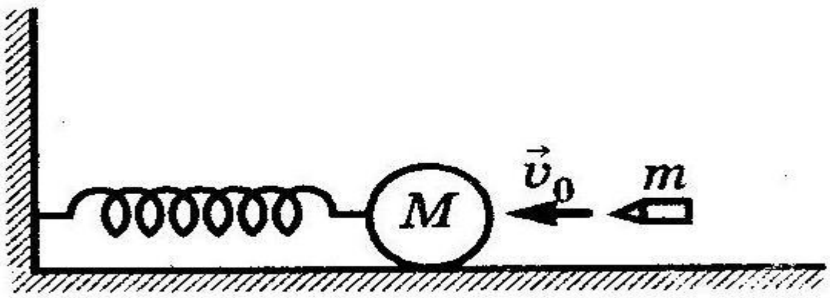


Рис. 73

A- ? T - ?

Решение:
Удар пули о шар является абсолютно неупругим и для него справедлив закон сохранения импульса: $P_1+P_2=P'$.
Здесь ось x направлена вдоль оси пружины в сторону полета пули;
$P_1=mv_0$– импульс пули до удара;
$P_2=0$ – импульс шара до удара;
$P'=(M+m)\,u$– импульс шара с застрявшей пулей после удара;
u– скорость шара с пулей после удара.
Таким образом, $mv_0=(M+m)\,u$. Откуда $u=mv_0/(M+m)$.
Кинетическая энергия шара с пулей после удара: $E_{k0}=(M+m)\,u^2/2=m^2v_0^2/(2(M+m))$.
Под действием полученного при ударе импульса пуля с шаром, укрепленным на пружине, совершают колебания. При пренебрежении силами трения эти колебания являются гармоническими колебаниями пружинного маятника, период колебаний которого:
$T=2\pi\cdot((M+m)/k)^{1/2}=2\cdot3,14\cdot((4+0,01)/900)^{1/2}\approx6,28\cdot2/30\approx0.419$с.
Из закона сохранения энергии, справедливого для гармонических колебаний: $E_{k0}=E=E_{pot.max}$.
где E– полная механическая энергия маятника;

$E_{pot.max}$– максимальная потенциальная энергия маятника ($E_{pot.max}=A^2k/2$,A– амплитуда колебаний). Отсюда: $m^2v_0^2/(2(M+m))= A^2k/2$. $A=mv_0/((M+m)k)^{1/2}=10^{-2}\cdot600/((4+0,01)900)^{1/2}\approx6/(2\cdot30)=0,1$ м.
Ответ: A=0,1 м;T=0,419с

Задача 5. Волна распространяется в упругой среде со скоростью v = 150 м/с. Определите частоту колебаний, если минимальное расстояние Δx между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 0,75 м.

Дано:	Решение:
v=150 м/с Δx= 0,75 м	Для бегущей волны фазы колебаний противоположны, если точки среды расположены на расстоянии $(2\cdot n+1)\cdot\lambda/2$, где n любое целое, λ – длина волны.
ν - ?	
Отсюда следует, что $\Delta x=\lambda/2$ и $\lambda=2\cdot \Delta x$. Длина волны, скорость распространения и частота связаны следующим соотношением: $\lambda=v/\nu$. Отсюда $\nu=v/ \lambda=v/(2\cdot \Delta x)=150/(2\cdot0,75)=100$ Гц.	
Ответ: ν=100 Гц	

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Математический маятник совершает 100 колебаний за 314 с. Определить период колебаний маятника, частоту колебаний и длину нити маятника. (Ответ: 3,1 с; 0,32 Гц; 2,5 м.)

Задача 2. Во сколько раз уменьшится период колебаний пружинного маятника, если вместо груза массой 400 г к той же пружине подвесить груз массой 1,6 кг? (Ответ: В 2 раза.)

Задача 3. Груз, подвешенный к пружине, совершает 30 колебаний в минуту. Определить период колебаний, частоту и массу груза, если жесткость 1. Тело, прикрепленное к пружине, совершает колебания с некоторым периодом T. Если увеличить массу тела на 60 г, то период колебаний удваивается. Какова первоначальная масса тела? (Ответ: 20 г.)

<u>Задача 4.</u> Маятниковые часы идут правильно при длине маятника 55,8 см. На сколько отстанут часы за сутки, если удлинить маятник на 0,5 см? Маятник считать математическим. (Ответ: 6,4 мин.)

<u>Задача 5.</u> Тело, прикрепленное к пружине, совершает колебания с некоторым периодом. Если уменьшить массу груза на 30 г, то период колебаний уменьшится в 2 раза. Найти первоначальную массу груза. (Ответ: 40 г.)

<u>Задача 6.</u> На какой угол от вертикали надо отклонить математический маятник длиной 2 м, чтобы груз маятника прошел положение равновесия со скоростью 0,6 м/с? (Ответ: 8° (5°).)

<u>Задача 7.</u> За одно и то же время один математический маятник делает 40 колебаний, а второй - 30. Какова длина каждого маятника, если разность их длин 7 см? (Ответ: 9 см; 16 см.)

<u>Задача 8.</u> Часы с секундным маятником на поверхности Земли идут точно. На сколько часы будут отставать за сутки, если их поднять на высоту 5 км над поверхностью Земли? Радиус Земли 6400 км. (Ответ: 67,5 с.)

<u>Задача 9.</u> За одно и то же время один пружинный маятник делает 10 колебаний, а второй - на пружине с той же жесткостью - 20 колебаний. Определите массы этих маятников, если сумма их масс равна 3 кг. (Ответ: 2,4 кг; 06 кг.)

<u>Задача 10.</u> Во сколько раз период колебаний математического маятника на некоторой планете больше, чем на Земле, если радиус планеты вдвое меньше радиуса Земли, а плотности одинаковы? (Ответ: в 1,41 раза.)

<u>Задача 11.</u> Найти отношение периодов двух математических маятников, если длина ними одного маятника 1,44 м, а другого - 0,64 м. (Ответ: 1,5.)

Список литературы

1. Тюрин Ю.И. Ч.1. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика: учеб. пособие для технических университетов / Ю.И. Тюрин, И.П. Чернов, Ю.Ю. Крючков. - Томск: Изд-во Томского ун-та, 2002. - 502 с.

2. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности: учеб. пособие. - 4-е изд., стер. - СПб.: Изд-во «Лань», 2009. - 336 с.

3. Матвеев А.Н. Молекулярная физика: учеб. пособие для студентов вузов. - 3-е изд. - М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Изд-во «Мир и образование», 2006. - 360 с.

4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. - М.: Наука, 1989. - 591 с.

5. Детлав А. А., Яровский Б.М. Курс физики. - М.: Академия, 2007. - 720 с.

6. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. - 14-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - 560 с.

7. Бондарев Б.В. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 1. Механика: учеб. пособие / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. - 2-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2005. - 352 с.

8. Бондарев Б.В. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 3. Термодинамика. Статистическая физика. Строение вещества: учеб пособие / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. - 2-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2005. - 366 с.

9. Калашников Н.П. Основы физики. В 2 т.: учебник для вузов / Н.П. Калашников, М.А. Смондырев. - 3-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2007.

10. Рогачев Н.М. Курс физики: учеб. пособие. - СПб.: Изд-во «Лань», 2008. - 448 с.

...

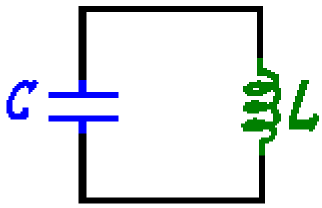
Практическая работа № 14

Электромагнитные колебания и волны. Переменный ток.

Цель работы: закрепить навыки решения задач по теме «Переменный электрический ток», продолжить формирование познавательных мотивов, умений выделять физические явления и их описывать.

Основные теоретические положения

Электромагнитные колебания и волны



Колебательным контуром называется цепь, содержащая индуктивность (L) и емкость (C). Простейший колебательный контур состоит из конденсатора и катушки, присоединенной к обкладкам конденсатора (рис.1). При разряде конденсатора возникают электромагнитные колебания.

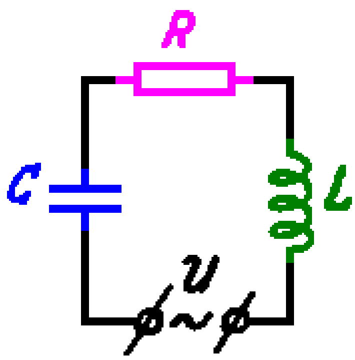
Они заключаются в периодическом изменении следующих величин: заряда q и напряжения U на обкладках конденсатора, напряженности E и энергии W электрического поля внутри конденсатора, силы тока I в катушке, индукции B и энергии W_m магнитного поля в катушке. Если пренебречь сопротивлением контура, то каждая из величин q, U, E, I, B совершает гармонические колебания, например:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Это - *свободные* электромагнитные колебания.
Их период определяется формулой Томсона:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Если в колебательный контур, содержащий индуктивность L, емкость C и сопротивление R, включить источник переменного напряжения (рис. 2), то в цепи установится *переменный ток* - вынужденные колебания, частота которых ω будет равна частоте переменного напряжения.



При этом амплитудные значения тока и напряжения связаны соотношением:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

Здесь R - активное (омическое) сопротивление, ωL - индуктивное сопротивление,
$1/\omega C$ - емкостное сопротивление. Знаменатель в формуле (12) называют *полным сопротивлением* или *импедансом*.
Если частота вынужденных колебаний ω совпадает с частотой свободных колебаний ω_0 определяемых по (10) (напомним, что $\omega_0 = 2\pi/T_0$), то выражение, стоящее в скобках в (12), обращается в нуль и сила тока достигает максимального значения. Это - *явление электрического резонанса*.
Действующие (эффективные) значения силы переменного тока и переменного напряжения:

$$I_{эф} = I_0/\sqrt{2}; U_{эф} = U_0/\sqrt{2}$$

Мощность переменного тока, выделяемая на активном сопротивлении:

$$P = U_{эф} \cdot I_{эф}$$

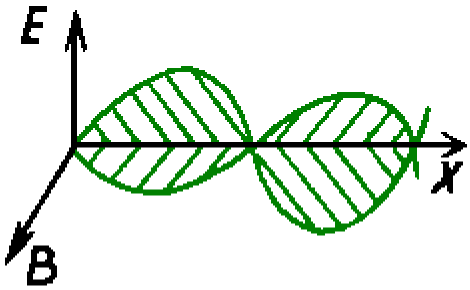
Трансформатором называют прибор, служащий для преобразования напряжения переменного тока практически без потери мощности. Между напряжениями U_1, U_2, на концах первичной и вторичной обмоток трансформатора и числами витков n_1, n_2 в этих обмотках существует связь:

$$P = U_{эф} \cdot I_{эф}$$

где К - коэффициент трансформации. Формула верна лишь при разомкнутой вторичной обмотке или замкнутой на достаточно большое сопротивление.

Связь между электрическим и магнитным полями.

Согласно Максвеллу всякое изменение электрического поля порождает магнитное поле с замкнутыми силовыми линиями, охватывающими линии вектора E и наоборот: всякое изменение магнитного поля порождает электрическое поле с замкнутыми силовыми, охватывающими линии вектора B. Таким образом, переменные электрическое и магнитное поля существуют всегда совместно, образуя единое электромагнитное поле.



Свободные электромагнитные колебания в контуре быстро затухают, и поэтому они практически не используются. Напротив, незатухающие вынужденные колебания имеют огромное практическое значение.

Переменный ток в осветительной сети квартиры, применяемый на заводах и фабриках и т. д., представляет собой не что иное, как вынужденные электромагнитные колебания. Сила тока и напряжение меняются со временем по гармоническому закону.

Взаимно порождая друг друга, электрическое и магнитное поля распространяются, образуя *электромагнитные волны*. Источником электромагнитных волн является переменный ток или ускоренное движение отдельных зарядов. Электромагнитные волны поперечные, т.к. в каждой точке пространства векторы E и B, будучи перпендикулярны друг к другу, колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны (рис.3).
Скорость электромагнитных волн в вакууме : $c = 3*10^8$ м/с.

Шкала электромагнитных волн

1. *Низкочастотные (переменный ток)* (от $3{\cdot}10^{-3}$ Гц до $2{\cdot}10^4$ Гц) генерируются электрическими генераторами. Излучение незначительное, поэтому им пренебрегают.

2. *Радиоволны* (от $2 \cdot 10^4$ Гц до $3 \cdot 10^{12}$ Гц) генерируются вибраторами Герца, антеннами. Излучение имеет такое значение, что пренебрежение невозможно. При длительном облучении приводит к головной боли.

3. *СВЧ излучение* (от $1 \cdot 10^9$ Гц до $3 \cdot 10^{12}$ Гц) генерируются валентными электронами атома, изменяющими направление спина, молекулами вещества, изменяющими скорости своего вращения. Для данного вида излучения атмосфера земли становится прозрачной.

4. *Инфракрасное излучение (тепловое)* (от $3 \cdot 10^{11}$ Гц до $3 \cdot 10^{14}$ Гц) генерируются нагретыми телами, колеблющимися и вращающимися молекулами вещества. Не вызывают зрительных ощущений. Черное стекло, черная бумага – прозрачны для этих волн, вода, водяные пары – не прозрачны.

5. *Световые волны* (от $4 \cdot 10^{14}$ Гц до $8 \cdot 10^{14}$ Гц) генерируются телами, нагретыми до сравнительно высокой температуры (например, лампа накаливания), валентными электронами в атомах и молекулах, изменяющие свое положение в пространстве, а также свободные заряды движущиеся ускоренно.

6. *Ультрафиолетовое излучение* (от $8 \cdot 10^{14}$ Гц до $3 \cdot 10^{16}$ Гц) генерируются телами, нагретыми до высокой температуры(3000°С и выше), валентными электронами атомов и молекул, а также свободные заряды движущиеся ускоренно. Поглощается стеклом, отражается от металлов, ионизирует воздух. В малых дозах оказывает благотворное оздоровительное влияние на человека, активизируя синтез витамина D в организме, а также вызывая загар. Большая доза вызывает ожог кожи и раковые новообразования, ослабляет иммунную систему человека.

7. *Рентгеновское излучение* (от $3{,}7 \cdot 10^{15}$ Гц до $3 \cdot 10^{20}$ Гц) генерируется при торможении заряженных частиц твердым веществом, изменением состояния электронов внутренних оболочек атомов и молекул, а также ускоренно движущиеся свободные электроны. Обладают сильной проникающей способностью, ионизируют воздух. Большая доза облучения приводит к ожогам и изменению структуры крови человека.

8. *Гамма-излучение* (от $3 \cdot 10^{19}$ Гц) генерируется при распаде ядра? При изменении энергетического состояния атомного ядра, а также ускорение свободных заряженных частиц. Обладают мощной проникающей способностью, проходя через живую ткань, вызывают ионизацию атомов. Большая доза вызывает нарушение функции деления клеток, летальный исход.

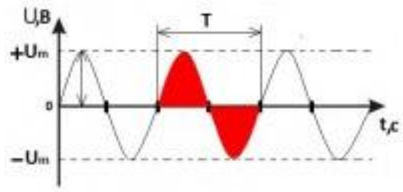
***Радиолокация** – это обнаружение и определение местоположения объекта с помощью радиоволн.*

Электрический ток, меняющий свою величину и направление с течением времени, называется ***переменным током***.

Переменный ток, как и постоянный, также является упорядоченным движением заряженных частиц. Но постоянный ток всегда имеет одно направление, от «+» к «-». А переменный ток своё направление постоянно меняет, то есть течёт то в одну, то в другую сторону. Поэтому одно из его направлений условно принимают за положительное, а направление, противоположное ему, считают отрицательным. В зависимости от этого в конкретный момент времени алгебраическая величина тока будет иметь знак «плюс» или знак «минус».

Чтобы ток был переменным, он должен быть подключен к источнику переменной ЭДС. Такими источниками являются ***генераторы переменного тока*** – электрические машины, которые преобразуют механическую энергию в электрическую энергию тока.

Периодический переменный ток



Основные параметры переменного тока – период, частота и амплитуда.

Представим, что за какое-то время ***T*** переменный ток пройдёт цикл изменений и вернётся к своему первоначальному значению. Следующий такой же цикл он также пройдёт за такое же время ***T***. Такой ток называется ***периодическим переменным током***, а величина ***T*** - ***периодом*** тока. Это наименьший промежуток времени, через который изменения силы тока и напряжения повторяются. Измеряется период в секундах.

Величина, обратная периоду, называется ***частотой*** тока (***f***). Она отображает количество периодов (полных колебаний), которые ток проходит в единицу времени. Измеряется в герцах (Гц).

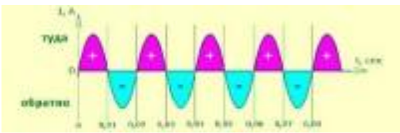
$$f = 1/T$$

Переменный ток изменяется с частотой в 1 Гц, если его период равен 1 с.

В России, как и в большинстве стран мира, стандартная частота переменного тока в электротехнике 50 Гц. В США и Канаде – 60 Гц. В Японии же используются оба варианта. В западной части применяется частота 60 Гц, а в восточной – 50 Гц. Так случилось, потому что в 1895 г. для Токио были закуплены генераторы немецкой компании AEG, а немного позже для Осаки - американские генераторы General Electric. Так как приведение этих сетей к единому стандарту оказалось весьма дорогостоящим делом, то всё было оставлено как есть, а между сетями установили четыре преобразователя частоты.

Величину тока в данный момент времени называют ***мгновенным значением переменного тока.*** Его максимальное значение называется амплитудой и обозначается I_m.

Синусоидальный ток



Наиболее распространён в электротехнике ***синусоидальный ток***. Это периодический переменный ток, изменяющий по закону синуса***:***

$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$,

где i – значение тока в любой момент времени t;

I_m – мгновенное значение синусоидального тока;

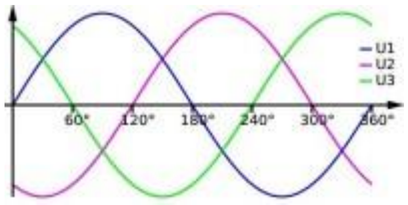
$\omega = 2\pi f = 2\pi f/T$, где ω – угловая частота; ψ – начальная фаза переменного синусоидального тока (фаза в момент времени $t = 0$).

Наибольшее положительное или отрицательное значение переменного тока называют ***амплитудой***.

График переменного синусоидального тока представляет собой ***синусоиду***.

Два синусоидальный тока совпадают по фазе, если они одновременно достигают максимальных и нулевых значений. Если же их фазы различны, то говорят, что токи сдвинуты по фазе.

Наиболее широко в электротехнике применяется ***трёхфазный ток***. ***Трёхфазная система*** состоит из трёх однофазных электрических цепей. Электродвижущие силы, действующие в каждой из них, имеют одинаковую частоту, но сдвинуты по фазе относительно друг друга на 120^0.



В электротехнике однофазную электрическую цепь, входящую в состав многофазовой цепи называют *фазой*. Если все фазы электрически соединены между собой, то такую систему называют *электрически связанной*. Фазы в трёхфазной системе могут соединяться «треугольником», «звездой с нейтральным проводом» и «звездой без нейтрального провода».

Если мы сложим все мгновенные значения (положительные и отрицательные) переменного синусоидального тока за период, то получим алгебраическую сумму, равную нулю. Но в таком случае и среднее значение тока также равно нулю. Следовательно, это значение нельзя использовать для измерения синусоидального тока.

Как же определить величину переменного синусоидального тока?

Переменный синусоидальный ток, как и постоянный, обладает тепловым действием. Сравнив его тепловое действие с тепловым действием постоянного тока, можно судить о его величине.

Согласно закону Джоуля-Ленца количество теплоты Q, выделяемое на участке электрической цепи за времяt при прохождении тока, определяется следующей формулой:

$Q = I^2Rt$,

где I – величина тока; R – электрическое сопротивление.

Если два тока, постоянный и переменный, протекая через одинаковые по величине сопротивления, за одинаковое время выделяют одинаковое количество тепла, то они считаются эквивалентными по тепловому действию.

Величина постоянного тока, который произвёл такое же количество теплоты, что и переменный ток за такое же время, называется ***действующим значением переменного синусоидального тока***.

Величина действующего значения синусоидального тока связана с его амплитудой соотношением:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Контрольные вопросы

1. Какой электрический ток называется переменным?
2. Где используется переменный ток?
3. Какие устройства используют для получения переменного тока?
4. На каком явлении основано действие генератора переменного тока?
5. Какова стандартная частота промышленного тока в России и многих других странах?
6. Для чего необходимы трансформаторы?
7. На чём основана работа ТЭС?
8. Что называется колебаниями контура?
9. Нарисуйте схему колебательного контура и объясните все стадии процесса превращения энергии при свободных электрических колебаниях в течение периода колебаний.
10. По какой формуле определяется собственная циклическая частота свободных электрических колебаний.
11. Какие колебания называются вынужденными?
12. Приведите примеры автоколебаний.
13. Что такое обратная связь?
14. Какие значения силы переменного тока называют мгновенными? Амплитудными?
15. Какие формулы выражают связь действующих значений ЭДС, напряжения и силы переменного тока с их амплитудными значениями?
16. Начертите график переменного тока и раскройте суть определения переменного тока.

Алгоритм решения задач

1 Задачи, в которых рассматриваются процессы в колебательном контуре: определяется связь между величинами емкости, индуктивности и параметрами возникших колебаний .
2 Для идеального колебательного контура справедлив закон сохранения энергии.
3 Все задачи, в которых задана аналитическая или графическая зависимость от времени ЭДС , силы тока I, напряжения U и заряда q решаются точно так же, как и задачи такого типа на механические колебания.
4 Задачи на расчет цепей переменного тока решаются по закону Ома.

Примеры решения задач

Задача 1. Электротехническое устройство с потребляемой мощностью *50 Вт* и напряжением питания *110 В* нужно включить в сеть переменного напряжения *220 В* частотой *50 Гц.* Найти емкость конденсатора, который необходимо подключить последовательно данному устройству, чтобы скомпенсировать избыточное напряжение.

Решение:

Для решения задачи необходимо определить ток и напряжение компенсирующего конденсатора, что позволит найти его реактивное сопротивление, а следовательно, и емкость. Поэтому ток в цепи не должен превышать

$$I = \frac{P}{U_{пит}} = \frac{50}{110} = 0{,}455\ А.$$

Напряжение на конденсаторе должно быть равно векторной разности напряжений питания и нагрузки:

$$U_C = \sqrt{U_{пит}^2 - U_н^2} = \sqrt{220^2 - 110^2} = 191\ В.$$

Зная напряжение и ток конденсатора, находим его реактивное сопротивление:

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{191}{0{,}455} = 420\ Ом.$$

По известной формуле для определения емкостного сопротивления

$$X_C = \frac{1}{\omega C};$$

находим искомую емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{(2 \bullet 3{,}14 \bullet 50 \bullet 420)} = 7{,}6 \bullet 10^{-6}\ Ф = 7{,}6\ мкФ.$$

Ответ: Емкость конденсатора, который необходимо подключить последовательно данному устройству, чтобы скомпенсировать избыточное напряжение $C = 7{,}6\ мкФ$.

<u>**Задача 2.**</u> В электрическую цепь переменного тока напряжением $U = 220В$, частотой $f = 50Гц$ включена катушка с индуктивностью $L = 0{,}0127Гн$ и активным сопротивлением $R_A = 3Ом$. Определить:

1) реактивное сопротивление катушки;
2) ток в катушке;
3) активную мощность катушки;
4) реактивную мощность катушки;
5) энергию, запасаемую в магнитном поле катушки.

Решение:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \bullet 3{,}14 \bullet 50 \bullet 0{,}0127 = 4\ Ом;$$

$$Z = \sqrt{R_A^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ Ом;$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{5} = 44А;$$

$$P = U_A \bullet I = I^2 \bullet R_A = 44^2 \bullet 3 = 1936 \bullet 3 = 5808\ Вт;$$

$$Sin\ \varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{4}{5} = 0{,}8;$$

$$Q = UI \sin\varphi = 220 \bullet 44 \bullet 0{,}8 = 7744\ Вар;$$

$$W_{Lм} = LI^2 = 0{,}0127 \bullet 44^2 = 24{,}59\ дж.$$

Ответ: X_L *= 4 Ом;*

Z = 5 Ом;

I = 44A;

P = 5808 Вт;

Sin φ = 0,8;

Q = 7744 Вар;

$W_{Lм}$ *= 24,59 дж.*

Задача 3. К генератору переменного электрического тока с напряжением U = 240В и частотой f = 50Гц присоединен конденсатор с емкостью C = 40 мкф. Определить: 1) реактивное сопротивление емкости X_C; 2) ток в электрической цепи; 3) реактивную мощность цепи Q_L; 4) максимальную энергию, запасаемую в электрическом поле конденсатора $W_{Cм}$.

Решение:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2 \bullet 3{,}14 \bullet 50 \bullet 40} \approx \frac{10^6}{12500} = 80\ Ом.$$

$$I = \frac{U}{X_C} = \frac{240}{80} = 3\ A.$$

$$Q_L = U \bullet I = 240 \bullet 3 = 720\ Вар.$$

$$W_{Cм} = C \bullet U^2 = 40 \bullet 10^{-6} \bullet 240^2 = 2{,}7\ дж.$$

Ответ: Реактивное сопротивление емкости X_C *= 80 Ом.*

Задача 4. В электрическую цепь переменного тока напряжением *U = 220 В*, частотой *f = 50 Гц* включена катушка с индуктивностью *L = 25,5 мГн* и активным сопротивлением R_A *= 6 Ом*

Определить: X_L ; Z ; U_A ; U_P ; $cos\varphi$.

Решение:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 0{,}0255 = 8\ Ом;$$

$$Z = \sqrt{R_A + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ Ом;$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{10} = 22\ А;$$

$$U_A = I\,R = 22 \cdot 6 = 132\ В;$$

$$U_P = U_L = I \cdot X_L = 22 \cdot 8 = 176\ В;$$

$$Cos\ \varphi = \frac{R_A}{Z} = \frac{6}{10} = 0{,}6.$$

Ответ: $X_L = 8\ Ом;$

$Z = 10\ Ом;$

$I = 22\ А;$

$U_A = 132\ В;$

$U_P = U_L = 176\ В;$

$Cos\ \varphi = 0{,}6.$

Задачи для самостоятельного решения

<u>**Задача 1**</u>. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,2 Гц и конденсатора, емкость которого меняется от 10^{-7} до 40 кФ. На какие длины волн рассчитан контур? (Ответ: 266 пм; 5,33 пм.)

Задача 2. По графику (рис. 43) определите амплитудное значение силы тока, период и частоту. Напишите уравнение для мгновенного значения силы тока. (Ответ: 6 А; 0,04 с; 25 Гц; $i = 6 \sin 50\pi t$.)

Задача 3. Можно ли приемным колебательным контуром, состоящим из катушки индуктивностью 0,01 Гн и конденсатора емкостью 10 кФ, принимать передачи радиостанции, работающей на волне длиной 100 м? (Ответ: Нельзя.)

Задача 4. Уравнение колебаний напряжения (в СИ) $U = 40\sin 10\pi t$. Определите амплитудное и действующее значения напряжения, период и частоту колебаний. (Ответ: 40 В; 28,4 В; 0,2 с; 5 Гц.)

Задача 5. К первичной обмотке трансформатора, имеющего коэффициент трансформации 8, подано напряжение 220 В. Какое напряжение снимается со вторичной обмотки, если ее активное сопротивление 2 Ом, а ток, текущий по ней, равен 3 А? (Ответ: 21,5 В.)

Задача 6. Активное сопротивление катушки 4 Ом. Сила тока выражается формулой $i = 6{,}4\sin(314t)$. Определить мощность и максимальное значение тока в этой цепи. Чему равно действующее значение тока? Какова частота колебаний тока? (Ответ: 82 Вт; 6,4 А; 50 Гц.)

Задача 7. В цепь переменного тока включен конденсатор емкостью 1 мкФ и дроссель индуктивностью 0,1 Гн. Найдите отношения индуктивного сопротивления к емкостному при частоте 5 кГц. При какой частоте эти сопротивления станут равными? (Ответ: 100; 503 Гц.)

Задача 8. В цепь переменного тока с частотой 50 Гц включено активное сопротивление 5 Ом. Амперметр показывает силу тока 10 А. Определите мгновенное значение напряжения через 1/300 с, если колебания тока происходят по закону косинуса. (Ответ: 35,5 В.)

Задача 9. Контур радиоприемника настроен на радиостанцию, частота которой 9 МГц. Как нужно изменить емкость переменного конденсатора колебательного контура приемника, чтобы он был настроен на длину волны 50 м? (Ответ: Увеличить в 2,25 раза.)

Задача 10. В колебательном контуре конденсатор емкостью 50 кФ заряжен до максимального напряжения 100 В. Определите резонансную частоту колебаний в контуре, если максимальная сила тока в контуре равна 0,2 А. Активное сопротивление равно нулю. (Ответ: 6,37 πГц.)

Задача 11. Сила тока изменяется по закону $I = 8{,}5\sin(314t + 0{,}651)$. Определите действующее значение тока, его начальную фазу и частоту. Найдите ток в цепи при $t_1 = 0{,}08$ с и $t_2 = 0{,}042$ с. (Ответ: 5,02 А; 8,14 А.)

<u>Задача 12</u>. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором емкостью 10^{-6} Ф наступает при частоте колебаний 400 Гц. Когда параллельно к конденсатору C_1 подключается другой конденсатор C_2, резонансная частота становится равной 100 Гц. Определите емкость C_2. Сопротивлением контура пренебречь. (Ответ: 15 мкФ.)

<u>Задача 13</u>. Радиолокатор работает на волне 15 см и дает 4000 импульсов в секунду. Длительность каждого импульса 2 мкс. Сколько колебаний содержится в каждом импульсе и какова наибольшая глубина разведки локатора? (Ответ: 37,5 км; 4000.)

<u>Задача 14</u>. Заряженный конденсатор замкнут на катушку индуктивности. Через какое время (в долях периода) после подключения энергия в конденсаторе окажется равной энергии в катушке индуктивности? (Ответ: t = 1/8T.)

Список литературы

1.Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1973. Т.2. §92-95.

2.Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: Наука, 1983. Т.3. §129.

3.Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1977. §220.

4.Лабораторные занятия по физике /Под ред. Л.Л.Гольдина. М.: Наука, 1983. С.312.

5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по физике. - М.: Наука, 1985.

6. Калашников С.Г. Электричество. –М.: Наука, 1983.

7.Ремизов А.Н., Потапенко А.Я. Курс физики. – М.: Дрофа, 2002.

8. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 кн.: кн.2: электричество и магнетизм. – М.: АСТ: Астрель, 2005.

9.Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2000.

10.Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. - М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006.

11.Сивухин Д.В. Общий курс физики, т.3. М.: Наука, 1977.

12. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики. –М.: Высшая школа, 1999.

13. Физическая энциклопедия. В 5-ти т.– М.: Советская энциклопедия, Большая Российская энциклопедия, 1988–1998.

14. Цедрик М.С.(ред.) Сборник задач по курсу общей физики.- М.: Просвещение, 1989.

15. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Физика. – М.: Дрофа, 1999.

Практическая работа № 15.

Законы отражения и преломления света. Линзы.

Цель работы: дать понятие об отражении, преломлении света; изучить зависимость угла преломления светового пучка от угла его падения на границу раздела двух сред; объяснить физический смысл показателя преломления света; сформировать умение использовать законы отражения и преломления света для объяснения простейших оптических явлений; ознакомить с явлением полного отражения света и его практическим применением.

Основные теоретические положения

Законы отражения света.

Первый закон отражения:

лучи, падающий и отражённый, лежат в одной плоскости с перпендикуляром к отражающей поверхности, восстановленным в точке падения луча.

Второй закон отражения:

угол падения равен углу отражения (см. рис. 8).

α — угол падения, β — угол отражения.

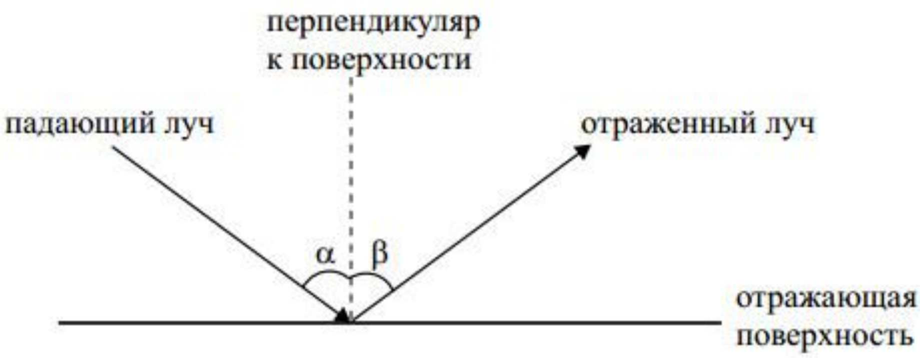


Рис. 8.

Законы преломления света. Показатель преломления.

Первый закон преломления:

падающий луч, преломлённый луч и перпендикуляр, восстановленный в точке падения к границе раздела, лежат в одной плоскости (см. рис. 9).

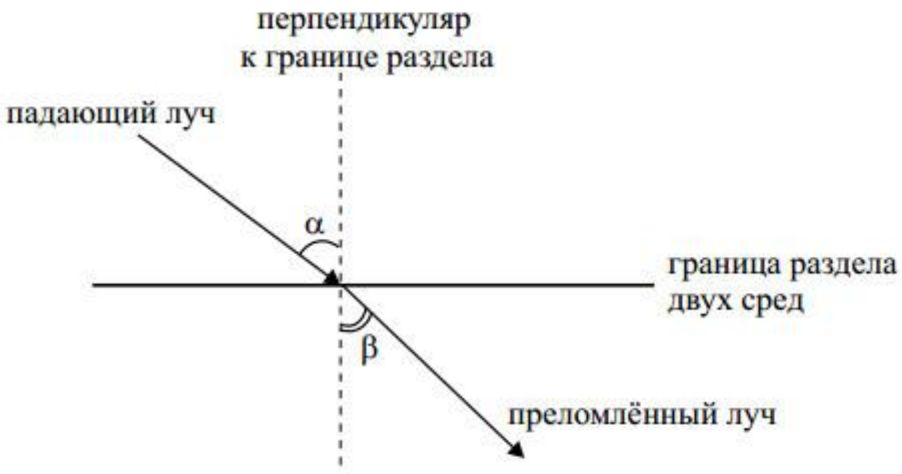


Рис. 9.

Второй закон преломления:
отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для двух данных сред и называемая относительным показателем преломления второй среды относительно первой.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

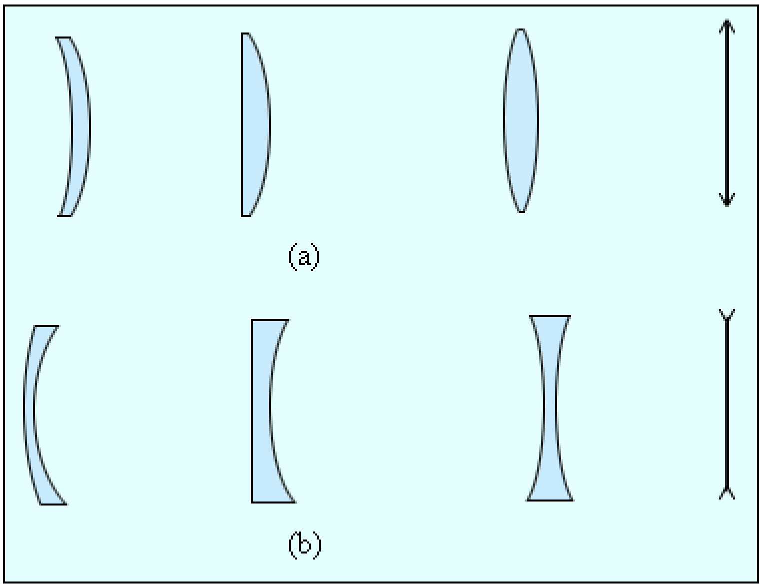
Относительный показатель преломления показывает, во сколько раз скорость света в первой среде отличается от скорости света во второй среде:

$$n = \frac{v_1}{v_2}.$$

Полное отражение.
Если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, то при выполнении условия $\alpha > \alpha_0$, где α_0 — предельный угол полного отражения, свет вообще не выйдет во вторую среду. Он полностью отразится от границы раздела и останется в первой среде. При этом закон отражения света даёт следующее соотношение:

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n}.$$

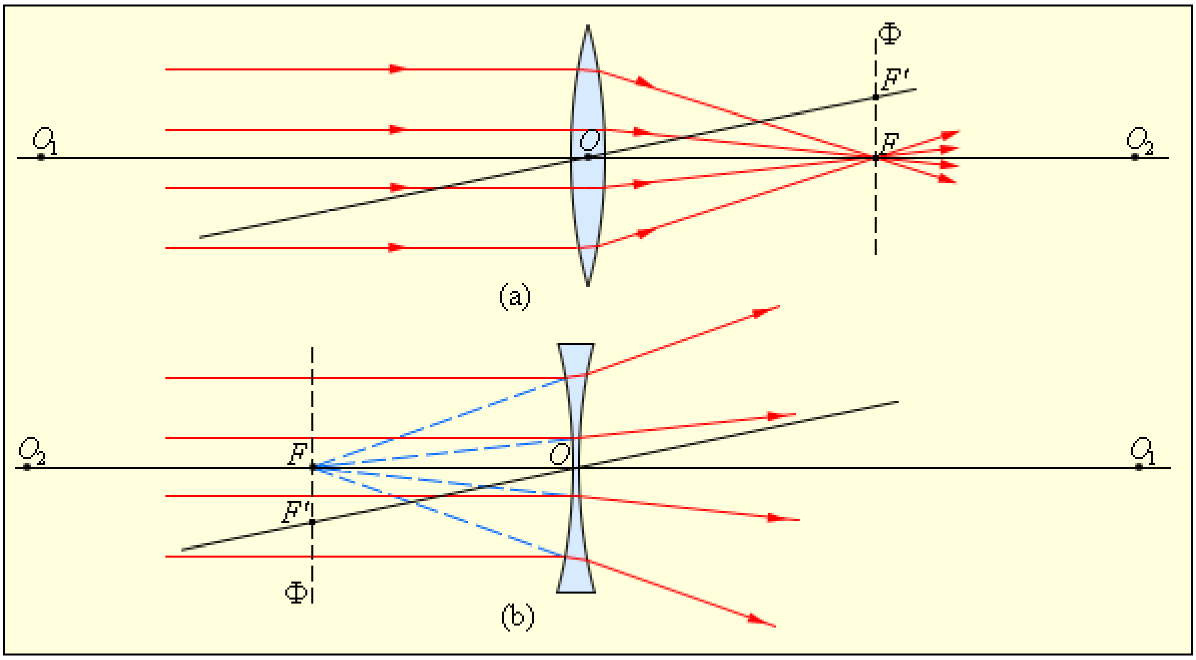
Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют **тонкой**. Линзы входят в состав практически всех оптических приборов. Линзы бывают **собирающими** и**рассеивающими**. Собирающая линза в середине толще, чем у краев, рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше (рис. 6.3.1).



ок 6.3.1. Собирающие (a) и рассеивающие (b) линзы и их условные

Прямая, проходящая через центры кривизны O1 и O2 сферических поверхностей, называется **главной оптической осью** линзы. В случае тонких линз можно приближенно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть оптическим центром линзы O. Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются **побочными оптическими осями**. Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке F, которая называется **главным фокусом** линзы.

У тонкой линзы имеются два главных фокуса, симметрично расположенных относительно линзы на главной оптической оси. У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих – мнимые. Пучки лучей, параллельных одной из побочных оптических осей, также фокусируются после прохождения через линзу в точку F', которая расположена при пересечении побочной оси с **фокальной плоскостью** Ф, то есть плоскостью перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус (рис. 6.3.2). Расстояние между оптическим центром линзы O и главным фокусом F называется фокусным расстоянием. Оно обозначается той же буквой F.



ок 6.3.2. Преломление параллельного пучка лучей в собирающей (а) и рассеивающей
и О O1 и O2 – центры сферических поверхностей, O1,O2 – главная оптическая ось,
ти O-оптический центр, F – главный фокус, F' – побочный фокус,
по OF' побочная оптическая ось, Ф – фокальная плоскость.

Основное свойство линз – способность давать **изображения предметов**. Изображения бывают **прямыми и перевернутыми, действительными и мнимыми, увеличенными и уменьшенными.** Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей. Примеры таких построений представлены на рис. 6.3.3 и 6.3.4.

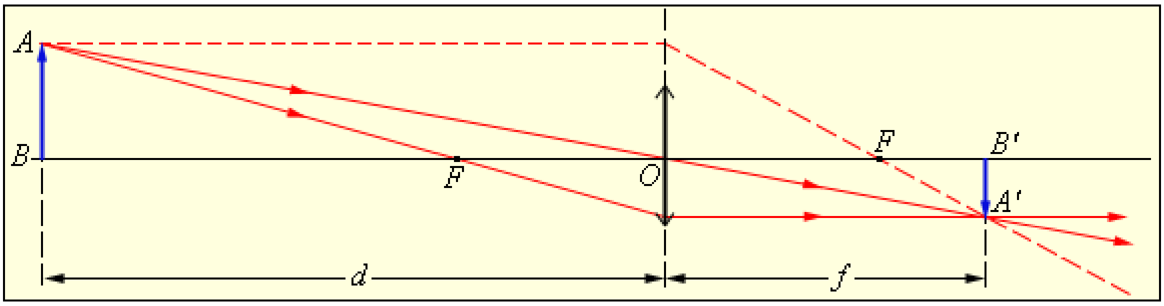
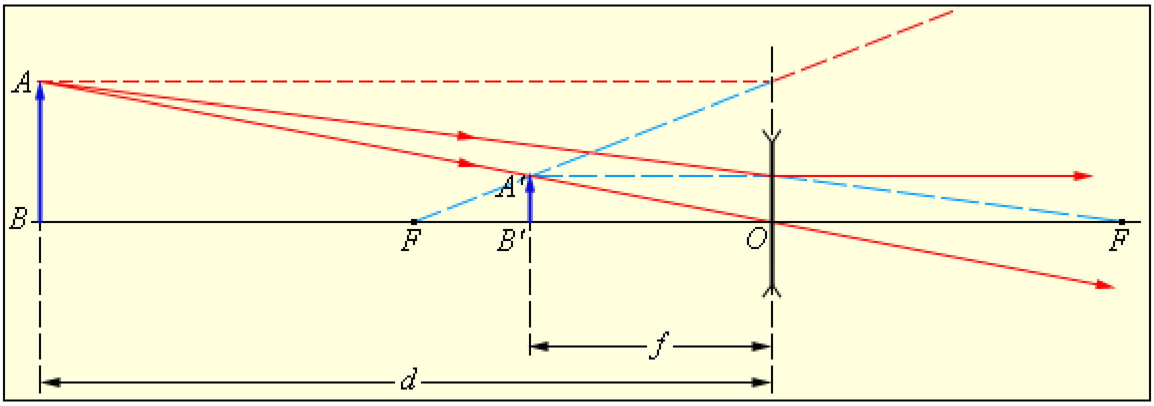


Рисунок 6.3.3. Построение изображения в собирающей линзе.



ок 6.3.4. Построение изображения в рассеивающей линзе.

Следует обратить внимание на то, что некоторые из стандартных лучей, использованных на рис. 6.3.3 и 6.3.4 для построения изображений, не проходят через линзу. Эти лучи реально не участвуют в образовании изображения, но они могут быть использованы для построений. Изображения можно также рассчитать с помощью **формулы тонкой линзы**. Если расстояние от предмета до линзы обозначить через d, а расстояние от линзы до изображения через f, то формулу тонкой линзы можно записать в виде:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=D.$$

Величину D, обратную фокусному расстоянию. называют **оптической силой** линзы. Единица измерения оптической силы является 1 **диоптрия**(дптр). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м:

1 дптр = м–1.

Формула тонкой линзы аналогична **формуле сферического зеркала**. Ее можно получить для параксиальных лучей из подобия треугольников на рис. 6.3.3 или 6.3.4. Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы F > 0, для рассеивающей F < 0. Величины d и f также подчиняются определенному правилу знаков:
d > 0 и f > 0 – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений;
d < 0 и f < 0 – для мнимых источников и изображений. Для случая, изображенного на рис. 6.3.3, имеем: F > 0 (линза собирающая), d = 3F > 0

$$f=\frac{3}{2}F>0,$$

(действительный предмет). По формуле тонкой линзы получим: следовательно, изображение действительное. В случае, изображенном на рис. 6.3.4, F < 0 (линза рассеивающая), d = 2|F| > 0 (действительный

$$f=-\frac{2}{3}F<0,$$

предмет), то есть изображение мнимое. В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. **Линейным увеличением** линзы Γ называют отношение линейных размеров изображения h' и предмета h. Величине h', как и в случае сферического зеркала, удобно приписывать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Величина h всегда считается положительной. Поэтому для прямых изображений Γ > 0, для перевернутых Γ < 0. Из подобия треугольников на рис. 6.3.3 и 6.3.4 легко получить формулу для линейного увеличения тонкой линзы:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}.$$

В рассмотренном примере с собирающей линзой (рис. 6.3.3):

d = 3F > 0, $f = \frac{3}{2}F > 0;$ следовательно, $\Gamma = -\frac{1}{2} < 0$ – изображение перевернутое и уменьшенное в 2 раза. В примере с рассеивающей линзой (рис. 6.3.4):

d = 2|F| > 0, $f = -\frac{2}{3}|F| < 0$; следовательно, $\Gamma = \frac{1}{3} > 0$ – изображение прямое и уменьшенное в 3 раза. Оптическая сила D линзы зависит как от радиусов кривизны R_1 и R_2 ее сферических поверхностей, так и от показателя преломления n материала, из которого изготовлена линза. В курсах оптики доказывается следующая формула:

$$D = \frac{1}{F} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Радиус кривизны выпуклой поверхности считается положительным, вогнутой – отрицательным. Эта формула используется при изготовлении линз с заданной оптической силой. Во многих оптических приборах свет последовательно проходит через две или несколько линз. Изображение предмета, даваемое первой линзой, служит предметом (действительным или мнимым) для второй линзы, которая строит второе изображение предмета. Это второе изображение также может быть действительным или мнимым.

Расчет оптической системы из двух тонких линз сводится к двукратному применению формулы линзы, при этом расстояние d_2 от первого изображения до второй линзы следует положить равным величине $l – f_1$, где l – расстояние между линзами. Рассчитанная по формуле линзы величина f_2 определяет положение второго изображения и его характер ($f_2 > 0$ –

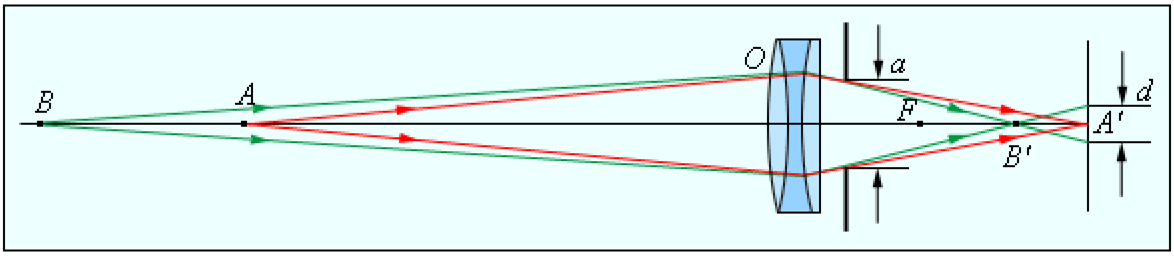
действительное изображение, $f2 < 0$ – мнимое изображение). Общее линейное увеличение Г системы из двух линз равно произведению линейных увеличений обеих линз: Г = Г1 · Г2. Если предмет или его изображение находятся в бесконечности, то линейное увеличение утрачивает смысл. Частным случаем является телескопический ход лучей в системе из двух линз, когда и предмет, и второе изображение находятся на бесконечно больших расстояниях. Телескопический ход лучей реализуется в зрительных трубах – **астрономической трубе Кеплера** и **земной трубе Галилея** (см. § 6.5). Тонкие линзы обладают рядом недостатков, не позволяющих получать высококачественные изображения. Искажения, возникающие при формировании изображения, называются **аберрациями**.

Главные из них – **сферическая** и **хроматическая аберрации**. Сферическая аберрация проявляется в том, что в случае широких световых пучков лучи, далекие от оптической оси, пересекают ее не в фокусе. Формула тонкой линзы справедлива только для лучей, близких к оптической оси. Изображение удаленного точечного источника, создаваемое широким пучком лучей, преломленных линзой, оказывается размытым. Хроматическая аберрация возникает вследствие того, что показатель преломления материала линзы зависит от длины волны света λ. Это свойство прозрачных сред называется **дисперсией**.

Фокусное расстояние линзы оказывается различным для света с разными длинами волн, что приводит к размытию изображения при использовании немонохроматического света. Поэтому в современных оптических приборах применяются не тонкие линзы, а сложные многолинзовые системы, в которых удается приближенно устранить различные аберрации. Формирование собирающей линзой действительного изображения предмета используется во многих оптических приборах, таких как фотоаппарат, проектор и т. д.

Фотоаппарат представляет собой замкнутую светонепроницаемую камеру. Изображение фотографируемых предметов создается на фотопленке системой линз, которая называется **объективом**. Специальный затвор позволяет открывать объектив на время экспозиции. Особенностью работы фотоаппарата является то, что на плоской фотопленке должны получаться достаточно резкими изображения предметов, находящихся на разных расстояниях.

В плоскости фотопленки получаются резкими только изображения предметов, находящихся на определенном расстоянии. Наводка на резкость достигается перемещением объектива относительно пленки. Изображения точек, не лежащих в плоскости резкой наводки, получаются нерезкими в виде кружков рассеяния. Размер d этих кружков может быть уменьшен путем диафрагмирования объектива, то есть уменьшения**относительного отверстия** a / F (рис. 6.3.5). Это приводит к увеличению глубины резкости.



ок 6.3.5. Фотоаппарат.

Проекционный аппарат предназначен для получения крупномасштабных изображений. Объектив O проектора фокусирует изображение плоского предмета (диапозитив D) на удаленном экране Э (рис. 6.3.6). Система линз K, называемая **конденсором**, предназначена для того, чтобы сконцентрировать свет источника S на диапозитиве. На экране Э создается действительное увеличенное перевернутое изображение. Увеличение проекционного аппарата можно менять, приближая или удаляя экран Э с одновременным изменением расстояния между диапозитивом D и объективом O.

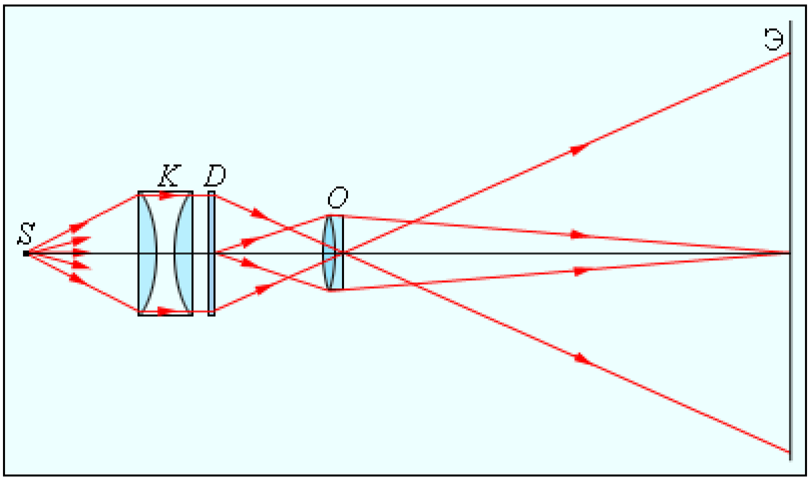


Рисунок 6.3.6. Проекционный аппарат.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте закон прямолинейного распространения света. Объясните на основе этого закона солнечные и лунные затмения.
2. Что такое угол падения луча? Угол отражения? Угол преломления? Сформулируйте законы отражения и преломления света. Что такое показатель преломления?
3. Как построить изображение в зеркале? Какое это изображение – действительное или мнимое?
4. В чем состоит явление полного внутреннего отражения?
5. Как объясняются законы отражения и преломления с помощью принципа Гюйгенса?
6. Какие линзы называют собирающими, а какие рассеивающими? Что такое главная оптическая ось, главный фокус линзы и побочный? Как построить изображение в линзах? Как построить изображение точки,

лежащей на главной оптической оси? В каком случае возникает действительное увеличенное изображение предмета? Действительное уменьшенное? Мнимое увеличенное изображение? Мнимое уменьшенное изображение?

7. Записать формулу тонкой линзы, пояснить смысл входящих величин и правило знаков. Что такое оптическая сила линзы? Что такое увеличение и как его определить?

8. Какие оптические приборы Вы знаете? Поясните принципы их действия.

9. Строение и работа глаза. Что такое близорукость и дальнозоркость? Что такое расстояние наилучшего зрения?

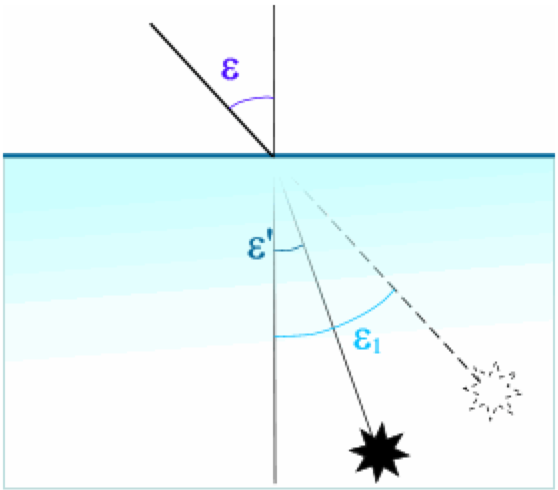
Алгоритм решения задач

1. Повторите теоретический материал.
2. Обратите внимание на начало отсчета и правило знаков:
радиус кривизны для выпуклой поверхности положителен, для вогнутой – отрицателен; отсчет X H ведется от первой поверхности системы и положительное значение X H > 0 отсчитывается вправо, отрицательное – влево от вершины первой поверхности; X H′ отсчитывается от последней поверхности системы.
Фокусные расстояния отсчитываются от главных плоскостей.
3. Выпишите основные формулы.
4. Прежде чем решать задачу, проанализируйте ее. Сделайте рисунок, соответствующий условию задачи.
5. Нанесите на оптическую схему все найденные ранее неизвестные значения.
6. Сделайте вывод из решения задачи.

Примеры решения задач

Задача 1. Объект находящийся в воде, виден под углом 60°. Определить угол наклона преломленного луча в воде, если показатель преломления n=1.33.

Решение:



Угол, под которым виден объект - это угол мнимый, а реально это угол, под которым мы смотрим на объект. Таким образом, нам даны ε_1 и n.

По закону преломления $n \cdot \sin \varepsilon = n' \cdot \sin \varepsilon'$

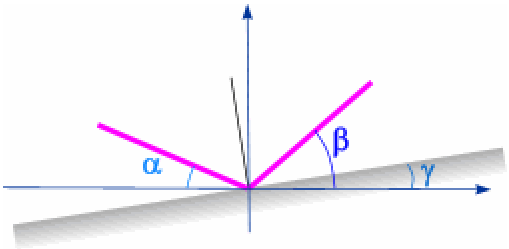
$\sin(\varepsilon') = \sin(\varepsilon)/n'$

$\sin(\varepsilon') = \sin(60°)/1.33 = 0.709$

Преломленный угол ε' равен 40°30'

Ответ: Угол ε'=40°30'

Задача 2. Определить угол поворота плоского зеркала γ относительно оси OX, если направление падающего луча задано углом α=10°, а направление отраженного луча β=80°.



Решение:

Угол падения равен углу отражения. Если угол отражения не равен углу падения, значит, зеркало повернуто. Разница между углами составляет 70°. Как известно, угол поворота луча в два раза больше угла поворота зеркала.

В нашем случае угол поворота луча составляет 70 °. Это означает, что γ=35°.

Ответ: γ=35°

<u>Задача 3.</u> Определить угол полного внутреннего отражения на границе раздела сред стекло-воздух.

Решение:

$n = 1$ воздух; $n' = 1.5163$; $\varepsilon_{ПВО} \cong 41°16'$ - угол полного внутреннего отражения.

Ответ: Полное внутреннее отражение будет наступать при углах, больших чем .

При превышении угла полного внутреннего отражения , как видно из рисунка, производится отражение луча от границы раздела по закону отражения.

<u>Задача 4.</u> Двояковыпуклая линза с радиусом кривизны поверхностей $R_1 = R_2 = 50$ см и показателем преломления материала линзы $n = 1,5,$ дает изображение предмета с линейным увеличением $k = 2$. Найти расстояния a и b предмета и изображения от линзы. Сделать чертёж.

Дано:
$R_1 = R_2 = 50\,\text{см} = 0,5\,\text{м}$ $n = 1,5$ $k = 2$
$a - ?\qquad b - ?$

<u>Решение.</u> Расстояние от линзы до источника и изображения можно найти по формуле для тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = D,$$

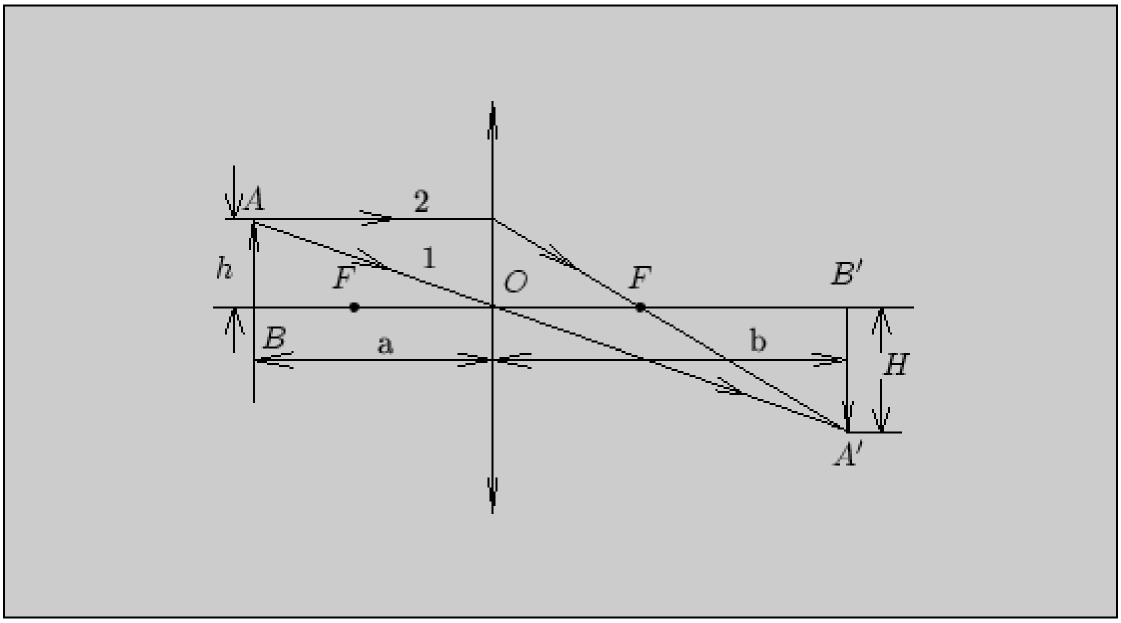
где f -- главное фокусное расстояние линзы -- расстояние до точки, в которой собираются лучи, параллельные главной оптической оси, D -- оптическая сила линзы. Тонкой считается линза, толщина которой много меньше $R_1\,;\ R_2\,;\ a$ и b.

Оптическая сила линзы:

$$D = (n_{21} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где n_{21} -- относительный показатель преломления линзы ($n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$, где n_2 -- показатель преломления материала линзы, n_1 -- показатель преломления окружающей линзу среды).

Для расчета a и b кроме формулы тонкой линзы используем понятие линейного поперечного увеличения, которое показывает, во сколько раз размер изображения (H) больше размера предмета (h): $k = \frac{H}{h}$. Из подобия треугольников OAB и $OA'B'$ (см. рис.) видно, что $\frac{H}{h} = \frac{b}{a}$, то есть $k = \frac{b}{a}$.



Таким образом, для получения ответа имеем 2 уравнения:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n_{21} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) & (2.1) \\ \frac{b}{a} = k\,. & (2.2) \end{cases}$$

Примечание. В формуле (17) значения R_1 и R_2 берутся со знаком "+", если поверхности линзы выпуклые, со знаком "$-$", если поверхности вогнутые.

Вычисления.

Вычислим оптическую силу и фокусное расстояние линзы.

$$D=(n_{21}-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),$$

$n_{21}=n_2=n$ -- показатель преломления стекла, так как $n_1=1$ (воздух).

$$D=(1,5-1)\left(\frac{1}{0,5}+\frac{1}{0,5}\right) \text{ м}^{-1}=2 \text{ дптр},$$

$$f=\frac{1}{D}=0,5 \text{ м}.$$

Для определения расстояний a и b выразим b из уравнения (18) $b=ka$, и учитывая, что $k=2$, подставим это выражение в уравнение (17):

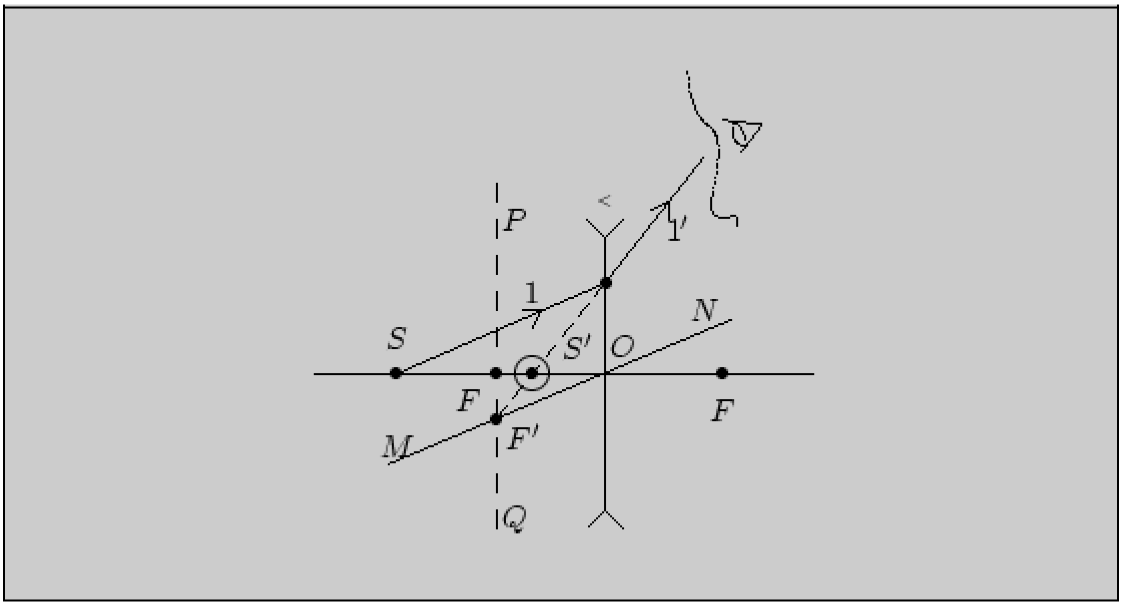
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}=2.$$

Отсюда $\frac{3a}{2a^2}=2$, следовательно $a=\frac{3}{4}\text{ м}=0,75\text{ м}$, $b=2a=1,5$ м.

Для построения изображения предмета AB (см. рис.) находим изображение точки A, используя два луча. Один из них (1) проходит через оптический центр, не меняя своего направления; другой (2) падает на линзу параллельно главной оптической оси и проходит после линзы через главный фокус F. На пересечении этих лучей получается изображение - A'. Изображение точки B, лежащей на оптической оси, будет также находиться на оптической оси. Для его нахождения опускаем перпендикуляр из точки A' на оптическую ось и получим изображение B'. Соединив точки A' и B' получим изображение $A'B'$.

Ответ: Предмет AB находится на расстоянии $a=0,75$ м от линзы (за фокусом); изображение $A'B'$ -- на расстоянии $b=1,5$ м от линзы, при этом высота изображения H в два раза больше высоты предмета h. Получается действительное, увеличенное, обратное изображение.

<u>**Задача 5.**</u> Построить изображение произвольной точки S, которая лежит на главной оптической оси рассеивающей линзы.



S - светящаяся точка
Л - рассеивающая линза
OF - главная оптическая ось
F - главные фокусы линзы

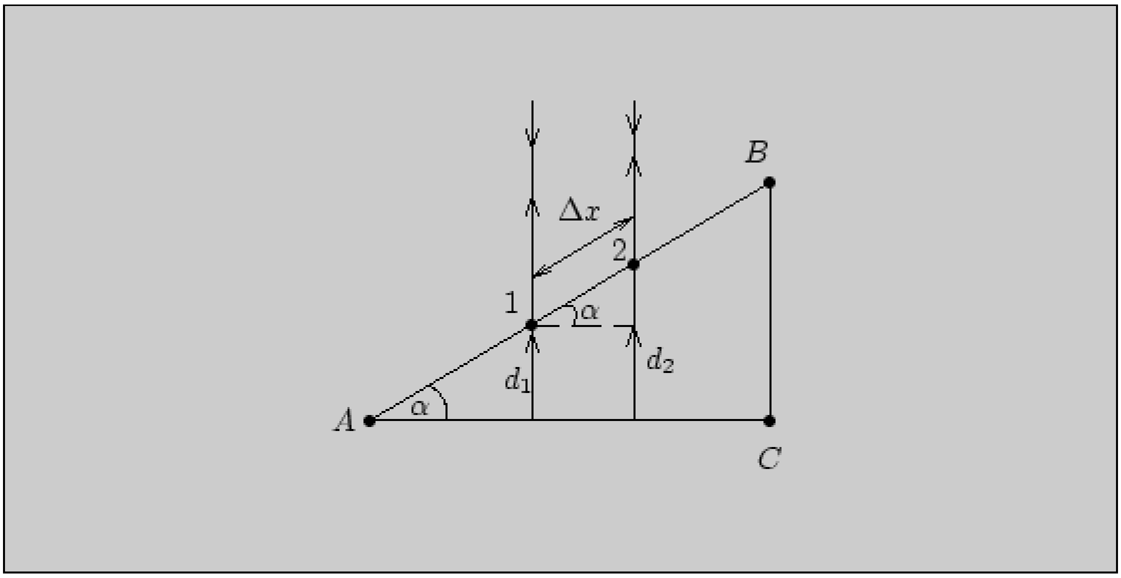
Решение. Фокусы рассеивающей линзы мнимые, то есть в них собираются не лучи, а их продолжения. Для того, чтобы получить изображение точки S линзой *Л*, возьмем любой луч 1, падающий из точки S на линзу. Затем найдем точку пересечения побочной оптической оси (прямая MN, параллельная лучу 1, проходящая через оптический центр O) и сечения фокальной плоскости (прямая PQ, проходящая через главный фокус, перпендикулярная главной оптической оси). F' -- мнимый побочный фокус -- точка, в которой собираются продолжения всех лучей рассеянных линзой, если они падают на нее параллельно лучу 1. Следовательно, через эту точку пройдет продолжение луча $1'$. На пересечении его с главной оптической осью получается изображение точки S -- S'.

Ответ: Изображение точки S -- точка S'. Это мнимое изображение источника. Его нельзя получить на экране, но можно увидеть глазом, если смотреть сквозь линзу в направлении луча $1'$.

<u>Задача 6.</u> На стеклянный клин ($n = 1,5$) с преломляющим углом $\alpha = 40''$ падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить ширину интерференционной полосы в интерференционной картине, получающейся при отражении света от клина.

Дано:
$n = 1,5$ $\alpha = 40''$ $\lambda = 600$ нм $= 6 \cdot 10^{-7}$ м
Δx – ?

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально на клин, отражается от его верхней и нижней граней (см. рис.). Так как угол α очень мал, лучи, отраженные от граней AB и AC, можно считать параллельными. При малой толщине клина эти лучи будут когерентны для света даже с малой степенью когерентности, и при их наложении на поверхности AB будет наблюдаться интерференционная картина. Поверхность будет пересечена темными и светлыми полосами.



Ширина интерференционной полосы -- это расстояние между соседними максимумами или минимумами. Пусть в точках 1 и 2 наблюдаются соседние минимумы
(темные полосы). Условие минимума в общем случае для отраженного света:

$$2dn\, cor\, r + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0,1,2\dots),$$

где d -- толщина клина в месте темной полосы, соответствующей номеру m, r -- угол преломления света, $\frac{\lambda}{2}$ -- дополнительная разность хода, обусловленная отражением световой волны на поверхности AB от оптически более плотной среды.

Угол падения, согласно условию, равен нулю, следовательно $2dn = m\lambda$ Тогда у $d = \frac{m\lambda}{2n}$ минимума интерференци $\sin\alpha = \frac{d_2-d_1}{\Delta x}$ исать в ви d_2 d_1 ,

откуда . Из рисунка следует, что . Так как и α -- т $\sin\alpha \approx \alpha$ клина, соответствующие двум соседним полосам, а угол - мал ( ), можно записать

$$\alpha \approx \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2n\Delta x} = \frac{\lambda}{2n\Delta x},$$

откуда можно найти ширину интерференционной полосы (Δx):

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2n\alpha}.$$

Вычисления.

Для расчета α следует выразить в радианах, учитывая, что $1'' \approx 4,8 \cdot 10^{-6}$ рад, $\alpha \approx 1,92 \cdot 10^{-4}$ рад.

$$\Delta x = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1,92 \cdot 10^{-4}} \text{ м} \approx 1,04 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: Ширина интерференционной полосы равна примерно 1,04мм. Интерференционные полосы будут хорошо различимы глазом. Чем больше будет угол α, тем более узкими будут интерференционные полосы.

<u>**Задача 7.**</u> Фокусные расстояния у двух линз равны соответственно: f = +40 см, f_2 = -40 см. Найти их оптические силы.

Решение

Необходим перевод в *метры.* D_1 = +1/0,4 = +2,5 дптр (собирающая линза);

D_2 = –1/0,4 = –2,5 дптр (рассеивающая линза).

Ответ: D_1 = +2,5 дптр; D_2 = –2,5 дптр.

5. Определить оптическую силу для объектива, состоящего из линз f_1= 25 см и f_2 = –1 м.

Решение

$D = D_1 + D_2$ = 1/0,25 – 1/1 = +3 дптр;

Ответ: D = +3 дптр.

<u>**Задача 8.**</u> Каким образом в ясную погоду можно определить фокусное расстояние собирающей линзы?

Решение

Расстояние от Солнца до Земли столь велико, что все лучи, падающие на линзу, параллельны друг другу. Если на экране получить изображение Солнца, то расстояние от линзы до экрана будет равно фокусному расстоянию.

Задача 9. Для линзы с фокусным расстоянием, равным 20 см, найти расстояния до объекта, при которых линейный размер действительного изображения будет: а) вдвое больше, чем размер объекта; б) равен размеру объекта; в) вдвое меньше, чем размер объекта.

Решение

Умножим обе части формулы линзы на искомую величину a_1:

$1/a_1 + 1/a_2 = 1/f \rightarrow 1/k + 1 = a_1/f \rightarrow a_1 = f\,(1/k + 1)$.

а) $k = 2$, $a_1 = 30$ см; б) $k = 1$, $a_1 = 40$ см; в) $k = 1/2$, $a_1 = 60$ см.

Ответ: а) 30 см; б) 40 см; в) 60 см.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Оптическая сила хрусталика для человека с нормальным зрением равна 25 дптр. Показатель преломления 1,4. Вычислить радиусы кривизны хрусталика, если известно, что один радиус кривизны в 2 раза больше другого.

Задача 2. Фокусные расстояния трех линз соответственно равны 1,25 м; 0,5 м; 0,04 м. Какова оптическая сила каждой линзы?

Отв: 0,8 дптр, 2дптр, 25дптр

Задача 3. Предмет находится от плоского зеркала на расстоянии 20 см. На каком расстоянии от предмета окажется его изображение, если предмет отодвинуть на 10 см от зеркала?

Задача 4. На стеклянную пластинку, показатель преломления которой 1,5, падает луч света. Найти угол падения луча, если угол между отраженным и преломленным лучами 90°.

Задача 5. Абсолютные показатели преломления алмаза и стекла соответственно равны 2,42 и 1,5. Каково отношение толщин этих веществ, если время распространения света в них одинаково?

Задача 6. Определить предельный угол падения луча на границу раздела стекла (n_1=1,5) и воды (n_2=1,33).

Задача 7. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча $42^o23'$. Чему равна скорость распространения света в скипидаре.

Задача 8. Начертите ход лучей, которые падают на границу вода-воздух под углом 30° и 60°.

Задача 9. Глубина воды в водоеме равна 2,5 м. Наблюдатель смотрит на предмет, лежащий на дне, причем луч зрения нормален к поверхности воды. Определить кажущееся расстояние предмета от поверхности воды. Показатель преломления воды 1,33.

Задача 10. Фокусные расстояния трех линз соответственно равны 0,8 м; 250 см; 200 мм. какова оптическая сила каждой линзы?

Задача 11. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы $R_1=R_2$=50 см. Показатель преломления материала линзы n=1,5. Найти оптическую силу D линзы.

Задача 12. Предмет помещен на расстоянии *25 см* от переднего фокуса собирающей линзы. Изображение предмета получается на расстоянии *36 см* за задним фокусом. Определить фокусное расстояние линзы.

Задача 13. Главное фокусное расстояние двояковыпуклой линзы *50 см.* Предмет высотой *1,2 см* помещен на расстоянии *60 см* от линзы. Где и какой высоты изображение получится ?

Задача 14. Расстояние от предмета до экрана равно *3 м.* Какой оптической силы надо взять линзу и где следует ее поместить, чтобы получить изображение предмета, увеличенное в 5 раз.

Задача 15. Длина волны световых лучей света в воздухе 400 нм. Какова длина волны этих лучей в воде (n=1,33)?

Задача 16. Определить скорость света в воде красных лучей ($n_{кр}$=1,329).

Задача 17. Какой наибольший порядок спектра можно видеть в дифракционной решетке, имеющей *500* штрихов на миллиметре, при освещении ее светом с длиной волны *720 нм?*

Задача 18. Найти наибольший порядок спектра линии лития с длиной волны 671 нм, если период дифракционной решетки 0,01 мм.

Задача 19. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества равен 45^{o}. Чему равен для этого вещества угол полной поляризации?

Задача 20. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы?

Задача 21. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивности естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза? Поглощением света пренебречь.

Практическая работа № 16.

Волновые свойства света

Цель работы: помочь учащимся в закреплении - знаний волновых свойств света.

Основные теоретические положения

Свет в одних опытах обнаруживает волновые свойства, а в других –– корпускулярные. Это свидетельствует о его сложной, двойственной природе, которую принято обозначать термином корпускулярно-волновой дуализм.

Свет –– корпускулярно-волновой дуализм. Волновые свойства света проявляются в трех основных явлениях: интерференция, дифракция и дисперсия.

Интерференция света –– сложение волн по амплитудам $\vec{E}$ E→, $\vec{B}$ B→ (никак не по интенсивностям). Интерференция света объясняет:

- просветление оптики;
- радужную окраску пленок (окраску мыльных пузырей, тонкую пленку масла на поверхности лужи).

Дифракция света –– огибание волнами препятствий с последующей их интерференцией.
Дифракция света объясняет:

- неразличимость двух близких звезд при наблюдении в телескоп;
- захождение в область геометрической тени;
- нечеткость границ изображения, воспринимаемых человеческим глазом;
- прохождение света через дифракционную решетку;
- радужную оболочку, наблюдаемую через ресницы полузакрытых глаз, смотрящих на солнце.

Дисперсия света –– это зависимость абсолютного показателя преломления вещества nnот длины волны λλ падающего на него света.
Дисперсия света объясняет:

- прохождение белого света через призму (опыт Ньютона);
- радугу, возникающую после дождя (преломление света на сферических каплях дождя).

Сравнение световых (ЭМ волн) и звуковых волн

ЭМ волны (свет)	Звуковые волны	Явление
++	++	интерференция
++	++	дифракция
++	––	поляризация
++	––	распространение в вакууме

Масса и импульс фотона. Давление света

1. Фотон - это квант света. Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, испускание, поглощение и распространение света происходит дискретными порциями (квантами), названными фотонами (фото – свет). Энергия фотона: $\varepsilon_0 = h\nu$.

Эйнштейн получил формулу, связывающую массу и энергию. Формула Эйнштейна:

$E = mc^2$.

Для фотона E= E_0, следовательно $h\nu = mc^2$. Отсюда масса фотона: $m = \frac{h\nu}{c^2}$.

Фотон отличается от макроскопических тел и элементарных частиц тем, что он является элементарной частицей света, которая в любой среде движется со скоростью света и не имеет массы покоя $m_{0\ фотона} = 0$.

Масса покоя - это масса, которой обладает частица при V =0, т.о., покоящихся фотонов не существует. Если свет остановить, то это означает, что энергия света поглотится веществом и света не будет. Массу фотона следует считать полевой массой, это означает, что свет обладает массой связанной с элементарным полем световой волны. Фотон обладает энергией, но всякой энергия соответствует масса (это следует из $E = mc^2$.).

Если понимать под E энергию электромагнитного поля, то под m следует понимать массу электромагнитного поля световой волны, т.о., поле, как и вещество, имеет энергию и массу. Поле - одна из форм существования материи. Наличие у поля энергии и массы является доказательством материальности электромагнитного поля.

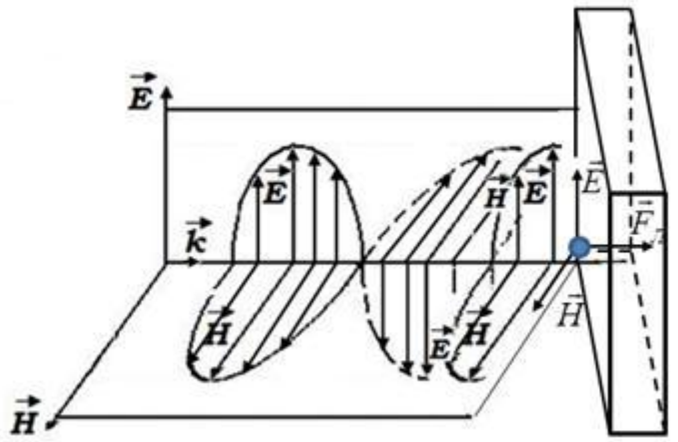
1. Помимо энергии и массы, фотон обладает импульсом P. В общей теории относительности получена связь между энергией и импульсом:

$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$, где с= 3 · 10^8 м/с,

m_0 - масса покоя, т.к. для фотона $m_0 = 0$, то. $E = cp$, следовательно,

$$p = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c} = mc, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{hk}{2\pi} = \hbar k, \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}.$$

Из сказанного выше следует, что фотон, как и любая другая частица, обладает энергией, импульсом и массой. Эти корпускулярные характеристики фотона связаны с волновой характеристикой света – частотой:



$$\varepsilon_0 = h\nu. \quad m = \frac{h\nu}{c^2}. \quad p = \frac{h\nu}{c}.$$

Проявление корпускулярно-волновой двойственности света - свет является волной и частицей.

Экспериментальным доказательством наличия у фотона импульса является световое давление. Излучение, падающее на поверхность тела, оказывает на него давление. Вектор $\vec{E}$ волны приводит в упорядоченное движение элементарные заряды в веществе, а магнитное поле $\vec{H}$ действует на эти заряды с силой Лоренца. Эта сила оказывается направленной в сторону распространения излучения. Равнодействующая всех этих сил воспринимается как давление, оказываемое излучением на тело. Это объяснение давления с волновой точки зрения. С точки зрения квантовой теории давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс.

Пусть свет падает на нормали к поверхности. Если в единицу времени (t = 1с) на единицу площади (S = 1м^2) поверхности тела задает N фотонов, то при коэффициенте отражения

$$\rho = \frac{W_{отр}}{W_{пад}}$$

света от поверхности ρ – N фотонов отразится, а (1 – ρ) N - поглотится. Каждый фотон, поглощенный поверхностью, передаст ей импульс

$p_{погл} = \frac{h\nu}{c}$, а каждый отраженный

$$p_{отр} = \frac{2h\nu}{c}.$$

Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с N фотонов:

$$p = p_{погл} + p_{отр} = \frac{2h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1-\rho)N = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N = (1+\rho)\frac{E_e}{c},$$

где $E_e = h\nu N$ - энергетическая освещенность - энергия всех фотонов, падающая на единицу поверхности в единицу времени, $E_e = \omega c$, $\omega = \frac{W}{N}$ - объемная плотность энергии.

Давление света при нормальном падении

$$p = (1+\rho)\frac{E_e}{c} = (1+\rho)\omega.$$

Давление света, если свет падает под углом i:

$$p = (1+\rho)\frac{E_e \cos^2 i}{c} = (1+\rho)\omega\cos^2 i.$$

Число фотонов в единице объема (концентрация фотонов):

$n = \frac{p\lambda}{(\rho+1)hc}$, $[n] = м^{-3}$.

Число фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади:

$$N = nc = \frac{p\lambda}{(\rho+1)h}.$$

Эффект Комптона

Еще одним эффектом, в котором проявляются корпускулярные свойства света, является эффект А. Комптона (1923 г.), заключающийся в изменении длины волны, рассеянного легкими атомами (парафин, графит, бор) рентгеновского излучения.

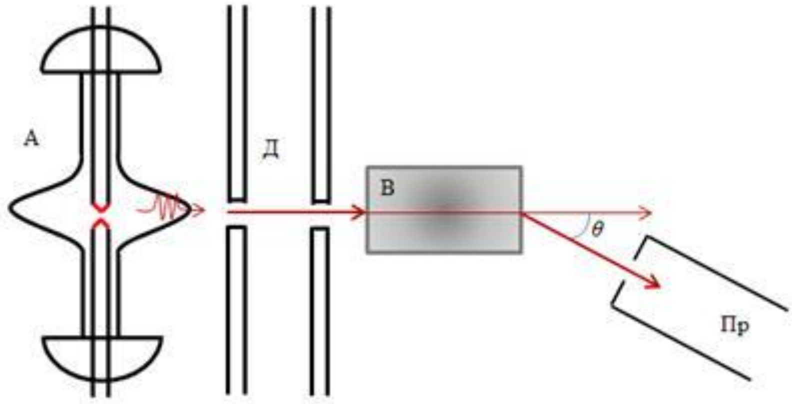


Схема опытов Комптона: монохроматические рентгеновские лучи, создаваемые рентгеновской трубкой *А*, проходят через диафрагмы *Д* и узким пучком направляются на легкое рассеивающее вещество *В*. Лучи, рассеянные на угол θ, регистрируются приемником рентгеновских лучей*Пр*. - рентгеновским спектрографом, в котором измеряется длина волны рассеянных рентгеновских лучей. Опыты Комптона показали, что длина волны λ’ рассеянного света больше длины волны λ падающего свежа, причем разность λ’ – λ зависит только от угла рассеяния θ:

$$\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_K \sin^2\frac{\Theta}{2} = \lambda_K(1-\cos\Theta),$$

$$\lambda_K = \frac{h}{m_0 c} = 2,43\cdot 10^{-12}\ м$$

- комптоновская длина волны, определяется массой исследуемого вещества.

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света.

В легких атомах электроны слабо связаны с ядрами, поэтому электроны можно считать свободным. Тогда эффект Комптона - результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами. Для упругого столкновения выполняется закон сохранения энергии и закон сохранения импульса.

Закон сохранения энергии для эффекта Комптона (энергия системы до взаимодействия равняется энергия системы после взаимодействия)

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2,$$

где $h\nu$ - энергия падающего фотона,

m_0c - энергия покоящегося электрона,

$h\nu'$ - энергия рассеянного фотона,

$h\nu + m_0c$ - энергия до взаимодействия.

Закон сохранения импульса для эффекта Комптона:

$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}'$, $\hbar\vec{k}$ - импульс падающего фотона;

p' - импульс электрона отдачи;

$\hbar\vec{k}'$ - импульс рассеянного фотона.

Масса релятивистской частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Энергия

$$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2},$$

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}, \quad :c \qquad (1)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}', \qquad (2)$$

Возведем в квадрат и учтем, что

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar 2\pi}{\lambda} = \hbar k,$$

$$p^2 = \hbar^2\left(k^2 + k'^2 - 2kk'\right) + 2\hbar m_0 c\left(k - k'\right). \qquad (3)$$

Из (2) следует

$$p^2 = \hbar^2\left(k - k'\right)^2 = \hbar^2\left(k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\Theta\right). \qquad (4)$$

$$\vec{k}\vec{k}' = kk'\cos\Theta.$$

Сравнивая (3) и (4) получим:

$$mc\left(k - k'\right) = \hbar kk'\left(1 - \cos\Theta\right).$$

Умножим на $\left[\frac{2\pi}{mckk'}\right]$ и получим

$$\left[\frac{2\pi}{k'}-\frac{2\pi}{k}\right]=\frac{2\pi\hbar\left(1-\cos\Theta\right)}{mc}.$$

Учтём

$\frac{2\pi}{k}=\lambda,$ следовательно,

$$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\lambda_K\left(1-\cos\Theta\right).$$

Корпускулярно-волновая двойственность свойств света

В таких опытах как интерференция, дифракция, поляризация, дисперсия проявляются волновые свойства света и для описания света используются волновые характеристика: λ,ν. В эффектах квантовой оптики: тепловое излучение, фотоэффект, фотохимическое действие света, давление света, эффект Комптона, свет проявляет себя как частица и для его описания используются корпускулярные характеристики: масса, импульс. Развитие оптики, вся совокупность оптических явлений показали, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны не следует противопоставлять свойствам дискретности, характерным для фотонов. Свет имеет сложные корпускулярно-волновые свойства: обладает одновременно и волновыми и квантовыми свойствами - корпускулярно-волновая дуализм (двойственность) свойств света.

Связь корпускулярных и волновых свойств света отражают формулы для энергии, импульса, массы фотона:

$$\varepsilon_0=h\nu. \quad m=\frac{h\nu}{c^2}. \quad p=\frac{h\nu}{c}.$$

Волновые свойства играют определенную роль в закономерностях распространения света, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные в процессах взаимодействия света с веществом. Чем больше λ (меньше ν), тем меньше *p* и *E* фотона и тем труднее обнаружить квантовые свойства света (например, фотоэффект происходит только при $h\nu > A_{вых}$). Чем меньше λ (больше ν), тем труднее обнаружить волновые свойства света. Например, рентгеновские лучи $\lambda \sim 10^{-10}$ м дифрагируют только на кристаллической решетке твердого тела.

Взаимосвязь между волновыми и орпускулярными свойствами света объясняют с помощью статических методов.

Волновые свойства присущи не только большой совокупности фотонов, но и каждому фотону в отдельности.

Контрольные вопросы

1. Может ли стать темно там, где встречаются две световые волны?

2.Почему мы видим одни предметы белыми, другие – черными? Могут ли интерферировать световые волны, идущие от двух электрических ламп?

3. Какие явления подтверждают волновую природу света?

4. Что такое волна? Какая волна называется поперечной?

5. Что такое фронт волн?

6. Дайте определение длины волны.

7. Какова связь между амплитудой и интенсивностью света?

8. Что такое фаза колебаний?

9. Какова связь разности хода лучей с разностью фаз колебаний, приходящих в точку наблюдения?

10. В чём заключается явление дифракции?

11. Какие волны называются когерентными?

12. В чём различие между дифракцией и интерференцией световых волн?

13. Каковы условия минимумов и максимумов при дифракции на одной щели?

14. Что такое дифракционная решётка, её период (или постоянная)?

15. Напишите условия максимумов и минимумов при дифракции на дифракционной решётке.

16. Какое явление называется дифракцией волн?

17. Почему звуковые волны могут огибать такое препятствие, как, например, раскрытый зонт, а световые волны не могут?

18. Что такое дифракционная решётка? Изготовление дифракционных решёток.

19.Какие объекты согласно представлениям классической физики имеют волновую природу, а какие корпускулярную?

20.Что называют корпускулярно-волновым дуализмом?

21.При каком условии свойства света хорошо описываются волновой теорией, а при каком — квантовой?

Алгоритм решения задач

1. Внимательно прочитать задачу. Установить в общих чертах условия задачи и каким физическим законам они отвечают.

2. Сделать краткую запись условия задачи. Все данные задачи выразить в единицах системы СИ.

3. Сделать чертеж, схему или рисунок, поясняющие условие задачи. Указать на чертеже все данные и искомые величины задачи.

4. Написать уравнение или систему уравнений, отображающих происходящий в условии задачи физический процесс. При необходимости векторные уравнения записать в проекциях на оси координат.

5. Используя условия задачи и чертеж, преобразовать исходные равенства так, чтобы в конечном виде в них входили лишь упомянутые в условиях задачи величины и табличные данные.

6. Решить задачу, получив окончательную формулу в буквенном виде. Проверить размерность полученного равенства и если она совпадает, подставить в неё исходные данные и произвести вычисления. Проанализировать полученный результат и записать окончательный ответ.

Примеры решения задач

Задача1.На дифракционную решетку нормально падает параллельный пучок монохроматического света длиной волны **λ = 375 нм**. Если период этой решетки **d = 3,0 мкм**, то для максимума четвертого порядка угол **φ** дифракции равен … **градусов**.

<u>Решение:</u>

Максимум дифракционной решетки:
$d \sin \varphi = k\lambda$,
откуда:
$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$$
$$\sin \varphi = \frac{4 \times 375 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-6}} = \frac{1}{2},$$
откуда $\boldsymbol{\varphi = 30°}$.

Ответ: 30°.

<u>**Задача 2.**</u> Скорость света в вакууме равна $3{\times}10^8$метров в секунду, постоянная Планка равна $6{,}625{\times}10^{-34}$ джоуль в секунду.
Необходимо: определить при какой длине электромагнитной волны энергия фотона была бы равна $1{\times}10^{-18}$джоуль.
Дано: $c=3{\times}10^8$ *м/сек;* $h=6{,}625{\times}10^{-34}$*Дж×сек;* $\varepsilon= 1{\times}10^{-18}$ *Дж*
Найти: λ-?
Решение

Энергия фотона определяется по формуле

$$\varepsilon = h \times \nu = \frac{h \times c}{\lambda}$$

Длина электромагнитной волны

$$\lambda = \frac{h \times c}{\varepsilon} = \frac{6{,}625{\times}10^{-34} \times 3{\times}10^{8}}{1{\times}10^{-18}} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ м}$$

Ответ: длина электромагнитной волны примерно равна $2{\times}10^{-7}$ метра

Задачи для самостоятельного решения

<u>**Задача 1.**</u> Длина волны красного света в воздухе равна 700 нм. Какова длина волны данного света в воде? Показатель преломления воды 1,33.

<u>Задача 2.</u> Какова длина волны желтого света паров натрия в стекле с показателем преломления 1,56? Длина волны этого света в воздухе равна 589 нм.

<u>Задача 3.</u> Длина волны желтого света натрия в вакууме 590 нм, а в воде 442 нм. Каков показатель преломления воды для этого света?

<u>Задача 4.</u> Длина волны, соответствующая красной линии спектра водорода, в вакууме равна 656,3 нм. Найдите длину волны этого же света в стекле, если коэффициент преломления стекла для данного света равен 1,6.

<u>Задача 5.</u> Сколько времени необходимо ЭМ-волне, испущенной передатчиком КА "Cassini", находящемся на орбите возле Сатурна, чтобы дойти до Земли, если расстояние между ними $1279{,}4 \cdot 10^6$ км?

<u>Задача 6.</u> На поверхность воды падает пучок красного света, длина волны которого 760 нм. Какова длина волны этого света в воде? Показатель преломления воды для красного света 1,33.

<u>Задача 7.</u> Сколько времени понажобится свету, чтобы дойти от Солнца до Земли, если расстояние между ними $150 \cdot 10^6$ км?

<u>Задача 8.</u> Чему равна скорость распространения света, если расстояние от Земли до Луны, равное $3{,}84 \cdot 10^5$км, он проходит за 1,28 с?

<u>Задача 9.</u> Найдите наибольший порядок спектра для желтой линии натрия с длиной волны 589 нм, если период дифракционной решетки равен 2 мкм.

<u>Задача 10.</u> Могут ли интерферировать световые волны, идущие от двух электрических ламп?

<u>Задача 11.</u> При помощи дифракционной решетки с периодом 0,02 мм получено первое дифракционное изображение на расстоянии 3,6 см от центрального и на расстоянии 1,8 м от решетки. Найдите длину световой волны.

<u>Задача 12.</u> Разность хода лучей двух когерентных источников света, сходящихся в некоторой точке,
$\Delta r = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ м. Что будет происходить в этой точке — ослабление или усиление света? Длина волны света $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м.

<u>Задача 13.</u> Длина волны желтого света паров натрия равна 589 нм. Третье дифракционное изображение щели при освещении решетки светом паров натрия оказалось расположенным от центрального изображения на расстоянии 16,5 см, а от решетки оно было на расстоянии 1,5 м. Каков период решетки?

<u>Задача 14.</u> Почему крылья стрекоз имеют радужную окраску? Почему возникают радужные полосы в тонком слое керосина, плавающем на поверхности воды?

<u>Задача 15.</u> Найдите наибольший порядок спектра красной линии лития с длиной волны 671 нм, если период дифракционной решетки 0,01 мм.

<u>Задача 16.</u> При помощи зеркала Френеля получили интерференционные полосы, пользуясь красным светом. Как изменится расстояние между интерференционными полосами, если воспользоваться фиолетовым светом?

<u>Задача 17.</u> Спектр получен с помощью дифракционной решетки с периодом 0,005 мм.
Второе дифракционное изображение получено на расстоянии 7,3 см от центрального и на расстоянии 113 см от решетки. Определите длину световой волны.

<u>Задача 18.</u> Каково отличие интерференционных картин, полученных в отраженном и проходящем свете?

<u>Задача 19.</u> Длина волны красного света паров калия 768 нм. расстояние от середины центрального изображения щели решетки до первого дифракционного изображения 13 см, от решетки до изображения 200 см. Найдите период решетки.

<u>Задача 20.</u> Две световые волны, налагаясь друг на друга в определенном участке пространства, взаимно погашаются. Означает ли это, что световая энергия превращается в другие формы?

Практическая работа № 17

Фотоэффект и его законы

Цель работы: научить обучающихся применять теоретические знания при решении задач.

Основные теоретические положения

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают фотоэффект внешний, внутренний и вентильный.

На рис. 36 приведена экспериментальная установка для исследования **вольт-амперной характеристики фотоэффекта**— зависимости фототока I, образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям E_e катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 43. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока $I_{нас}$ — **фототек насыщения**— определяется таким значением U, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{нас} = en,$$

где n — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

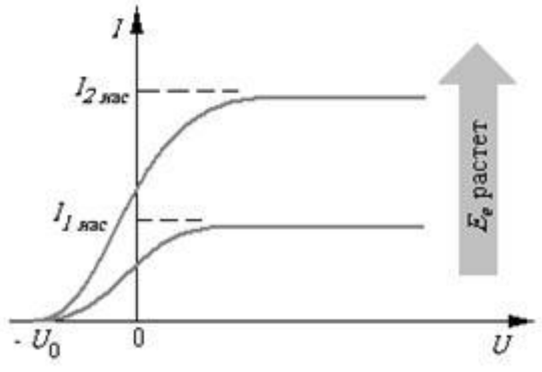


Рис. 43

Из вольт-амперной характеристики следует, что при U = 0фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью υ ,а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение**U_0. При $U = U_0$ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью $\upsilon_{\max}$, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$m \upsilon^2_{max} / 2 = eU_0$, (202.1)

т. е., измерив задерживающее напряжение U_0, можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие**три закона внешнего фотоэффекта.**

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν, а именно линейно возрастает с увеличением частоты.

III. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), при которой свет любой интенсивности фотоэффекта не вызывает.

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия, с которой электрон вырывается из металла, должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, «красной границы» фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить **безынерционность фотоэффекта,** установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом)называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация). Фотоэффект обнаружен (1887 г.) Г. Герцем, наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 42. Два электрода (катод *К* из исследуемого металла и анод *А* — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра *R*можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени:

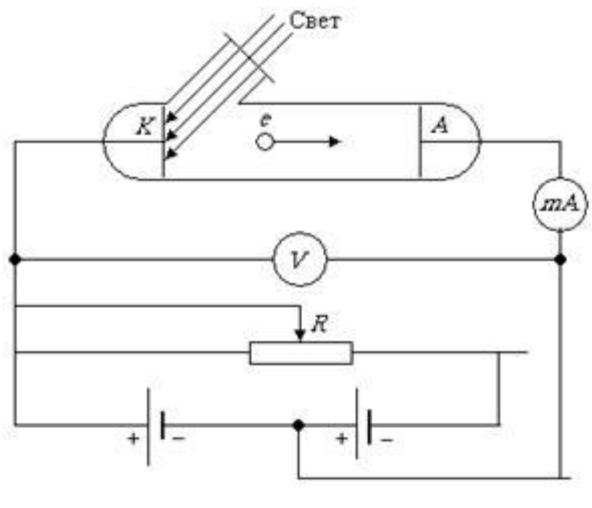


Рис. 42

1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение;

2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды;

3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

Внутренний фотоэффект— это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению **фотопроводимости**(повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению э. д. с.

Вентильный фотоэффект— возникновение э. д. с. (фото-э. д. с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает, таким образом, пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

Испускание электронов веществом под действием света называется

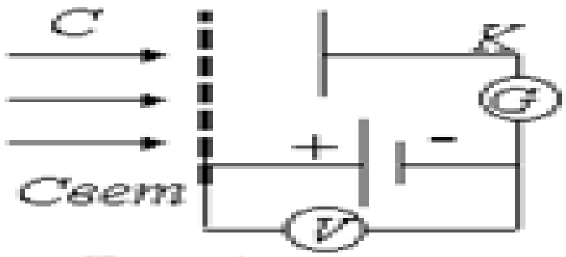


Рис.1.

внешним

фотоэффектом. С А.Г. Столетов (1988 г.) экспериментально исследовал фотоэффект. Схема опыта представлена на рис.1. Плоский конденсатор, одной из пластин, которого служила медная сетка С, а в качестве второй цинковая пластина К, был включен через гальванометр G в цепь аккумуляторной батареи.Напряжение между пластинами измерялось вольтметром. При освещении отрицательно заряженной пластины К светом, в цепи возникал электрический ток, называемый фототоком. На рис. 2. приведены зависимости фототока I от напряжения U между электродами при различных интенсивностях света (энергетической освещенности E) .

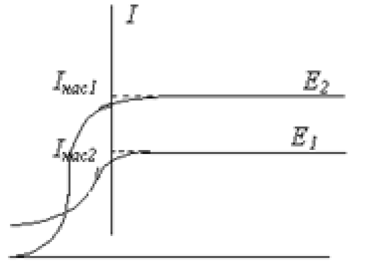


Рис.2

Столетов установил следующие закономерности внешнего фотоэффекта:

1. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.

2. Для каждого вещества (катода) существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота ν_0, при которой еще возможен фотоэффект.

3.Фототок насыщения пропорционален энергетической освещенности E катода. Первые два закона не удается объяснить на основе классической теории, согласно которой вырывание электронов из катода является результатом их "раскачивания" электромагнитной волной, которое должно усиливаться при увеличении интенсивности света. Внешний фотоэффект хорошо объясняется квантовой теорией. Согласно этой теории, электрон получает сразу целиком всю энергию фотона $\varepsilon = h\nu$, которая расходуется на совершение работы выхода электрона из вещества (катода) и на сообщение электрону кинетической энергии: $h\nu = A_{ВЫХ} + mv^2_{max}/2$.(7). Это уравнение называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Из (7) следуют все законы Столетова. В частности, максимальная начальная скорость электронов определяется из соотношения $mv_{max} = h\nu - A_{ВЫХ}$, т.е зависит только от частоты ν и материала катода ($A_{ВЫХ}$). Красная граница ν_0 соответствует $v_{max}=0$: $h\nu_0=A_{ВЫХ}$,$\nu_0=A_{ВЫХ}/h$ (8)

При $\nu>\nu_0$ (или при $\lambda<\lambda_0$) фотоэффект наблюдается, при $\nu<\nu_0$ (или при $\lambda>\lambda_0$) - фотоэффект не наблюдается.

1. Фотоэффект описывается уравнением Эйнштейна:

в котором $\varepsilon_\gamma = h\nu$ - энергия светового кванта (фотона),

$A_{вых}$ - работа выхода электрона из металла,

$W_k = \dfrac{m v^2}{2}$ - кинетическая энергия фотоэлектрона.

2. Нахождение энергии фотона.

2.1. Если в задаче приводится значение длины волны, используйте формулу связи длины волны и скорости её распространения с частотой $c = \lambda \cdot \nu$.

2.2. Энергию одного фотона можно найти, зная энергию излучения:

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\Delta E_{\text{ср}}}{N}$$

где N – число фотонов.

Энергия излучения связана с интенсивностью излучения (поверхностной плотностью потока излучения) соотношением $I = \frac{\Delta E_{\text{ср}}}{\Delta t \cdot S} = \frac{P_{\text{ср}}}{\text{S}}$.

2.3. Энергия фотона связана с собственными характеристиками фотона как световой частицы. Формула связи импульса и энергии фотона: $p_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{c}$.

3. Нахождение работы выхода электрона из металла.

Значение работы выхода электрона может быть определено:

3.1. с помощью справочной таблицы «Работа выхода электрона из металла», если известен металл и нет усложняющих нахождение работы выхода величин.

3.2. через значение красной границы фотоэффекта для данного металла в данном состоянии $A_{\text{вых}} = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}$.

4. Поведение фотоэлектрона после вылета из металла может быть описано из следующих соображений:

4.1. В задерживающем однородном электрическом поле, согласно теореме о кинетической энергии, изменение кинетической энергии фотоэлектрона равно работе сил поля $W_{k2} - W_{k1} = e \cdot U_з$, т. е. $\frac{m\upsilon^2}{2} = |e| \cdot U_з$ (См. Физика – 10 под ред. Пинского, § 43).

4.2. Следует помнить, что движение фотоэлектронов вдоль силовых линий однородного электрического поля – движение с постоянным ускорением $a = \frac{F_{эл}}{m} = \frac{|e| \cdot E}{m} = \frac{|e| \cdot U_з}{m \cdot d}$. Поэтому, в зависимости от постановки вопроса задачи, следует применять либо формулы электростатики (например, формулу связи напряжённости и напряжения однородного электрического поля $E = \frac{U}{d}$ для расчёта расстояния d, пройденного электроном до остановки в задерживающем поле), либо формулы кинематики равноускоренного движения, позволяющие рассчитать перемещение d и скорость υ фотоэлектрона в определённый момент времени ($d = \upsilon_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}, \upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x \cdot t$).

4.3. Если фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле, то в зависимости от угла α между вектором скорости и вектором магнитной индукции они движутся прямолинейно (α = 0º, α = 180º), по окружности (α = 90º) или по спирали (90º > α > 0º).

Например, при α = 90º фотоэлектрон движется под действием силы Лоренца $F = |e| \cdot B \cdot \upsilon$ с ускорением $a = \frac{F}{m} = \frac{|e| \cdot B \cdot \upsilon}{m}$ по окружности радиуса $r = \frac{m \cdot \upsilon}{|e| \cdot B}$, при этом период обращения фотоэлектрона равен $T = \frac{2\pi \cdot R}{\upsilon} = \frac{2\pi \cdot m}{|e| \cdot B}$. (См. Физика – 10 под ред. Пинского, § 55)

4.4. В скрещенных электрическом и магнитном полях фотоэлектрон может двигаться прямолинейно с постоянной скоростью при условии $F_{эл} + F_м = 0$ (См. Физика – 10 под ред. Пинского, § 55)

4.5. Зная максимальную скорость вылета фотоэлектрона, несложно определить импульс электрона, длину волны де Бройля и т. д.

5. Полезно помнить, что в простейших случаях вычисления можно проводить во внесистемных единицах, принимая значение постоянной Планка h = $4{,}14 \cdot 10^{-15}$ эВ·с .

Контрольные вопросы

1. Каковы основные положения квантовой теории света?
2. Почему световые кванты (фотоны) оказывают давление на поверхность тел?
3. Чем различаются внешний и внутренний фотоэффекты?
4. Что означает красная граница внешнего фотоэффекта?
5. Какое условие необходимо для возникновения внешнего фотоэффекта?
6. Запишите уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.
7. Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить I и II законы фотоэффекта?
8. От чего зависит скорость вылетающих электронов при внешнем фотоэффекте?
9. Объясните законы фотоэффекта с помощью световых квантов.
10. Приведите примеры применения фотоэффекта.
11. Зависит ли фототок от поляризации падающего света?
12. Почему выход фотоэлектронов при возникновении фотоэффекта не зависит от освещенности металла?
13. Почему в объяснении фотоэффекта существование пороговой частоты говорит в пользу фотонной теории, а не волновой?
14. В чем заключается эффект Комптона?
15. Поясните значение эффекта Комптона.
16. В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?
17. В чем состоит корпускулярно-волновой дуализм свойств света?
18. Какие экспериментальные подтверждения квантовых свойств света вы знаете?
19. Можно ли с помощью одного и того же измерительного прибора регистрировать и волновые, и квантовые свойства света?
20. Есть ли противоречия между волновой и квантовой теориями света?

Алгоритм решения задач

1. Фотоэффект описывается уравнением Эйнштейна:

в котором - энергия светового кванта (фотона),

 - - работа выхода электрона из металла,

 - -кинетическая энергия фотоэлектрона.

2. Нахождение энергии фотона.

2.1. Если в задаче приводится значение длины волны, используйте формулу связи длины волны и скорости её распространения с частотой .

2.2. Энергию одного фотона можно найти, зная энергию излучения:

где N – число фотонов.

2.3. Энергия фотона связана с собственными характеристиками фотона как световой частицы. Формула связи импульса и энергии фотона:

3. Нахождение работы выхода электрона из металла.

Значение работы выхода электрона может быть определено:

3.1. с помощью справочной таблицы «Работа выхода электрона из металла», если известен металл и нет усложняющих нахождение работы выхода величин.

3.2. через значение красной границы фотоэффекта для данного металла в данном состоянии .

4. Поведение фотоэлектрона после вылета из металла может быть описано из следующих соображений:

4.1. В задерживающем однородном электрическом поле, согласно теореме о кинетической энергии, изменение кинетической энергии фотоэлектрона равно работе сил поля .

4.2. Следует помнить, что движение фотоэлектронов вдоль силовых линий однородного электрического поля – движение с постоянным ускорением.

4.3. Если фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле, то в зависимости от угла   между вектором скорости и вектором магнитной индукции они движутся прямолинейно (= 0º,   = 180º), по окружности (= 90º) или по спирали (90º >   > 0º).

Примеры решения задач

<u>**Задача 1.**</u> Красная граница фотоэффекта для цинка лежит при длине волны 290 нм.
Какая часть энергии фотона, вызывающего фотоэффект, расходуется на работу выхода,
если максимальная скрость электронов, вырванных с поверхности металла, составляет 10^6 м/с

Решение:

Полная енергия фотона равна

$$E=\frac{h\cdot c}{\lambda_K}+\frac{1}{2}m_e v^2$$

где λ_K красна граница фотоэфекта в м, m_e -масса электрона в кг,м-скорость электрона в м/с.

Ну и искомая часть энергии равна

$$n=\frac{\dfrac{h\cdot c}{\lambda_K}}{\dfrac{h\cdot c}{\lambda_K}+\dfrac{1}{2}m_e v^2}$$ згачение постоянной планка, скорости света и массы электрона

табличные величины,остальное дано осталось только подставить и подсчитать

Задача 2. Когда длину волны излучения, падающего на катод фотоэлемента, уменьшили от λ1 = 500 нм до λ2 = 400 нм максимальная скорость фотоэлектронов увеличилась в 2 раза. Определите красную границу фотоэффекта λmax для этого катода.

Решение

После изменения длины волны излучения максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов увеличилась в 4 раза. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта

$$hc/\lambda_1 = A + E_{k1},\ hc/\lambda_2 = A + E_{k2} = A + 4E_{k1}.$$

Исключая из этих уравнений Ek1, найдем $A=\dfrac{hc(4\lambda_2-\lambda_1)}{3\lambda_1\lambda_2}.$

Поскольку $A=\dfrac{hc}{\lambda_{max}}$ получаем $\lambda_{max}=\dfrac{3\lambda_1\lambda_2}{4\lambda_2-\lambda_1}.$ Проверив единицы величин и подставив числовые значения, находим красную границу фотоэффекта: 545 нм.

Задача 3. На зеркальную поверхность нормально падает монохромный свет с длинной волны *0,55мкм*, производя давление *9мкПа*. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности и число фотонов, падающих на площадь *1 м²* за *1 с*.

Дано: λ =*0,55мкм; P = 9· 10⁻⁶ Па*.

Найти: n_0, N

Решение: Давление света при нормальном падении на поверхность определяется по формуле:

где E_c – энергетическая освещенность поверхности, т.е. энергия всех

$$P = \frac{E_c}{c}(1+\rho) = w(1+\rho),$$

фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, c - скорость света в вакууме, w – объемная плотность энергии излучения, ρ - коэффициент отражения поверхности, который в данном случае равен 1. Объемная плотность энергии равна произведению энергии одного фотона на число фотонов в единице объема

$$w = h\nu n_0 = \frac{hc}{\lambda} n_0,$$

где h – постоянная Планка. Подставляя (2) в (1), получим

$$P = n_0 \frac{hc}{\lambda}(1+\rho)$$

откуда $$n_0 = \frac{P\lambda}{hc(1+\rho)}$$

Проводим вычисления

$$n_0 = \frac{9 \cdot 10^{-6}\,Па \cdot 0{,}55 \cdot 10^{-6}\,м}{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с \cdot 3 \cdot 10^8\,м/с(1+1)} = 1{,}25 \cdot 10^{13}\,м^{-3}$$

Энергетическая освещенность поверхности E_c есть по определению энергия всех фотонов, которые падают на единицу поверхности в единицу времени. Следовательно

$$E_c = N\frac{hc}{\lambda}$$, откуда $$N = \frac{E_c \lambda}{hc}$$

Выразив E_c из (1) и подставив в (5), получим

$$N = \frac{P\lambda}{h(1+\rho)}$$

Сравнивая (6) и (4), получаем $N = n_0 c$

Подставляя числовые значения в полученную формулу, имеем

$N = 1{,}25 \cdot 10^{13} м^{-3} \cdot 3 \cdot 10^8 м/с = 3{,}75 \cdot 10^{21}\ м^{-2} \cdot с^{-1}$

Ответ: $n_0 = 1{,}25 \cdot 10^{13} м^{-3}; N = 3{,}75 \cdot 10^{21}\ м^{-2} с^{-1}$

Задача 4. В явлении фотоэффекта электроны, вырываемые с поверхности металла излучением частотой 2×10^{15} Гц, полностью задерживаются тормозящим полем при разности потенциалов 7 В, а при частоте 4×10^{15} Гц – при разности потенциалов 15 В. По этим данным вычислить постоянную Планка.

Решение.

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта для рассмотренных в задаче двух случаев:

$h\nu_1 = A + \dfrac{m\upsilon_1^2}{2}$ и $h\nu_2 = A + \dfrac{m\upsilon_2^2}{2}$

Поскольку вылетевшие с поверхности металла электроны полностью задерживаются тормозящим электрическим полем, то изменение их кинетической энергии равно работе электрического поля:

$\dfrac{m\upsilon^2}{2} = eU.$

Учтя это, запишем первые уравнения в виде:

$h\nu_1 = A + eU_1$ и $h\nu_2 = A + eU_2.$

Решая совместно эту систему уравнений, находим, что:

$h = \dfrac{e(U_2 - U_1)}{\nu_2 - \nu_1}.$

Подставив значения заданных величин, получим, что $h \approx 6{,}4\times10^{-34}$ Дж×с.

Ответ: $h \approx 6{,}4\times10^{-34}$ Дж×с.

Задача 5. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 83$ нм. На какое максимальное расстояние l от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженности E=7,5 В/см?

Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны $\lambda_0 = 332$ нм.

Решение.

Согласно уравнению Эйнштейна, красная граница фотоэффекта определяет работу выхода *A:*

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

При освещении ультрафиолетовым светом кинетическая энергия вылетевшего электрона:

$$T = \frac{hc}{\lambda_0} - A = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right).$$

Эта энергия расходуется на работу против сил электрического поля:

$$T = eEl$$.

Откуда:

$$l = \frac{T}{eE} = \frac{hc}{eE}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = 1{,}5\,\text{ñì} .$$

<u>Ответ:</u> *l*=1,5 см.

<u>Задача 6.</u> Излучение аргонового лазера с длиной волны λ =500 нм сфокусировано на плоском фотокатоде в пятно диаметра *d*=0,1 мм. Работа выхода фотокатода*A*=2 эВ. На анод, расположенный на расстоянии *l*=30 мм от катода, подано ускоряющее напряжение *U*=4 КВ. Найти диаметр пятна фотоэлектронов на аноде. Анод считать плоским и расположенным параллельно поверхности катода.

<u>Решение.</u>

Электроны, вылетевшие из катода под действием света, имеют все возможные направления скорости. На край пятна на аноде попадут электроны, вылетевшие с края пятна на катоде и имеющие при вылете скорость, направленную параллельно поверхностям катода и анода. Эта скорость находится из уравнения Эйнштейна:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A$$,

откуда: $$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

Двигаясь равноускоренно по направлению к аноду, эти электроны проходят расстояние между катодом и анодом за время:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$$;

их ускорение $a = \dfrac{eU}{ml}$ (так как катод и анод образуют плоский конденсатор).

Таким образом,

$$t = \sqrt{\frac{2m}{eU}}\ .$$

За это время вдоль поверхности анода (и катода) электроны смещаются на расстояние:

$$\Delta d = \upsilon_0 t.$$

Диаметр пятна на аноде:

$$D = d + 2\Delta d = d + 4l\sqrt{\left(\frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{eU}\right)} \approx 1{,}3\ \text{ìì}\ .$$

Ответ: $D \approx 1{,}3\ \text{ìì}$.

Задача 7. Рентгеновское (тормозное) излучение возникает при бомбардировке быстрыми электронами металлического антикатода рентгеновской трубки. Определить длину волны коротковолновой границы спектра тормозного излучения, если скорость электронов составляет 40% от скорости света в вакууме.

Решение.

Коротковолновая граница рентгеновского спектра соответствует случаю, когда вся кинетическая энергия электрона переходит в излучение, т.е.:

$$T = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Так как скорость электронов сравнима со скоростью света, расчет по нерелятивистской формуле: $T = \frac{m\upsilon^2}{2}.$ будет неточен.

Более правильно в этом случае использовать релятивистскую формулу для кинетической энергии:

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}} - m_0 c^2\ .$$

Вычисляя, получаем:

$$T=\frac{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot(3\cdot10^{8})^{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{0{,}4\cdot3\cdot10^{8}}{3\cdot10^{8}}\right)^{2}}}-9{,}1\cdot10^{-31}.(3\cdot10^{8})^{2}\approx7{,}4\cdot10^{-15}\ \text{Äæ}\ .$$

Тогда:

$$\lambda_0=\frac{hc}{T}$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$\lambda=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{7{,}4\cdot10^{-15}}\approx2{,}7\cdot10^{-11}\ \text{ì}\ .$$

Ответ: $\lambda\approx2{,}7\cdot10^{-11}\ \text{ì}$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны 400 нм. Определить наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратится. Работа выхода электронов из калия равна 2,2 эВ. (Ответ: 0,91 В).

Задача 2. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определить: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 400 нм. (Ответ:1) 2,48 эВ; 2) 468 км/с).

Задача 3. Выбиваемые светом при фотоэффекте электроны при облучении фотокатода видимым светом полностью задерживаются обратным напряжением U0 = l,2 В. Специальные измерения показали, что длина волны падающего света λ = 400 нм. Определить красную границу фотоэффекта. (Ответ: 652 нм).

Задача 4. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки (работа выхода 6,3 эВ) составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно 5,3 В. Определить работу выхода электронов из этой пластинки. (Ответ: 4,7 эВ).

Задача 5. Определить, до какого потенциала зарядится уединенный серебряный шарик при облучении его ультрафиолетовым светом длиной волны $\lambda = 280$ нм. Работа выхода электронов из серебра А = 4,7 эВ. (Ответ: 1,27 В).

Задача 6. При освещении вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны $\lambda 1 = 0{,}4$ мкм он заряжается до разности потенциалов $\varphi 1 = 2$ В. Определить, до какой разности потенциалов зарядится фотоэлемент при освещении его монохроматическим светом с длиной волны $\lambda 2 = 0{,}3$ мкм. (Ответ: 3,04 В).

Задача 7. Плоский серебряный электрод освещается монохроматическим излучением с длиной волны $\lambda = 83$ нм. Определить, на какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью Е = 10 В/см. Красная граница фотоэффекта для серебра $\lambda 0 = 264$ нм.

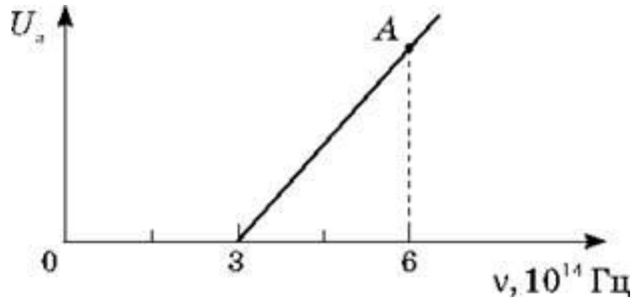
Задача 8. Фотоны с энергией $\varepsilon = 5$ эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода А = 4,7 эВ. Определить максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона. (Ответ: 2,96.10-25 кг. м/с).

Задача 9. При освещении катода вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 310$ нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны на 25 % задерживающее напряжение оказывается меньше на 0,8 В. Определить по этим экспериментальным данным постоянную Планка. (Ответ: 6.61.10-34 Дж.с).

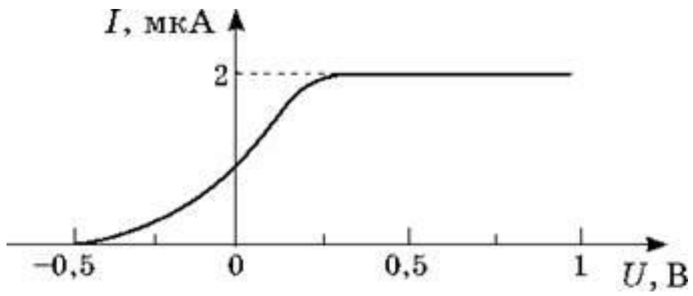
Задача 10. Определить максимальную скорость υmax фотоэлектронов, вырываемых с поверхности цинка (работа выхода А = 4 эВ), при облучении γ-излучением с длиной волны $\lambda = 2{,}47$ пм. (Ответ: 259 Мм/с).

Задача 11. На рисунке приведен график зависимости затримувальної напряжения от частоты электромагнитного излучения, которое действует на катод вакуумного фотоэлемента. Которая затримувальна напряжение соответствует точке А на графике?

(Ответ: 1,25 В.)



Задача 12. На рисунке показана вольт-амперная характеристика вакуумного фотоэлемента. На его катод действует свет, длина волны которого 450 нм. Найдите красную границу фотоэффекта для данного катода. (Ответ: 0,55 мкм)



Задача 13. Какой наименьшей напряжением полностью содержатся электроны, вырванные из вольфрамовой пластинки ультрафиолетовыми лучами, длина волны которых 0,1 мкм? Работа выхода для вольфрама 4,5 эв. (Ответ: 8.)

Задача 14. Работа выхода электронов из калия равна 2,25 эв. С какой скоростью вылетают электроны с калия, если его освещали монохроматическим светом, длина волны которого 365 нм?

(Ответ: 6,4·105 м/с.)

Задача 15. Определите постоянную Планка, если с увеличением частоты электромагнитного излучения в процессе фотоэффекта на 1,21·1011 кГц затримувальний потенциал увеличился на 0,5 В. (Ответ: 6,61·10-34 Дж·с)

Список литературы

1. Иродов И. Е., Квантовая физика. Основные законы., М. 2002

2. Савельев И. В. Курс общей физики. М., 1982, т. 3

3. Шпольский Э. В., Атомная физика т.1, т.2 4. Курс физики, под редакцией Лозовского В.Н., С-Пб 2001.

4. Рохлин Г. Н., Разрядные источники света, М., Энергоатомиздат,1991.

5. Лабораторный практикум по физике, под ред. К. А. Барсукова, М. 1988.

6. Трофимова, Т. И. Курс физики. Задачи и решения : учеб. пособие для студентов втузов / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – М. : Академия, 2004. – 592 с.

7. Трофимова, Т. И. Физика. 500 основных законов и формул : справочник. – 6-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2007. – 63 с.

8. Сборник задач по общему курсу физики. В 5-ти кн. Кн.

9. Сборник задач по общему курсу физики. В 5-ти кн.

10. Сборник задач по общему курсу физики. В 5-ти кн. Кн.

11. Сборник задач по общему курсу физики. В 5-ти кн. Кн. 5. Атомная физика. Физика ядра и элементарных частиц. : учеб. пособие для физических специальностей вузов / В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин, И. А. Яковлев ; под ред Д. В. Сивухина. – Изд. 5-е, стер. – М. : Физматлит, 2006. – 184 с.

12. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие для вузов. – 7-е изд., стер. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 431 с.

Практическая работа № 18

Строение атома. Постулаты Бора.

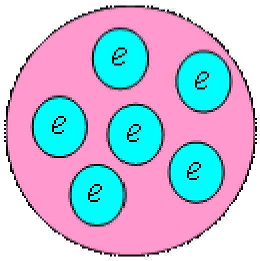
Цель работы: познакомить учащихся с историей развития взглядов о строении атома; применять полученные знания при решении задач.

Основные теоретические положения

Планетарная модель атома Резерфорда

Все вещество состоит из элементарных частиц. Но вещество не состоит из элементарных частиц непосредственно. Кирпичиками или элементами, из которых построено все вещество являются атомы. До 1912 г. ученые представляли атом в виде положительно заряженного шара, внутри которого находятся отрицательно заряженные электроны. Конструкция похожая на кекс с изюминками-электронами была предложена однофамильцами Томсонами – Джозефом Джоном и Уильямом лордом Кельвином.

Атом Томсонов



В целом положительные и отрицательные заряды в таком атоме скомпенсированы и атом электрически нейтрален. Предполагалось, что вся масса атома сконцентрирована в электронах. Поскольку электрон намного легче атома, то даже самые простые атомы должны содержать тысячи электронов.

В 1909 г. Резерфорд поручил молодому тогда еще физику Марсдену исследовать рассеяние альфа лучей при прохождении их через тонкие металлические пластинки. Большинство элементарных частиц испытывали незначительные отклонения после прохождения через пластинки. Однако Марсдену удалось обнаружить и очень сильно отклонившиеся частицы. Их, правда, было очень мало, но удивительно было то, что они вообще были. Конечно, Марсдену могло это показаться. Для регистрации альфа частиц использовался спинтарископ – небольшой прозрачный экран, покрытый специальным флуоресцирующим веществом. Когда элементарная частица попадает в такой экран, возникает слабая вспышка. Вспышка очень маленькая и слабая. Ее наблюдают под микроскопом. Чтобы глаз мог ее заметить, человек должен привыкнуть к темноте. Для этого он, прежде чем начать работать, то есть регистрировать и считать вспышки, должен полчаса посидеть в полной темноте. Вполне естественно поэтому предположить, что Марсден мог ошибиться.

Резерфорд просит Марсдена повторить опыты, но на этот раз специально следить за частицами, получившими большое отклонение вплоть до 90°.

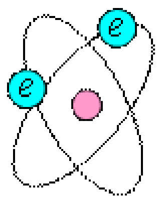
Когда через несколько дней Марсден вошел в кабинет Резерфорда и сказал "есть такие частицы", Резерфорд от удивления выронил трубку. Резерфорд, хотя и предложил Марсдену провести эти опыты, сам не ожидал такого результата.

Резерфорд потом вспоминал: "*это было самым невероятным событием моей жизни. Это было почти столь же невероятно, как если бы выстрелили 15-дюймовым снарядом в кусок тонкой бумаги, а снаряд возвратился к вам и нанес вам удар*".

Опыты снова были перепроверены, но на этот раз к экспериментам подключился Гейгер. Явление было экспериментально изучено и материалы экспериментов опубликованы в том же году. Однако смысл результатов был загадочным. Не мог атом Томсона задержать, летящую с большой скоростью альфа-частицу.

В 1911 г. Резерфорд публикует свою статью "Рассеивание альфа- и бета-частиц веществом и структура атома", в которой предлагает свою знаменитую планетарную модель атома.

Атом Резерфорда



Маленькое очень массивное положительно заряженное ядро, от которого как раз и отскакивали альфа-частица в описанных опытах, расположено в центре атома Резерфорда. Вокруг ядра вращаются легкие отрицательно заряженные электроны. Большую часть пространства внутри атома заполняет пустота. В целом модель очень похожа на нашу Солнечную систему.

К великому сожалению Резерфорда, статья была встречена молчанием. Резерфорд, конечно понимал почему. Его атом был недолговечен. Электрон, вращаясь вокруг ядра, должен излучать электромагнитные волны и терять вследствие этого энергию. При этом скорость его должна была бы замедлиться, и он должен был бы упасть на ядро. Однако опыт свидетельствует, что практически все атомы в природе устойчивы.

Выправил ситуацию Нильс Бор.

Теория Бора

Постулаты Бора по своему характеру аналогичны законам Кеплера, которых тоже три. И те и другие являются угаданными закономерностями, полученными на основе экспериментальных фактов. Кеплеру было пожалуй даже труднее. Как, например, можно прийти к результату, что (формула)? Только после того, как Ньютон сформулировал законы механики, законы Кеплера стало возможно объяснить.

Основным недостатком модели Резерфорда было то, что электрон, движущийся по круговой орбите вокруг ядра, должен излучать электромагнитные волны, но факты говорят о том, что он не излучает. Ученые, в том числе и Резерфорд, не могли объяснить этого противоречия. Не мог этого сделать и Бор. Он просто встал на сторону фактов: раз электроны не излучают, значит так и должно быть. Так появился первый постулат. Всего как мы уже сказали их три.

Постулаты Бора

1. Электроны движутся в атоме по стационарным орбитам, при этом они не излучают и не поглощают энергии.

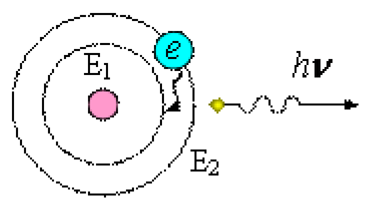
2. Стационарными орбитами будут те, для которых момент количества движения электрона *mvr* равна целому кратному $\frac{h}{2\pi} = \hbar$.

$$mvr = \frac{h}{2\pi}k = \hbar k$$, где k = 1, 2, 3, 4...

3. При переходе с одной орбиты на другую электрон излучает или поглощает энергию в виде фотона.

Находясь на более далеких орбитах, электрон обладает большей энергией, поэтому, переходя на орбиту ближе к ядру, он излучает один фотон с энергией $h\nu = E_2 - E_1$

Излучение света



Когда же атом поглощает фотон, электрон может подняться на более высокий уровень.

Размеры атома водорода

Электрон, вращаясь вокруг ядра, испытывает к нему силу кулоновского притяжения:

$$F_k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Zee}{r^2}$$, где Ze – заряд атомного ядра с порядковым номером Z.

Эта сила в соответствии со вторым законом Ньютона должна равняться $ma = m\frac{v^2}{r}$, следовательно: $ma = m\frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Zee}{r^2}$ или $mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$.

Второй постулат Бора говорит нам о том, что радиус орбиты не может быть произвольным, а должен подчиняться уравнению:

$mvr_k = \frac{h}{2\pi}k$, где r_k мы будем обозначать k-ую стационарную орбиту. Отсюда получаем

$$v = \frac{hk}{2\pi m r_k}.$$

Далее

$$m\left(\frac{hk}{2\pi m r_k}\right)^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k}$$

$$\frac{1}{r_k}\frac{h^2k^2}{\pi m} = \frac{Ze^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow r_k = \frac{\varepsilon_0 h^2 k^2}{\pi m Z e^2}.$$

Мы получили радиус k-ой стационарной орбиты атома с порядковым номером Z. Для водорода Z=1. Найдем радиус первой (k = 1) самой внутренней орбиты, на которой электрон обладает минимальным запасом энергии.

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = \frac{8.85\cdot 10^{-12}(6.626\cdot 10^{-34})^2}{\pi\cdot 0.911\cdot 10^{-30}(1.6\cdot 10^{-19})^2} = 0.53\cdot 10^{-10}\,м.$$

Следовательно, диаметра атома водорода равен примерно $1\mathring{A}$, что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Найдем энергию электрона на k-ой орбите.

Его энергия складывается из кинетической энергии движения по орбите и потенциальной электростатической энергии взаимодействия с ядром.

Кинетическая энергия

$K = \frac{1}{2}mv^2$. Вспоминая, что $mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$, получим

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k}.$$

Потенциальная энергия электрона в электростатическом поле ядра

$$\Pi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k}.$$

Полная энергия электрона

$$E = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k} = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_k}.$$

В полученное выражение подставим значение для k-ого радиуса орбиты электрона.

$$E = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{\dfrac{\varepsilon_0 h^2 k^2}{\pi m Z e^2}} = -\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 k^2}$$ или окончательно $$E_k = -\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 k^2}.$$

Значение энергии получилось отрицательным. Это означает, что для того, чтобы оторвать электрон от атома, необходимо затратить энергию. Наибольшей по модулю отрицательной энергией электрон обладает на первой боровской орбите.

Когда электрон переходит с k-ой орбиты на n-ную, расположенную ближе к ядру, атом испускает фотон, энергия которого равна разности энергий электрона на этих уровнях. Найдем эту разность энергий.

$$\Delta E = -\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 k^2} - \left(-\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}\right) = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Энергия фотона $h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$, следовательно

$$\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) = h\frac{c}{\lambda}$$ и $$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Для атома водорода Z = 1 и $\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{k^2}\right) = R\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{k^2}\right)$, где R обозначена величина, которую в спектроскопии принято называть постоянной Ридберга. Значение постоянной Ридберга достаточно точно определено экспериментально и равно $R = 1.097 \cdot 10^7$.

Из теории Бора следует, что

$$R=\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}=\frac{0.911\cdot10^{-30}\left(1.6\cdot10^{-19}\right)^4}{8\left(8.85\cdot10^{-12}\right)^2\left(6.626\cdot10^{-34}\right)^3 2.99\cdot10^8}=1{,}0948\cdot10^7.$$

Теоретический и экспериментальные результаты хорошо согласуются. Следовательно, теория Бора правильно объясняет линейчатый спектр атома водорода.

Однако уже при попытке объяснить строение атома гелия, теория Бора терпит неудачу. На сегодняшний день, как говорят физики, теория Бора имеет лишь историческое значение. Ее сменили более совершенные, но и, к сожалению, более сложные и непонятные теории.

Контрольные вопросы

1. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
2. Что характеризует главное квантовое число?
3. Из каких соотношений можно определить скорость электрона на орбите и радиус боровской орбиты?
4. Каков квантово-механический смысл первого боровского радиуса?
5. Каков характер изменения кинетической, потенциальной и полной энергий электрона в атоме при его удалении от ядра?
6. Как объяснить сериальный характер спектра атома водорода?
7. Почему из различных серий спектральных линий атома водорода первой была изучена серия Бальмера?
8. Каким образом происходит квантование энергии на стационарных орбитах?

9. Может ли атом излучить квант энергии, переходя с низшего энергетического состояния в высшее?

10. Излучает ли энергию атом, если его электроны движутся только по стационарным орбитам? Почему?

11. Каково значение энергии низшего стационарного уровня?

Алгоритм решения задач

1. Электрон может двигаться по стационарной орбите вокруг ядра атома. В стационарном состоянии атом не излучает и не поглощает энергию.

2. Атом излучает квант энергии при переходе электрона с более удаленной на менее удаленную от ядра орбиту.

3. Если атому сообщить энергию, то электрон переходит на более удаленную от ядра орбит

4. Возможные радиусы орбит электрона и значения энергии атома водорода можно определить из соотношения $m\upsilon r = n\hbar$, где $n = 1, 2, 3, \dots, 5$; υ — скорость электрона на орбите $(\hbar = h/2\pi)$

5. Радиусы орбит могут принимать лишь определенные значения (правила квантовых орбит).

6. Для атомов с двумя и более электронами (гелий, литий и др.) теория Бора
не позволяет рассчитать энергетические уровни электронов и частоты излучения. Для сложных атомов применяются методы квантовой механики.

7. Между электроном и ядром действует также сила всемирного тяготения, которая, как показывает расчет, пренебрежимо мала по сравнению с силой электромагнитного взаимодействия (сила Кулона).

8. Для определения частоты, длины волны, энергии излучения воспользуйтесь формулами: $h\nu_{kn} = E_k - E_n$; $\nu = c/\lambda$.

9. Для определения радиуса орбиты, скорости орбитального движения электрона атома водорода запишите уравнение второго закона Ньютона, считая, что центростремительное ускорение электрону на орбите сообщает сила Кулона.

Примеры решения задач

Задача 1. Вычислить для атома водорода радиус первой боровской орбиты и период обращения электрона по этой орбите.

Решение .Радиус боровской орбиты r_n и скорость υ_n электрона на ней связаны соотношением (1.1). Чтобы иметь еще одно уравнение, связывающее эти величины, запишем второй закон Ньютона для электрона, который движется под действием кулоновской силы притяжения к ядру по круговой орбите.

$$\begin{cases} \dfrac{m\upsilon_n^2}{r_n} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r_n^2} \\ m\upsilon_n r_n = n\dfrac{h}{2\pi} \end{cases}$$

Решая систему этих уравнений, получим

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2}, \quad \upsilon_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h n} \quad (1.7)$$

Полагаем n=1 (первая орбита)

$$r_1 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}62^2 \cdot 10^{-68}}{3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6^2 \cdot 10^{-38}} = 5{,}3 \cdot 10^{-11} \text{ (м)}$$

Период обращения электрона по n-ой орбите равен

$$T = \frac{2\pi r_n}{\upsilon_n} \quad (1.8)$$

Скорость электрона, движущегося по первой орбите, определим из соотношения (1.7), подставив n=1.

$$\upsilon_1 = \frac{1{,}6^2 \cdot 10^{-38}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}} = 2{,}2 \cdot 10^6 \text{ (м/с).}$$

Подставляем полученные соотношения для r_1 и υ_1 в (1.8)

$$T = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-11}}{2{,}2 \cdot 10^6} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-16} \text{ (с).}$$

Ответ: $r_1=5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м, $T=1{,}5 \cdot 10^{-16}$ с.

Задача 2. Первоначально покоящийся атом водорода испускает фотон с частотой 10^{15} Гц. Определить изменение полной энергии атома.

Решение.

Испустив фотон, атом приобрел скорость, которую можно определить, применяя к системе «фотон-атом» закон сохранения импульса. Первоначальный импульс системы равен нулю. После испускания фотона (импульс фотона $\frac{h\nu}{c}$) атом приобрел импульс $m\upsilon$.

$0=\frac{h\nu}{c}-m\upsilon, \quad \upsilon=\frac{h\nu}{mc}$. m=1,67·10^{-27}кг – масса атома водорода. Если энергия атома до испускания фотона E_0, а после испускания E, то по закону сохранения энергии

$$E_0=E+h\nu+\frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Изменение энергии атома $\Delta E=E_0-E$.

$$\Delta E=h\nu+\frac{m\upsilon^2}{2}=h\nu+\frac{m(h\nu)^2}{2m^2c^2}=h\nu\left[1+\frac{h\nu}{2mc^2}\right]$$

$$\Delta E=6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 10^{15}\left[1+\frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 10^{15}}{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}\right]\approx 6{,}62\cdot 10^{-19}$$ (Дж) = 4,14 эВ.

Ответ: ΔE = 4,14 эВ.

<u>Задача 3.</u> Свет от водородной лампы падает на дифракционную решетку с периодом 2,05 мкм. Под углом 30° зарегистрирована некоторая линия десятого порядка. Определить, какому переходу электрона в атоме водорода соответствует эта линия.

Решение.

Условием главного максимума при дифракции решетки является соотношение $d\cdot\sin\varphi=k\lambda$, из которого следует, что длина волны, излучаемой атомом водорода линии равна

$$\lambda=\frac{d\cdot\sin\varphi}{k}; \quad \lambda=\frac{2{,}05\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}5}{10}=0{,}1025$$ (мкм)=102,5 нм.

Найденная длина волны свидетельствует о том, что эта линия наблюдается в ультрафиолетовой области спектра. Применим сериальную формулу для этой области спектра $\frac{1}{\lambda}=R\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$, откуда можно определить n – номер уровня, с которого перешел

электрон $\frac{1}{n^2}=1-\frac{1}{\lambda R};\quad \frac{1}{n^2}=1-\frac{1}{102{,}5\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}097\cdot 10^{7}}=0{,}11.\quad n=\sqrt{\frac{1}{0{,}11}}=3.$

Ответ: электрон перешел с третьего уровня на первый.

Задача 4. Фотон первой линии серии Лаймана иона гелия (He^{+}) поглощается атомом водорода, находящемся в основном состоянии и ионизирует его. Определить кинетическую энергию, которую получил электрон при ионизации.

Решение.

Из закона сохранения энергии следует, что энергия фотона, испускаемого ионом гелия, расходуется на работу ионизации атома водорода и на сообщение кинетической энергии оторвавшемуся от атома H электрону.

$$(h\nu)_{\text{He}}=A_{\text{ион}}+\frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Энергия, необходимая для ионизации атома водорода равна hcR=13,6 эВ.

Для определения энергии фотона гелия He^{+}используем сериальную формулу для водородоподобных ионов (1.4), гдеZ=2 для гелия, аn=2 для первой линии спектра Лаймана

$$(h\nu)_{\text{He}}=2^2\cdot hcR\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=4hcR\cdot\frac{3}{4}$$

$(h\nu)_{\text{He}}=3hcR.$

Закон сохранения перепишем в виде

$$3hcR=hcR+\frac{m\upsilon^2}{2},$$

откуда $\frac{m\upsilon^2}{2}=2hcR=27{,}2$ эВ.

Ответ: E_k=27,2 эВ.

Задача 5. Антикатод рентгеновской трубки покрыт молибденом (Z=42). Определить минимальную разность потенциалов, которую надо приложить к трубке, чтобы в спектре рентгеновского излучения появились линии *K*-серии молибдена.

Решение.

K-серия возникает при переходе электронов на самый глубокий слой *K* (n=1) с менее глубоких электронных слоев *L* (n=2), *M* (n=3) и т.д. Но, чтобы любой из этих переходов стал возможным, необходимо появление вакантного места в *K* -слое.

Для этого один из двух электронов *K* –слоя должен быть вырван из атома (или переведен на внешний, не заполненный электронами слой), т.к. слои *L, M* и т.д. целиком заполнены электронами.

Минимальную энергию, необходимую для удаления электрона *K* –слоя из атома, можно оценить, используя закон Мозли (1.5). Действительно, квант энергии характеристических рентгеновских лучей равен

$$h\nu = hcR(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right).$$

Положив n=1 и $m=\infty$ и учитывая, что для *K* –серии σ=1, получим

$h\nu=hcR(Z-1)^2$.

Очевидно, что такую же энергию должен поглотить атом при обратном процессе – вырывании электрона из *K* –слоя, что необходимо для появления линий *K* –серии. Эту энергию атом молибдена получает в результате удара об антикатод электрона, обладающего энергией $\frac{m\upsilon^2}{2} = eU$.

Разность потенциалов U будет минимальной, когда вся энергия электрона поглощается атомом, т.е.

$h\nu=eU$; $hcR(Z-1)^2=eU_{\min}$,

откуда $U_{\min} = \frac{hcR(Z-1)^2}{e}$; hcR=13,6 эВ;

$$U_{\min} = \frac{13{,}6\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(42-1)^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = 22862 \text{ (В)} \approx 23 \text{ кВ}.$$

Ответ: $U_{\min}\approx$23 кВ.

<u>Задача 6.</u> Найти численное значение кинетической, потенциальной и полной энергии электрона на первой боровской орбите.

Решение.

Воспользовавшись, как и в предыдущей задаче, условием квантования момента импульса электрона $v1=h/(2\pi mr1)$, для кинетической энергии электрона получаем следующее выражение:

$= \underline{mv2\ } = \underline{(h\ /\ 2\pi)2}$

$Ek21\ 2mr12$.

Подставив в эту формулу численные значения для $h,\ m$ и $r1$, находим: Ek=2 10−18 Дж.

Потенциальную энергию найдем по формуле:

$Ep = -\ 1\ e2\ .\ 4\pi\varepsilon 0r1$

Подставляя сюда численные значения, находим: Ep=−4 10−18Дж. Полная механическая энергия движения электрона на первой боровской орбите равна сумме его кинетической и потенциальной энергий: E=Ep+Ek=−2 10−18 Дж.

Ответ: Ek=2 10−18 Дж,Ep=−4 10−18 Дж,E=−2 10−18 Дж.

<u>Задача 7.</u> Найти численное значение кинетической, потенциальной и полной энергии электрона на первой боровской орбите.

Решение.

Воспользовавшись, как и в предыдущей задаче, условием квантования момента импульса электрона $v1=h/(2\pi mr1)$, для кинетической энергии электрона получаем следующее выражение:

$= \underline{mv2\ } = \underline{(h\ /\ 2\pi)2}$

$Ek21\ 2mr12$.

Подставив в эту формулу численные значения для $h,\ m$ и $r1$, находим: Ek=2 10−18 Дж.

Потенциальную энергию найдем по формуле:

$Ep = -\ 1\ e2\ .\ 4\pi\varepsilon 0r1$

Подставляя сюда численные значения, находим: Ep=−4 10−18Дж. Полная механическая энергия движения электрона на первой боровской орбите равна сумме его кинетической и потенциальной энергий: $E=E_p+E_k=-2\ 10^{-18}$ Дж.

Ответ: $E_k=2\ 10^{-18}$ Дж, $E_p=-4\ 10^{-18}$ Дж, $E=-2\ 10^{-18}$ Дж.

<u>Задача 7.</u> Электрон движется со скоростью $v=200$ Мм/с. Определить длину волны де Бройля λ, учитывая изменение массы электрона в зависимости от скорости.

Решение.

Воспользуемся релятивистским выражением для импульса электрона, поскольку скорость электрона имеет тот же порядок величины, что и скорость света. Тогда для длины волны де Бройля получим следующее выражение:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h\sqrt{1-(v/c)^2}}{m_0 v},$$

где h - постоянная Планка, m_0 - масса покоя электрона, c – скорость света. Подставляя в это выражение численные значения констант и скорости электрона, получаем для волны де Бройля значение $\lambda=2.7\,10^{-12}$ м.

Ответ: $\lambda=2.7\ 10^{-12}$ м.

Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 1.</u> Определить энергию фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона со второй боровской орбиты на первую. (Ответ: $E=10$ эВ.)

<u>Задача 2.</u> Определить наибольшую E_{max} и наименьшую E_{min} энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода
(серии Лаймана). (Ответ: $E_{max}=13.6$ эВ, $E_{min}=10.2$ эВ.)

<u>Задача 3.</u> Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны λ=121.5 нм. Определить радиус *r* электронной орбиты возбужденного атома водорода. (Ответ: *r*=212 пм.)

<u>Задача 4.</u> Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.
(Ответ: λmax=0.656 мкм, λmin=0.365 мкм.)

<u>Задача 5.</u> В каких пределах должны лежать длины волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атома водорода квантами света радиус орбиты электрона увеличился в
9 раз? (Ответ: 96.6 нм ≤λ≤ 102.2 нм.)

<u>Задача 6.</u> Какую наименьшую энергию надо сообщить иону He+, находящемуся в основном состоянии, чтобы он смог испустить фотон, соответствующий головной линии серии Бальмера? (Ответ: *E*=48.3 эВ.)

<u>Задача 7</u>. Найти для водородоподобного иона радиус *n*-ой боровской орбиты и скорость электрона на ней. Вычислить эти
величины для первой боровской орбиты иона He+. (Ответ: *r*1=26.5
пм, *v*1=4.4 106 м/с.)

<u>Задача 8.</u> Какую ускоряющую разность потенциалов *U* должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройляλ была равна 0.1нм? (Ответ: *U*=150 В.)

<u>Задача 9.</u> Во сколько раз дебройлевская длина волны λ частицы меньше неопределенности *x* её координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%? (Ответ: *x*/λ=16.)

<u>Задача10.</u>Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность *p*/*p* импульса этой частицы. (Ответ: *p*/*p* =16%.)