

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

УТВЕРЖДЕНО
Директор института
машиностроения
и автомобильного
транспорта Е.И. А.И.
« 30 » _____ 2021 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Высшая математика»

направление подготовки / специальность

27.03.02 «Управление качеством»

направленность (профиль) подготовки

«Управление качеством»

г. Владимир

2021

ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» являются :

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

Задачи:

1. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
2. Научиться пользоваться математическими методами в решении прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательной части учебного плана.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК - 1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов естественных наук и математики	ОПК-1.1. Знает основные законы, положения и методы фундаментальных наук, математический аппарат для описания и анализа физических, химических и измерительных процессов, основы электротехники и электроники, основы экологии, процессы контроля и управления качеством продукции (услуг), сырья и материалов, основы информационного обеспечения в области качества ОПК-1.2. Умеет использовать на практике основные законы, положения и методы фундаментальных наук, математический аппарат для описания и анализа физических, химических и измерительных процессов, основы электротехники и электроники, основы экологии, процессы контроля и управления качеством продукции (услуг), сырья и материалов, основы информационного обеспечения в области качества ОПК-1.3. Владеет законами и методами фундаментальных наук, математическим	знает: основные понятия и положения разделов высшей математики, которые будут использоваться в профессиональной деятельности ; умеет: выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий математический аппарат ; владеет: способностью выполнять численные и экспериментальные исследования, проводить обработку и анализ результатов .	Типовой расчет

	<p>аппаратом для описания и анализа физических, химических и измерительных процессов, основными положениями электротехники и электроники, основными положениями экологической безопасности, процессами контроля и управления качеством продукции (услуг), сырья и материалов, информационными технологиями в области качества</p>		
<p>ОПК - 2. Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)</p>	<p>ОПК-2.1. Знает профильные разделы математических и естественно-научных дисциплин. ОПК-2.2. Умеет формулировать задачи в области контроля и управления качеством продукции (услуг) ОПК-2.3. Владеет навыками грамотно и аргументировано формировать собственные суждения и оценки на основе знаний по профильным разделам математических и естественно-научных дисциплин</p>	<p>знает: основные понятия и положения разделов высшей математики, которые будут использоваться в профессиональной деятельности ; умеет: выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий математический аппарат ; владеет: способностью выполнять численные и экспериментальные исследования, проводить обработку и анализ результатов .</p>	<p>Типовой расчет</p>

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часов

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической работы		
1	Линейная алгебра	1	1-4	8	8		4	10	Рейтинг-контроль 1
2	Векторная алгебра	1	5-7	6	6		3	7	
3	Аналитическая геометрия	1	8-11	8	8		4	10	Рейтинг-контроль 2
4	Введение в математический анализ	1	12-14	6	6		3	7	
5.	Дифференциальное исчисление	1	15-18	8	8		4	11	Рейтинг-контроль 3
Всего за 1-й семестр:				36	36		18	45	Экзамен (27)
6	Приложения производной	2	1-5	10	10		5		Рейтинг-контроль 1
7	Интегральное исчисление	2	6-9	8	8		4		
8	Приложения интеграла	2	10-13	8	8		4		Рейтинг-контроль 2
9	Функции многих переменных	2	14-16	6	6		3		
10	Приложения частных производных	2	17-18	4	4		2		Рейтинг-контроль 3
Всего за 2-й семестр:				36	36		18	36	Экзамен (36)
Итого по дисциплине				72	72		36	81	Экзамены (63)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

1 семестр

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1 Определители, их свойства и вычисление.

Содержание темы. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.

Тема 2 Системы линейных уравнений.

Содержание темы. Однородные системы. Методы Гаусса и Крамера. Применение компьютерных технологий (программа « Solver ») в алгебре.

Раздел 2. Векторная алгебра.

Тема 1 Векторы и действия над ними.

Содержание темы. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе.

Тема 2 Системы координат на плоскости и в пространстве.

Содержание темы. Радиус-вектор и направляющие косинусы. Скалярное, векторное и смешанное произведение.

Раздел 3. Аналитическая геометрия.

Тема 1 Декартовы координаты.

Содержание темы. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые.

Тема 2 Прямая на плоскости, различные способы ее задания.

Содержание темы. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 3 Плоскость и прямая в пространстве.

Содержание темы. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве, ее уравнения. Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

Раздел 4. Введение в анализ.

Тема 1 Действительные числа.

Содержание темы. Множества и логическая символика. Понятие о функции и графике. Элементарные функции. Обратная функция.

Тема 2 Последовательности и их пределы.

Содержание темы. Число «е». Натуральные логарифмы и их свойства. Предел функции, основные теоремы о пределах.

Тема 3 Замечательные пределы и следствия из них.

Содержание темы. Понятие о бесконечно малых и бесконечно больших величинах. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

Тема 1 Понятие производной.

Содержание темы. Правила дифференцирования. «Табличные» производные.

Тема 2 Дифференцирование композиции функций, обратной функции.

Содержание темы. Неявные и параметрически заданные функции. Высшие производные. Теоремы Ферма, Лагранжа и Коши.

2 семестр.

Раздел 6. Приложения производной.

Тема 1 Исследование функций с помощью производных.

Содержание темы. Асимптоты графика функции.

Тема 2 Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Тема 3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны.

Тема 4. Физико - механические приложения производной.

Содержание темы. Задачи оптимизации. Правило Лопиталья.

Раздел 7. Интегральное исчисление.

Тема 1 Понятие первообразной и неопределенного интеграла.

Содержание темы. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов.

Тема 2. Основные методы интегрирования.

Тема 3. Термин «неберущийся» интегралах.

Содержание темы. Теорема Коши о существовании первообразной.

Тема 4. Определенный интеграла и формула Ньютона-Лейбница.

Содержание темы. Свойства определенного интеграла, его геометрический смысл. Интегральные неравенства и оценки. Несобственные интегралы.

Раздел 8. Приложения определенного интеграла.

Тема 1 Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах.

Тема 2 Расчет длин линий (в различных системах координат).

Тема 3 Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения.

Тема 4 Решение задач механики и физики.

Раздел 9. Функции, зависящие от нескольких переменных.

Тема 1 Общие понятия и терминология.

Содержание темы. Топология, пределы и непрерывность. Поверхности в R^3 .

Тема 2 Частные производные.

Содержание темы. Высшие производные, теорема Шварца.

Тема 3. Скалярное поле.

Содержание темы. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

Раздел 10. Приложения частных производных.

Тема 1 Полный дифференциал и приближенные вычисления.

Содержание темы. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных).

Тема 2 Исследование функции в замкнутой ограниченной области.

Содержание темы. Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

Содержание практических занятий по дисциплине

1 семестр

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1 Определители, их свойства и вычисление.

Содержание темы. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.

Тема 2 Системы линейных уравнений.

Содержание темы. Однородные системы. Методы Гаусса и Крамера. Применение компьютерных технологий (программа « Solver ») в алгебре.

Раздел 2. Векторная алгебра.

Тема 1 Векторы и действия над ними.

Содержание темы. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе.

Тема 2 Системы координат на плоскости и в пространстве.

Содержание темы. Радиус-вектор и направляющие косинусы. Скалярное, векторное и смешанное произведение.

Раздел 3. Аналитическая геометрия.

Тема 1 Декартовы координаты.

Содержание темы. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые.

Тема 2 Прямая на плоскости, различные способы ее задания.

Содержание темы. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 3 Плоскость и прямая в пространстве.

Содержание темы. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве, ее уравнения. Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

Раздел 4. Введение в анализ.

Тема 1 Действительные числа.

Содержание темы. Множества и логическая символика. Понятие о функции и графике. Элементарные функции. Обратная функция.

Тема 2 Последовательности и их пределы.

Содержание темы. Число «e». Натуральные логарифмы и их свойства. Предел функции, основные теоремы о пределах.

Тема 3 Замечательные пределы и следствия из них.

Содержание темы. Понятие о бесконечно малых и бесконечно больших величинах. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

Тема 1 Понятие производной.

Содержание темы. Правила дифференцирования. «Табличные» производные.

Тема 2 Дифференцирование композиции функций, обратной функции.

Содержание темы. Неявные и параметрически заданные функции. Высшие производные. Теоремы Ферма, Лагранжа и Коши.

2 семестр.

Раздел 6. Приложения производной.

Тема 1 Исследование функций с помощью производных.

Содержание темы. Асимптоты графика функции.

Тема 2 Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Тема 3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны.

Тема 4. Физико - механические приложения производной.

Содержание темы. Задачи оптимизации. Правило Лопиталья.

Раздел 7. Интегральное исчисление.

Тема 1 Понятие первообразной и неопределенного интеграла.

Содержание темы. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов.

Тема 2. Основные методы интегрирования.

Тема 3. Термин «неберущийся» интегралах.

Содержание темы. Теорема Коши о существовании первообразной.

Тема 4. Определенный интеграла и формула Ньютона-Лейбница.

Содержание темы. Свойства определенного интеграла, его геометрический смысл. Интегральные неравенства и оценки. Несобственные интегралы.

Раздел 8. Приложения определенного интеграла.

Тема 1 Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах.

Тема 2 Расчет длин линий (в различных системах координат).

Тема 3 Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения.

Тема 4 Решение задач механики и физики.

Раздел 9. Функции, зависящие от нескольких переменных.

Тема 1 Общие понятия и терминология.

Содержание темы. Топология, пределы и непрерывность. Поверхности в \mathbb{R}^3 .

Тема 2 Частные производные.

Содержание темы. Высшие производные, теорема Шварца.

Тема 3. Скалярное поле.

Содержание темы. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

Раздел 10. Приложения частных производных.

Тема 1 Полный дифференциал и приближенные вычисления.

Содержание темы. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных).

Тема 2 Исследование функции в замкнутой ограниченной области.

Содержание темы. Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости (рейтинг – контроль 1, рейтинг – контроль 2, рейтинг – контроль 3).

1 семестр

Рейтинг – контроль № 1. « Определители и матрицы. Решение линейных систем ».

1. Решить систему уравнений (три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный).

Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{array}{lll} -x + y + 2z = 10, & 5x + y + 4z = 3, & 5x + 3y - z = 0, \\ \text{а) } x - 4y + 3z = -10, & \text{б) } 11x + 5y + 2z = 19, & \text{в) } x + 4y + 3z = 0, \\ 3x - 3y + 4z = 0. & 3x + 2y - z = 8. & 11x + 3y + z = 0. \end{array}$$

2. Вычислить определитель (два способа – разложением по строке - столбцу или по правилу Саррюса !) :

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} ; \quad A = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 11 & 10 & 1 \end{vmatrix} .$$

Рейтинг – контроль № 2. «Векторы и геометрия ».

1. Дана информация о векторах : $|a| = 1$, $|b| = 2$, $(a \wedge b) = 30^\circ$.

Используя ее, средствами векторного исчисления найти : площадь треугольника, построенного на векторах $c = (a + 3b)$ и $d = (2a - b)$, а также величину угла между

c и d . Сделать соответствующий чертеж.

2. Дано : $|c| = |3a - 2b| = 4$, $|d| = |-5a + 6b| = 5$, $(c \wedge d) = 2\pi/3$. Найти величину проекции вектора a на вектор b . Сделать схематический рисунок.

3. При каком значении параметра t векторы $a = -i + j + tk$, $b = (t + 1)i - 2j + k$, $c = 2ti - j - 3k$ а) будут компланарны ? б) образуют тетраэдр объемом 10 куб.

ед.?

4. Даны три вершины трапеции : $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$, $C(2, 5)$. Найти координаты ее четвертой вершины D и длину средней линии, если известно , что $|AB| = 3|CD|$ и $AB \parallel CD$. Сделать подтверждающий чертеж.

5. Даны вершины треугольника : $A(7; 2)$, $B(1; 9)$, $C(-8; -11)$. Рассчитать:

а) площадь, углы и периметр Δ - ка ABC ;

б) координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной

окруж-ти;

в) координаты точки K – пересечения медианы AE с биссектрисой BD ;

г) длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;

д) координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;

е) уравнение окружности, описанной вокруг треугольника . Сделать рисунок.

6. Даны координаты точек : $A(0, 4, 3)$, $B(4, 8, 1)$, $C(2, 15, -7)$, $D(0, 6, 4)$.

Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать :

а) объем пирамиды и площадь полной поверхности ;

б) длину высоты пирамиды DE и координаты ее основания – точки E ;

г) величину угла (\approx в градусах) между ребром CD и гранью ACD ;

д) величину проекции ребра AD на линию BC ;

е) координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки ABCD.

Дать схематический чертеж.

Рейтинг – контроль № 3. «Пределы и техника дифференцирования».

1. Исследовать числовую последовательность $\{a_n\}$, заданную формулой:

- а) $a_n = (23 - 4n) / (7n - 14)$; б) $a_n = (2)^n (6n - n^2 - 5)$; в) $a_n = n^2 / (2)^{n-1}$;
г) $a_n = 2n + (512 / n^2)$.

2. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной!)

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x (\sqrt{5 + 8x^3} - 2x)$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1) / (2x^4 + 3x + 1)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x}) / \cos(\pi x / 2)$;

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x)) / (\pi - x)^2$; е) $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$;

3. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента:

а) $y = (5x - 6) / (\sqrt{x^3 + 5x - 6})$; б) $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$; в) $\ln[\sin(x/2)]^4$;

г) $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)} / (1 - 8x^3))]$; д) $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$;

е) проверить, удовлетворяет ли функция $y = (\sin x) / x$ уравнению: $y + x y' = \cos x + 1$.

2семестр

Рейтинг-контроль № 1. «Производная и её приложения»

1. Вычислить значение производной 1 – го порядка в заданной точке $x_0 = -1$ для функции $y(x)$, заданной неявно с помощью уравнения:

$$\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8.$$

(Значение y_0 , соответствующее данному x_0 , определить из самого уравнения).

2. Рассчитать приближенное значение величин (с помощью дифференциала функции):

а) $\sin^4(64^\circ)$; б) $\sqrt[5]{34}$; в) $\lg 13$; г) $\operatorname{arccctg}(\sqrt{0,97})$; д) $\ln(349/17)$, е) $\lg(0,08)$,

считая известными значения $\ln k$ для $k = 1, 2, \dots, 10$. (Метод – см. лекции!).

Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

3. К линии $y = x - (1/x)$ в точках ее пересечения с осью OX проведены нормали.

Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними (с рисунком).

4. Для функции $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$ определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке $-1 \leq x \leq 1$. Дать эскиз графика.

5. Для функции $y = (x^2 - 9) / (\sqrt{4x^2 - 3})$ определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.

6. Для функции $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$ рассчитать экстремумы и точки перегиба.

7. Вычислить пределы (применяя правило Лопиталья или преобразуя под него). Указать возникающие типы неопределенности.

а) $\lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7}) / (\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x})$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x) / \ln(\sin 7x))$;

в) $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}$;

Рейтинг-контроль № 2. «Интегрирование»

1. Вычислить неопределенные интегралы (найти первообразные !); указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием :

а) $\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$; б) $\int (2 - x^4)/(x^3 + 8) dx$; в) $\int 1/(5 + \sqrt{1-x}) dx$;
г) $\int (1 + 3x)/(\sqrt{2+x-x^2}) dx$; д) $\int \sin x / (\cos x - \operatorname{ctg} x) dx$; е) $\int x^3 / \sqrt{1-x^2} dx$;
ж) $\int dx / (x\sqrt{x^2+4})$; з) $\int (e^{\cos 2x} \sin 4x) dx$; и) $\int \ln^2 x / (\sqrt{x}) dx$;

2. Вычислить интегралы предыдущего раздела (см. выше), положив пределы интегрирования от 0 до 1 в пунктах а)–г); от $\pi/6$ до $\pi/2$ в п.д); от -0,5 до +0,5 в п.п.е)–ж); от 0 до $\pi/4$ в п.з); от 1 до $(e)^4$ в п.и).

3. В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

Примечание: во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого

результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений. Если в процессе решения возникает «неберущийся» интеграл – вычислить его \approx (с помощью программы AG).

4. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями :

а) $y = x^2 - 3x$, $x + y - 4 = 0$, $y = 0$.

б) $y = \sqrt{6-x^2}$, $y = \sqrt{6} - \sqrt{6-x^2}$, $x \leq 0$.

в) параболой $(y+2)^2 = -x-1$, касательной к ней в точке с ординатой $y_0 = -3$ и осью OX .

г) $xy = 1$, $y = \ln(x/7)$, $x = 1$, $x = 7$.

5. Вычислить длину дуги линии :

а) $y = (x(3-x)\sqrt{x})/3$ (между точками ее пересечения с осью OX);

б) $x(t) = t^2$, $y(t) = t(1/3 - t^2)$ (длину петли линии);

6. Рассчитать объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями : $3y = 14x - 3x^2 - 5$, $x + y = 3$, $x - y^2 = 3$.

а) вокруг оси OX ; б) вокруг оси OY .

(Вариант задачи: оценить величину площади поверхности тела вращения)

7. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями : $v_1 = 3t^2 + 2t$, $v_2 = 8t + 10$. Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них ?

8. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж ?

9. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10 м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.

10. Найти работу, которая необходима для того, чтобы :

а) вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км (радиус Земли принять 6370 км);

б) выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами : $R = 1$ м, $r = 0,5$ м, $H = 0,8$ м ; (дном является меньшее основание конуса).

Рейтинг-контроль №3 «Функции нескольких переменных» .

1. Дана функция : $f(x, y, z) = z \cdot \ln(y/x)$.
Вычислить значение величины $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$ в точке $(-1, -1, 1)$.
2. Дана функция :
 - а) $f(x, y) = (y)^x$. Найти величину $x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y$.
 - б) $f(x, y) = y/x$. Найти величину $f'_x - y \cdot f''_{yx}$.
3. Найти $f(x)$, если известно, что $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$ для любых (допустимых) x, y .
4. Даны функции : $f(x, y) = e^x \cos y$, $g(x, y) = e^x \sin y$. Доказать, что
 - а) $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$;
 - б) $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$.
5. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их (взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы C) :
 - а) $f(x, y) = \sin(x^2/y^3)$.
 - б) $f(x, y) = \operatorname{ctg}(2x - 3y + 1)$.
 - в) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$.
 - г) $f(x, y) = \arccos(y^2/4 - x^2)$.
6. Найти производную функции $f(x, y, z) = x y^2 + z^3 - x y z$ в точке $M(1, 1, 2)$ в направлении , идущем от этой точки к точке $N(-9, 5, -1)$.
7. Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = (x)^y$ в точке $(2, 2, 4)$.
8. Вычислить приближенно (с помощью «аппарата» дифференциала) значение величины . Ответ сверить с МК и оценить процент погрешности .
 - а) $(3,98)^{\sqrt[3]{8,03}}$; б) $\log_{1,98}(\cos 44^\circ)$; в) $\sqrt{2 \operatorname{ctg}^2(28^\circ) + (1,02)^5} - \log_2(8,97)$
 - г) $\operatorname{arcctg}(\sqrt{2,97/1,02})$.
9. Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности экстремальных точек.
10. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$ в области D , ограниченной линиями : $y = 4 - x^2, x = -1, 3x + 2y + 1 = 0$. Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений..

5. 2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

1 семестр

Контрольные вопросы к экзамену

1. Предмет математики. Ее возникновение и развитие. Элементарная, высшая и прикладная математика. Основные разделы математики. Великие математики древности и 17-19 веков.
2. Определители, их свойства. Расчёт определителей («крест-накрест» и правило Саррюса).
3. Понятие «минор», «алгебраическое дополнение». Вычисление определителей методом разложения.
4. Линейные уравнения и системы. Общие понятия и терминология (что означают слова : «линейное уравнение», «решение системы», «совместность», «несовместность»). Запись системы в матричной форме.
5. Метод Гаусса и его сущность. Однородные системы и их особенность.
6. Применение определителей к решению систем. Правило Крамера.
7. Матрицы и действия над ними. Определитель произведения матриц.
8. Понятие « степень матрицы ». Обратная матрица и её вычисление. Пример (для 2×2).
9. «Обратно- матричный» метод решения систем, его сущность.

10. Основные типы матричных уравнений и методы их решения. Применение к теории кодирования.
11. Векторы и простейшие действия над ними. Правила параллелограмма и «цепочки». Понятия «модуль», «нуль-вектор», «противоположный вектор» и «единичный вектор».
12. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
13. Векторное произведение векторов, его свойства и приложения. Правило «винта».
14. Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.
15. Зависимость и независимость векторов (на прямой, на плоскости и в 3-мерном пространстве). Понятие «базис» (для совокупности векторов).
16. Координаты вектора (в некотором базисе). Проекция вектора – что это? Прямоугольные базисы. Понятия «орт» и «направляющий косинус», их свойства.
17. Простейшие векторные операции в координатной форме. Линейная комбинация векторов.
18. Вывод формул скалярного и векторного произведения в координатной форме. «Таблицы умножения» для базисных векторов i, j, k .
19. Вывод формулы для смешанного произведения векторов в координатной форме.
20. Понятия «ортогональность», «коллинеарность» и «компланарность» векторов. Основные «критерии» взаимного расположения векторов (всего их три!)
21. Системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Пример.
22. Вычисление площадей плоских многоугольников (векторный метод, метод «охвата»).
23. Линии на плоскости. Расчет координат точек пересечения линии с осями координат и другими линиями. Понятие «уравнение линии» и «привязка точки».
24. Линии 1-го порядка – прямые на плоскости. Способы их задания – основные формулы.
25. Углы между прямыми на плоскости. Основные формулы и их обоснование. Взаимное расположение прямых и его связь с коэффициентами уравнений прямых.
26. Расстояние от точки до прямой. Схема расчёта на конкретном примере.
27. Вывод уравнения окружности. Линии 2-го порядка, их классификация и свойства.
28. Понятие функции. Основные определения и терминология. График функции. Элементарные функции и их графики (по материалам школьной программы!)
29. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности как явление «стабилизации» её поведения. Примеры последовательностей, не имеющих предела.
30. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Примеры.
31. Основные теоремы о пределах.
32. Основные методы вычисления пределов (по примерам практических занятий).
33. Понятие о замечательных пределах. Принцип «взаимозаменяемости» при их вычислении.
34. Непрерывность функции в точке. Разрывы и их классификация. Примеры.
35. Непрерывность на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
36. Понятие производной и ее смысл. Процесс дифференцирования и основные правила дифференцирования. Таблица производных.
37. Композиция функций («сложная» функция) и её дифференцирование. Примеры.

2 семестр

Контрольные вопросы к экзамену

1. Понятие о бесконечно малых величинах и их эквивалентности. Использование в приближённых вычислениях. Примеры. Приближённые вычисления логарифмов рациональных чисел. Примеры.
2. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
3. Возрастание и убывание функции. Связь с производной. Критические и с точки. Понятие экстремума.
4. Максимум и минимум. Необходимые и достаточные условия. Примеры.
5. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Методы их нахождения.
6. Понятие асимптоты графика. Расчёт вертикальных и наклонных асимптот.
7. Вогнутость и выпуклость графика, достаточные условия. Точки перегиба.

8. Общая схема исследования функции с построением графика.
9. Касательная и нормаль к плоской кривой. Вычисление углов между кривыми.
Гладкость и кривизна.
10. Дифференциал функции. Его свойства и применение к приближенным вычислениям.
11. Правило Лопиталя и его применение в раскрытии различных неопределённостей.
12. Понятие о пределах типа «неопределённости»: $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $(1)^\infty$, $(0)^0$, $(\infty)^0$.
Методы их раскрытия..
13. Понятие первообразной. Обозначения и терминология. Основные свойства неопределённого интеграла. Принцип «инвариантности».
14. Понятие «интегрируемости» функций. Таблица первообразных и её «проверка».
15. Метод «внесения» под знак d и преобразования под знаком дифференциала.
16. Интегралы, содержащие «квадратичность», методы их вычисления.
17. Интегрирование рациональных дробей– общая схема и терминология (правильные, неправильные дроби; целая часть и остаток; основные типы элементарных дробей).
18. Метод замены переменной (два основных типа). Примеры.
19. Интегрирование простейших иррациональностей. Примеры.
20. Метод интегрирования по частям. Понятие о «возвратном» интеграле.
21. Интегрирование тригонометрических выражений (основные способы).
22. Основные типы «тригонометрических» подстановок. Примеры.
23. Понятие определенного интеграла. Его основные свойства. Интегральные неравенства.
24. Формула Ньютона – Лейбница и её применение – примеры.
25. Особенности определённого интеграла, проявляющиеся в методах «по частям» и замене переменной.
26. Связь определённого интеграла с вычислением площади. Примеры.
27. Функции многих переменных. Область определения, график, линии и поверхности уровня.
28. Понятие предела и непрерывности функции. Основные теоремы и примеры.
29. Частные производные – определение, смысл и примеры.
30. Производная по направлению и градиент функции.
31. Производные высших порядков. Теорема Шварца.(в качестве примера рассмотреть производные 3-го порядка для $f(x, y)$ и 2-го порядка для $f(x, y, z)$).
32. Дифференциал функции и его приложения. Примеры.
33. Экстремумы функции (нескольких переменных) – основные понятия и термины.
Необходимые и достаточные условия экстремума. Стационарные точки.
34. Исследование функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

1 семестр.

Типовой расчет № 1 «Линейная алгебра»

1. Решить систему уравнений (три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный).
Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

1. Вычислить определитель матрицы (два способа – разложением по строке - столбцу

или правилом Саррюса) :
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение (или неравенство) – т.е. найти все подходящие значения x :

$$\text{а) } \begin{pmatrix} |3-2x| & x^2 \\ -2 & x-10 \end{pmatrix} \leq 0; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 4-x^2 & 1 & -5 \\ -3 & |x-1| & -1 \\ 3 & -2 & 2x \end{pmatrix} = 0.$$

4. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases}$$

Типовой расчет № 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника: $A(7,2)$, $B(1,9)$, $C(-8, -11)$. Вычислить:

Даны вершины треугольника : $A(7; 2)$, $B(1; 9)$, $C(-8; -11)$. Рассчитать:

- площадь, углы и периметр Δ - ка ABC ;
 - координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной окружности;
 - координаты точки K – пересечения медианы AE с биссектрисой BD ;
 - длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;
 - координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;
 - уравнение окружности, описанной вокруг треугольника. Сделать подтверждающий рисунок. (в системе координат XOY).
2. Даны точки $A(0,4,3)$, $B(4,8,1)$, $C(2,15,-7)$, $D(0,6,4)$.

Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:

- объем пирамиды и площадь полной поверхности;
 - длину высоты пирамиды AE и координаты ее основания – точки E .
 - величину угла (\approx в градусах) между ребром CD и гранью ACD ;
 - величину проекции ребра AD на линию BC ;
 - координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки ABCD.
- Дать схематический чертёж.

3. Дана информация о векторах: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Найти

площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$ и $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$, а также величину угла между векторами \vec{c} и \vec{d} . Сделать соответствующий чертеж.

4. Найти координаты вектора \vec{b} , компланарного с векторами \vec{i}, \vec{j} , перпендикулярного вектору $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$ и имеющего длину $2|\vec{a}|$.

1. Найти координаты вектора \vec{p} , коллинеарного вектору $\vec{q} = \{2, 2, -1\}$ имеющего длину, равную 3 и образующего тупой угол с вектором \vec{k} .

6. Найти координаты единичного вектора \vec{a} , перпендикулярного векторам $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$ и $\vec{c} = \{1, 3, -1\}$ и образующего острый угол с базисным вектором \vec{j} .

7. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду; установить тип кривой; указать её характеристики; построить чертёж:

а) $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$; б) $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$; в) $x^2 + 2x + 5 = 0$.

Типовой расчет № 3 «Введение в математический анализ»

1. Последовательность $\{a_n\}$ задана с помощью формулы: $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$.

- вычислить пять первых элементов этой последовательности;
- исследовать $\{a_n\}$ на монотонность;

- в) найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ последовательности;
- г) определить, начиная с какого номера N модуль отклонения элементов последовательности от величины A не превысит $0,01$;
- д) изобразить поведение $\{a_n\}$ графически и указать наименьший и наибольший из элементов a_n (если таковые существуют).
2. Дана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют ; 2) установить скачок функции в точке разрыва ; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 0; \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2; \\ x - \pi/2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

3. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной !)

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x (\sqrt{5 + 8x^3} - 2x)$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1) / (2x^4 + 3x + 1)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x}) / \cos(\pi x/2)$;

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x)) / (\pi - x)^2$; е) $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$;

4. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента :

а) $y = (5x - 6) / (\sqrt{x^3 + 5x - 6})$; б) $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$; в) $\ln[\sin(x/2)]^4$;

г) $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)/(1 - 8x^3)})]$; д) $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$.

- е) проверить, удовлетворяет ли функция $y = (\sin x) / x$ уравнению : $y + x y' = \cos x + 1$.
2 семестр.

Типовой расчет № 1 «Приложения производной»

1. Вычислить значение производной 1-го порядка в заданной точке $x_0 = -1$ для функции $y(x)$, заданной неявно с помощью уравнения :
 $\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8$.

(Значение y_0 , соответствующее данному x_0 , определить из самого уравнения).

2. Рассчитать приближенное значение величин (с помощью дифференциала функции):

а) $\sqrt[5]{34}$; в) $\lg 13$; б) $\operatorname{arcctg}(\sqrt[5]{0,97})$; в) $\ln(349/17)$, г) $\lg(0,08)$,

считая известными значения $\ln k$ для $k = 1, 2, \dots, 10$. (Метод – см. лекции !).

Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

3. К линии $y = x - (1/x)$ в точках ее пересечения с осью OX проведены нормали.

Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними (с рисунком).

4. Для функции $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$ определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке $-1 \leq x \leq 1$. Дать эскиз графика.

5. Для функции $y = (x^2 - 9) / (\sqrt{4x^2 - 3})$ определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.

6. Для функции $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$ рассчитать экстремумы и точки перегиба.

7. Составить уравнения касательной и нормали к линии $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$, заданной параметрически, в точке, соответствующей значению $t_0 = 0$.

8. Вычислить пределы (применяя правило Лопиталя или преобразуя под него). Указать

возникающие типы неопределенности.

- а) $\lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7}) / (\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x})$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x) / \ln(\sin(7x)))$;
 в) $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}$.

9. В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

Типовой расчет № 2 «Приложения определённого интеграла»

Примечание: во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений. Если в процессе решения возникает «неберущийся» интеграл – вычислить его \approx (программа AG).

1. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями :

- а) $y = x^2 - 3x$, $x + y - 4 = 0$, $y = 0$.
 б) $y = \sqrt{6 - x^2}$, $y = \sqrt{6} - \sqrt{6 - x^2}$, $x \leq 0$.
 в) параболой $(y + 2)^2 = -x - 1$, касательной к ней в точке с ординатой $y_0 = -3$ и осью OX .
 г) $xy = 1$, $y = \ln(x/7)$, $x = 1$, $x = 7$.

2. Вычислить длину дуги линии :

- а) $y = (x(3-x)\sqrt{x})/3$ (между точками ее пересечения с осью OX) ;
 б) $x(t) = t^2$, $y(t) = t(1/3 - t^2)$ (длину петли линии).

3. Рассчитать объем тела(или площадь поверхности), полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями : $3y = 14x - 3x^2 - 5$, $x + y = 3$, $x - y^2 = 3$.

а) вокруг оси OX ; б) вокруг оси OY .

4. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями : $v_1 = 3t^2 + 2t$, $v_2 = 8t + 10$. Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них ?

5. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж ?

6. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.

7. Найти работу, которая необходима для того, чтобы :

а) вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км (радиус Земли принять 6370 км) ;

б) выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами : $R = 1$ м, $r = 0,5$ м, $H = 0,8$ м ; (дном является меньшее основание конуса).

Типовой расчет № 3 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дана функция $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{y}{x}$. Вычислить значение величины

$$x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz} \text{ в точке } (-1, -1, 1).$$

2. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:

$$\text{а) } (2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02} ; \quad \text{б) } \log_{1,98} \cos 44^\circ ; \quad \text{в) } \sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \operatorname{arctg} 0,03}.$$

3. Дана функция : а) $f(x, y) = (y)^x$. Найти величину

$$x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y.$$

б) $f(x, y) = y/x$. Найти величину $f'_x - y \cdot f''_{yx}$.

4. Найти $f(x)$, если известно, что $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$ для любых (допустимых) x, y .

5. Даны функции : $f(x, y) = e^x \cos y$, $g(x, y) = e^x \sin y$. Доказать, что

а) $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$;

б) $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$.

6. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их

(взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы C) :

а) $f(x, y) = \operatorname{ctg}(2x - 3y + 1)$; б) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$; в) $f(x, y) = \arcsin(x^3/y^2)$.

7. Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = (x)^y$ в точке $(2, 2, 4)$.

8. Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности экстремальных точек.

9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$ в области D , ограниченной линиями : $y = 4 - x^2$, $x = -1$, $3x + 2y + 1 = 0$.

Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений

10. Рассчитать условные экстремумы функции $f(x, y) = x + 4y + 8$ при условии : $2x^2 + 3y^2 = 5$ (методы редукции и Лагранжа). Дать иллюстрацию.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Игнаточкина Л.А., Алгебра для геометрии [Электронный ресурс]: Учебное пособие. / Игнаточкина Л.А., Никифорова А.В. - М. : Прометей, 2017. - 44 с. - ISBN 978-5-906879-92-9	2017	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906879929.html
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1	2015	http://znanium.com/catalog/product/476097
Дополнительная литература		
1. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / Шершнев В.Г. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 168 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Обложка. КБС) ISBN 978-5-16-005479-7	2017	http://znanium.com/catalog/product/558491
2. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортаковский А.С., Пантелеев А.В., - 3-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010586-4	2015	http://znanium.com/catalog/product/494895
3. Антонов В.И., Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015. - 144 с. - ISBN 978-5-392-16893-4	2015	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html

6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического/лабораторного, групповых и индивидуальных консультаций, а также помещения для СРС, оснащённые мультимедиа оборудованием, компьютерные классы с доступом в Internet. Практические работы проводятся в лабораториях 310-2 и 332-2.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel.
2. MatLab.
3. Acrobat Reader.
4. СПС «Консультант Плюс» (инсталлированный ресурс ВлГУ).

Рабочую программу составил:
к.ф.-м.н., доцент кафедры ФАиП

 (Левизов С.В.)

Рецензент (представитель работодателя):
заместитель директора по развитию ООО «Баланс»

 (Кожин А.В.)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП
Протокол № 1 от 30.08.2021 года

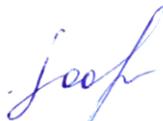
Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент

 (Бурков В.Д.)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической
комиссии направления 27.03.02 «Управление качеством»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой УКТР

 (Орлов Ю.А.)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2022/2023 учебный год
Протокол заседания кафедры № 11 от 30.08.2022 года
Заведующий кафедрой УКТР [подпись]

Ю.А. Орлов

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____