


Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по учебно-методической работе

  
\_\_\_\_\_ А.А.Панфилов  
« 14 » \_\_\_\_\_ 04 \_\_\_\_\_ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ»**

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных сетей

Профиль/программа подготовки \_\_\_\_\_

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очно-заочная, ускоренная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
5	2/72	18	-	18	36	Зачет
Итого	2/72	18	-	18	36	Зачет

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория игр и исследование операций» являются обучение студентов применяемым в исследовании операций методологии решения задач и математическому аппарату.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общекультурные компетенции:

- 1) Способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2);
- 2) Готовностью к разработке моделирующих алгоритмов и реализации их на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования (ПК-3);

Задачи дисциплины:

- Овладение навыками по постановке задач в области исследования операций.
- Изучение принципов работы с математическими моделями и анализа результатов расчетов.
- Формирование навыков работы с моделями и методами выбора оптимальных решений с использованием теории игр, моделей управления запасами, моделей сетевого планирования и управления.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору, вариативной части ОПОП направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных сетей. Изучение дисциплины проходит в 5 семестре, предполагает наличие у студентов навыков программирования, которые могут быть получены в рамках дисциплин «Алгоритмы и анализ сложности», «Языки и методы программирования».

Знания, полученные в рамках изучения данной дисциплины, могут быть применены для написания выпускной квалификационной работы.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

ПК-3

Знать: моделирующие алгоритмы, языки программирования, пакеты прикладных программ

Уметь: разрабатывать моделирующие алгоритмы, используя языки программирования, пакеты прикладных программ

Владеть: языками программирования, пакетами прикладных программ

ОПК -2

- 1) Способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2);

Знать: математические основы информатики

Уметь: применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики

Владеть: математическими основами информатики

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 часов.

№ п/п	Раздел (тема)	Семестр Неделя семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Объем учебной работы, с применением интерактивных	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям)
-------	---------------	------------------------------	--	---	---

	дисциплины			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР	методов (в часах / %)	семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1	Основные понятия задач исследования операций	5	1-4	4		3		9		2/50	рейтинг-контроль №1
2	Линейное программирование	5	5-7	5		4		9		3/60	
3	Динамическое программирование	5	8-10	4		5		9		2/50	рейтинг-контроль №2
4	Основы теории игр	5	11-18	5		6		9		3/60	рейтинг-контроль №3
Всего		5	18	18		18		36		10/55	Зачет

#### Темы лекций

1. Основные понятия теории игр и исследования операций. Транспортная задача. Задача курьера. Понятие ЗЛП. Контролируемые и неконтролируемые факторы. Критерий эффективности. Целевая функция.
2. Виды и характеристика ЗЛП. КЗЛП. Принцип гарантированного результата. Общая задача линейного программирования. Основная задача линейного программирования. Приведение общей и основной задачи линейного программирования к канонической. Геометрический метод решения ЗЛП.
3. Симплекс-метод. Понятие угловой точки. Алгоритм симплекс-метода. Построение симплекс-таблицы. Базисные и свободные переменные.
4. ЗДП. Понятие шагового управления. Состояние системы. Задача планирования производства. Рекуррентное соотношение Беллмана.
5. Теория игр. Понятие стратегии. Платежная матрица игры. Седловая точка. Классификация игр. Критерий равновесия Нэша. Сведение игры к ЗЛП.
6. Теория игр. Игры с природой. Принятие решений в условиях неопределенности.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

- лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и лабораторные занятия);
- метод проектов (разработка и реализация на лабораторных работах приложений с прохождением основных этапов жизненного цикла проекта – анализ, проектирование, разработка и реализация);
- обучение в малых группах (выполнение лабораторных работ в группах из двух или трёх человек);
- мастер-классы (демонстрация на лабораторных занятиях применения приёмов, технологий, методов работы с операционными системами, прикладными офисными программами);
- применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и семинарских занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
- технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки программ и документов, разработанных на лабораторных занятиях);

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### а) Вопросы рейтинг-контроля:

*Рейтинг-контроль № 1.*

#### **Вариант 1**

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду

$$W(x) = 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 50 \\ -2x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -20 \\ x_2 + x_3 \leq 60 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

2. Решите геометрическим методом ЗЛП

$$W(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 27 \\ 2x_1 - 4x_2 \geq 10 \\ 4x_1 + x_2 \leq 52 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

3. В задаче исследования операций предусмотрено несколько шагов. Рассчитываемая на каждом шаге эффективность операции суммируется на всех шагах. К какому классу относится данная задача.

4. Выпишите в математическом виде следующую постановку задачи ИО.

Биржевой маклер хочет вложить в акции некоторую сумму денег с тем, чтобы к концу года иметь не менее 10 тыс. долл. Существует два типа акций, в которые стоит делать вложения: акции надёжных компаний с минимальным риском (так называемые «голубые фишки»), приносящие в среднем 10% годовых, и акции компаний, занимающихся нанотехнологиями. Последние акции имеют более высокую доходность – в среднем 25% годовых, однако они значительно более рискованные. Поэтому маклер решил вкладывать в них не более 60% средств. На какую сумму и каких акций надо приобрести маклеру, чтобы достичь желаемой цели.

#### **Вариант 2**

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду

$$W(x) = -x_1 + 3x_2 - 8x_3 \rightarrow \min$$

2. Решите геометрическим методом ЗЛП

$$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 8 \\ x_1 + 4x_2 \geq 27 \\ 7x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 15 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} W(x) &= x_1 + 4x_2 \rightarrow \min \\ &\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 40 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 27 \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

3. В задаче исследования операций присутствует фактор, который влияет на исход операции, но которым нельзя управлять оперирующей стороной. К какому типу относится данная задача?

4. Выпишите в математическом виде следующую постановку задачи ИО.

Фармацевтическая компания ежедневно производит не менее 800 фунтов (для справки: один фунт равен примерно 450 граммам) некой пищевой добавки – смеси кукурузной и соевой муки, состав которой представлен в следующей таблице:

Мука	Белок	Клетчатка	Стоимость (в долл. за фунт)
	(в фунтах на фунт муки)		
Кукурузная	0,09	0,02	0,30
Соевая	0,60	0,06	0,06

Диетологи требуют, чтобы в пищевой добавке было не менее 30% белка и не более 5% клетчатки. Фирма хочет определить рецептуру смеси минимальной стоимости с учётом требований диетологов.

### Вариант 3

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду

$$W(x) = 3x_1 + 7x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq -5 \\ -6x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 12 \\ x_1 + x_3 \geq 8 \end{cases}$$

$$x_{1,3} \geq 0$$

2. Решите геометрическим методом ЗЛП

$$W(x) = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 10 \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 27 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

3. В задаче исследования операций соотношения в целевой функции и ограничениях линейны. К какому типу относится данная задача?

4. Выпишите в математическом виде следующую постановку задачи ИО.

Биржевой маклер хочет вложить в акции некоторую сумму денег с тем, чтобы к концу года иметь не менее 10 тыс. долл. Существует два типа акций, в которые стоит делать вложения: акции надёжных компаний с минимальным риском (так называемые «голубые фишки»), приносящие в среднем 10% годовых, и акции компаний, занимающихся нанотехнологиями. Последние акции имеют более высокую доходность – в среднем 25% годовых, однако они значительно более рискованные. Поэтому маклер решил вкладывать в них не более 60% средств. На какую сумму и каких акций надо приобрести маклеру, чтобы достичь желаемой цели.

### Вариант 4

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду

2. Решите геометрическим методом ЗЛП

$$W(x) = x_1 - x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 11x_2 - x_3 = 12 \\ 2x_1 - 6x_2 + 8x_3 \leq -25 \\ 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 15 \end{cases}$$

$$x_{2,3} \geq 0$$

$$W(x) = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 5x_2 \leq 40 \\ 4x_1 + x_2 \leq 52 \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

3. В задаче исследования операций присутствует фактор, который влияет на исход операции, и которым можно управлять оперирующей стороной. К какому типу относится данная задача?

4. Выпишите в математическом виде следующую постановку задачи ИО.

Фармацевтическая компания ежедневно производит не менее 800 фунтов (для справки: один фунт равен примерно 450 граммам) некой пищевой добавки – смеси кукурузной и соевой муки, состав которой представлен в следующей таблице:

Мука	Белок	Клетчатка	Стоимость (в долл. за фунт)
	(в фунтах на фунт муки)		
Кукурузная	0,09	0,02	0,30
Соевая	0,60	0,06	0,06

Диетологи требуют, чтобы в пищевой добавке было не менее 30% белка и не более 5% клетчатки. Фирма хочет определить рецептуру смеси минимальной стоимости с учётом требований диетологов.

## Рейтинг-контроль № 2

### Вариант 1

#### I. Теоретические вопросы

1. После решения вспомогательной задачи ЗЛП установлено, что целевая функция этой задачи больше нуля. Как вывод из этого следует?

- Критерий эффективности основной задачи уходит в  $-\infty$
- Область допустимых решений основной задачи пусто
- Градиент целевой функции равен нулю
- Существует и единственно решение основной ЗЛП
- Другой ответ: \_\_\_\_\_

2. Дайте определение понятия «Операция».

#### II. Практические задачи

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду и запишите начальную симплекс таблицу. Если требуется вспомогательная задача, то симплекс таблицу запишите для нее. Разрешается порядковая нумерация переменных  $x: x_1, x_2, \dots$

$W(x) = x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $X: \begin{cases} x_1 + 2x_3 \geq 44 \\ 2x_2 + 1x_3 \leq 120 \\ x_1 + x_2 \leq 42 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$	Ответ:
--	--------

2. Дана некоторая симплекс таблица. Запишите соответствующую задачу линейного программирования.

	1	3	4	5		Ответ:
2	1	0	1	2	5	
6	0	-2	1	3	6	
	2	0	-3	4	11	

3. Дана конечная симплекс-таблица вспомогательной задачи и целевая функция основной задачи. Запишите начальную симплекс таблицу основной задачи.

	2	3	4	6		Ответ:
1	7	8	-3	2	1	
5	0	2	1	-1	4	
	0	0	0	0	0	

$W(x) = 7x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$

4. Запишите рекуррентное соотношение Беллмана для нижеприведенной задачи. Расшифруйте обозначения.

Предприятие осуществляет закупку куриного мяса для производства консервов с торговой маркой «Овощной суп с цыплятами» в течение 5 недель. Закупочная партия кратна 100 единицам. Цена партии варьируется в зависимости от её объема и составляет  $k(m)$ , где  $m$  количество сотен единиц мяса. В каждую неделю предприятию потребуется  $z(t)$  единиц мяса, где  $t$  – номер недели ( $z(t)$  также кратна 100). Если к концу недели предприятие расходует не весь запас куриного мяса, то оно остаток хранит в холодильнике, который арендуется. Стоимость аренды зависит от объема хранимого мяса и составляет  $s(m)$ , где  $m$  количество сотен единиц мяса. Составьте план закупок куриного мяса (в сотнях единиц), который потребует минимальных затрат на закупки и хранение в холодильнике.

5. Для приведенной матричной игры найдите нижнее и верхнее значение. Есть ли в игре седловая точка в чистых стратегиях? Почему?

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 & 4 \\ 1 & 7 & 6 & 8 \\ 3 & 10 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

### Вариант 2

#### I. Теоретические вопросы

1. Из приведенных определений выберите одно или более, которое(ые) полно соответствуют понятию «Угловая точка».

- Угловая точка  $x$  - такая точка, принадлежащая множеству  $X$ , которая не является внутренней точкой любого отрезка, лежащего в  $X$ .
- Точка  $x \in X$  называется угловой точкой, если представление вида  $x = \alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2$ ,  $x^1, x^2 \in X$ ,  $0 < \alpha < 1$  возможно тогда, когда  $x^1 = x^2 = x$ .
- Точка  $x \in X$  называется угловой точкой, если представление вида  $x = \alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2$ ,  $x^1, x^2 \in X$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$  возможно тогда, когда  $x^1 = x^2 = x$ .
- Точка  $x \in X$  называется угловой точкой, если представление вида  $x = \alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2$ ,  $x^1, x^2 \in X$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$  возможно тогда, когда  $\alpha = 0$ .
- Другой ответ:

2. Дайте определение понятия «Контролируемый фактор».

## II. Практические задачи

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду и запишите начальную симплекс таблицу. Если требуется вспомогательная задача, то симплекс таблицу запишите для нее. Разрешается порядковая нумерация переменных  $x: x_1, x_2, \dots$

$W(x) = 6x_2 + x_3 \rightarrow \max$ $X: \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 10 \\ 3x_2 + 2x_3 \geq 20 \\ -6x_1 + x_3 \leq 35 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	Ответ:
--	--------

2. Дана некоторая симплекс таблица. Запишите соответствующую задачу линейного программирования.

<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"></td><td style="padding: 2px 10px;">1</td><td style="padding: 2px 10px;">3</td><td style="padding: 2px 10px;">5</td><td style="padding: 2px 10px;">6</td><td style="padding: 2px 10px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">6</td><td style="padding: 2px 10px;">1</td><td style="padding: 2px 10px;">-3</td><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">5</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">4</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">-2</td><td style="padding: 2px 10px;">1</td><td style="padding: 2px 10px;">8</td><td style="padding: 2px 10px;">2</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"></td><td style="padding: 2px 10px;">-2</td><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">-3</td><td style="padding: 2px 10px;">4</td><td style="padding: 2px 10px;">7</td></tr> </table>		1	3	5	6		2	6	1	-3	2	5	4	0	-2	1	8	2		-2	2	-3	4	7	Ответ:
	1	3	5	6																					
2	6	1	-3	2	5																				
4	0	-2	1	8	2																				
	-2	2	-3	4	7																				

3. Дана конечная симплекс-таблица вспомогательной задачи и целевая функция основной задачи. Запишите начальную симплекс таблицу основной задачи.

<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"></td><td style="padding: 2px 10px;">1</td><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">6</td><td style="padding: 2px 10px;">3</td><td style="padding: 2px 10px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">5</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">-3</td><td style="padding: 2px 10px;">4</td><td style="padding: 2px 10px;">5</td><td style="padding: 2px 10px;">11</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">4</td><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">3</td><td style="padding: 2px 10px;">-10</td><td style="padding: 2px 10px;">3</td><td style="padding: 2px 10px;">12</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"></td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td></tr> </table> $W(x) = 7x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 \rightarrow \min$		1	2	6	3		5	0	-3	4	5	11	4	2	3	-10	3	12		0	0	0	0	0	Ответ:
	1	2	6	3																					
5	0	-3	4	5	11																				
4	2	3	-10	3	12																				
	0	0	0	0	0																				

4. Запишите рекуррентное соотношение Беллмана для нижеприведенной задачи. Расшифруйте обозначения.

Компания на следующие четыре года заключила контракт на поставку авиационных двигателей, по 4 двигателя в год. Доступные производственные мощности и стоимость производства меняются от года к году. Компания может изготовить пять двигателей за 1-й год, шесть — за 2-й, три — за 3-й и пять — за 4-й. Стоимость производства одного двигателя на протяжении следующих четырех лет равна соответственно 300 000, 330 000, 350 000 и 420 000 долларов. В течение года компания может произвести больше двигателей, чем необходимо, но в этом случае двигатели должны надлежащим образом храниться до их отгрузки потребителю. Стоимость хранения одного двигателя также меняется от года к году и оценивается в 20 000 долларов для первого года, 30 000 долларов — для второго, 40 000 долларов — для третьего и 50 000 долларов — для четвертого. В начале первого года компания имеет один двигатель, готовый к отгрузке. Разработайте оптимальный план производства двигателей.

5. Для приведенной матричной игры найдите нижнее и верхнее значение. Есть ли в игре седловая точка? Почему?

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$



### Вариант 3

#### I. Теоретические вопросы

1. Из приведенных формулировок выберите одну или более, которая(ые) полно соответствуют определению вырожденной угловой точки.

- Точка  $x \in X$  называется вырожденной угловой точкой, если представление вида  $x = \alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2$ ,  $x^1, x^2 \in X$ ,  $0 < \alpha < 1$  возможно тогда, когда  $x^1 = x^2 = x$ .
- Точка  $x \in X$  называется вырожденной угловой точкой, если хотя бы одна из ее координат, соответствующая базисной переменной, равна нулю.
- Точка  $x \in X$  называется вырожденной угловой точкой, если хотя бы одна из ее координат равна нулю.
- Точка  $x \in X$  называется вырожденной угловой точкой, если представление вида  $x = \alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2$ ,  $x^1, x^2 \in X$ ,  $0 < \alpha < 1$  возможно тогда, когда  $\alpha = 0$ .

2. Дайте определение понятия «Неконтролируемый случайный фактор».

#### II. Практические задачи

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду и запишите начальную симплекс таблицу. Если требуется вспомогательная задача, то симплекс таблицу запишите для нее. Разрешается порядковая нумерация переменных  $x : x_1, x_2, \dots$

$W(x) = x_1 - 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$	Ответ:
$X : \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 41 \\ 2x_1 + x_3 \geq 12 \\ 7x_2 - 6x_3 \leq 70 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	

2. Дана некоторая симплекс таблица. Запишите соответствующую задачу линейного программирования.

	2	3	4	6		Ответ:
1	7	8	-3	2	1	
5	-1	2	1	0	4	
	2	7	-3	4	5	

3. Дана конечная симплекс-таблица вспомогательной задачи и целевая функция основной задачи. Запишите начальную симплекс таблицу основной задачи.

	1	3	4	5		Ответ:
2	1	0	4	2	5	
6	0	-2	3	8	6	
	0	0	0	0	0	
$W(x) = x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 \rightarrow \min$						

4. Запишите рекуррентное соотношение Беллмана для нижеприведенной задачи. Расшифруйте обозначения.

Предприятие осуществляет закупку куриного мяса для производства консервов с торговой маркой «Овощной суп с цыплятами» в течение 5 недель. Закупочная партия кратна 100 единицам. Цена партии варьируется в зависимости от её объема и составляет  $k(m)$ , где  $m$  количество сотен единиц мяса. В каждую неделю предприятию потребуется  $z(t)$  единиц мяса, где  $t$  – номер недели ( $z(t)$  также кратна 100). Если к концу недели предприятие расходует не весь запас куриного мяса, то оно остаток хранит в холодильнике, который арендуется. Стоимость аренды зависит от объёма хранимого мяса и составляет  $s(m)$ , где  $m$

количество сотен единиц мяса. Составьте план закупок куриного мяса (в сотнях единиц), который потребует минимальных затрат на закупки и хранение в холодильнике.

5. Для приведенной матричной игры найдите нижнее и верхнее значение. Есть ли в игре седловая точка? Почему?

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 2 & 6 \\ 14 & 11 & 6 & 9 \\ 8 & 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}$$

#### Вариант 4

##### I. Теоретические вопросы

1. В процессе решения задачи линейного программирования установлено, что для всех отрицательных значений нижней строки не существует строго положительных значений в соответствующих столбцах. Какой вывод из этого следует?

- Критерий эффективности основной задачи уходит в  $-\infty$
- Область допустимых решений основной задачи пусто
- Градиент целевой функции равен нулю
- Существует и единственно решение основной ЗЛП
- Другой ответ: \_\_\_\_\_

2. Дайте определение понятия «Базисная переменная».

##### II. Практические задачи

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду и запишите начальную симплекс таблицу. Если требуется вспомогательная задача, то симплекс таблицу запишите для нее. Разрешается порядковая нумерация переменных  $x : x_1, x_2, \dots$

$W(x) = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \max$ $X : \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ -6x_1 + 7x_2 - x_3 \leq 102 \\ x_1 + x_3 \geq 1 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$	Ответ: _____
---	--------------

2. Дана некоторая симплекс таблица. Запишите соответствующую задачу линейного программирования.

	1	2	6	3		
5	0	-3	4	5	11	Ответ: _____
4	8	2	-2	3	12	
	-2	-6	10	1	6	

3. Дана конечная симплекс-таблица вспомогательной задачи и целевая функция основной задачи. Запишите начальную симплекс таблицу основной задачи.

	1	3	5	6		
2	6	1	-3	2	5	Ответ: _____
4	0	4	1	8	2	
	0	0	0	0	7	
$W(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 \rightarrow \min$						

4. Запишите рекуррентное соотношение Беллмана для нижеприведенной задачи. Расшифруйте обозначения.

Компания на следующие четыре года заключила контракт на поставку авиационных двигателей, по 4 двигателя в год. Доступные производственные мощности и стоимость производства меняются от года к году. Компания может изготовить пять двигателей за 1-й год, шесть — за 2-й, три — за 3-й и пять — за 4-й. Стоимость производства одного двигателя на протяжении следующих четырех лет равна соответственно 300 000, 330 000, 350 000 и 420 000 долларов. В течение года компания может произвести больше двигателей, чем необходимо, но в этом случае двигатели должны надлежащим образом храниться до их отгрузки потребителю. Стоимость хранения одного двигателя также меняется от года к году и оценивается в 20 000 долларов для первого года, 30 000 долларов — для второго, 40 000 долларов — для третьего и 50 000 долларов — для четвертого. В начале первого года компания имеет один двигатель, готовый к отгрузке. Разработайте оптимальный план производства двигателей.

5. Для приведенной матричной игры найдите нижнее и верхнее значение. Есть ли в игре седловая точка? Почему?

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 6 & 5 \\ 7 & 4 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

### Рейтинг контроль №3

#### Вариант 1

Фирма, с учетом трех возможных вариантов поведения партнера (стратегий В1, В2 и В3) разработала две стратегии своей деятельности: А1 и А2. Прибыль фирмы  $a_{ij}$  в ситуации, когда она выбирает свою стратегию  $A_i$ , а партнер — стратегию  $V_j$ , приведена в заданной платежной матрице. Показать, что эта матрица не имеет седловой точки и найти оптимальное решение задачи в смешанных стратегиях а) графическим способом, б) сведением решения игры к задаче линейного программирования.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

#### Вариант 2

Фирма, с учетом трех возможных вариантов поведения партнера (стратегий В1, В2 и В3) разработала две стратегии своей деятельности: А1 и А2. Прибыль фирмы  $a_{ij}$  в ситуации, когда она выбирает свою стратегию  $A_i$ , а партнер — стратегию  $V_j$ , приведена в заданной платежной матрице. Показать, что эта матрица не имеет седловой точки и найти оптимальное решение задачи в смешанных стратегиях а) графическим способом, б) сведением решения игры к задаче линейного программирования.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

#### Вариант 3

Фирма, с учетом трех возможных вариантов поведения партнера (стратегий В1, В2 и В3) разработала две стратегии своей деятельности: А1 и А2. Прибыль фирмы  $a_{ij}$  в ситуации, когда она выбирает свою стратегию  $A_i$ , а партнер — стратегию  $V_j$ , приведена в заданной платежной матрице. Показать, что эта матрица не имеет седловой точки и найти оптимальное решение задачи в смешанных стратегиях а) графическим способом, б) сведением решения игры к задаче линейного программирования.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

#### Вариант 4

Фирма, с учетом трех возможных вариантов поведения партнера (стратегий В1, В2 и В3) разработала две стратегии своей деятельности: А1 и А2. Прибыль фирмы  $a_{ij}$  в ситуации, когда она выбирает свою стратегию  $A_i$ , а партнер — стратегию  $V_j$ , приведена в заданной платежной матрице. Показать, что эта матрица не имеет седловой точки и найти

оптимальное решение задачи в смешанных стратегиях а) графическим способом, б) сведением решения игры к задаче линейного программирования.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

### **б) Вопросы к зачету по дисциплине:**

1. Основные понятия исследования операций.
2. Задача линейного программирования (ЗЛП). Постановка задачи.
3. Примеры ЗЛП. Задача о пищевом рационе.
4. Примеры ЗЛП. Задача о планировании производства.
5. Примеры ЗЛП. Транспортная задача.
6. ЗЛП. Приведение к каноническому виду.
7. ЗЛП. Геометрический смысл. Угловая точка. Случай I.
8. ЗЛП. Геометрический смысл. Угловая точка. Случай II.
9. ЗЛП. Геометрический смысл. Угловая точка. Случай III.
10. ЗЛП. Симплекс-метод. Форма записи задачи через свободные переменные.
11. ЗЛП. Симплекс-метод. Переход к новой угловой точке. Случаи I и II.
12. ЗЛП. Симплекс-метод. Переход к новой угловой точке. Случай III.
13. ЗЛП. Симплекс-метод. Выбор начальной угловой точки. Анализ множества X. Случай  $R = M$ .
14. Задачи динамического программирования. Схема Беллмана.
15. Пример решения задачи динамического программирования (число состояний не более 3, число этапов не более 3).
16. Теория игр. Виды игр и методы их формализации.
17. Антагонистические конечные игры. Решение в чистых стратегиях. Седловая точка.
18. Теория игр. Матричные игры. Решение игры в смешанных стратегиях.
19. Теория игр. Игры с природой. Принятие решений в условиях неопределенности.
20. Теория игр. Критерий равновесия Нэша.

### **Задачи:**

1. Запишите задачу линейного программирования в каноническом виде и постройте начальную симплекс таблицу.

$$W = 0,5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ 0,5x_1 - x_2 \geq -4 \\ x_1, x_2 \geq 1 \end{cases}$$

2. Запишите задачу линейного программирования в каноническом виде и постройте начальную симплекс таблицу.

$$W = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 0,5x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Запишите задачу линейного программирования в каноническом виде и постройте начальную симплекс таблицу.

$$W = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 4000 \\ x_2 \leq 6000 \\ x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 6000 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

4. Запишите задачу линейного программирования в каноническом виде и постройте начальную симплекс таблицу.

$$W = 15x_1 + 33x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$$

5. Запишите задачу линейного программирования в каноническом виде и постройте начальную симплекс таблицу.

$$W = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

6. Запишите задачу линейного программирования в каноническом виде и постройте начальную симплекс таблицу.

$$W = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

7. Решите графически задачу линейного программирования

$$W = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 0,5x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

8. Решите графически задачу линейного программирования

$$W = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 400 \\ x_2 \leq 300 \\ x_1 + x_2 \leq 500 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

9. Решите графически задачу линейного программирования

$$W = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 4000 \\ x_2 \leq 6000 \\ x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 6000 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

10. Решите графически задачу линейного программирования

$$W = 15x_1 + 33x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$$

11. Решите графически задачу линейного программирования

$$W = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 1 \end{cases}$$

12. Для нижеприведенной задачи линейного программирования запишите вспомогательную задачу. Для данной вспомогательной задачи запишите начальную симплекс таблицу.

$$W = x_1 + x_2 + 2x_3 + 8x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4 \end{cases}$$

13. Для нижеприведенной задачи линейного программирования запишите вспомогательную задачу. Для данной вспомогательной задачи запишите начальную симплекс таблицу.

$$W = x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 - 3x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 6 \\ -2x_1 - 5x_2 + 8x_3 + x_4 = 3 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

14. Дана платежная матрица игры. Установите факт наличия в игре седловой точки.

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{matrix}$$

15. Дана платежная матрица игры. Установите факт наличия в игре седловой точки.

$$\begin{matrix} 2 & 4 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 8 & 5 \end{matrix}$$

16. Дана платежная матрица игры. Установите факт наличия в игре седловой точки.

$$\begin{matrix} 2 & 7 & 2 & 6 \\ 14 & 11 & 6 & 9 \\ 8 & 5 & 2 & 10 \end{matrix}$$

Экзаменационный билет содержит один вопрос и одну задачу. Вопрос определяется случайным образом из вышеприведенного списка вопросов. Задача определяется аналогично из перечня задач. Номера вопроса и задачи в билете определяются непосредственно на экзамене путем слепого выбора студентом карточки с номером (для вопроса в диапазоне от 1 до 11, для задачи – от 12 до 27 за вычетом значения 11).

**в) вопросы для контроля самостоятельной работы:**

1. Дайте определение понятия "Операция".
2. Дайте определение понятия "Контролируемый фактор".
3. Какие контролируемые факторы присутствуют в транспортной задаче?
4. Чем отличаются неопределённые неконтролируемые факторы от случайных неконтролируемых факторов?
5. Дайте определения понятия "Критерий эффективности".
6. Дайте определение детерминированной задаче исследования операций.
7. В чём состоит основной признак задачи линейного программирования?
8. Дайте определение задаче динамического программирования.
9. Какие два способа существуют решения задачи исследования операций, в которой присутствует неконтролируемый случайный фактор?
10. Дайте определение области допустимых решений
11. Какие задачи исследования операций называются многокритериальными?
12. Приведите пример многокритериальной задачи исследования операций.
13. Дайте определение задачи линейного программирования (ЗЛП)

14. Какими свойствами обладает каноническая ЗЛП?
15. В чём состоит основная ЗЛП?
16. Какие действия необходимо предпринять при получении канонической ЗЛП, если одна из переменных (контролируемых факторов) произвольна?
17. Дайте определение понятия "Угловая точка".
18. В чём состоит геометрический смысл угловой точки?
19. Какие точки у множества круг являются угловыми?
20. Сформулируйте критерий угловой точки.
21. Поясните, что представляет собой базис угловой точки?
22. Какие переменные в ЗЛП являются базисными?
23. Какие переменные в ЗЛП называют свободными?
24. Для каких ЗЛП может быть применён геометрический метод?
25. Что представляют собой целевая функция на плоскости при применении геометрического метода?
26. Каким образом строится область допустимых решений на плоскости?
27. Каким образом определяется решение ЗЛП с помощью геометрического метода, когда оно существует?
28. В каких случаях можно установить геометрическим методом, что решения ЗЛП не существует?
29. В каком случае можно установить геометрическим методом, что решение ЗЛП содержит бесконечное множество точек?
30. Какими свойствами должна обладать задача линейного программирования, чтобы можно было применять симплекс метод для её решения?
31. В чём состоит процедура получения записи базисных переменных через свободные?
32. Каким образом преобразуются исходная целевая функция ЗЛП в целевую функцию, записанную от свободных переменных?
33. Что содержит левая и верхняя части симплекс-таблицы?
34. Что содержит центральная часть симплекс-таблицы?
35. Что содержит нижняя часть симплекс-таблицы?
36. Что содержит правая часть симплекс-таблицы?
37. Каким образом определяется свободная переменная как кандидат на перевод в базисные переменные?
38. Каким образом определяется базисная переменная, которая в дальнейшем переводится в свободные?
39. Какой случай реализуется в симплекс методе, из которого вытекает вывод о том, что ЗЛП решена?
40. В каком случае с помощью симплекс метода (решения исходной задачи) устанавливается, что ЗЛП не имеет решений?
41. Какие действия необходимо предпринять в симплекс методе, если все коэффициенты целевой функции, записанной от свободных переменных, меньше нуля?
42. В чём состоит вспомогательная задач линейного программирования?
43. В каких случаях строится вспомогательная задача?
44. Почему значение целевой функции вспомогательной задачи всегда неотрицательное?
45. Допустим вспомогательная задача решена. Какой вывод следует, если значение целевой функции в точке решения вспомогательной задачи строго положительна?
46. В каком случае можно вычёркивать столбец в симплекс таблице? Почему это допускается?
47. Каким образом осуществляется переход от решения вспомогательной задачи к основной (замена элементов нижней части симплекс таблицы)?
48. Каким свойством обладает критерий эффективности в задаче динамического программирования (ЗДП)?



49. Почему решение многоэтапной задачи путём последовательной оптимизации на каждом шаге не всегда даёт оптимальный интегральный результат?
50. Расшифруйте понятие "Состояние" в ЗДП?
51. Запишите рекуррентное соотношение Беллмана?
52. В чём смысл функции перехода состояния?
53. Дайте определение понятия "Условно-оптимальная эффективность".
54. Каким образом рассчитывается условно-оптимальная эффективность на предпоследнем, предпредпоследнем и т.д. шагах?
55. В чём состоит обратное прохождение ЗДП?
56. Какой результат вытекает из обратного прохождения при решении ЗДП?
57. В чём состоит прямое прохождение ЗДП?
58. Дайте определения понятия "Игра".
59. В чём отличие парных игр от множественных?
60. Дайте определение понятию "Стратегия".
61. Чем отличаются конечные игры от бесконечных?
62. Дайте определение понятию "Антагонистическая игра".
63. Почему антагонистические игры называют играми с нулевой суммой?
64. Чем отличаются чистые стратегии от смешанных?
65. Дайте определение понятию "Платёжная матрица игры".
66. Дайте определение понятию "Цена игры?".
67. В каком случае конечная матричная игра имеет седловую точку?
68. В чём состоит принцип гарантированного результата при выборе стратегии игрока?
69. Запишите задачу линейного программирования для первого игрока.
70. Запишите задачу линейного программирования для второго игрока.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) основная литература:

1. Балдин К. В. Математическое программирование: Учебник / К. В. Балдин, Н. А. Брызгалов, А. В. Рукосуев. / Под общ. ред. д.э.н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2012. - 220 с. ISBN 978-5-394-01457-4
2. С.М. Окулов, О.А. Пестов. Динамическое программирование. - М. : БИНОМ, 2015. - 299 с. ISBN 978-5-9963-2572-6
3. Л. В. Колобашкина. Основы теории игр: учебное пособие. - М. : БИНОМ, 2014. - 198 с. ISBN 978-5-9963-2365-4

### б) дополнительная литература:

1. Токарев В.В. одели и решения: Исследование операций для экономистов, политологов и менеджеров. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 408 с. - ISBN 978-5-9221-1451-2
2. Г.А. Гадельшина Введение в теорию игр : учебное пособие / Г.А. Гадельшина, А.Е. Упшинская, И.С. Владимирова; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. - Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. - 112 с. - ISBN 978-5-7882-1709-3.
3. Шапкин А. С. Теория риска и моделирование рискованных ситуаций: Учебник для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К°", 2014. - 880 с. ISBN 978-5-394-02170-1

### в) Интернет-ресурсы и периодические издания:

1. Борис Бояршинов Теория игр и исследование операций. – Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/676/532/info>
2. Нина Костюкова Основы математического моделирования. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/66/66/info>

3. Журнал «Математическая теория игр и её приложения» . - Режим доступа:  
<http://mgta.krc.karelia.ru>
4. Журнал "Дискретный анализ и исследование операций". - Режим доступа:  
<http://math.nsc.ru/publishing/DAOR/daor.html>

#### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекционные аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком.

Аудитории для проведения лабораторных занятий, оснащённые современными персональными компьютерами, объединёнными в локальную вычислительную сеть и укомплектованными необходимым системным и прикладным программным обеспечением, аудитории вычислительного центра.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных сетей.

Рабочую программу составил старший преподаватель кафедры ФиПМ Бухаров Д.Н.   
(ФИО, подпись)

Рецензент  
(представитель работодателя) ген. директор ООО "Норвик" Л. Киселев Л.С.  
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ \_\_\_\_\_  
Протокол № 11А от 17.04.15 года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ С.М. Аракелян  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 \_\_\_\_\_  
Протокол № 11А от 17.04.15 года  
Председатель комиссии \_\_\_\_\_ С.М. Аракелян  
(ФИО, подпись)

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_