

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР
А.А.Панфилов

« 17 » 04 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«РЕШЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ»
(наименование дисциплины)

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Профиль/программа подготовки

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очно-заочная, ускоренная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
6	5/180	18	18	-	108	Экзамен (36)
Итого	5/180	18	18	-	108	Экзамен (36)

Владимир 201_5

а

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) «Решение экстремальных задач» является приобретение студентами знаний и навыков, в вариационном исчислении и способам его применения для различных приложений. Изучение данного курса позволит студентам получить представление об основных видах вариационных задач и аналитических методах их решения. Рассматриваются способы решения задач с подвижными и неподвижными границами, а также на условный экстремум и задач с угловыми точками. Будут изучены различные способы решения данных задач и их интерпретация в задачах оптимального управления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Данная дисциплина относится к вариативной части ОПОП и является обязательной дисциплиной. Изучение данной дисциплины проходит в 6-м семестре и базируется на знаниях, приобретённых студентами в рамках курсов «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ» и др.

Данный курс обеспечивает дальнейшее изучение дисциплин «Компьютерное моделирование» и понадобится для изучения специальных дисциплин.

Знания, полученные в рамках изучения данной дисциплины, могут быть применены для написания выпускной квалификационной работы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2);
- готовностью к разработке моделирующих алгоритмов и реализации их на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования (ПК-3).

В результате освоения дисциплины студент должен демонстрировать освоение указанных компетенций по дескрипторам «знания, умения, владения», в соответствии с тематическими модулями дисциплины, применять полученные знания в последующем обучении и профессиональной деятельности:

1. **Знать:** как применять углубленные знания в области математики и информатики для решения прикладных задач (ОПК-2, ПК-3);
2. **Уметь:** использовать проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты; проводить углубленный анализ проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности; разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач (ОПК-2, ПК-3);
3. **Владеть:** способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу; способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности; способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач; способностью проводить углубленный анализ проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности ((ОПК-2, ПК-3)).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п / п	Раздел (те-	Семестр	Неделя	семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Объем учебной работы, с применением интер-	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям се-
---------	-------------	---------	--------	----------	--	--	--

	ма) дисциплины			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР	активных методов (в часах / %)	местра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1	Общая постановка задачи вариационного исчисления. Основные определения и теоремы	3	1-2	4	4	-		18		4/ 50 %	
2	Метод вариаций в задачах с неподвижными границами	3	3-7	4	4	-		30		4/ 50%	Рейтинг-контроль №1
3	Вариационные задачи с подвижными границами и другие виды задач	3	8-11	4	5	-		30		4/ 44%	Рейтинг-контроль №2
4	Вариационные задачи на условный экстремум	3	12-15	6	5	-		30		5/ 45%	Рейтинг-контроль №3
Всего		3	18	18	18			108		17 / 47%	Экзамен (36)

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ ЛЕКЦИИ

1. Общая постановка задачи вариационного исчисления. Основные определения и теоремы.
2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера.
3. Вариационные задачи с неподвижными границами различного вида.
4. Вариационные задачи с подвижными границами и другие виды задач. Задачи с подвижными границами.
5. Вариационные задачи с подвижными границами. Экстремали с угловыми точками.
6. Вариационные задачи с подвижными границами. Односторонние вариации.
7. Вариационные задачи на условный экстремум. Достаточные условия экстремума. Поле экстремалей.
8. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрические задачи.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

- Практическая работа №1.** Общая постановка задачи вариационного исчисления.
Практическая работа №2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами.
Практическая работа №3. Вариационные задачи с подвижными границами.
Практическая работа №4. Вариационные задачи на условный экстремум.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- информационно-развивающие технологии;

- развивающие проблемно-ориентированные технологии;
- лично ориентированные технологии обучения.

Методы	Лекция	Лабораторные и практические занятия	СРС
Метод ИТ	+	+	+
Работа в команде		+	
Case-study		+	
Проблемное обучение	+	+	
Контекстное обучение		+	+
Обучение на основе опыта	+	+	+
Индивидуальное обучение		+	+
Междисциплинарное обучение	+	+	+
Опережающая самостоятельная работа			+

В рамках изучения дисциплины возможно применение широко спектра образовательных технологий: лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и лабораторные занятия); case-study; метод проектов; обучение в малых группах; мастер-классы; применение мультимедиа технологий (проведение лекционных занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ); технология развития критического мышления; информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущим контролем успеваемости является действующая в университете система рейтинг-контроля.

Контрольные вопросы и задания к рейтинг-контролю №1

1. Найдите экстремаль функционала, зависящего от одной функции.

$$I[x(t)] = \int_0^1 (\dot{x}^2(t)) dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(1) = 1$$

2. Найдите экстремаль функционала, зависящего от одной функции.

$$I[x(t)] = \int_0^2 [t(\dot{x}(t))^3 - 3x(t)(\dot{x}(t))^2] dt$$

$$x(0) = 4$$

$$x(2) = 6$$

3. Найдите экстремаль функционала, зависящего от нескольких функций

$$I[x_1(t), x_2(t), x_3(t)] = \int_2^4 \sqrt{1 + (\dot{x}_1(t))^2 + (\dot{x}_2(t))^2 + (\dot{x}_3(t))^2} dt$$

$$x_1(2) = 1$$

$$x_2(2) = 2$$

$$x_3(2) = 5$$

$$x_1(4) = 3$$

$$x_2(4) = 4$$

$$x_3(4) = 9$$

4. Найдите экстремаль функционала, зависящего от производной высшего порядка одной функции

$$I[x(t)] = \int_0^1 (3x(t)\dot{x}(t) + (\ddot{x}(t))^2) dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(1) = 2$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$\dot{x}(1) = 5$$

5. Найдите экстремаль функционала, зависящего от одной функции.

$$I[x(t)] = \int_2^4 [t(\dot{x}(t))^4 - 2x(t)(\dot{x}(t))^3] dt$$

$$x(2) = 1$$

$$x(4) = 5$$

6. Найдите экстремаль функционала, зависящего от одной функции

$$I[x(t)] = \int_0^1 [t\dot{x}(t) - (\dot{x}(t))^2] dt$$

$$x(0) = 1$$

$$x(1) = 1/4$$

7. Найдите экстремаль функционала, зависящего от нескольких функций

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^3 \sqrt{1 + (\dot{x}_1(t))^2 + (\dot{x}_2(t))^2} dt$$

$$x_1(0) = 1$$

$$x_2(0) = -2$$

$$x_1(3) = 7$$

$$x_2(3) = 1$$

8. Найдите экстремаль функционала, зависящего от производной высшего порядка одной функции

$$I[x(t)] = \int_0^1 (48x(t) - (\ddot{x}(t))^2) dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(1) = 1$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$\dot{x}(1) = 4$$

Контрольные вопросы и задания к рейтинг-контролю №2

1. Найдите экстремаль функционала

$$I[x(t)] = \int_0^{\pi/4} [(\dot{x}(t))^2 - x^2(t)] dt$$

$$x(0) = 1$$

$$T = \pi/4$$

2. Найдите экстремаль функционала

$$I[x(t)] = \int_0^T \frac{\sqrt{1 + (\dot{x}(t))^2}}{t-2} dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(T) + 4T - 4 = 0$$

3. Найдите кратчайшее расстояние между кривыми

$$x(t) = t^2 \text{ и } x(t) = t - 1$$

4. Найдите экстремаль функционала.

$$I[x(t)] = \int_0^T [(\dot{x}(t))^2] dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(T) = -T - 1$$

5. Найдите экстремаль функционала

$$I[x(t)] = \int_0^T \frac{\sqrt{1 + (\dot{x}(t))^2}}{t-1} dt$$

$$x(0) = 0$$

$$(x(T) - 1)^2 + (T - 5)^2 - 4 = 0$$

6. Найдите кратчайшее расстояние между кривыми

$$(x(t))^2 + t^2 = 1 \text{ и } (x(t))^2 + (t - 10)^2 = 4$$

Контрольные вопросы и задания к рейтинг-контролю №3

1. Найдите экстремаль функционала

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^1 \sqrt{1 + (\dot{x}_1(t))^2 + (\dot{x}_2(t))^2} dt$$

$$x_1(0) = 1$$

$$x_2(0) = 2$$

$$x_1(1) = 2$$

$$x_2(1) = 1$$

$$2x_1 - x_2 - 3t = 0$$

2. Найдите экстремаль функционала

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^\pi [(\dot{x}_1(t))^2 + (\dot{x}_2(t))^2] dt$$

$$x_1(0) = 0$$

$$x_2(0) = 0$$

$$x_1(\pi) = 0$$

$$x_2(\pi) = \pi/2$$

$$\dot{x}_1 - x_2 - t \cos t = 0$$

3. Найдите экстремаль функционала

$$I[x(t)] = \int_0^1 [(\dot{x}(t))^2 + x^2(t)] dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(1) = e^{-1}$$

$$\int_0^1 e^{-t} x(t) dt = \frac{1}{4} (1 - 3e^{-2})$$

4. Найдите экстремаль функционала

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^1 [(\dot{x}_1(t))^2 + (\dot{x}_2(t))^2] dt$$

$$x_1(0) = -1$$

$$x_2(0) = 0$$

$$x_1(1) = -1$$

$$x_2(1) = 1$$

$$x_1 + x_2 - 2t^2 + t + 1 = 0$$

5. Найдите экстремаль функционала

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^{\pi/2} [(\dot{x}_1(t))^2 - (\dot{x}_2(t))^2] dt$$

$$x_1(0) = 0$$

$$x_2(0) = 0$$

$$x_1(\pi/2) = \pi/4$$

$$x_2(\pi/2) = -1/2$$

$$\dot{x}_1 - x_2 - \sin t = 0$$

6. Найдите экстремаль функционала

$$I[x(t)] = \int_0^{\pi} x(t) \sin t dt$$

$$x(0) = 0$$

$$x(\pi) = 0$$

$$\int_0^{\pi} (\dot{x}(t))^2 dt = \frac{\pi}{2}$$

Вопросы к экзамену

1. Вариационное исчисление. Общая постановка задачи и основные теоремы и определения
2. Вариационные задачи поиска безусловного экстремума
3. Метод вариации в задачах с неподвижными границами

$$\int_{x_0}^{x_1} F(x, y(x), y'(x)) dx$$

4. Функционалы x_0 x_1 , зависящие от одной функции

$$\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1(x), \dots, y_n(x), y_1'(x), \dots, y_n'(x)) dx$$

5. Функционалы x_0 x_1 , зависящие от нескольких функций

6. Функционалы $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y(x), y'(x), \dots, y^{(m)}(x)) dx$, зависящие от производных высшего порядка одной функции
7. Метод вариации в задачах с подвижными границами
8. Функционалы $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y(x), y'(x)) dx$, зависящие от одной функции. Случай гладких экстремалей
9. Функционалы $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y(x), y'(x)) dx$, зависящие от одной функции. Случай негладких экстремалей
10. Функционалы $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1(x), \dots, y_n(x), y_1'(x), \dots, y_n'(x)) dx$, зависящие от нескольких функций
11. Вариационные задачи поиска условного экстремума
12. Задачи Лагранжа с голономными связями
13. Задачи Лагранжа с неголономными связями
14. Изопериметрические задачи
15. Постановка задачи оптимального управления.
16. Принцип максимума Понтрягина.

Вопросы для контроля самостоятельной работы

1. Задачи, приводящие к вариационным проблемам.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера.
3. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
4. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка.
5. Функционалы, зависящие от функций многих переменных.
6. Задача с подвижными концами.
7. Простейшая задача с подвижными границами.
8. Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от двух функций.
9. Экстремали с угловыми точками.
10. Основные типы задач на условный экстремум.
11. Необходимые условия в задаче Лагранжа.
12. Необходимые условия в изопериметрической задаче.
13. Принцип взаимности в изопериметрических задачах.
14. Формулировка вариационных задач.
15. Методы приближенного решения.
16. Двойственные вариационные задачи.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Машунин, Ю. К. Теория управления. Математический аппарат управления в экономике : учеб. пособие / Ю. К. Машунин. - М.: Логос, 2013. - 448 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-736-1.
2. Методы оптимизации и теории управления: методические указания к самостоятельной работе по дисциплинам «Методы оптимизации», «Математические методы теории

управления» – Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.– 18 с

3. Павлов, В. М. Искусство решать сложные задачи. Системный подход / В. М. Павлов. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2014. - ISBN 978-5-394-02346-0.

б) дополнительная литература:

1. Алексеев В.М. Оптимальное управление: учебное пособие/ Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.– Электрон. текстовые данные.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.– 408 с.
2. Методы оптимизации и теории управления: методические указания к самостоятельной работе по дисциплинам «Методы оптимизации», «Математические методы теории управления»/ – Электрон. текстовые данные.– Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.– 18 с.
3. Щербакова Ю.В. Дифференциальные уравнения: учебное пособие/ Щербакова Ю.В.– Электрон. текстовые данные.– Саратов: Научная книга, 2012.– 159 с.

в) периодические издания

1. Журнал «Вестник Российской академии наук», ISSN 0869-5873
2. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий», ISSN 1810-7206.

в) интернет-ресурсы

1. Руководство по решению задач по курсу «Вариационное исчисление и методы оптимизации»: Методическое пособие. – Волгоград: Издательство Волгоградского государственного университета, 2004. – 52 с.
Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/835/25835/files/volsu419.pdf>
2. Элементы вариационного исчисления. Учебнометодическое пособие. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2006. - 20с.
Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/012/63012/files/eler.pdf>
3. Избранные главы вариационного исчисления. Кузнецов Ю.А., Семенов А.В. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 69 с.
Режим доступа: http://window.edu.ru/resource/195/79195/files/Kuznetzov_Semenov.pdf
4. А.А. Амосов, Н.У. Игнатъева, А.В. Перескоков Задачи по вариационному исчислению. М.: Изд-во МЭИ, 2007. – 64с.
Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/144/59144/files/Zadachn.pdf>
5. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ. Практикум для вузов. Составитель Е.П. Белоусова. Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2008.
Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/601/65601/files/m08-237.pdf>
6. Иглин С.П. Вариационное исчисление с применением MATLAB. Учебное пособие и варианты индивидуальных домашних заданий для студентов всех форм обучения. – Харьков: НТУ ХПИ.
Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/iglin/2/archives/varcalc.zip>

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком.

Аудитории для проведения лабораторных занятий, оснащённые современными персональными компьютерами, объединёнными в локальную вычислительную сеть и укомплектованными необходимым системным и прикладным программным обеспечением, аудитории вычислительного центра.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Рабочую программу составил доцент кафедры ФиПМ _____ Абрахин С.И.

Рецензент

(представитель работодателя) ген. директор ООО "РС Сервис" Л.Жуков Д.С.
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ

Протокол № 11А от 17.04.15 года

Заведующий кафедрой _____ Аракелян С.М.
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем программа «Решение экстремальных задач».

Протокол № 11А от 17.04.15 года

Председатель комиссии _____ Аракелян С.М.
(ФИО, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____