

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
(ВлГУ)



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по УМР

А.А. Панфилов

2015 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Профиль/ программа подготовки

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очно -заочная, ускоренная

Семестр	Трудоемкость зач. ед, час.	Лек-ций, час.	Практ ич. занятий, час.	Лабора т. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
5	3/108	18	18		72	Зачет
Итого:	3/108	18	18		72	Зачет

Владимир, 2015

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.**

Цель дисциплины «Функциональный анализ» — ознакомление с общей теорией функций, с методами работы в бесконечномерных функциональных пространствах и их приложениями в вычислительной математике. В терминах данной дисциплины традиционно излагаются многие задачи физики, технические проблемы и разнообразные процессы, происходящие в природе.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.**

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части учебного плана. Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного. Иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Ее изучение позволяет обучающимся:

применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;

применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;

уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности;

уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

Основные понятия «Функционального анализа» используются при изучении дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика, методы оптимизации и исследование операций, физика.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.**

В результате освоения дисциплины «Функциональный анализ » студент должен обладать следующими компетенциями:

- способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2);
- готовностью к разработке моделирующих алгоритмов и реализации их на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования (ПК-3).

В результате освоения дисциплины студент должен:

**Знать** основные положения теории метрических (в том числе нормированных и гильбертовых) пространств;

основные положения современных теорий меры и интегрирования;

основные положения теории линейных функционалов и операторов;

основные методы приближенного и точного решения функциональных и линейных интегральных уравнений.

**Уметь** применять методы функционального анализа при решении прикладных задач; применять методы функционального анализа при решении теоретико-вероятностных задач, задач математической физики и задач оптимального управления;

**Владеть** использования методов функционального анализа при решении теоретических и прикладных задач.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные	Контрольные	СРС			
1	Элементы теории множеств	5	1	1	1		4		1 (50%)		
2	Метрические пространства	5	2-3	2	2		8		2 (50%)		
3	Линейные нормированные пространства	5	4-6	3	3		12		63(50%)	Рейтинг-контроль 1	
4	Гильбертовы пространства	5	7	1	1		4		1 (50%)		
5	Теория меры и интеграл Лебега	5	8-11	4	4		16		4(50%)	Рейтинг-контроль 2	
6	Вариационное исчисление	5	12-14	3	3		12		3 (50%)		
7	Компактные операторы в гильбертовом пространстве и интегральные уравнения	5	15-18	4	4		16		4 (50%)	Рейтинг-контроль 3	
Всего				18	18		72		18 (50%)	Зачет	

#### 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);

5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).  
В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

### **Текущая контроль в форме рейтинг - контроля.**

#### **Рейтинг- контроль 1.**

Линейные нормированные пространства. Теорема о сжимающем отображении.

#### **Рейтинг- контроль 2.**

Экстремальные задачи в линейных пространствах.

#### **Рейтинг- контроль 3.**

Уравнения Вольтерры.

### **Самостоятельной работы (типовые расчеты).**

#### **Типовой расчет №1**

«Метрические пространства».

#### **Типовой расчет №2**

«Вариационное исчисление».

#### **Типовой расчет №3**

«Интегральные уравнения».

### **Промежуточная аттестация в форме зачета.**

Вопросы к зачету:

1. Множества, операции над множествами и их свойства. Системы множеств. Отношения. Отображения.
2. Мощность множества. Свойства счетных множеств.
3. Несчетность отрезка. Свойства множеств мощности континуум.
4. Теорема Кантора — Бернштейна.
5. Теорема Кантора о неэквивалентности множества семейству его подмножеств.
6. Определение и примеры метрических пространств. Сходящиеся последовательности.
7. Свойства открытых и замкнутых множеств.
8. Непрерывные отображения.
9. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.
10. Полные метрические пространства. Теорема Бэра.
11. Теорема о равномерной ограниченности последовательности функций.
12. Принцип сжимающих отображений.
13. Условия компактности в метрических пространствах.

14. Свойства функций непрерывных на компакте.
15. Линейные нормированные пространства.
16. Линейные непрерывные операторы и функционалы, ограниченность и непрерывность, норма.
17. Теорема Банаха — Штейнгауза.
18. Существование непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.
19. Полнота пространства линейных операторов. Сопряженные пространства.
20. Теорема Хана — Банаха.
21. Теорема Банаха об обратном операторе.
22. Гильбертовы пространства. Ортонормированные системы векторов.
23. Теорема об элементе наилучшего приближения. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
24. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах. Производные Фреше и Гато. Примеры.
25. Необходимые и достаточные условия локального экстремума линейного функционала.
26. Вычисление первой и второй вариации функционала.
27. Простейшие вариационные задачи. Вывод уравнения Эйлера. Условие Лежандра.
28. Задача о брахистохроне.
29. Построение меры Лебега на квадрате. Основные свойства меры.
30. Измеримые функции и их свойства.
31. Определение и свойства интеграла Лебега для ограниченных, положительных неограниченных, функций произвольного знака.
32. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
33. Полнота пространств  $L_p(A)$ .
34. Компактные операторы в банаховом пространстве. Свойства компактных операторов.
35. Компактность оператора Фредгольма в пространстве  $C[a, b]$  и в  $L_2[a, b]$ .
36. Симметричные операторы в гильбертовом пространстве. Условие симметричности оператора Фредгольма в пространстве  $L_2[a, b]$ .
37. Теорема Гильberta о спектральном разложении компактного симметричного оператора в гильбертовом пространстве и следствия из нее.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.**

### **Основная литература**

1. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Л. Крепкогорский - Казань : Издательство КНИТУ- 116 с. 2014 - ISBN 978-5-7882-1650-8.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216508.html>
2. Лекции по выпуклому и многозначному анализу [Электронный ресурс] / Арутюнов А.В - М. : ФИЗМАТЛИТ, 184 с. - ISBN . 2014 - ISBN 978-5-9221-1558-2.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115582.html>
3. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая. - М.: Прометей, 107(1) с. 2014 - ISBN 978-5-7042-2529-4  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704225294.html>

### **Дополнительная литература**

1. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / Колмогоров А.Н., Фомин С.В. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, - 572 с. 2009 - ISBN 978-5-9221-0266-7. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html>
2. Функциональный анализ: метод. указания к практическим занятиям [Электронный ресурс] / Е.А. Власова, Е.Е. Красновский, И.К. Марчевский; под ред. В.С. Зарубина. - М. :

Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, - 77 [3] с. – 20094 -ISBN --.

[http://www.studentlibrary.ru/book/bauman\\_0005.html](http://www.studentlibrary.ru/book/bauman_0005.html)

3. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ - 256 с. 2011 - ISBN 978-5-9221-0992-5.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109925.html>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.**

Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.

Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.

Электронные учебные материалы на компакт-дисках.

Доступ в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

Автор: доцент. каф. ФАиП В.Д.Бурков 

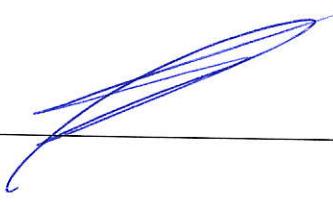
Рецензент: директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК -Инвест»  
 Крисько О. В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
протокол № 3/2 от 17.04.2015 года.

Заведующий кафедрой - проф. Давыдов А.А. 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.03.03

протокол № 11А от 17.04.15 года.

Председатель комиссии 

Программа переутверждена:

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_