

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 14 » 04 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Профиль/ программа подготовки

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очно-заочная, ускоренная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
3	3/108	18	18	-	72	зачёт
Итого	3/108	18	18	-	72	зачёт

Владимир 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются ознакомление с фундаментальными методами исследования динамики объектов, которые возникают при моделировании различных явлений и процессов, происходящих в природе и обществе.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части подготовки бакалавра по направлению «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические и практические навыки по дисциплине «Математический анализ», «Линейная алгебра», иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Основные понятия данной дисциплины используются при изучении дисциплин «Уравнения математической физики», «Качественная теория динамических систем», «Математическое моделирование».

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими общепрофессиональными (ОПК) и профессиональными (ПК) компетенциями :

способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2);

готовностью к разработке моделирующих алгоритмов и реализации их на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования (ПК-3);

**знать** основные понятия, концепции и методы теории дифференциальных уравнений;

**уметь** применять основные законы теории дифференциальных уравнений в исследовательской и прикладной деятельности;

**владеть** современным математическим аппаратом.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС	КП / КР		
1	Основные понятия теории ОДУ. Примеры. Метод изоклин.	3	1	2	-		5		1 (50 %)	
2	Интегрируемые типы ОДУ первого порядка.	3	2	-	2		5		1 (50 %)	
3	Теорема существования и единственности решения задачи Коши.	3	3	2	-		5		1 (50 %)	
4	Уравнения, допускающие понижения порядка.	3	4	-	2		5		1 (50 %)	
5	Теория систем линейных ОДУ. Формула Лиувилля – Остроградского.	3	5-6	2	2		6		2 (50 %)	РК 1
6	Показательная функция матрицы.	3	7	2	-		5		1 (50 %)	
7	Линейные ОДУ высших порядков. Метод вариации постоянных.	3	8	-	2		5		1 (50 %)	
8	Подбор частных решений линейных уравнений с квазимногочленом в правой части. Уравнение Эйлера.	3	9-10	2	2		6		2 (50 %)	

9	Краевые задачи.	3	11	2	-	5		1 (50 %)	РК 2
10	Особые точки линейных автономных систем на плоскости.	3	12	-	2	5		1 (50 %)	
11	Зависимость решений ОДУ от начальных данных. Уравнение в вариациях.	3	13	2	-	5		1 (50 %)	
12	Зависимость решений ОДУ от параметра. Метод малого параметра.	3	14	-	2	5		1 (50 %)	
13	Устойчивость решений ОДУ	3	15-17	2	2	5		2 (50 %)	РК 3
14	Численные решение задачи Коши.	3	18	2	-	5		1 (50 %)	
Всего				18	18	72		18 (50 %)	зачёт

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекции и практические занятия).
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек).
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений).
4. Проведение занятий с применением компьютерных презентаций (на усмотрение лектора и преподавателя).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: текущего контроля (контрольных работ, рейтинг – контролей); самостоятельной работы (типовых расчетов, курсовых работ и др.) и промежуточной аттестации (зачёта, зачета с оценкой или экзамена).

Публикуемые компоненты ФОС:

1. Полный список теоретических вопросов промежуточной аттестации (несменяемая часть).
2. Типовые формы текущего контроля (КР).

3. Типовые формы самостоятельной работы (РГР).  
Для генерирования сменяемой части оценочных средств (задач), используются материалы библиотеки ВлГУ и указанных там же специальных сайтов.

### **Промежуточный контроль в форме рейтинг -контроля.**

Рейтинг-контроль №1 «Интегрируемые дифференциальные уравнения первого порядка»

Контрольная работа к рейтинг-контролю №1.

Типы задач.

1. Однородное дифференциальное уравнение.
2. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
3. Уравнение в полных дифференциалах.
4. Уравнение, допускающее понижение порядка.
5. Физическая задача.

Рейтинг-контроль №2 «Линейные дифференциальные уравнения и системы»

Контрольная работа к рейтинг-контролю №2.

Типы задач.

1. Линейное уравнение с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения.
2. Уравнение Эйлера.
3. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
4. Метод изоклин.
5. Краевая задача.

Рейтинг-контроль №3 «Дифференцируемость решения по параметру. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений.»

Контрольная работа к рейтинг-контролю №3.

Типы задач.

1. Производная по параметру или по начальным данным от решений дифференциального уравнения.
2. Производная по параметру или по начальным данным от решений системы дифференциальных уравнений.
3. Устойчивость решений дифференциального уравнения с указанным начальным условием по определению устойчивости по Ляпунову.
4. Устойчивость нулевого решения с помощью теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
5. Начертить на плоскости эскиз траекторий системы вблизи начала координат и с помощью функции Ляпунова либо Четаева исследовать устойчивость нулевого решения системы.

### **Промежуточная аттестация в форме зачёта.**

Вопросы к зачёту.

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения, его порядка и решения. Понятие интегральной кривой. Понятие общего и частного решений обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Методы решения уравнений с разделяющимися переменными, однородных, линейных, Бернулли.
3. Методы решения уравнения в полных дифференциалах.
4. Постановка задачи Коши; геометрический смысл для уравнений 1-го и 2-го порядка.

5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (с доказательством методом последовательных приближений).
6. Основные типы уравнений, допускающих понижение порядка: случай непосредственного интегрирования, отсутствия зависимой переменной и её первых производных, отсутствия независимой переменной, случай однородности по зависимой переменной и её производным.
7. Система линейных уравнений первого порядка. Пространство решений однородной системы. Фундаментальная система решений.
8. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородной системы линейных уравнений первого порядка.
9. Определитель Вронского и формула Лиувилля – Остроградского для решений однородной системы линейных уравнений первого порядка.
10. Общее решение линейной однородной системы с постоянными коэффициентами, теорема о фундаментальной системе её решений.
11. Показательная функция матрицы.
12. Пространство решений линейного однородного дифференциального уравнения высшего порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского и формула Лиувилля – Остроградского.
13. Метод вариации произвольных постоянных для линейного неоднородного дифференциального уравнения высшего порядка.
14. Построение фундаментальной системы решений линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами (с доказательством для случая простых корней характеристического уравнения).
15. Квазимногочлены и их характеристики. Метод подбора частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (формулировка). Принцип наложения решений. Уравнение Эйлера.
16. Классификация особых точек линейных автономных векторных полей на плоскости.
17. Краевые задачи для линейных уравнений. Теорема о разрешимости. Построение функции Грина для уравнений второго порядка при специальных краевых условиях.
18. Действие диффеоморфизма на векторное поле. Теорема о выпрямлении векторного поля.
19. Дифференцируемая зависимость решения задачи Коши от начальных данных. Вычисление производной решения задачи Коши по начальным данным. Уравнение в вариациях.
20. Дифференцируемая зависимость решения задачи Коши от параметра. Вычисление производной решения задачи Коши по параметру. Метод малого параметра.
21. Понятие решения, устойчивого (асимптотически устойчивого) по Ляпунову. Формулировка теоремы о функции Ляпунова.
22. Теорема об устойчивости положения равновесия однородной автономной системы по первому приближению.
23. Устойчивость линейных систем. Критерий Рауса-Гурвица асимптотической устойчивости нулевого решения линейного уравнения с постоянными коэффициентами.

### **Самостоятельная работа в форме расчетно–графических работ.**

Расчетно-графическая – работа №1.

«Введение в теорию обыкновенных дифференциальных уравнений»

1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.
2. Решить дифференциальное уравнение, сводящееся к однородному.
3. Решить задачу Коши для линейного уравнения первого порядка.
4. Найти общее решение уравнения Бернулли.

5. Найти частный интеграл уравнения в полных дифференциалах.
6. Найти экспоненту матрицы.
7. Найти общее решение линейной неоднородной системы.
8. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью.
9. Методом вариации произвольных постоянных найти общее решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Найти особые точки векторного поля и определить их тип.

#### Расчетно-графическая – работа №2.

##### «Зависимость решений от параметров и начальных данных»

1. Найти производную решения уравнения по параметру или по начальному условию.
2. Найти производную решения системы по параметру или по начальному условию.
3. Найти три первых члена разложения решения уравнения по степеням малого параметра.
4. Найти три первых члена разложения периодического решения уравнения по степеням малого параметра (в качестве периода взять наименьший положительный период правой части уравнения).

#### Расчетно-графическая – работа №3.

##### «Элементы теории устойчивости»

1. Используя определение устойчивости по Ляпунову, изучить устойчивость решения задачи Коши.
2. Используя метод изоклин, нарисовать вблизи начала координат траектории системы и по их поведению выяснить устойчивость нулевого решения.
3. С помощью теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы дифференциальных уравнений.
4. Используя теорему Ляпунова об устойчивости по первому приближению, найдите область значений параметров, для которых нулевое решение асимптотически устойчиво.
5. Исследовать на устойчивость положение равновесия векторного поля на плоскости путём построения функции Ляпунова или функции Четаева.
6. Исследовать на устойчивость решения уравнения с постоянными коэффициентами, используя критерии Рауса-Гурвица, Эрмита-Михайлова или Ляпунова-Шипара.
7. Исследовать при каких значениях параметров нулевое решение асимптотически устойчиво (воспользоваться известными условиями отрицательности вещественных частей всех корней многочлена).

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

- 1) Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. - Минск: Выш. шк., 2012. - 382 с.: ил. - ISBN 978-985-06-2111-5 <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=508479>
- 2) Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс]/ Романко В.К.— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.— 344 с. <http://www.iprbookshop.ru/26049.html>
- 3) Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс]/ В.К. Романко [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.— 222 с. <http://www.iprbookshop.ru/6460.html>

### **Дополнительная литература:**

- 1) Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И.Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544800>
- 2) Минюк, С.А. Дифференциальные уравнения и экономические модели [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.А. Минюк, Н.С. Берёзкина. - Минск: Выш. шк., 2007. - 141 с.: ил. - ISBN 978-985-06-1355-4 Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М., 1989. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=505172>
- 3) Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Рябушко [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Минск: Высшая школа, 2014.— 397 с. <http://www.iprbookshop.ru/35481.html>

### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Лекционная аудитория, оснащённая доской (для мела или маркера), мультимедийным проектором с автоматическим экраном.

Электронные учебные материалы на компакт-дисках.

Доступ в Интернет.



Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

Автор: ст. преподаватель каф. ФАиП Ю.А. Скиндер Ю.А. Скиндер.

Рецензент: директор по маркетингу  
ЗАО Инвестиционная фирма "ПРОК-Инвест" Крисько О.В. Крисько О.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
протокол № 3/2 от 14.04.15 года.

Заведующий кафедрой проф. Давыдов А.А. проф. Давыдов А.А.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

протокол № 11А от 17.04.15 года.

Председатель комиссии \_\_\_\_\_

**Программа переутверждена:**

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_