

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

08 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Проектирование и защита информационных систем и баз данных**

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» — научное представление о случайных событиях и величинах, а также о методах их исследования, знакомство с основными моделями и методами моделирования стохастических систем.

Задачи:

- усвоить методы количественной оценки случайных событий и величин;
- овладеть методами статистического анализа;
- научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, функциональный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
<b>ОПК-1.</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p><b>ОПК-1.1.</b> Знает принципы использования фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.</p> <p><b>ОПК-1.2.</b> Умеет использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.</p> <p><b>ОПК-1.3.</b> Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><b>Знает</b> теорию вероятностей и математическую статистику.</p> <p><b>Умеет</b> использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.</p> <p><b>Владеет</b> методами теории вероятностей и математической статистики и, кроме того, научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.</p>	Типовой расчет. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
<b>ОПК-2.</b> Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	<p><b>ОПК-2.1.</b> Знает математические основы программирования и языков программирования, организации баз данных и компьютерного моделирования, математические методы оценки качества, надёжности и эффективности программных продуктов, математические методы организации информационной безопасности при разработке и эксплуатации программных продуктов и программных комплексов.</p> <p><b>ОПК-2.2.</b> Умеет осуществлять обоснованный выбор математического аппарата при решении задач профессиональной деятельности.</p> <p><b>ОПК-2.3.</b> Владеет навыками применения математического аппарата при решении конкретных задач.</p>	<p><b>Знает</b> фундаментальные понятия теории вероятностей и математической статистики.</p> <p><b>Умеет</b> применять методы и инструментальные средства теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач.</p> <p><b>Владеет</b> методами теории вероятностей и математической статистики</p>	Типовой расчет. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.

## **Раздел 2. Случайные величины.**

Тема 7-9. Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Теоремы о существовании наименьшей алгебры и  $\sigma$ -алгебры, содержащих множества из заданной системы множеств. Построение борелевской  $\sigma$ -алгебры в  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}^n$ . Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах (теоремы об эквивалентности аксиом аддитивности и непрерывности вероятности, о продолжении меры, о соответствии между вероятностными мерами и функциями распределения). Примеры. Общее определение случайной величины. Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания). Разные виды сходимости последовательности случайных величин (по вероятности, с вероятностью 1, по распределению). Условные вероятности и условные математические ожидания относительно  $\sigma$ -алгебр.

Тема 10. Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и многомерном случаях). Примеры распределений. Нормальное распределение.

Тема 11-12. Производящие и характеристические функции. Определения, свойства, примеры. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.

## **Раздел 3. Элементы математической статистики.**

Тема 13. Основные понятия и задачи математической статистики. Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты.

Тема 14. Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Свойства оценок (несмещенность, эффективность и состоятельность), методы построения. Построение точечных и интервальных оценок. Распределения «хи-квадрат», Стьюдента, Фишера-Снедекора. Теорема Фишера.

Тема 15. Задача статистической проверки гипотез. Ошибки I и II рода. Понятие мощности критерия. Примеры статистических гипотез о параметрах распределения, и о законах распределения. Критерии согласия.

Тема 16. Корреляционно-регрессионные задачи. Линейная регрессия. Оценки метода наименьших квадратов.

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Элементарная теория вероятностей**

Темы 1-6. Решение задач.

### **Раздел 2. Случайные величины**

Темы 7-12. Решение задач.

### **Раздел 3. Элементы математической статистики**

Темы 13-16. Решение задач.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль №1 «Элементарная теория вероятностей»**

##### **Вариант 1**

1. На стеллаже в библиотеке стоят 15 учебников, причём пять из них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.

2. По цели производят 5 выстрелов с вероятностью попадания в цель 0,75. Найдите вероятность: а) ровно четырёх попаданий, б) не менее четырёх попаданий, в) менее трёх попаданий.

3. В магазин на продажу поступили холодильники с трёх заводов. Продукция с первого завода содержит 10% холодильников с дефектом, второго – 15% и третьего – 5%. Какова вероятность приобретения исправного холодильника, если в магазин поступило 25 холодильников с первого завода, 40 – со второго и 35 – с третьего?

4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2?

5. Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. В течение часа любой абонент независимо от остальных может сделать вызов с вероятностью 0,005. Требуется найти вероятность того, что в течение часа было не более 3 вызовов.

### Рейтинг-контроль №2 «Случайные величины»

#### Вариант 1

1. Пункт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигнала с этих объектов составляет 0,2, 0,3 и 0,6, соответственно.

Составить закон распределения случайной величины – числа объектов, с которых поступит сигнал.

Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

2. Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{4}, & \text{при } 1 \leq x \leq b, \\ 0, & \text{при } x > b \end{cases}$$

Найти: а) параметр  $b$ ; б) математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

3. Сумма вклада клиента сберегательного банка – это случайная величина с математическим ожиданием 15 тыс. руб. и дисперсией 0,4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что сумма вклада наудачу взятого вкладчика будет заключена в границах от 14 тыс. руб. до 16 тыс. руб.

4.  $X$  – нормально распределённая случайная величина с параметрами  $a = 5$ ,  $\sigma = 1$ . Найти  $P(4 < X < 6)$ .

5. Случайная величина  $(X, Y)$  принимает значения в треугольнике  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x + y < 1$  с равномерной плотностью. Вычислить коэффициент корреляции.

### Рейтинг-контроль №3 «Элементы математической статистики»

#### Вариант 1

Задача 1.

1. Представить исходную выборку в виде статистического ряда и изобразить его графически. Привести график эмпирической функции распределения.

2. Определить моду и медиану.

3. Определить точечные оценки для среднего арифметического, дисперсии, среднеквадратического отклонения.

4. Определить интервальные оценки для математического ожидания с уровнями значимости  $\alpha = 0,05$  и  $\alpha = 0,01$ .

Варианты заданий:

№ 1 50.0; 61.7; 72.1; 80.9; 90.9; 51.2; 61.9; 73.4; 81.3; 91.3; 52.7;  
62.8; 74.5; 82.4; 92.5; 63.7; 76.7; 82.9; 64.0; 77.7; 83.7; 66.1;  
64.1; 78.1; 65.8; 65.2; 79.8; 66.1; 68.5; 66.8; 67.4; 70.1.

Задача 2.

С целью определения средней продолжительности обслуживания клиентов в пенсионном фонде, число клиентов которого очень велико, по схеме собственно-случайной бесповторной

выборки проведено обследование 100 клиентов. Результаты обследования представлены в таблице:

Время обслуживания, мин.	<2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	>12	Итого
Число клиентов	6	10	21	39	15	6	3	100

Используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – время обслуживания клиентов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

## 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Вопросы к экзамену

#### Часть 1. Элементарная теория вероятностей.

- 1) Предмет теории вероятностей, два признака случайного явления, постулат теории вероятностей. Примеры построения пространств элементарных исходов.
- 2) Вероятностное пространство в задаче выбора с возвращением: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 3) Вероятностное пространство в задаче выбора без возвращения: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 4) Вероятностное пространство в задаче размещения различных частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистика Максвелла-Больцмана.
- 5) Вероятностное пространство в задаче размещения неразличимых частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистики Бозе-Энштейна и Ферми-Дирака.
- 6) Понятие случайного события, операции над событиями.
- 7) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, теорема о существовании наименьшей алгебры ( $\sigma$ -алгебры), содержащей заданные события.
- 8) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, доказать, что система событий, содержащая достоверное событие, замкнутая относительно операции объединения и дополнения, образует алгебру ( $\sigma$ -алгебру).
- 9) Определение вероятностной меры, вероятность суммы событий (для несовместных событий и для произвольных). Общая формула.
- 10) Определение вероятностной меры, примеры классической и геометрической вероятностей.
- 11) Парадокс Бертрана.
- 12) Примеры конечных вероятностных пространств (биномиальное и полиномиальное распределения, гипергеометрическое)
- 13) Определение условной вероятности, ее свойства.
- 14) Вероятность произведения произвольных событий, общая формула, формула Байеса.
- 15) Полная группа событий, формула полной вероятности.
- 16) Полная группа событий, понятие априорной и апостериорной вероятностей, теорема Байеса.
- 17) Определение  $n$  независимых в совокупности событий. Доказать, что из попарной независимости не следует независимость в совокупности.
- 18) \* Прямое произведение вероятностных пространств как специальное вероятностное пространство, связанное с независимыми событиями.
- 19) Схема Бернулли: традиционная постановка задачи и построение вероятностного пространства.
- 20) Схема Бернулли. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Неравенство Берри-Эссена.
- 21) Схема Бернулли. Предельная теорема Пуассона. Неравенство Прохорова.

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

Рабочую программу составила:

д.ф.-м.н., профессор каф. ФАиП Родина Л.И. \_\_\_\_\_



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. \_\_\_\_\_



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. \_\_\_\_\_



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФиПИМ Аракелян С.М. \_\_\_\_\_



### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

### 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

Рабочую программу составила:

д.ф.-м.н., профессор каф. ФАиП Родина Л.И. \_\_\_\_\_



Рецензент (представитель работодателя):


заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. \_\_\_\_\_



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. \_\_\_\_\_



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФиПМ Аракелян С.М. \_\_\_\_\_



### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 2022 / 2023 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_