

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



**УТВЕРЖДАЮ**  
**Проректор**  
 по учебно-методической работе  
 А.А.Панфилов  
 « 17 » 04 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ПРАКТИКУМ (АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ)»**

Направление подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»  
 Профиль / программа подготовки \_\_\_\_\_  
 Уровень высшего образования бакалавриат  
 Форма обучения очная, ускоренная

| Семестр | Трудоемкость зачетных ед. / час. | Лекции, час. | Практические занятия, час. | СРС, час. | Форма промежуточного контроля (экзамен/зачет) |
|---------|----------------------------------|--------------|----------------------------|-----------|---|
| 3       | 4 / 144                          |              | 54                         | 90        | Зачет   |
| Итого   | 4 / 144                          |              | 54                         | 90        | Зачет   |

Владимир 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов комплекса знаний, умений и навыков решения типовых задач алгебры и теории чисел.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Практикум (алгебра и теория чисел)» относится к дисциплинам базовой части ОПОП направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

### *Взаимосвязь с другими дисциплинами*

Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения общепрофессиональных дисциплинах, а также дисциплинах естественнонаучного цикла.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **профессиональными компетенциями (ПК)**:

- способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- **знать:**

- основные понятия, задачи и методы алгебры, теории чисел, теории групп и алгебр Ли;
- постановки типовых задач алгебры, теории чисел, теории групп и алгебр Ли;
- основные требования, предъявляемые к алгебраическим, теоретико-числовым теориям;
- элементы теории множеств;
- основные понятия линейной алгебры, теории многочленов и полей, теории конечных полей,  $p$ -адических полей, аналитической теории чисел, теории групп и алгебр Ли;
- методы и алгоритмы решения типичных задач алгебры, теории чисел, теории групп и алгебр Ли;
- вычислительные схемы и алгоритмы решения алгебраических и теоретико-числовых задач;

- **уметь:**

- применять современные методы решения типовых задач алгебры, теории чисел, теории групп и алгебр Ли;
- обоснованно выбрать численный метод, разработать алгоритм решения поставленной задачи;

- **владеть:**

- навыками решения типовых задач алгебры, теории чисел, теории групп и алгебр Ли с использованием средств вычислительной техники.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа).  
Распределение трудоемкости по видам занятий представлено в таблице 1.

Таблица 1

| №<br>п/п | Раздел (тема)<br>дисциплины                          | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы,<br>включая<br>самостоятельную<br>работу студентов<br>и трудоемкость (в<br>часах) |                         |                        |                       |     | Объем<br>учебной<br>работы,<br>с приме-<br>нением<br>интерак-<br>тивных<br>методов<br>(в часах /<br>%) | Формы<br>текущего<br>контроля<br>успеваемости<br>(по неделям<br>семестра)*,<br>форма<br>промежуточной<br>аттестации<br>(по семестрам) |
|----------|--|---------|-----------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------|-----|--|---|
|          |  |         |                 | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы | Контрольные<br>работы | СРС |  |   |
| 1        | Решение р-адических уравнений.                       | 3       | 1,2             |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   |   |
| 2        | Приложения леммы Гензеля.                            |         | 3,4             |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   |   |
| 3        | Принцип Хассе для квадратичных форм.                 |         | 5,6             |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   | Рейтинг-контроль № 1  |
| 4        | Вычисление рациональных точек алгебраических кривых. |         | 7,8             |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   |   |
| 5        | Дзета-функция Римана.                                |         | 9,10            |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   |   |
| 6        | Алгебры и группы Ли.                                 |         | 11,12           |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   | Рейтинг-контроль № 2  |
| 7        | Вычисление экспоненты квадратной матрицы.            |         | 13,14           |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   |   |
| 8        | Разрешимые и нильпотентные алгебры Ли. Теоремы Ли и  |         | 15,16           |   | 6                       |                        |                       | 10  | 3/50   |   |

|   |                           |       |  |           |  |  |           |              |                      |
|---|---------------------------|-------|--|-----------|--|--|-----------|--------------|----------------------|
|   | Энгеля.                   |       |  |           |  |  |           |              |                      |
| 9 | Полупростые алгебры Ли.   | 17,18 |  | 6         |  |  | 10        | 3/50         | Рейтинг-контроль № 3 |
|   | <b>Всего за 3 семестр</b> |       |  | <b>54</b> |  |  | <b>90</b> | <b>27/50</b> | <b>ЗАЧЕТ</b>         |
|   | <b>Всего</b>              |       |  | <b>54</b> |  |  | <b>90</b> | <b>27/50</b> | <b>ЗАЧЕТ</b>         |

\* - В семестре выполняются контрольные работы с оценками, учитываемыми в рейтинг-контроле.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 5.1. Активные и интерактивные формы обучения

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы, отчёты по лабораторным работам):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических/лабораторных работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 27 часов (50%).

### 5.2. Самостоятельная работа студентов

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчеты по лабораторным работам.

### 5.3. Мультимедийные технологии обучения

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийной аудитории 230-3 с использованием компьютерного проектора. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении лабораторных работ.

### 5.4. Лекции приглашенных специалистов

В рамках учебной дисциплины «Практикум (алгебра и теория чисел)» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

### 5.5. Рейтинговая система обучения

Рейтинг-контроль проводится три раза за семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы на контрольных занятиях, качество выполнения заданий.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### 6.1. Контрольные работы

#### Рейтинг-контроль № 1 (3-й семестр):

- 1) Вычислить группу Галуа кругового поля  $\mathbb{Q}(e^{\frac{2\pi i}{p}})$ .
- 2) Найти наименьшее простое число  $p \geq 3$ , для которого  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}_p$ .
- 3) Найти наименьшее простое число  $p \geq 3$ , для которого  $i = \sqrt{-1} \in \mathbb{Q}_p$ .
- 4) Найти наименьшее простое число  $p \geq 3$ , для которого корень уравнения  $x^2 - x + 1 = 0$  принадлежит  $\mathbb{Q}_p$ .

#### Рейтинг-контроль № 2 (3-й семестр):

- 1) Доказать, что векторное произведение в трехмерном пространстве задает на нем структуру алгебры Ли.
- 2) Вычислить форму Киллинга на алгебре Ли  $sl_2$ .
- 3) Найти все матрицы 2-го порядка, коммутирующие с матрицей

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 4) Найти косинус матрицы

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

### Рейтинг-контроль № 3 (3-й семестр):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

1) Найти экспоненту матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2) Вычислить определитель экспоненты матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3) Найти синус матрицы

### 6.2. Зачет (3-й семестр)

#### Список вопросов к зачету по практикуму:

- 1  $p$ -адические поля.
- 2  $p$ -адические нормы и абсолютная величина рационального числа. Формула произведения. Теорема Островского.
- 3  $p$ -адические уравнения.
- 4 Лемма Гензеля.
- 5 Принцип Хассе.
- 6 Дзета-функция Римана.
- 7 Простейшие примеры алгебр Ли.
- 8 Экспонента и логарифм квадратной матрицы.
- 9 Определитель экспоненты.
- 10 Однопараметрические подгруппы.
- 11 Разрешимые алгебры Ли. Теорема Ли.
- 12 Нильпотентные алгебры Ли. Теорема Энгеля.
- 13 Дифференцирования и присоединенное представление.
- 14 Форма Киллинга.
- 15 Простые и полупростые алгебры Ли. Теорема Картана.
- 16 Классификация простых комплексных алгебр Ли.

#### Пример задания на зачете:

- 1) Форма Киллинга.
- 2) Определитель экспоненты.
- 3) Найти все матрицы 2-го порядка, коммутирующие с матрицей

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 4) Найти косинус матрицы

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

### 6.3. Темы СРС (3-й семестр)

- 1  $p$ -адические поля. Вычисление  $p$ -адических норм.
- 2  $p$ -адические нормы и абсолютная величина рационального числа.
- 3 Решение  $p$ -адических уравнений.
- 4 Решение уравнений с помощью леммы Гензеля.
- 5 Вычисление мультипликативной группы  $p$ -адического поля.
- 6 Принцип Хассе и точки на квадратах.
- 7 Построение примеров алгебраических расширений.
- 8 Использование основных теорем теории Галуа для конечных и бесконечных расширений.
- 9 Группы Галуа конечного поля и его алгебраического замыкания.
- 10 Группы Галуа кругового поля и максимального абелева расширения кругового поля.
- 11 Вычисление экспоненты квадратной матрицы.
- 12 Определитель экспоненты.
- 13 Разрешимые алгебры Ли. Приложения теоремы Ли.
- 14 Нильпотентные алгебры Ли. Приложения теоремы Энгеля.
- 15 Вычисление формы Киллинга для простой трехмерной алгебры Ли.

### 7.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### *а) основная литература:*

1. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс]: курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. - 80 с. - ISBN 978-5-7042-2454-9.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html>
2. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В.Веселова, О.Е. Тихонов. – Казань : Издательство КНИТУ, 2014. – ISBN9785788216362  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html>
3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015. - 400 с. - ISBN 978-5-392-16339-7.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html>

#### *б) дополнительная литература:*

1. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. - Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. - 100 с. - ISBN 978-5-7882-1711-6.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217116.html>

2. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс] / Хаггарти Р. - Издание 2-е, исправленное. - М. : Техносфера, 2012. - 400 с. - ISBN 978-5-94836-303-5.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785948363035.html>

3. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / Геворкян П.С - М. : Физматлит, 2014. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1582-7.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115827.html>

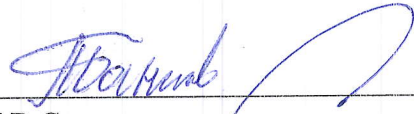
#### **8.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**


Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- кафедральные мультимедийные средства (ауд. 230-3);
- электронные записи лекций;
- оборудование специализированной лаборатории (230-3);
- компьютеры со специализированным программным обеспечением виртуальных приборов (лабораторные работы выполняются с использованием математического пакета Maple).



Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Рабочую программу составил Танкеев С.Г. 

Рецензент ООО «Мегалитера», гендиректор М.В.Судоргин 

(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АиГ.

Протокол № 4/15 от 16.04.2015 года

Заведующий кафедрой



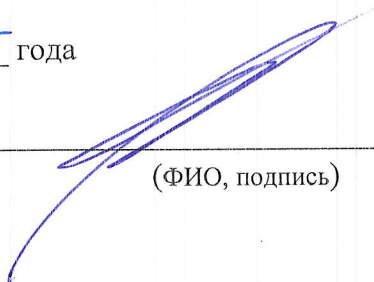
Дубровин Н.И.

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Протокол № 11А от 17.04.15 года

Председатель комиссии



Аракелян С.М.

(ФИО, подпись)