

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
 (ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ  
 Проректор  
 по учебно-методической работе  
 \_\_\_\_\_ А.А.Панфилов  
 « 17 » 04 \_\_\_\_\_ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ»**

Направление подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

Профиль / программа подготовки \_\_\_\_\_

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная, ускоренная

Семестр	Трудоемкость зачетных ед. / час.	Лекции, час.	Практические занятия, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экзамен /зачет)
1	2 / 72			72	Переаттестация (зачет)
1	5/180	36	36	63	Экзамен, 45
Итого	7/ 252	36	36	135	Экзамен, 45

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов комплекса знаний, умений и навыков решения типовых задач линейной алгебры, аналитической геометрии и топологии.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Геометрия и топология» относится к дисциплинам базовой части ОПОП направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

### *Взаимосвязь с другими дисциплинами*

Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения общепрофессиональных дисциплинах, а также дисциплинах естественнонаучного цикла.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

- способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики (ОПК-2);
- готовностью к разработке моделирующих алгоритмов и реализации их на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования (ПК-3).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- **знать:**

- основные понятия, задачи и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, топологии;
- постановки типовых задач линейной алгебры, аналитической геометрии, топологии;
- основные требования, предъявляемые к геометрическим и топологическим теориям;
- элементы теории множеств;
- основные понятия линейной алгебры, аналитической геометрии, топологии;

- методы и алгоритмы решения типичных задач линейной алгебры, аналитической геометрии, топологии;
- вычислительные схемы и алгоритмы решения геометрических и топологических задач;
- **уметь:**
- применять современные методы решения типовых задач линейной алгебры, аналитической геометрии и топологии;
- обоснованно выбрать численный метод, разработать алгоритм решения поставленной задачи;
- **владеть:**
- навыками решения типовых задач линейной алгебры, аналитической геометрии и топологии с использованием средств вычислительной техники.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 часа). Распределение трудоемкости по видам занятий представлено в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)*, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС		
1	1.1-1.2	1	1	2	2			4	2/50	
2	1.3-1.4		2	2	2			4	2/50	
3	2.1-2.2		3	2	2			4	2/50	
4	2.3		4	2	2			4	2/50	
5	3.1		5	2	2			4	2/50	
6	3.2		6	2	2		2	4	2/50	Рейтинг-контроль №1
7	4.1		7	2	2			4	2/50	
8	4.2		8	2	2			4	2/50	
9	5.1		9	2	2			4	2/50	
10	5.2		10	2	2			4	2/50	
11	6.1		11	2	2		2	4	2/50	Рейтинг-контроль № 2
12	6.2-6.3		12	2	2			4	2/50	
13	7.1-7.2		13	2	2			4	2/50	
14			14					72		<b>ПЕРЕАТТЕСТАЦИЯ (ЗАЧЕТ)</b>

15	8.1		15	2	2			4	2/50	
16	8.2		16	2	2			4	2/50	Рейтинг-контроль № 3
17	9.1		17	2	2			2	2/50	
18	9.2		18	4	4			1	4/50	
<b>Всего</b>				<b>36</b>	<b>36</b>			<b>135</b>	<b>36/50</b>	<b>ЭКЗАМЕН, 45, ПЕРЕАТТЕСТАЦИЯ (ЗАЧЕТ)</b>

\* - В семестре выполняются контрольные работы с оценками, учитываемыми в рейтинг-контроле.

В переаттестации нет рейтинг-контроля, он есть только в основном материале.

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ КУРС СЕМЕСТР 1**

### **Раздел 1. Определители и линейные пространства**

#### **Тема 1.1. Определители**

Определители и их свойства.

#### **Тема 1.2. Правило Крамера.**

Системы линейных уравнений. Правило Крамера.

#### **Тема 1.3. Линейные пространства.**

Линейные пространства. Линейно независимые векторы.

#### **Тема 1.4. Базис и размерность.**

Базис и размерность.

### **Раздел 2. Скалярное произведение**

#### **Тема 2.1. Скалярное произведение**

Скалярное произведение. Неравенство Коши - Шварца.

#### **Тема 2.2. Ортогональность векторов**

Ортогональные векторы. Теорема Пифагора.

#### **Тема 2.3. Ортонормированные базисы. Длины векторов и углы**

Ортонормированные базисы. Длины векторов и углы.

### **Раздел 3. Векторное и смешанное произведения**

#### **Тема 3.1. Векторное произведение.**

Векторное произведение.

#### **Тема 3.2. Смешанное произведение.**

Смешанное произведение.

### **Раздел 4. Линейные операторы и матрицы**

#### **Тема 4.1. Линейные операторы и матрицы.**

Линейные операторы и матрицы. Определитель произведения матриц.

#### **Тема 4.2. Обратимые матрицы.**

Вычисление обратной матрицы.

## **Раздел 5. Собственные числа и собственные векторы**

### **Тема 5.1. Собственные векторы линейного оператора**

Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

### **Тема 5.2. Спектральная теорема.**

Самосопряженные операторы и симметрические матрицы. Спектральная теорема.

## **Раздел 6. Системы линейных уравнений**

### **Тема 6.1. Ранг матрицы**

Ранг матрицы.

### **Тема 6.2. Решение систем линейных уравнений методом Кронекера - Капелли.**

Решение систем линейных уравнений методом Кронекера - Капелли.

### **Тема 6.3. Прямая на плоскости.**

Прямая на плоскости. Нормаль. Расстояние от точки до прямой.

## **Раздел 7. Квадратичные формы и кривые второго порядка**

### **Тема 7.1. Квадратичные формы.**

Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

### **Тема 7.2. Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола.**

Классификация кривых второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола.

## **Раздел 8. Топологические и метрические пространства. Непрерывные отображения.**

### **Тема 8.1. Топологические и метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы.**

Топологические и метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы.

### **Тема 8.2. Компакты. Произведения топологических пространств.**

Компакты. Произведения топологических пространств.

## **Раздел 9. Классификация гладких ориентируемых компактных поверхностей.**

### **Фундаментальная группа**

### **Тема 9.1. Классификация гладких компактных ориентируемых поверхностей.**

Классификация гладких компактных ориентируемых поверхностей.

### **Тема 9.2. Фундаментальная группа.**

Фундаментальная группа. Односвязные топологические пространства.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

### **5.1. Активные и интерактивные формы обучения**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в

сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы, отчёты):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических/лабораторных работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 36 часов (50%).

#### **5.2. Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам, лабораторным работам.

#### **5.3. Мультимедийные технологии обучения**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийной аудитории 230-3 с использованием компьютерного проектора. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении лабораторных работ.

#### **5.4. Лекции приглашенных специалистов**

В рамках учебного курса не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

#### **5.5. Рейтинговая система обучения**

Рейтинг-контроль проводится три раза за семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы на контрольных занятиях, качество выполнения домашних заданий.

**6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ  
УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМ ЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ  
ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ  
ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

**6.1. Контрольные работы**

**Рейтинг-контроль № 1**

1. Найти точку пересечения медиан в треугольнике  $\triangle ABC$ , где  $A(2,0,-2)$ ,  $B(2,3,14)$ ,  $C(-6,-3,14)$ .
2. Найти высоту пирамиды  $ABCD$ , опущенную из вершины  $A$  на грань  $B CD$ , где  $A(-2,-1,-2)$ ,  $B(-1,1,-4)$ ,  $C(-12,-3,9)$ ,  $D(1,-4,1)$ .
3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 5x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 = -1. \end{cases}$$

4. Вычислить

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}^{-1}.$$

**Рейтинг-контроль № 2**

1. Найти расстояние от точки  $(3,-4)$  до прямой, проходящей через точки  $(2,0)$  и  $(1,-4)$ .
2. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}.$$

3. Привести квадратичную форму  $2x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2$  к каноническому виду.
4. Перечислить все типы кривых 2-го порядка на плоскости.

**Рейтинг-контроль № 3**

1. Привести примеры метрических пространств из математического анализа и линейной алгебры.
2. Какие из следующих топологических пространств являются компактными: отрезок  $[2,7]$ , полуинтервал  $[-1,\pi)$ , сфера с выколотым северным полюсом, лист Мебиуса, произведение отрезка и окружности.
3. Вычислить фундаментальную группу 2-мерного тора.
4. Вычислить фундаментальную группу кольца на плоскости.

## 6.2. Экзаменационные вопросы

- 1) Определители и их свойства.
- 2) Системы линейных уравнений. Правило Крамера.
- 3) Линейные пространства. Линейно независимые векторы.
- 4) Базис и размерность.
- 5) Скалярное произведение. Неравенство Коши - Шварца.
- 6) Ортогональные векторы. Теорема Пифагора.
- 7) Ортонормированные базисы. Длины векторов и углы.
- 8) Векторное произведение.
- 9) Смешанное произведение.
- 10) Линейные операторы и матрицы. Определитель произведения матриц.
- 11) Вычисление обратной матрицы.
- 12) Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.
- 13) Самосопряженные операторы и симметрические матрицы. Спектральная теорема.
- 14) Ранг матрицы.
- 15) Решение систем линейных уравнений методом Кронекера - Капелли.
- 16) Прямая на плоскости. Нормаль. Расстояние от точки до прямой.
- 17) Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
- 18) Классификация кривых второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола.
- 19) Топологические и метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы.
- 20) Компакты. Произведения топологических пространств.
- 21) Классификация гладких компактных ориентируемых поверхностей.
- 22) Фундаментальная группа. Односвязные топологические пространства.

## 6.3. Вопросы по переекзамени

- 1) Определители малых порядков и их свойства.
- 2) Решение систем линейных уравнений.
- 3) Линейные пространства и векторы. Линейная независимость.
- 4) Базис и размерность линейного пространства.
- 5) Скалярное произведение и его свойства.
- 6) Ортогональные векторы. Теорема Пифагора.
- 7) Длины векторов и углы.
- 8) Векторное произведение и его свойства.
- 9) Смешанное произведение и его свойства.
- 10) Сложение и умножение матриц.
- 11) Вычисление обратной матрицы.
- 12) Геометрические приложения скалярного, векторного и смешанного произведений.

## 6.4. Темы СРС



- 1) Вычисление определителей малых порядков.
- 2) Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
- 3) Линейно независимые векторы.
- 4) Построение базисов пространств.
- 5) Скалярное произведение. Неравенство Коши – Шварца и его приложения.
- 6) Ортогональные векторы. Теорема Пифагора. Ортогонализация.
- 7) Ортонормированные базисы. Длины векторов и углы.
- 8) Векторное произведение и его геометрические приложения.
- 9) Смешанное произведение и его геометрические приложения.
- 10) Линейные операторы и матрицы. Определитель произведения матриц.
- 11) Вычисление обратной матрицы.
- 12) Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.
- 13) Самосопряженные операторы и симметрические матрицы. Спектральная теорема.
- 14) Ранг матрицы и его вычисление.
- 15) Решение систем линейных уравнений методом Кронекера - Капелли.
- 16) Прямая на плоскости. Нормаль. Расстояние от точки до прямой.
- 17) Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
- 18) Классификация кривых второго порядка.
- 19) Эллипс, гипербола, парабола.
- 20) Топологические и метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы.
- 21) Компакты. Произведения топологических пространств.
- 22) Классификация гладких компактных ориентируемых поверхностей.
- 23) Фундаментальная группа. Вычисление фундаментальной группы.

## **7.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### ***а) основная литература:***

1. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс] / Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. - М. : Физматлит, 2012. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1360-1.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113601.html>
2. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2012. - 224 с. - ISBN 978-5-9221-0511-8.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105118.html>
3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015. - 400 с. - ISBN 978-5-392-16339-7  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html>

*б) дополнительная литература:*

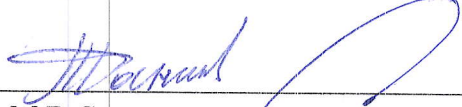
1. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. - Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. - 100 с. - ISBN 978-5-7882-1711-6.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217116.html>
2. Основы построения двух- и трехмерных геометрических моделей [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Сагадеев [и др.]; под ред. проф. С.В. Юшко. - Казань : Издательство КНИТУ, 2012. - 160 с. - ISBN 978-5-7882-1240-1.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788212401.html>
3. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / Геворкян П.С - М. : Физматлит, 2014. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1582-7.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115827.html>


## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- кафедральные мультимедийные средства (ауд. 230-3);
- электронные записи лекций;
- оборудование специализированной лаборатории (230-3);
- компьютеры со специализированным программным обеспечением виртуальных приборов (лабораторные работы выполняются с использованием математического пакета Maple).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

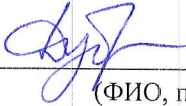
Рабочую программу составил Танкеев С.Г. 

Рецензент ООО «Мегалиттера», гендиректор М.В.Судоргин 

(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АиГ.

Протокол № 4/15 от 16.04.2015 года

Заведующий кафедрой 

Дубровин Н.И.

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Протокол № 11А от 17.04.15 года

Председатель комиссии 

Аракелян С.М.

(ФИО, подпись)