

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «Владимирский государственный университет  
 имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
 (ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

« 30 » августа 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины)

**Направление подготовки — 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».**

**Профиль / программа подготовки -- мобильные и Интернет-технологии.**

г. Владимир  
 2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Математический анализ» является изучение дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов с приложениями к задачам геометрии и физики, а также теории поля.

Задачи:

- освоить дифференциальное исчисление с приложениями к геометрии, задачам на экстремумы и приближенным вычислениям;
- освоить интегральное исчисление и теории рядов с приложениями к геометрии, физике, теории поля.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части учебного плана.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Знает принципы использования фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знает основы дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов. Умеет использовать полученные знания для решения прикладных задач в своей будущей профессиональной деятельности. Владеет современным аппаратом, методами и алгоритмами математического анализа.	Типовой расчет
ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов, глобальных сетей, образовательного контента,	ОПК-3.1. Знает методы теории алгоритмов, системного и прикладного программирования, принципы и методологии тестирования программного обеспечения, принципы математического моделирования, типовые (универсальные) математические (включая информационные и имитационные) модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения прикладной математики.	Знает основы математического анализа. Умеет использовать полученные знания для решения прикладных задач в своей будущей профессиональной деятельности; Владеет современным аппаратом, методами и алгоритмами математического анализа.	Типовой расчет

прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	ОПК-3.2. Умеет определять и составлять информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем, осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей, модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии со спецификой поставленной задачи моделирования. ОПК-3.3. Владеет навыками разработки программного обеспечения, а также выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов.		
--	--	--	--

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 часа.

#### Тематический план форма обучения – очная, ускоренное обучение

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической работы		
1	Введение в анализ	1	1-7	14	14			60	Рейтинг-контроль 1, зачет (переаттестация)
2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	1	8-13	12	12			60	Рейтинг-контроль 2, зачет (переаттестация)
3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	1	14-18	10	10			33	Рейтинг-контроль 3, зачет (переаттестация)
<b>Всего за 1 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>36</b>			<b>153</b>	<b>Зачет с оценкой (переаттестация), экзамен (27)</b>
4	Интегральное исчисление функций одной переменной	2	1-9	18	18			40	Рейтинг-контроль 1
5	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	2	10-14	10	10			30	Рейтинг-контроль 2
6	Теория поля.	2	15	2	2			1	Рейтинг-контроль 3
7	Ряды	2	16-18	6	6			10	
<b>Всего за 2 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>36</b>			<b>81</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>72</b>	<b>72</b>			<b>225</b>	<b>Зачет с оценкой (переаттестация), экзамен (27), экзамен (27)</b>

## Содержание лекционных занятий по дисциплине

### СЕМЕСТР 1

#### Раздел 1. Введение в анализ

Тема 1. Предел последовательности. Существование предела неубывающей ограниченной сверху последовательности. Натуральные логарифмы. Предел функции в точке. Непрерывность функции в точке.

Тема 2. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 3. Существование и непрерывность обратной функции.

Тема 4. Первый и второй замечательные пределы.

Тема 5. Бесконечно малые и их свойства.

#### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 1. Производная. Геометрический и физический смыслы производной. Дифференциал функции одной переменной.

Тема 2. Дифференцирование сложной функции одной переменной. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных.

Тема 3. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность первого дифференциала.

Тема 4. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

Тема 5. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Тема 6. Формула Тэйлора.

Тема 7. Экстремумы функции одной переменной. Исследование функции на экстремумы с помощью первой и второй производных.

Тема 8. Выпуклость и вогнутость графика функции.

Тема 9. Асимптоты. Построение графика функции.

#### Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Тема 1. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Смешанные производные. Второй дифференциал.

Тема 2. Частные производные сложной функции. Производные функции, заданной неявно.

Тема 3. Формула Тэйлора для функции двух переменных.

Тема 4. Исследование на экстремумы функции нескольких переменных.

Тема 5. Условные экстремумы.

### СЕМЕСТР 2

#### Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов.

Тема 2. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

Тема 3. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Тема 4. Интегрирование рациональных функций.

Тема 5. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Тема 6. Подстановки Эйлера.

Тема 7. Определенный интеграл. Производная определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница.

Тема 8. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Тема 9. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей, длин кривых, объемов тел вращения.

Тема 10. Несобственные интегралы.

#### Раздел 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.

Тема 1. Двойной интеграл и его вычисление.

- Тема 2. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан.
- Тема 3. Двойной интеграл в полярных координатах.
- Тема 4. Криволинейный интеграл 1-го рода и его вычисление.
- Тема 5. Криволинейный интеграл 2-го рода и его вычисление.
- Тема 6. Формула Грина.
- Тема 7. Потенциал векторного поля. Вычисление работы в потенциальном поле.
- Тема 8. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в сферических координатах.
- Тема 9. Теорема Гаусса – Остроградского. Дивергенция.
- Тема 10. Формула Стокса

#### **Раздел 6. Теория поля.**

Тема 1. Оператор Гамильтона. Ротор и дивергенция векторного поля. Градиент. Работа в потенциальном поле.

#### **Раздел 7. Ряды.**

- Тема 1. Сходимость числовых рядов. Признаки Даламбера, Коши, Лейбница.
- Тема 2. Равномерная сходимость функциональных рядов.
- Тема 3. Дифференцирование и интегрирование равномерно сходящихся рядов.
- Тема 4. Степенные ряды. Радиусходимости. Ряды Тэйлора. Разложения элементарных функций в ряды Тэйлора.
- Тема 5. Ряды Фурье.

### **Содержание практических занятий по дисциплине**

#### **СЕМЕСТР 1**

##### **Раздел 1. Введение в анализ**

Тема 1. Предел последовательности. Существование предела неубывающей ограниченной сверху последовательности. Натуральные логарифмы. Предел функции в точке. Непрерывность функции в точке.

Тема 2. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 3. Существование и непрерывность обратной функции.

Тема 4. Первый и второй замечательные пределы.

Тема 5. Бесконечно малые и их свойства.

##### **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.**

Тема 1. Производная. Геометрический и физический смыслы производной. Дифференциал функции одной переменной.

Тема 2. Дифференцирование сложной функции одной переменной. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных.

Тема 3. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность первого дифференциала.

Тема 4. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

Тема 5. Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.

Тема 6. Формула Тэйлора.

Тема 7. Экстремумы функции одной переменной. Исследование функции на экстремумы с помощью первой и второй производных.

Тема 8. Выпуклость и вогнутость графика функции.

Тема 9. Асимптоты. Построение графика функции.

##### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

Тема 1. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Смешанные производные. Второй дифференциал.

Тема 2. Частные производные сложной функции. Производные функции, заданной неявно.

Тема 3. Формула Тэйлора для функции двух переменных.

Тема 4. Исследование на экстремумы функции нескольких переменных.

Тема 5. Условные экстремумы.

#### **Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной переменной.**

Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов.

Тема 2. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

Тема 3. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Тема 4. Интегрирование рациональных функций.

Тема 5. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Тема 6. Подстановки Эйлера.

Тема 7. Определенный интеграл. Производная определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница.

Тема 8. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Тема 9. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей, длин кривых, объемов тел вращения.

Тема 10. Несобственные интегралы.

#### **Раздел 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.**

Тема 1. Двойной интеграл и его вычисление.

Тема 2. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан.

Тема 3. Двойной интеграл в полярных координатах.

Тема 4. Криволинейный интеграл 1-го рода и его вычисление.

Тема 5. Криволинейный интеграл 2-го рода и его вычисление.

Тема 6. Формула Грина.

Тема 7. Потенциал векторного поля. Вычисление работы в потенциальном поле.

Тема 8. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в сферических координатах.

Тема 9. Теорема Гаусса – Остроградского. Дивергенция.

Тема 10. Формула Стокса

#### **Раздел 6. Теория поля.**

Тема 1. Оператор Гамильтона. Ротор и дивергенция векторного поля. Градиент. Работа в потенциальном поле.

#### **Раздел 7. Ряды.**

Тема 1. Сходимость числовых рядов. Признаки Даламбера, Коши, Лейбница.

Тема 2. Равномерная сходимость функциональных рядов.

Тема 3. Дифференцирование и интегрирование равномерно сходящихся рядов.

Тема 4. Степенные ряды. Радиус сходимости. Ряды Тэйлора. Разложения элементарных функций в ряды Тэйлора.

Тема 5. Ряды Фурье.

### **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

#### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **СЕМЕСТР 1**

#### **Рейтинг-контроль №1**

1. Вычислить предел последовательности:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n} ; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n} .$$

2. Вычислить пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x) - 1}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\ln(1+e^{23x})}}$$

3. Сравнить бесконечно малую величину  $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$  с  $\alpha(x) = x$  при  $x \rightarrow 0$ .

### Рейтинг-контроль №2

1.  $y = \ln \sqrt[4]{\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}}$ ,  $y'(x) = ?$

2.  $y = \left(\cos \frac{1}{x}\right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ ,  $y'(x) = ?$

3.  $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$ ,  $y'(x) = ?$

4.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$ ,  $y'_x(x) = ?$

5.  $y = e^{-\cos^3(1-\frac{1}{x})^3}$ ,  $dy = ?$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = \frac{1}{3x+2}$  в точке  $x_0 = 2$ .

7. Исследовать функцию  $y = \frac{2x^3}{x^2+1}$  и построить ее график.

### Рейтинг-контроль №3

1. Найти дифференциал второго порядка от функции  $z = \ln(x - y)$ .

2. Дано:  $z = x^2 + y^2 + xy$ , где  $x = \sin t$ ,  $y = e^t$ . Найти  $\frac{dz}{dt}$ .

3. Вычислить приближенно  $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$ .

4. Исследовать на экстремум функцию  $z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$ .

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + y^2 + xy + x + y$  в области  $D$ :  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x + y = -3$ .

6. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 + 3y^2 - 4z^2 = 15$  в точке  $M(2; -3; 2)$ .

## СЕМЕСТР 2

### Рейтинг-контроль №1

Найти интегралы:

$$\text{1. } \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \text{2. } \int \frac{\ln x dx}{x(1 - \ln^2 x)} \quad \text{3. } \int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \quad \text{4. } \int (1+2x)e^{2x} dx \quad \text{5. } \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

### Рейтинг-контроль №2

$$\text{1. } \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx; \quad \text{2. } \int \cos^5 x dx; \quad \text{3. } \int \frac{dx}{2 + \cos x};$$

$$\text{4. } \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx; \quad \text{5. } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = 4 \cos 4\varphi$ .

7. Найти длину дуги линии  $y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{8}{9}$ .

8. Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$   $0 \leq t \leq 2\pi$ .

### Рейтинг-контроль № 3

1. Вычислить двойной интеграл от функции  $(x^2 + y^2)^2$  по кругу радиуса 2 с центром в начале координат.
2. Вычислить тройной интеграл от функции  $x^2 + y^2 + z^2$  по шару радиуса 1 с центром в начале координат.
3. Найти работу векторного поля  $F = (x + y)2i + (x^2 - y^2)j$ , затраченную на перемещение материальной точки от положения  $M(2,0)$  к положению  $N(0,3)$  вдоль линии  $L: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ .
4. Найти циркуляцию силового поля  $F = \{(x + y)^2; -(x^2 + y^2)\}$  вдоль контура  $\Gamma$ , являющегося периметром треугольника с вершинами  $A(-3, -2)$ ,  $B(1,0)$ ,  $C(0,4)$ . Применить два способа: непосредственное интегрирование и формула Грина. Направление обхода – по часовой стрелке.
5. Убедиться, что поле  $F = (x - y)i - (x - 2y)j$  потенциально и найти его потенциал.

**5.2. Промежуточная аттестация** по итогам освоения дисциплины (1 семестр – зачет с оценкой, зачет (перееаттестация), 2 семестр – экзамен)

### СЕМЕСТР 1

#### Вопросы для зачета (перееаттестации)

#### Тема 1. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

1. Понятие функции. Способы задания функции.
2. Понятие функции от нескольких переменных.
3. Понятие неявной функции.
4. Понятие обратной функции.
5. Классификация функций одного аргумента.
6. Графики основных элементарных функций.

#### Тема 2. Методы вычисления пределов.

1. Определение предела последовательности.
2. Определение предела функции при  $x \rightarrow a$  и при  $x \rightarrow \infty$ .
3. Понятие бесконечно малой и бесконечно большой. Примеры.
4. Основные теоремы о пределах.
5. Первый и второй замечательные пределы.
6. Определение непрерывности функции в точке и на отрезке. Точки разрыва. Непрерывность элементарных функций.

#### Тема 3. Дифференцирование функций одной переменной.

1. Определение производной. Её геометрический смысл, её механический смысл.
2. Производная суммы, произведения, частного.
3. Производная сложной функции.
4. Таблица производных основных элементарных функций.

#### Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производной.

1. Определения возрастающей и убывающей на отрезке функции. Достаточные признаки возрастания и убывания.
2. Определения точки максимума и точки минимума функции. Экстремум. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

#### Тема 5. Неопределенные интегралы.

1. Определение первообразной и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица основных интегралов.
3. Замена переменной в неопределённом интеграле.
4. Метод интегрирования по частям.

#### Тема 6. Определенные интегралы.

1. Определение определённого интеграла. Его геометрический смысл и свойства.
2. Формула Ньютона-Лейбница.

3. Вычисление площадей, длин дуг, объёмов с помощью определённого интеграла.

#### **Тема 7. Несобственные интегралы.**

1. Несобственные интегралы первого и второго рода.
2. Сходимость и расходимость.

#### **Тема 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

1. Что называется функцией двух переменных, ее областью определения? Дайте геометрическое истолкование этих понятий.
2. Частные производные. Сформулируйте правила нахождения частных производных функций нескольких переменных.

#### **Тема 9. Экстремумы и градиент функций нескольких переменных.**

1. Экстремум функции двух переменных. Каковы необходимые условия экстремума?
2. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных.

#### **Вопросы к зачету с оценкой**

1. Предел последовательности. Свойства пределов.
2. Число  $e$ .
3. Предел функции в точке и на бесконечности. Свойства пределов.
4. Первый замечательный предел.
5. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых.
6. Непрерывность. Точки разрыва и их классификация.
7. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
8. Определение производной. Геометрический и физический смысл.
9. Уравнение касательной. Дифференциал функции.
10. Логарифмическое дифференцирование.
11. Производная параметрически и неявно заданной функции.
12. Правило Лопиталю.
13. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
14. Разложение функций по формуле Тейлора.
15. Исследование функций на монотонность и экстремумы.
16. Исследование функций на выпуклость и точки перегиба.
17. Асимптоты графика функции.
18. Общая схема исследования функции и построения графика.
19. Частные производные. Полный дифференциал.
20. Производная по направлению и градиент.
21. Экстремумы функции двух и трех переменных.
22. Условный экстремум.

### **СЕМЕСТР 2**

#### **Вопросы к экзамену**

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование тригонометрических выражений.
6. Интегрирование иррациональных выражений.
7. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
8. Свойства определенного интеграла.
9. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Замена переменной в определенном интеграле.
11. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
12. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

13. Приближенное вычисление определенного интеграла
14. Несобственные интегралы.
15. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
16. Двойной интеграл. Двойной интеграл в полярных координатах.
17. Тройной интеграл в сферических координатах.
18. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.
19. Формула Грина. Потенциальные поля.
20. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Теорема Стокса.
21. Теорема Гаусса-Остроградского.
22. Элементы теории поля.
23. Числовые ряды. Признаки сходимости.
24. Равномерная сходимость функциональных рядов.
25. Степенные ряды. Ряды Фурье.

### 5.3. Самостоятельная работа обучающегося

#### СЕМЕСТР 1

##### Вопросы для самостоятельной работы

1. Числовые множества. Числовые функции. Предел числовой последовательности. Основные свойства пределов.
2. Предел функции в точке и на бесконечности.
3. Первый и второй замечательные пределы.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
5. Непрерывность и точки разрыва.
6. Определение производной. Геометрический и физический смысл.
7. Техника дифференцирования.
8. Уравнение касательной и нормали.
9. Дифференциал. Производные высших порядков.
10. Основные теоремы дифференциального исчисления.
11. Правило Лопиталя.
12. Формула Тэйлора.
13. Исследование функций на монотонность и экстремумы.
14. Исследование функций на выпуклость и точки перегиба. Асимптоты.
15. Частные производные. Полный дифференциал.
16. Производная по направлению и градиент.
17. Частные производные высших порядков и сложной функции.
18. Формула Тэйлора для функции двух переменных.
19. Экстремумы функции двух переменных.
20. Условный экстремум.

##### Типовой расчет №1 «Введение в анализ»

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n^2}{4+5n^2} = -\frac{3}{5}$ .

2. Вычислить предел последовательности:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$  ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 \sqrt{n} + \sqrt[5]{32n^{10}} + 1}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt[3]{n^3 - 1}}$  ;

в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} (\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n^2 - n})$  ;

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+6+9+\dots+3n}{n^2+4}$  ;

е)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$  .

3. Вычислить пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x) - 1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\ln(1+\operatorname{tg}^2 3x)}}$

4. Сравнить бесконечно малую величину  $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$  с  $\alpha(x) = x$  при  $x \rightarrow 0$ .

### Типовой расчет №2 «Производная и ее приложения»

Найти производные функций:

1.  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}$       2.  $y = x^{2^x} \cdot x^{\frac{1}{2}}$       3.  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases}$       4.  $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$

5. Найти дифференциал функции  $y = \sqrt{x} - (1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$  в точке  $x_0 = 1$ .

7. Исследовать функцию  $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$  и построить ее график.

### Типовой расчет №3

#### «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Найти дифференциал первого порядка от функции  $z = \ln(x - y)$ .

2. Дано:  $z = x^2 + y^2 + xy$ , где  $x = \sin t$ ,  $y = e^t$ . Найти  $\frac{dz}{dt}$ .

Вычислить приближенно  $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$ .

Исследовать на экстремум функцию  $z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$ .

Найти наибольшее значение функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$  в области  $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$ .

Написать уравнение касательной плоскости к поверхности  $x^2 + 3y^2 - 4z^2 = 15$  в точке  $M(2; -3; 2)$ .

## СЕМЕСТР 2

### Вопросы для самостоятельной работы

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование тригонометрических выражений.
6. Интегрирование иррациональных выражений.
7. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
8. Свойства определенного интеграла.
9. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Замена переменной в определенном интеграле.
11. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
12. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
13. Несобственные интегралы.
14. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
15. Двойной интеграл. Двойной интеграл в полярных координатах.
16. Тройной интеграл в сферических координатах.
17. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.

18. Формула Грина. Потенциальные поля.
19. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Теорема Стокса.
20. Теорема Гаусса-Остроградского.
21. Элементы теории поля.
22. Числовые ряды. Признаки сходимости.
23. Равномерная сходимость функциональных рядов.
24. Степенные ряды. Ряды Фурье.

#### Типовой расчет №1

1. Найти интегралы, используя линейную замену переменной

$$\begin{array}{llll}
 \text{а) } \int \frac{3dx}{\cos^2(7-5x)}; & \text{б) } \int \frac{3dx}{\sqrt{2x^2-6}}; & \text{в) } \int \frac{dx}{4x^2+12x+25}; & \text{г) } \int \sin^2 3x \cdot \cos^2 5x dx
 \end{array}$$

2. Найти интегралы, используя подходящую замену переменной

$$\begin{array}{llll}
 \text{а) } \int \frac{3x^3 dx}{2x^4-5}; & \text{б) } \int \frac{(x-\sin x)dx}{\sqrt{x^2+2\cos x}}; & \text{в) } \int \frac{(4x+1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}; & \text{г) } \int \frac{3^x dx}{\sqrt{5-9^x}}.
 \end{array}$$

3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям

$$\begin{array}{llll}
 \text{а) } \int (4x-1)\cos \frac{x}{2} dx; & \text{б) } \int (x^2-4x)e^{-2x} dx; & \text{в) } \int (2x+x^3)\operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx; & \text{г) } \int \frac{\ln(2x+9)dx}{(2x+9)^4}
 \end{array}$$

4. Найти интегралы от рациональных функций

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } \int \frac{x^4+3x^3+x^2+21x-24}{(x+4)(x^2+5)} dx; & \text{б) } \int \frac{x^3+31x^2+37x-5}{(x-5)(x+1)^3} dx
 \end{array}$$

5. Найти интегралы, сведя их к интегралам от рациональных функций

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } \int \frac{3e^{2x}-6e^x+4}{e^{2x}-3e^x+2} dx; & \text{б) } \int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}.
 \end{array}$$

6. Вычислить интеграл с помощью тригонометрической подстановки  $\int \sqrt{(25-x^2)^3} dx$

#### Типовой расчет №2

$$\begin{array}{llll}
 1. \int \frac{3dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}; & 2. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{3-5x^8}}; & 3. \int \frac{dx}{x(1-\ln^2 x)}; & 4. \int (1+2x)e^{2x} dx; \\
 5. \int \frac{\ln x}{x^3} dx; & 6. \int x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx; & 7. \int \frac{dx}{x^4-x^2}; & 8. \int \frac{2x+3}{x^2+3x-10} dx; \\
 9. \int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx; & 10. \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx; & 11. \int \cos^5 x dx; & 12. \int \frac{dx}{2+\cos x}; \\
 13. \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx; & 14. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}.
 \end{array}$$

#### Типовой расчет №3

1. Вычислить определенный интеграл  $\int_{\ln 3}^0 \frac{1-e^x}{1+e^x} dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\pi} (1+x) \cos x dx$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$ .
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = 4 \cos 4\varphi$ .
5. Найти длину дуги линии  $y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x$ ,  $0 \leq x \leq 8/9$ .

6. Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$

7. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  вокруг оси  $Ox$ .

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
<b>Основная литература</b>		
1. Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 304 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). ISBN 978-5-16-010071-5.	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html</a>
2. Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010118-7.	2016	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html</a>
3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] : уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов. - М.: Проспект, 2015. - ISBN9785392121625.	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html</a>
<b>Дополнительная литература</b>		
1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. - ISBN9785996328857	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html</a>
2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс] учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. - ISBN9785392143726	2014	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392143726.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392143726.html</a>
3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М.: Мир и образ в ванне. (Полный конспект лекций), 2011. - ISBN9785946666220.	2011	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html</a>

### 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
2. Математическая энциклопедия <http://www.allmath.com/>
3. Образовательные ресурсы <http://window.edu.ru/>
4. Поисковый портал научной информации по математике, физике, информационным технологиям и смежным наукам <http://www.mathnet.ru/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического/лабораторного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Практические/лабораторные занятия проводятся в аудитории 230-3.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Microsoft Office.

Рабочую программу составил:

д.ф.-м.н., профессор кафедры ФАиП Танкеев С.Г.

Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08 2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии

направления 02.03.02

протокол № 1 от 30.08 2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФиПМ

С.М.Аракелян

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_ от \_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_ от \_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_ от \_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_