

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор

по учебно-методической работе

« 07 » 04 2015 г. А.А. Панфилов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И РЯДЫ»**

**Направление подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»**

**Профиль подготовки**

**Уровень высшего образования - бакалавриат**

**Форма обучения – очная, ускоренная**

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Практич занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
3	5/180	36	36	-	63	Экз.(45 ч.)
Итого	5/180	36	36	-	63	Экз.(45 ч.)

Владимир 2015

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина "Кратные интегралы и ряды" служит частью основного математического курса, каким является математический анализ.

Целями освоения дисциплины "Кратные интегралы и ряды" являются:

1. Формирование навыков логического мышления
2. Формирование практических навыков использования математических методов.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования математических моделей.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина " Кратные интегралы и ряды " относится к обязательным дисциплинам вариативной части подготовки бакалавра по направлению подготовки «фундаментальная информатика и информационные технологии».

Взаимосвязь с другими дисциплинами: данный курс служит продолжением курсов «Математический анализ-1» и «Математический анализ-2», в которых излагаются основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной, а также дифференциального исчисления функций многих переменных. Раздел курса «Кратные интегралы» часто встречается под названием «Интегральное исчисление функций многих переменных». Приложения этого раздела излагаются в «Теории поля». Полученные знания служат базой изучения физики и других дисциплин естественнонаучного цикла. Раздел «Ряды» имеет непосредственное отношение к многим разделам прикладной математики и информатики. Материал данного курса используется в дисциплинах «Основы естествознания», «Дополнительные главы физики», «Уравнения математической физики», «Теория вероятности и математическая статистика» и других.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими общепрофессиональными (ОПК) и профессиональными компетенциями (ПК):

- способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями (ОПК-1);
- способностью эффективно применять базовые математические знания и информационные технологии при решении проектно-технических и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий (ПК-6).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основы теории рядов, в том числе и степенных рядов; интегрального исчисления функций многих переменных и теории поля.

Уметь: - применять теоретические знания при решении математических, физических и других прикладных задач;

- проводить анализ проблематики и строить математическую модель.

Владеть: - основными приемами решения математических задач.



Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетные единицы, 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) форма промежуточной аттестации (по семестр)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы, коллоквиумы	СРС	КП / КР		
1	Знакоположительные числовые ряды, признаки сходимости	3	1-3	6	6	-	-	12	-	6(50%)	
2	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость	3	4	2	2	-	-	4	-	2(50%)	
3	Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.	3	5	2	2	-	-	4		2 (50%)	
4	Степенные ряды, интервал и радиус сходимости	3	6	2	2	-	-	4		2(50%)	Рейтинг контроль 1
5	Ряды Тейлора.	3	7	2	2	-	-	4		2(50%)	
6	Двойной интеграл, свойства и вычисление	3	8	2	2	-	-	4		2(50%)	
7	Замена переменных в двойном интеграле	3	9	2	2	-	-	4		2(50%)	
8	Тройной интеграл	3	10	2	2	-	-	4		2(50%)	
9	Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода	3	11-12	4	4	-	-	6		4(50%)	Рейтинг контроль 2
10	Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	13-14	4	4	-	-	4		4(50%)	
11	Основы теории поля	3	15	2	2	-	-	4		2(50%)	
12	Формула Грина Условия независимости интеграла от пути.	3	16	2	2	-	-	4		2(50%)	
13	Формула Стокса.	3	17	2	2	-	-	2		2(50%)	
14	Формула Гаусса-Остроградского	3	18	2	2	-	-	3		2(50%)	Рейтинг контроль 3
Всего				36	36			63		36(50%)	Экзамен

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

1. лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
4. технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний);

Объем учебной работы, с применением интерактивных методов — 36 часов, (50%).

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: рейтинг–контролей, типовых расчетов и промежуточной аттестации в виде экзамена.

### **Текущий контроль в форме рейтинг - контроля.**

#### **Рейтинг-контроль 1 «Числовые и степенные ряды»**

##### **Типы задач**

1. Непосредственное вычисление суммы ряда.
2. Задачи исследования ряда по признакам сходимости положительных рядов: необходимый, Даламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, сравнения.
3. Исследование знакочередующегося ряда.
4. Задачи на степенной ряд и ряд Тейлора.

#### **Рейтинг-контроль 2 «Кратные и криволинейные интегралы»**

##### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №2**

##### **Типы задач.**

1. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
2. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
3. Вычисление криволинейного интеграла первого и второго рода.

#### **Рейтинг-контроль 3. «Теория поля».**

##### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №3**

##### **Типы задач**

1. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
2. Формула Грина.
3. Формула Остроградского.
4. Формула Стокса.



## Вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

1. Числовой ряд. Основные понятия. Частная сумма. Сумма ряда. Понятие сходимости.
2. Геометрическая прогрессия. Формула для частной суммы. Условие сходимости ряда геометрической прогрессии. Сумма ряда геометрической прогрессии.
3. Необходимый признак сходимости числового ряда.
4. Ряды с положительными членами; признаки сравнения.
5. Признак Даламбера; радикальный признак Коши.
6. Интегральный признак Коши.
7. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Знакопеременяющиеся ряды; признак Лейбница.
8. Функциональные ряды. Основные теоремы о функциональных рядах.
9. Степенные ряды; основные понятия. Свойства степенных рядов.
10. Ряды Тейлора.
11. Двойной интеграл. Основные понятия и определения.
12. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Свойства.
13. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
14. Тройной интеграл. Основные понятия и свойства.
15. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
16. Криволинейные интегралы I рода; основные понятия и определения.
17. Вычисление криволинейного интеграла I рода.
18. Криволинейный интеграл II рода; основные понятия.
19. Вычисление криволинейного интеграла II рода.
20. Поверхностные интегралы I рода; основные понятия и определения.
21. Вычисление поверхностного интеграла I рода.
22. Поверхностные интегралы II рода; основные понятия.
23. Вычисление поверхностного интеграла II рода.
24. Основные понятия теории поля. Скалярное поле; производная по направлению; градиент скалярного поля.
25. Векторное поле. Ротор и дивергенция векторного поля.
26. Формула Грина.
27. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
28. Формула Стокса.
29. Формула Гаусса-Остроградского.
30. Потенциальные и соленоидальные поля.

### Самостоятельная работа студентов по темам:

1. Числовые ряды.
2. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.
3. Теория поля.

### ОБРАЗЦЫ ЗАДАЧ ПО ТЕМАМ для самостоятельной работы студентов

#### *«Исследование сходимости числовых рядов»*

1. Доказать по определению сходимость ряда и найти его сумму:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ .
2. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n^2}}$ .

3. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1/n}}{\left(n + \frac{1}{n}\right)^n}$ .

4. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n+1)^n}$ .

5. Проверить признак Лейбница и вычислить сумму с точностью 0,01:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n+1)^2}$ .

### «Функциональные ряды»

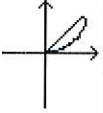
1. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}$ .

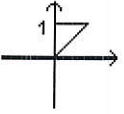
2. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:  $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$  (с помощью разложения подынтегральной функции в ряд).

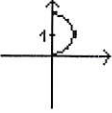
3. Найти первые шесть членов разложения в ряд решения уравнения:  $y'' = x \sin y, y(1) = 0, y'(1) = \pi/2$ .

### «Кратные и криволинейные интегралы и теория поля»

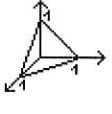
Вычислить двойные интегралы.

1.  $\iint_D (x+y) dx dy$    $(y = x; y = x^2)$

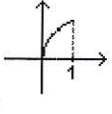
2.  $\iint f(x,y) dx dy$    $(y = 1; y = x)$

3.  $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$    $(x^2 + y^2 - 2y = 0)$

Вычислить тройной интеграл.

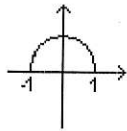
4.  $\iiint_V dx dy dz$    $(x + y + z = 1)$

Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода

5.  $\int_L y dx - 2x dy$    $(y = \sqrt{x})$



$$6. \int_L x dx - y dy$$



Найти производную по направлению.

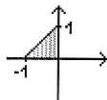
$$7. f = yx^2 + xy^2 + z$$

$$\frac{df}{d\vec{a}}; \vec{a} = (2; -2; 1); A(1; 1; -1)$$

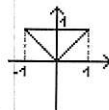
$$8. \vec{F} = 2xy\vec{i} + x^2\vec{j} + 3z^2\vec{k} \quad \text{Проверить: 1. Является ли поле потенциальным} \quad 2. U-?$$

Вычислить площадь области.

$$9. \iint_D dx dy$$



$$10. \iint_D dx dy$$



## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Основная литература

1. Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 304 с. ISBN 978-5-16-010071-5

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html>

2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс] учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. - ISBN97853921437261

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392143726.html>

3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] : уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. - ISBN9785392121625

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html>

### Дополнительная

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будаков [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. - ISBN9785996328857

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html>

2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., Задачи и упражнения по математическому анализу: Том 2, М.: Дрофа. 2011. – ISBN 5-06-003769-X

2. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>

### Периодические издания

1. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

2. Журнал «Цифровая обработка сигналов» <http://www.dsps.ru/>

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные аудитории (428-3, 430-3), оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком. Аудитории для проведения лабораторных занятий, оснащённые современными персональными компьютерами, объединёнными в локальную вычислительную сеть.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Рабочую программу составил - проф. каф ФАиП Беспалов М.С.



Рецензент: директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест» Крисько О.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 4/1 от 07.04.2015 года.

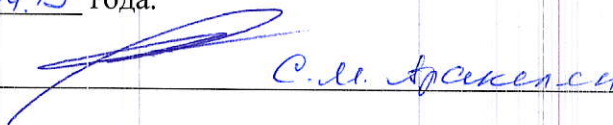
Заведующий кафедрой - проф. Давыдов А.А.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.02.

Протокол № 11 от 07.04.15 года.

Председатель комиссии \_\_\_\_\_



### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_