

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебно-методической
работе
А.А. Панфилов
« 22 » 01 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

УЧИТЕЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Направление подготовки – 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль/программа подготовки – «Начальное образование»

Уровень высшего образования – бакалавриат

Форма обучения – очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	4/144	18	36		54	Экзамен (36)
2	3/108	18	18		27	Экзамен (45)
3	3/108	18	36		18	Экзамен (36)
Итого	10/360	54	90		99	Экзамен (117)

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Теоретические основы математической подготовки учителя начальных классов» являются обеспечение студентам необходимой математической подготовки для успешного обучения и воспитания младших школьников, дать студентам необходимые математические знания, на основе которых строится начальный курс математики, сформировать умения для овладения его содержанием.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Теоретические основы математической подготовки учителя начальных классов» изучается в I, II и III семестрах, относится к вариативной части Б1.В.ОД.9.

Данная дисциплина является теоретической основой для изучения учебных курсов «Математическая подготовка учителя начальных классов» и «Методика преподавания математики в начальных классах», что во многом определяет её научно-методические особенности.

Дисциплина «Теоретические основы математической подготовки учителя начальных классов» представлена следующими разделами: «Элементы теории множеств», «Элементы математической логики», «Соответствия и отношения», «Применение теории множеств и математической логики к понятиям школьного курса», «Системы счисления», «Различные подходы к определению целого неотрицательного числа» (Аксиоматическое построение множества целых неотрицательных чисел; Теоретико-множественный подход к определению целого неотрицательного числа; Целое неотрицательное число с точки зрения измерения величин), «Делимость натуральных чисел».

Распределение указанных разделов по семестрам см. в таблице 1.

Таблица 1.

Семестр	Номер и название раздела дисциплины
1	1. Элементы теории множеств
	2. Элементы математической логики
2	3. Соответствия и отношения
	4. Применение теории множеств и математической логики к понятиям школьного курса
3	5. Системы счисления
	6. Различные подходы к определению целого неотрицательного числа
	7. Делимость натуральных чисел

Результаты освоения дисциплины будут востребованы в педагогической деятельности обучающихся как в учебно-воспитательной, так и в научной-методической составляющей, а также могут использоваться студентами для написания курсовых и дипломных работ, во время прохождения педагогической практики.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения программы бакалавриата у выпускника должны быть сформированы общекультурные и профессиональные компетенции.

Выпускник программы бакалавриата должен обладать следующими:

– общекультурными компетенциями:

способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);

– профессиональными компетенциями (ПК):

педагогическая деятельность:

готовностью реализовывать образовательные программы по предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);

способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета (ПК-4);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- 1) **Знать** общие понятия курса Теоретические основы математической подготовки учителя начальных классов, являющиеся теоретической основой курса математики начальной школы (ОК-3, ПК-1, ПК-4)
- 2) **Уметь** применять полученные знания при решении методических задач, связанных с обучением математике младших школьников (ОК-3, ПК-1, ПК-4)
- 3) **Владеть** образовательными программами по математике и информатике начальной школы в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1, ПК-4)

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных единицы, 360 часа.

Таблица 2.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	4.1.1.	1	1	2	2			3	3 ч. / 50%		
			2		2			3			
2	4.1.2.	1	3	2	2			3	3 ч. / 50%		
			4		2			3			
3	4.1.3.	1	5	2	2			3	3 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 1	
			6		2			3			
4	4.1.4	1	7	2	2			3	3 ч. / 50%		
			8		2			3			
5	4.1.5.	1	9	2	2			3	3 ч. / 50%		
			10		2			3			
6	4.1.6.	1	11	2	2			3	3 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 2	
			12		2			3			
7	4.1.7.	1	13	2	2			3	3 ч. / 50%		
			14		2			3			
8	4.1.8	1	15	2	2			3	3 ч. / 50%		
			16		2			3			
9	4.1.9.	1	17	2	2			3	3 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 3	
			18		2			3			
Всего за 1 семестр			18	18	36			54	27 ч. / 50%	Экзамен 36 ч.	
10	4.1.10.	2	1	2					2 ч. / 50%		
			2		2			3			
11	4.1.11.	2	3	2					2 ч. / 50%		
			4		2			3			
12	4.1.12.	2	5	2					2 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 1	
			6		2			3			
13	4.1.13.	2	7	2					2 ч. / 50%		
			8		2			3			
14	4.1.14.	2	9	2					2 ч. / 50%		
			10		2			3			
15	4.1.15.	2	11	2					2 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 2	
			12		2			3			

16	4.1.16.	2	13 14	2	2		3	2 ч. / 50%	
17	4.1.17.	2	15 16	2	2		3	2 ч. / 50%	
18	4.1.18.	2	17 18	2	2		3	2 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 3
Всего за 2 семестр			18	18	18		27	18 ч. / 50%	Экзамен 45 ч.
19	4.1.19.	3	1 2	2	2 2		2	3 ч. / 50%	
20	4.1.20.	3	3 4	2	2 2		2	3 ч. / 50%	
21	4.1.21.	3	5 6	2	2 2		2	3 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 1
22	4.1.22.	3	7 8	2	2 2		2	3 ч. / 50%	
23	4.1.23.	3	9 10	2	2 2		2	3 ч. / 50%	
24	4.1.24.	3	11 12	2	2 2		2	3 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 2
25	4.1.25.	3	13 14	2	2 2		2	3 ч. / 50%	
26	4.1.26.	3	15 16	2	2 2		2	3 ч. / 50%	
27	4.1.27.	3	17 18	2	2 2		2	3 ч. / 50%	Рейтинг-контроль № 3
Всего за 3 семестр			18	18	36		18	27 ч. / 50%	Экзамен 36 ч.
Всего			54	54	90		99	72 ч. / 50%	Экзамен 117 ч

4.1. Теоретический курс

Семестр первый

Раздел №1 Элементы теории множеств.

4.1.1. Понятие множества. Способы задания множеств.

Отношения между множествами. Элемент множества. Способы задания множеств: характеристическим свойством, перечислением элементов. Отношения между множествами: отношение пустого пересечения, отношение пересечения, отношение включения, отношение равенства, их основные свойства. Подмножество. Круги Эйлера. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные числовые множества

4.1.2. Операции над множествами, их свойства. Операции над множествами: объединение и пересечение. Свойства и законы операций. Иллюстрация на кругах Эйлера.

4.1.3. Об операции вычитания на множествах. Вычитание и разность множеств. Свойства и законы вычитания. Дополнение к подмножеству. Понятие универсального множества. Законы де Моргана о дополнении к объединению и пересечению множеств. Свойства дополнения. Теоремы о числе элементов объединения и дополнения к подмножеству. Формулировки и доказательства теорем. Применение к решению задач школьного курса.

4.1.4. Декартово произведение множеств. Пара, тройка, кортеж. Декартово произведение двух и более множеств. Понятие декартова квадрата и n -ной степени множеств. Число элементов декартова произведения конечных множеств. Свойства и законы декартова умножения.

4.1.5. Разбиение множества на классы с помощью характеристических свойств элементов и применение к решению задач. Понятие о разбиении множеств на классы. Разбиение множества на классы при помощи одного, двух, трех свойств. Применение к решению задач. Правильные и полные классификации.

Раздел №2. Элементы математической логики.

4.1.6. Понятие высказывания и операций над высказываниями. Законы логических операций. Тавтологии и противоречия. Высказывания простые и составные. Понятие равносильных высказываний, понятие тождественно истинных высказываний (тавтологий), понятие тождественно ложных высказываний (противоречий). Отрицание высказывания, законы операции отрицания. Конъюнкция двух и более высказываний, законы операции конъюнкции. Дизъюнкция двух и более высказываний, законы операции дизъюнкции. Дистрибутивные законы конъюнкции относительно дизъюнкции и дизъюнкции относительно конъюнкции высказываний. Законы де Моргана об отрицании конъюнкции и отрицании дизъюнкции высказываний. Импликация двух высказываний, законы операции импликации. Эквиваленция двух высказываний, законы операции эквиваленции. Логические законы, связывающие операции импликации, эквиваленции, конъюнкции, дизъюнкции и отрицания.

4.1.7. Понятие предиката и операций над предикатами. Высказывания, содержащие кванторы. Понятие одноместного и

многоместного предиката. Область определения и область истинности предикатов. Операции над предикатами: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция. Теоремы об областях истинности отрицания предиката, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции предикатов. Квантор общности и квантор существования. Обращение предикатов в высказывания с использованием кванторов. Значение истинности высказываний, содержащих кванторы. Отрицание высказываний, содержащих кванторы.

4.1.8. Отношения логического следования и равносильности на множестве предикатов. Необходимые и достаточные условия. Строение и виды теорем. Отношение логического следования на множестве предикатов, его свойства. Условие на области истинности предикатов, находящихся в отношении логического следования. Необходимые и достаточные условия. Отношение равносильности на множестве предикатов, его свойства. Строение теоремы: преамбула, условие, заключение. Виды теорем: обратная данной, противоположная данной, обратная противоположной, логическая зависимость между ними.

4.1.9. Правильные и неправильные умозаключения. Основные формулы правильных умозаключений. Проверка правильности умозаключений на кругах Эйлера.

Всего: 36 часов.

Семестр второй

Раздел №3. Бинарные соответствия и отношения.

4.1.10. Понятия бинарного соответствия и бинарного отношения. Способы задания бинарных соответствий и бинарных отношений. Графики бинарного соответствия и бинарного отношения. Области определения и области значений бинарного соответствия и бинарного отношения. Полные образы и полные прообразы элементов, находящихся в заданном соответствии или отношении. Особенности графов бинарных соответствий и бинарных отношений. Аналитический способ задания соответствий и отношений.

4.1.11. Понятия бинарного соответствия и бинарного отношения, обратных и противоположных данным. Способы задания соответствий и отношений, обратных и противоположных данным. Особенности графиков и графов соответствий и отношений, обратных и противоположных данным.

4.1.12. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности и порядка. Частичная и линейная упорядоченность множества. Теорема о разбиении множества на классы по отношению эквивалентности.

4.1.13. **Особые типы бинарных соответствий.** Функциональные соответствия. Отображение множества на множество и отображение множества во множество. Инъективные отображения. Биъективные отображения (взаимно однозначные соответствия). Понятие бесконечного множества. Понятие счетного множества.

4.1.14. **Отображения и функции.** Эквивалентные множества. Понятие функции. График функции. Обратная функция. Композиция функций.

4.1.15. **Алгебраические операции и структуры.** Понятие алгебраической операции. Свойства алгебраических операций. Группы, кольца, поля.

Раздел №4. Применение теории множеств и математической логики к понятиям школьного курса.

4.1.16. **Числовые выражения. Числовые равенства и неравенства, их свойства.** Определение числового выражения, значение числового выражения. Числовые равенства, их основные свойства. Числовые неравенства (строгие и нестрогие), их основные свойства.

4.1.17. **Уравнения и неравенства с одной переменной. Равносильные уравнения и неравенства. Теоремы о равносильных уравнениях и неравенствах.** Понятие выражения с переменной. Область определения выражения с переменной. Понятие уравнения с одной переменной. Область определения уравнения с одной переменной. Множество решений уравнения с одной переменной. Равносильные уравнения. Теоремы о равносильных уравнениях. Системы уравнений с одной переменной. Совокупности уравнений с одной переменной. Понятие неравенства с одной переменной. Область определения и множество решений неравенства с одной переменной. Равносильные неравенства. Теоремы о равносильных неравенствах. Системы и совокупности неравенств с одной переменной.

4.1.18. **Уравнения и неравенства с двумя переменными, их системы и совокупности.** Понятие уравнения с двумя переменными. Область определения и множество решений уравнений с двумя переменными. Системы и совокупности уравнений с двумя переменными, аналитический и геометрический способы их решений. Понятие неравенства с двумя переменными. Область определения и множество решений неравенства с двумя переменными. Системы и совокупности неравенств с двумя переменными, аналитический и геометрический способы их решений.

Семестр третий

Раздел № 5. Системы счисления.

4.1.19. **Позиционные системы счисления.** Понятие позиционной и непозиционной систем счисления. Десятичная система счисления. Теорема о представлении числа в десятичной системе счисления. Алгоритмы арифметических действий в десятичной системе счисления.

Позиционные системы счисления, отличные от десятичной. Теорема о представлении числа в p -ичной системе счисления. Таблицы сложения и умножения в p -ичной системе счисления. Алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием p . Алгоритм перевода числа из p -ичной системы счисления в десятичную систему счисления. Алгоритмы арифметических действий в системе счисления с основанием p .

Раздел № 6. Различные подходы к определению целого неотрицательного числа.

4.1.20. **Теоретико-множественный подход к определению натурального числа и нуля.** Отношения «равно», «меньше», «больше» на множестве целых неотрицательных чисел, их свойства. Сложение, умножение, вычитание и деление целых неотрицательных чисел с точки зрения теоретико-множественного подхода построения теории.

4.1.21. **Натуральное число как результат измерения величин.** Понятие аддитивно-скалярной величины. Длина и площадь как примеры скалярных величин. Понятие об измерении величин. Сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел, являющихся результатом измерения величин. Зависимости между величинами.

4.1.22. **Аксиоматический метод для построения теории. Аксиомы Пеано. Метод математической индукции.** Суть аксиоматического подхода к построению теории. Неопределяемые понятия и отношения в аксиоматике числовых множеств. Аксиомы Д. Пеано. Метод математической индукции, его применение к решению задач.

4.1.23. **Сложение, умножение, вычитание и деление целых неотрицательных чисел в аксиоматической теории, их свойства. Деление с остатком.** Аксиоматический подход к сложению целых неотрицательных чисел. Теорема о существовании и единственности суммы целых неотрицательных чисел. Законы операции сложения: коммутативный

и ассоциативный. Аксиоматический подход к умножению целых неотрицательных чисел. Теорема о существовании и единственности произведения целых неотрицательных чисел. Законы операции умножения: коммутативный и ассоциативный. Дистрибутивные законы умножения относительно сложения для целых неотрицательных чисел. Вычитание как действие, обратное сложению. Условие существования разности целых неотрицательных чисел, её единственность. Основные правила вычитания. Деление как действие, обратное умножению. Условие существования частного от деления целых неотрицательных чисел, его единственность. Основные правила деления. Невозможность деления на нуль. Аксиоматический подход к определению деления с остатком на множестве целых неотрицательных чисел. Теорема о делении с остатком.

Раздел № 7. Делимость натуральных чисел.

4.1.24. Отношение делимости на множестве натуральных чисел и на множестве целых неотрицательных чисел, его свойства. Отношение делимости на множестве натуральных чисел, его свойства: рефлексивность, антисимметричность, транзитивность. Отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел, его свойства: рефлексивность, антисимметричность, транзитивность.

4.1.25. Теоремы о делимости суммы, разности и произведения чисел на данное число. Признаки делимости на 2(5), 4(25), 3(9), 8(125), 11. Теорема о делимости суммы двух слагаемых на данное число. Теорема о делимости суммы n слагаемых на данное число. Теоремы о делимости разности натуральных чисел на данное число. Теорема о делимости произведения на данное число. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11.

4.1.26. Понятия наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного, их свойства и способы нахождения. Понятие общего делителя двух или нескольких чисел и наибольшего общего делителя двух или нескольких чисел. Алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел. Нахождение наибольшего общего делителя чисел по каноническому виду. Свойства наибольшего общего делителя двух или нескольких чисел. Понятие общего кратного двух или нескольких чисел и наименьшего общего кратного двух или нескольких чисел. Нахождение наименьшего общего кратного чисел по каноническому виду. Свойства наименьшего общего кратного двух или нескольких чисел.

4.1.27. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Делимость на составное число. Определение простого числа. Свойства простых чисел. Теорема о бесконечности множества простых чисел.

Определение составного числа. Основная теорема арифметики. Признак делимости на составное число. Делимость на составное число суммы, разности, произведения натуральных чисел.

Всего: 36 часов.

Всего за 3 семестра: $36+18+36=90$ часов.

4.2 Практическая часть

Почасовое распределение с указанием номера (в текущем семестре) и темы практического занятия приведены в таблице 3.

Таблица 3.

Номер практич. занятия в семестре	Тема практического занятия	Продолжительность (акад. час.)
Семестр 1		
1-2	Основные понятия теории множеств. Способы задания множеств. Отношения между множествами	4
3-4	Операции над множествами (объединение, пересечение, вычитание, декартово умножение). Законы операций. Доказательство законов и равенств	4
5-6	Декартово произведение множеств. Разбиение множества на классы с помощью одного, двух и трёх свойств. Теоремы о подсчёте числа элементов множества	4
7-8	Решение задач по теории множеств на числовой прямой и на кругах Эйлера. Задачи на доказательство.	4
9-10	Понятие высказывания и операций над высказываниями. Законы логических операций. Тавтологии	4
11-13	Понятие предиката и операций над предикатами. Кванторы	6
14	Отношения логического следования и	2

	равносильности. Необходимые и достаточные условия	
15-16	Строение и виды теорем. Правильные умозаключения	4
17-18	Решение логических задач	4
Всего часов за 1 семестр		36
Семестр 2		
1-2	Способы задания бинарных соответствий и отношений. Соответствия и отношения, обратные и противоположные данным.	4
3-4	Свойства бинарных отношений	4
5	Особые типы соответствий. Отображения. Функции	2
6	Алгебраические операции и структуры	2
7	Числовые выражения. Числовые равенства и неравенства. Числовые функции. Общий обзор «Виды уравнений и неравенств (линейные, дробно-рациональные, квадратичные, показательные, степенные, тригонометрические, трансцендентные, логарифмические, иррациональные)»	2
8	Решение уравнений и неравенств с одной переменной. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Уравнения и неравенства с параметром. Системы и совокупности уравнений и неравенств с одной переменной	2
9	Решение уравнений и неравенств с двумя переменными. Решение систем и совокупностей уравнений и неравенств с двумя переменными. Контрольная работа «Выражения. Уравнения. Неравенства. Функции».	2
Всего часов за 2 семестр		18
Семестр 3		
1	Решение задач в различных позиционных системах счисления	2
2	Решение задач начальной школы с целыми	2

	неотрицательными числами (теоретико-множественный подход к определению числа, число с точки зрения теории измерения величин)	
3	Аксиомы Д. Пеано. Аксиома индукции. Доказательство методом математической индукции следствий аксиом сложения и умножения, а также свойств данных операций.	2
4-5	Доказательство законов и равенств методом математической индукции на множестве натуральных чисел. Разноуровневые задачи I типа.	4
6	Вычитание на множестве целых неотрицательных чисел. Применение свойств вычитания к вычислению значений выражений. Работа с учебниками математики для начальной школы. Доказательство правил вычитания методом математической индукции.	2
7	Деление на множестве целых неотрицательных чисел. Применение свойств деления к вычислению значений выражений. Работа с учебниками математики для начальной школы. Доказательство правил деления методом математической индукции	2
8-9	Доказательство делимости выражений на число методом математической индукции. Задачи двух типов: переменная в выражении содержится в основании степени (задачи II типа) и выражение содержит переменную в показателе степени (задачи III типа)	4
10	Доказательство делимости выражений на составное число методом математической индукции. Задачи смешанного типа: выражение содержит переменную и в основании, и в показателе степени	2
11-12	Признаки делимости в десятичной системе счисления. Доказательство признака делимости на 11 с помощью признака делимости Паскаля.	4
13	Делимость выражений на число. Признак	2

	делимости на составное число	
14	Нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного разными способами	2
15-16	Простые и составные числа. Применение основной теоремы арифметики к решению задач школьного курса	4
17-18	Применение понятий наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного к решению задач школьного курса.	4
Всего часов за 3 семестр		36
Всего часов практических занятий по дисциплине		90

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

5.1. Активные и интерактивные формы обучения

С целью развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения аудиторных занятий: применение компьютеров и новых информационных технологий (методы ИТ), работа в команде, case-study, игра, проблемное, контекстное и индивидуальное обучение на основе опыта, междисциплинарное обучение, опережающая самостоятельная работа студентов. В рамках учебного курса предусмотрено участие студентов в мастер-классах, симпозиумах и конференциях с представителями российских и зарубежных экспертов и специалистов-математиков, учителей-практиков начальной школы, методистов по математике начальной и средней школы.

5.2. Мультимедийные технологии обучения

Лекции и практические занятия проводятся с использованием компьютерного проектора. Студентам предоставляется электронный вариант лекций, дифференцированные задания для самостоятельной работы в электронном виде.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ

**ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Семестр 1

Текущий контроль успеваемости

Номер рейтинга	Тема рейтинга
Рейтинг № 1	«Операции над множествами»
Рейтинг № 2	«Декартово произведение множеств. Классификация в теории множеств»
Рейтинг № 3	«Логические операции над высказываниями и предикатами»

Вопросы к экзамену

Раздел № 1. Элементы теории множеств

1. Основные понятия теории множеств: элемент множества, пустое множество, элемент принадлежит множеству, конечные и бесконечные множества, универсальное множество. Способы задания множеств.
2. Числовые множества. Задание числовых множеств характеристическим свойством. Геометрическая модель множества действительных чисел.
3. Универсальное множество. Определение подмножества. Дополнение к подмножеству. Сформулировать и проверить на диаграмме Эйлера-Венна законы де Моргана. Число элементов дополнения к подмножеству.
4. Отношения между множествами: пустое пересечение, пересечение, включение, равенство. Примеры множеств, находящихся в указанных отношениях.
5. Отношение пересечения (в том числе, и пустого). Схема рассуждения об отношениях двух множеств.
6. Отношение включения. Определение подмножества. Число всевозможных подмножеств конечного множества. Равные множества.
7. Операция объединения двух и более множеств. Законы операции объединения. Сформулировать и проверить на диаграмме Эйлера-Венна дистрибутивные законы объединения относительно пересечения двух множеств.
8. Число элементов объединения двух непересекающихся множеств.
Число элементов объединения двух пересекающихся множеств.

9. Операция пересечения двух и более множеств. Законы операции пересечения. Сформулировать и проверить на диаграмме Эйлера-Венна дистрибутивные законы пересечения относительно объединения двух множеств.
10. Вычитание двух множеств. Законы операции вычитания. Дистрибутивные законы вычитания относительно объединения и относительно пересечения множеств. Тождества для операции вычитания.
11. Сформулировать условия разбиения множества на классы с помощью двух свойств и привести примеры, учитывая, что подмножества, отвечающие заданным свойствам, могут находиться в отношении пустого пересечения, отношении пересечения, отношении включения.
12. Сформулировать условия разбиения множества на классы с помощью трёх свойств и привести примеры, учитывая, что подмножества, отвечающие заданным свойствам, могут находиться в отношении пустого пересечения, отношении пересечения, отношении включения.
13. Декартово произведение множеств. Определение пары, тройки, кортежа. Декартов квадрат множества. Дистрибутивные законы умножения относительно объединения, пересечения и вычитания двух множеств.
14. Основоположники теории множеств. Парадоксы теории множеств. Множества в культуре.

Раздел № 2. Элементы математической логики

1. Высказывание (определение, обозначение, примеры). Элементарные и составные высказывания. Значения истинности высказываний.
2. Определение отрицания высказывания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции высказываний. Примеры.
3. Равносильные высказывания. Тавтология и противоречие. Доказательство одного из логических законов.
4. Обращение предикатов в высказывания с помощью кванторов. Квантор общности и квантор существования. Примеры высказываний, содержащих кванторы. Отрицания кванторов.
5. Одноместный предикат. Область определения и область истинности одноместного предиката.
6. Двуместный предикат. Область определения и область истинности двуместного предиката. Понятие о многоместных предикатах.
7. Определение отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции предикатов. Области истинности указанных предикатов

(с обоснованием формулы для нахождения областей истинности новых предикатов).

8. Отношение логического следования (3 определения). Некоторые свойства отношения логического следования.
9. Необходимые и достаточные условия. Отношение равносильности. Некоторые свойства отношения равносильности.
10. Теорема. Строение теоремы. Виды теорем. Подробный пример. Необходимый и достаточный признак.
11. Умозаключение. Структура умозаключения. Общие и частные посылки. Дедуктивные умозаключения. Правила вывода. Примеры.

Задания к экзамену

1. Перечень дифференцированных заданий по теории множеств.
2. Перечень задач по логике предикатов и высказываний.

Самостоятельная работа студентов

1. Самостоятельная работа по разделу «Элементы теории множеств»:

а) Выполнить операции над множествами, которые заданы числовыми промежутками. Например, изобразить на числовой прямой множество X , $X=(A \setminus B) \cap C$, где $A=(-5;12]$, $B=(8;14)$, $C=[-7;9)$.

б) Изобразить на кругах Эйлера и доказать, что $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$

2. Домашняя контрольная работа по теме «Разбиение множества на классы при помощи трех свойств и нахождение численностей классов».

3. Дифференцированные задания по теме «Правильные умозаключения»

4. Подготовка и представление студентами публичного выступления в виде презентации «Основоположники теории множеств», «Мощность множества. Мощность отрезка. Мощность континуума» и «История возникновения математических утверждений».

5. Тестирование в системе easyQuizzy по теоретической и практической части разделов курса.

Семестр 2

Текущий контроль успеваемости

Номер рейтинга	Тема рейтинга
Рейтинг № 1	«Свойства бинарных отношений. Особые типы соответствий»»
Рейтинг № 2	«Алгебраические операции и структуры»
Рейтинг № 3	«Выражения. Уравнения. Неравенства. Системы. Совокупности»

Вопросы к экзамену

Раздел № 3. Бинарные соответствия и отношения.

1. Понятие бинарного соответствия. Способы задания соответствий.
Область определения, область значения соответствия, полные образы и полные прообразы элементов.
2. Соответствия, обратное и противоположное данному. Особенности графика и графа соответствий, обратного и противоположного данному.
3. Понятие бинарного отношения. Способы задания отношений. Область определения, область значения отношения, полные образы и полные прообразы элементов.
4. Отношения, обратное и противоположное данному. Особенности графика и графа отношений, обратного и противоположного данному.
5. Свойства бинарных отношений.
6. Отношения «равно», «меньше», «больше» и отношение «делимости» на множестве натуральных чисел, свойства данных отношений.
7. Отношение «делимости» на множестве натуральных чисел, свойства отношения «делимости».
8. Особые типы соответствий: функциональные соответствия, отображения, взаимно однозначные соответствия.
9. Отношения эквивалентности и отношения порядка.
10. Теорема о разбиении множества на классы по отношению эквивалентности.
12. Понятие алгебраической операции умножения. Образует ли операция умножения на множестве целых чисел группу, кольцо, поле?
13. Понятие алгебраической операции вычитания. Является ли множество целых чисел замкнутым относительно операции вычитания?

14. Понятие алгебраической операции деления. Является ли множество целых чисел замкнутым относительно операции деления?
15. Понятие алгебраической операции умножения. Образует ли операция умножения на множестве целых чисел группу, кольцо, поле?
16. Понятие алгебраической операции. Понятие кольца. Понятие поля.
17. Ассоциативные алгебраические операции. Понятие кольца. Ассоциативное кольцо.
18. Понятие алгебраической операции. Понятие группы. Коммутативные группы.
19. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Понятие группы.
20. Понятие алгебраической операции. Замкнутость множества и подмножества относительно операции.
21. Понятие десятичной дроби. Основные критерии обратимости обыкновенных дробей в десятичные.
22. Понятие алгебраической операции. Понятие симметричного элемента.
23. Понятие алгебраической операции. Понятие нейтрального элемента на множестве для операции.
24. Понятие алгебраической операции. Частичные алгебраические операции.
25. Понятие алгебраической операции. Дистрибутивные алгебраические операции.
26. Понятие алгебраической операции. Ассоциативные алгебраические операции.
27. Понятие алгебраической операции. Коммутативные алгебраические операции.

Раздел № 4. Применение теории множеств и математической логики к понятиям школьного курса.

1. О математическом языке, его связи с естественным языком.
2. Математические выражения как математические объекты.
3. Числовые и буквенные выражения в начальной школе.
4. Числовые равенства и неравенства. Свойства числовых равенств и неравенств. Виды числовых неравенств.
5. Понятие уравнения с одной переменной, область его определения, корни уравнения.
6. Равносильные уравнения, равносильные неравенства. Теоремы о равносильных уравнениях и неравенствах.
7. Понятие неравенства с одной переменной. Области определения и множество решений неравенства с одной переменной.
8. Понятие уравнения с одной переменной, область его определения, корни уравнения.

9. Понятие о системе уравнений с одной переменной. Решение систем уравнений с одной переменной.
10. Понятие о совокупности уравнений с одной переменной. Решение совокупности уравнений с одной переменной.
11. Понятие о системе неравенств с одной переменной. Решение системы неравенств с одной переменной
12. Понятие о совокупности неравенств с одной переменной. Решение совокупности неравенств с одной переменной.
13. Понятие уравнения с двумя переменными. Области определения и множество решений уравнения с двумя переменными.
14. Понятие неравенства с двумя переменными. Области определения и множество решений неравенства с двумя переменными.
15. Понятие о системе уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений с двумя переменными.
16. Понятие о совокупности уравнений с двумя переменными. Решение совокупности уравнений с двумя переменными.
17. Понятие о системе неравенств с двумя переменными. Решение системы неравенств с двумя переменными.
18. Понятие о совокупности неравенств с двумя переменными. Решение совокупности неравенств с двумя переменными.
19. Алгоритмы решения уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.
20. Алгоритмы решения параметрических уравнений и неравенств.
21. Понятие функции, способы задания функции. Понятие обратной функции. Области существования функций.
22. Прямая пропорциональность, линейная функция, обратная пропорциональность.
23. Квадратичная функция. Область определения функции, множество значений, особенности построения графика функции.

Задания к экзамену

1. Перечень задач, основанных на решении уравнений и неравенств с одной переменной.
2. Выражения, уравнения и неравенства с модулем.
3. Перечень параметрических уравнений и неравенств.
4. Задачи на определение свойств бинарных отношений.
5. Задачи на определение вида отображений и соответствий (инъективные, сюръективные, биективные).

6. Перечень задач школьного типа, решаемых с помощью теории бинарных отношений.
7. Перечень уравнений и неравенств различных видов: линейные, дробно-рациональные, квадратичные, степенные, логарифмические, тригонометрические, показательные, трансцендентные.
8. Перечень задач по теме «Бинарные соответствия и отношения»

Самостоятельная работа студентов

- Дифференцированные задания «Отображения. Функции»
- Самостоятельная работа «Уравнения и неравенства с модулем. Уравнения и неравенства с параметрами»
- Тестирование в системе easyQuizzy по разделу «Бинарные соответствия и отношения»
- Темы рефератов: «Применение теории графов к решению задач математики начальной школы», «Учителю начальной школы об алгебраических структурах. Группы, кольца, поля. Примеры алгебраических структур»

Семестр 3

Текущий контроль успеваемости

Номер рейтинга	Тема рейтинга
Рейтинг № 1	«Решение задач в позиционных системах счисления»»»
Рейтинг № 2	«Доказательство равенств, законов и делимостей выражений на число методом математической индукции»
Рейтинг № 3	«Делимость натуральных чисел. Простые и составные числа. НОД и НОК двух и нескольких чисел»

Вопросы к экзамену

Раздел №5. Системы счисления

1. Система счисления, позиционные системы счисления, непозиционные системы счисления, примеры позиционных и непозиционных систем счисления.
2. Десятичная система счисления. Десятичная запись числа, краткая запись числа, основание системы счисления, цифры. Теорема о представлении числа в десятичной системе счисления. Таблицы сложения и умножения в десятичной системе счисления. Алгоритмы действий (сложения,

вычитания, умножения, деления) с числами в десятичной системе счисления.

3. Системы счисления, отличные от десятичной. Запись числа, краткая запись числа, основание системы счисления, цифры в p -ичной системе счисления. Теорема о представлении числа в p -ичной системе счисления. Таблицы сложения и умножения в p -ичной системе счисления. Алгоритмы действий (сложения, вычитания, умножения, деления) с числами в p -ичной системе счисления. Десятичная система счисления как аналог любой позиционной системы счисления с основанием $p \neq 10$.
4. Алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием p . Алгоритм перевода числа из p -ичной системы счисления в десятичную систему счисления.
5. Двоичная, восьмиричная, шестнадцатиричная системы счисления.

Раздел №6. Различные подходы к определению целого неотрицательного числа

1. Сущность аксиоматического метода построения теории. Неопределяемые понятия, аксиомы и теоремы. Их определения и примеры из курса геометрии, из курса арифметики.
2. Аксиомы Пеано. Формулировки. Определение натурального числа и нуля.
3. Определение целого неотрицательного числа на основе аксиом Пеано.
4. Формулировка четвертой аксиомы Пеано и её роль в построении аксиоматической теории.
5. Аксиомы сложения на множестве целых неотрицательных чисел. Существование и единственность операции сложения. Следствия из теоремы. Доказательство законов сложения методом математической индукции. Таблицы сложения.
6. Аксиомы умножения на множестве целых неотрицательных чисел. Существование и единственность операции умножения. Следствия из теоремы. Доказательство законов умножения методом математической индукции. Таблица умножения.
7. Вычитание как действие, обратное сложению. Определение разности двух целых неотрицательных чисел. Необходимое и достаточное условие существования разности. Единственность значения разности.
8. Свойства вычитания: вычитание числа из суммы и вычитание суммы из числа; сложение разности и числа и сложение числа с разностью; вычитание числа из разности и вычитание разности из числа.

9. Деление как действие, обратное умножению. Определение частного. Единственность частного. Невозможность деления на нуль.
10. Свойства деления: деление произведения на число и деление числа на произведение; деление числа на частное и деление частного на число; умножение частного на число и умножение числа на частное.
11. Теорема о делении с остатком. Сформулировать и доказать.
12. Определение отношения меньше. Свойства множества натуральных чисел: упорядоченность, дискретность, бесконечность. Определение и обоснование.
13. Сложение, умножение, вычитание и деление целых неотрицательных чисел с точки зрения теоретико-множественного подхода построения теории.
14. Сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел, являющихся результатом измерения величин.

Раздел № 7. Делимость натуральных чисел

1. Отношение делимости на множестве натуральных чисел и на множестве целых неотрицательных чисел, его свойства.
2. Теоремы о делении суммы, разности и произведения чисел. Сформулировать и доказать.
3. Признаки делимости на 2 и 5. Сформулировать и доказать.
4. Признаки делимости на 4 и 25. Сформулировать и доказать.
5. Признаки делимости на 3 и 9. Сформулировать и доказать.
6. Признаки делимости на 8 и 125. Сформулировать и доказать.
7. Признаки делимости на 11. Сформулировать и доказать.
8. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
9. Основная теорема арифметики. Сформулировать и доказать.
10. Понятие наибольшего общего делителя двух и более чисел. Нахождение наибольшего общего делителя чисел по каноническому виду.
11. Алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел.
12. Понятие наименьшего общего кратного двух и более чисел, способы его нахождения.
13. Свойства наибольшего общего делителя двух и более чисел.
14. Свойства наименьшего общего кратного двух и более чисел.
15. Признак делимости на составное число.

Задания к экзамену

1. Перечень равенств для доказательства их методом математической индукции. Задачи I типа.
2. Перечень выражений, содержащих переменную в основании степени, делимость которых доказывается методом математической индукции. Задачи II типа.
3. Перечень выражений, содержащих переменную в показателе степени, делимость которых доказывается методом математической индукции. Задачи III типа.
4. Перечень выражений смешанного типа, делимость которых доказывается методом математической индукции.
5. Задачи на признаки делимости, включая признак делимости на составное число.
6. Задачи на доказательство того, что число является простым (составным).
7. Задачи, решаемые с помощью НОД и НОК натуральных чисел.
8. Перечень задач школьного типа с целыми неотрицательными числами, где число есть мера отрезка и число как количественная характеристика множества.
9. Перечень задач по теме «Системы счисления»

Самостоятельная работа студентов

- Самостоятельная работа №1 «Применение признаков делимости к решению задач школьного курса»
- Самостоятельная работа №2 «Применение понятий наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного к решению задач школьного курса»
- Домашняя контрольная работа «В ряду многозначных чисел найди простые, используя свойства простых чисел»
- Индивидуальные задания по темам: «Доказательство утверждений методом математической индукции», «Нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного нескольких чисел разными способами», «Задачи на выполнение арифметических действий в p -ичных позиционных системах счисления»

7 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010118-7

Дискретная математика. Углубленный курс: Учебник / Соболева Т.С.; Под ред. Чечкина А.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 278 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-11-9
Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: Учебно-методическое пособие / А.А. Вороненко, В.С. Федорова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 104 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006601-1

б) дополнительная литература:

Математика: сборник задач: учебное пособие для высшего профессионального образования по направлению "Педагогическое образование" профиль "Начальное образование" / Л. П. Стойлова [и др.] .— Москва : Академия, 2012 .— 238 с. : ил., табл. — (Высшее профессиональное образование, Педагогическое образование) (Бакалавриат) .— Библиогр. в подстроч. примеч. — ISBN 978-5-7695-8142-7.
Задачник-практикум по математике. Книга 2. Часть III– IV [Электронный ресурс]/ Е.А. Конобеева [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский городской педагогический университет, 2012.— 116 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/26481 .— ЭБС «IPRbooks», по паролю
Виноградова Е. П. Математика. Часть II. Учебное пособие Издатель: Флинта Язык: Русский. Публикация: 2014, Москва. Страниц: 200 ISBN: 978-5-9765-1937-4. УДК: 51 ББК: 22.1
Виноградова Е. П. Математика. Часть III. Учебное пособие Издатель: Флинта Язык: Русский. Публикация: 2014, Москва. Страниц: 213 ISBN: 978-5-9765-1939-8. УДК: 51 ББК: 22.1
Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс] Учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 8-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. - 432 с. - ISBN 978-5-394-01943-2

в) периодические издания:

Журнал «Начальная школа»: n-shkola.ru
Журнал «Начальная школа – Первое сентября»: https://nsc.1september.ru
Газета «Первое сентября»: https://ps.1september.ru

г) интернет-ресурсы

Учи.ру https://uchi.ru
Курс лекций по высшей математике alexlarin.net
Математика. Стойлова Л.П. Читать online: http://padaread.com/?book=35351
Учебно-практическое пособие по математике для студентов педагогических вузов нематематических специальностей. Автор/создатель: Горкунова Т.В., Коробейникова Е.В. http://window.edu.ru/
Введение в дискретную математику vyshka.math.ru/pspdf/1112/dscr/LandoBook.pdf

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

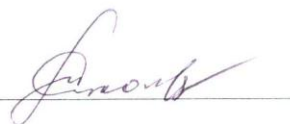
- кафедральные мультимедийные средства
- каталог методических разработок на электронных носителях

- методические рекомендации к изучению разделов дисциплины.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями
ФГОС ВО по направлению 44.03.01 Педагогическое образование

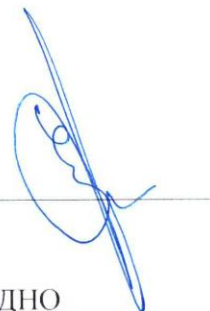
Рабочую программу составил:

доцент каф. ППДНО, к.ф.-м.н., Тихомирова С.В. _____
(ФИО, подпись)



Рецензент (представитель работодателя):

МБОУ СОШ № 15 г. Владимира, директор, Алексеенко Е.Г. _____
(место работы, должность, ФИО, подпись)



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ППДНО
Протокол № 5 от 19.01.2016 года

Заведующий кафедрой ППДНО, к.п.н., доцент Белякова Н.В. _____
(ФИО, подпись)



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической
комиссии направления 44.03.01 «Педагогическое образование»

Протокол № 1 от 22.01.16 года

Председатель комиссии по направлению подготовки

44.03.01 «Педагогическое образование» к.ф.н. Артамонова М.В. _____
(ФИО, подпись)



ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____
