Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
____________ А.А.Панфилов
«17» 03 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«АЛГЕБРА»

Направление подготовки «44.03.05 Педагогическое образование»

Профиль/программа подготовки «Математика. Информатика»

Уровень высшего образования БАКАЛАВРИАТ

Форма обучения ОЧНАЯ

Семестр	Трудоемкость зач. ед,/ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	4/144	18	36		54	экзамен -36 ч.
2	4/144	18	36		45	экзамен - 45 ч.
3	2/72	18	36		18	зачет с оценкой
4	3/108	18	36		9	экзамен-45 ч.
Итого	13/468	72	144		126	3 экзамена (126ч) зачет с оценкой

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины:

- познакомить студентов с кругом задач классической и современной алгебры;
- прояснить роль алгебраических понятий во взаимосвязи с другими математическими дисциплинами;
- изучение основных алгебраических структур и прививание общей алгебраической культуры, необходимой для дальнейшего изучения университетских математических и физических дисциплин и обеспечивающих будущему учителю глубокое понимание основ школьного курса математики

Задачи освоения дисциплины:

- теоретическое освоение студентами основных положений курса алгебры;
- формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания основ математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;
- приобретение практических навыков решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий в их взаимной связи, а также задач, способствующих развитию начальных навыков научного исследования;
- формирование умений решения оптимизационных задач с использованием аппарата алгебры.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к вариативному блоку учебного плана. С курса алгебры начинается математическое образование. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как множество, многочлен, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Поэтому для успешного усвоения курса «Алгебра» необходимо знание основных формул, изучаемых в школьной алгебре, свойств элементарных функций, умение решать квадратные уравнения, знание основных значений тригонометрических функций.

Курс «Алгебра» имеет связи с различными математическими дисциплинами. Знания, полученные в этом курсе, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. Так раздел «Линейные векторные пространства» тесно связан с курсом «Геометрия», который дает для данного раздела многочисленные примеры. В свою очередь геометрия активно использует понятия линейно-зависимой и линейно-независимой системы векторов, которые изучаются в курсе алгебры. Умение оперировать комплексными числами и знание тригонометрической формы комплексного числа необходимы для изучения курса «Теория функций комплексного переменного». Понятие группы, кольца, поля, а также понятия гомоморфизма и изоморфизма алгебраических систем активно используются в курсе «Числовые системы».

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ПК-1,11.

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);

готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11).

В результате курса алгебры и теории чисел студент должен знать следующие методы, факты, свойства, применяемые при решении алгебраических задач

Алгебры, алгебраические системы.

Умение определять характеристики множества (группа, кольцо, поле)

Умение работать в кольце классов вычетов.

Системы линейных уравнений. Определители.

Владение общими приемами при решении систем линейных уравнений

Применение метода последовательного исключения неизвестных.

Вычисление определителей произвольного порядка.

Знание теоремы Лапласа и ее применение для вычисления определителей.

Использование правила Крамера для решения систем лин. уравнений общего вида.

Поле комплексных чисел.

Умение приводить к тригонометрической форме комплексных чисел.

Владение формулой Муавра.

Извлечение корней из комплексных чисел.

Арифметические пространства и линейные уравнения.

Умение определять базис и ранг конечной системы векторов.

Элементарные преобразования матриц.

Применения критерия совместности системы линейных уравнений.

Знание свойств решений систем линейных уравнений.

Алгебра матриц

Применение операций над матрицами.

Вычисление обратной матрицы

Нахождение ранга матрицы

Записи и решение квадратных систем линейных уравнений в матричной форме.

Векторные пространства.

Умение определять базис, размерность векторного пространства и координаты векторов.

Определять изоморфизм векторных пространств.

Решение неравенства Коши – Буняковского и определения угла между векторами.

Линейные преобразования.

Выделение ядра и образа линейного оператора.

Умение определять матрицу оператора в различных базисах.

Нахождение собственных векторов и значений линейных операторов.

Кольцо многочленов от одной переменной. Теория делимости.

Деление на двучлен $x - a$ и корни многочлена.

Применение алгоритма Евклида для многочленов.

Разложение многочленов на неприводимые множители.

Применение формул Виета для решения уравнений произвольной степени.

Решение уравнений третьей и четвертой степени.

Вычисление целых и рациональные корни многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна.

Многочлены от нескольких переменных.

Владение всеми способами выражение симметрического многочлена через основные симметрические.

Умение использовать связь симметрических многочленов и формул Виета.

Вычисление результанта и дискриминанта многочлена.

Алгебраические числа.

Освобождение знаменателя от иррациональности с помощью алгебраических чисел

Геометрические построения циркулем и линейкой и разрешимость уравнений в радикалах. Построение правильных многоугольников.

Группы. Подгруппы.

Построение циклической группы.

Определение изоморфизма и гомоморфизма групп.

Выделение смежных классов.

Определение различных элементов в фактор-группе.

Кольца. Подкольца.

Знание основных свойств кольца и умение применять их к множествам

Нахождение идеалов колец, фактор-кольца.

Умение находить разложение многочленов на неприводимые множители в кольце многочленов.

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

В результате изучения дисциплины студент должен <u>знать</u>:

Основные понятия и методы решения систем линейных уравнений.

Понятие линейной независимости системы векторов, базиса системы векторов.

Алгебраические операции с матрицами, ранг матрицы, понятия обратимой и обратной матриц.

Подстановки и их знаки. Определители, их свойства.

Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.

Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; положительно определенные квадратичные формы.

Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения.

Понятия группы, кольца, поля.

В результате изучения дисциплины студент должен <u>уметь</u>:

решать системы линейных уравнений методом Гаусса;

находить сумму и произведение матриц, ранг матрицы; обратную матицу;

вычислять определитель, пользуясь определением, приводя матрицу к диагональному виду, раскладывая его по строке (столбцу);

решать системы линейных уравнений по формулам Крамера; устанавливать линейную зависимость или независимость систем векторов;

применять векторную алгебру к решению задач; вычислять собственные значения и векторы линейных операторов.

В результате изучения дисциплины студент должен <u>владеть</u>:

способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.);

способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса;

различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности; способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды образовательного учреждения, региона, области, страны.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)*, форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1.	Алгебра матриц. Операции над матрицами	1		2	4			6		2/33	
2.	Теория определителей. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители произвольного порядка.	1		2	8			6		2/20	рейтинг-контроль 1
3.	Свойства определителей. Теорема Лапласа.	1		2	4			6		2/33	
4.	Вычисление обратной матрицы. Определитель произведения матриц.	1		2	2			8		1/25	
5.	Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли	1		2	4			8		2/33	рейтинг-контроль 2
6.	Записи и решение квадратных систем линейных	1		2	4			6		2/33	

	уравнений в матричной форме. Правило Крамера									
7.	Системы линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных	1		2	4			6		2/33	рейтинг-контроль 3)
8.	Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел и многочлены деления круга.	1		4	6			8		2/20	
	ВСЕГО	1		18	36			54		15/27	Экзамен 36ч
1.	Кольцо многочленов от одной переменной. Теория делимости. Деление на двучлен x – a и корни многочлена. Схема Горнера. Теорема Безу.	2		2	4			6		2/33	
2.	Деление с остатком и алгоритм Евклида. Разложение многочленов на неприво-	2		2	4			5		2/33	рейтинг-контроль 1

	димые множители.										
3.	Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Формулы Виета.	2		2	4			4		2/33	
4.	Уравнения третьей и четвертой степени. Целые и рациональные корни многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна.	2		2	4			5		2/33	
5.	Рациональные дроби: разложение на простейшие дроби.	2		2	2			5		1/25	рейтинг-контроль 2
6.	Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.	2		2	6			4		2/25	
7.	Симметрические многочлены и формулы Виета.	2		2	4			6		2/33	рейтинг-контроль 3
8.	Результант. Дискриминант многочлена.	2		2	4			5		2/33	
9.	Системы алгебраических уравнений от нескольких	2		2	4			4		2/33	

	уравнений.										
	ВСЕГО	2		18	36			45		17/31	Экзамен 45ч
1.	Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Действия над линейными операторами.	3		4	6			4		2/20	
2.	Матрица линейного оператора в различных базисах.	3		2	6			4		2/25	рейтинг-контроль 1
3.	Инвариантные подпространства. Собственные вектора и значения линейных операторов	3		4	6			2		2/20	
4.	Билинейные и квадратичные формы. Линейные формы. билинейные. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису	3		4	6			6		3/30	рейтинг-контроль 2
5.	Квадратичные формы. Приведение в каноническому виду – методы Лагранжа и Якоби	3		2	6			2		2/25	
6.	Закон инерции	3		2	6			2		2/25	рейтинг-

	квадратичных форм. Определенные формы										контроль 3
	ВСЕГО	3		18	36			18		13/24	Зачет с оценкой
1.	Группы. Конечные и бесконечные группы. Циклические группы. Группы симметрий правильных многоугольников.	4		4	8			1		3/25	
2.	Изоморфизмы и гомоморфизмы групп.	4		2	4			2		2/33	рейтинг-контроль 1
3.	Подгруппы. Критерий подгрупп. Циклические подгруппы.	4		2	4			1		2/33	
4.	Смежные классы и теорема Лагранжа.	4		2	6			2		2/25	
5.	Фактор-группы. Действие групп на множествах; теорема Бернсайда. Образующие и определяющие соотношения.	4		2	4			1		2/33	рейтинг-контроль 2
6.	Кольца. Подкольца. Кольца целых чисел, многочленов и вычетов. Кольца с неодно-	4		4	6			1		2/20	рейтинг-контроль 3

	значным разложением на простые множители. Евклидовы кольца. Кольцо целых гауссовых чисел. Поле										
7.	Идеалы колец, фактор-кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидовы и факториальные кольца.	4		2	4			1		2/33	
	ВСЕГО	4		18	36			9		15/27	Экзамен 45ч
Всего				72	144			126		60/27	3 экзамена (126ч) зачет с оценкой

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Алгебра» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме.

Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса.

Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы.

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно- методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач.

Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучении.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1,2,3 в1-4 семестрах
Промежуточная аттестация - экзамен (1,2,4сем), зачет с оценкой (3 сем)

1 семестр

Текущий контроль

Задания к рейтинг-контролю

Рейтинг-контроль № 1.
ТЕМА: Определители
Постановка задачи:Понятие перестановки, знака алгебраического дополнения. Вычисление определителя

Ход работы:

1. Подберите k ,l так, чтобы перестановка:

Вариант 1.

48k25117 была четной.

Вариант 2.

634k7l21 была нечетной

2. Выясните, какие из следующих произведений являются членами 7-го порядка и укажите знак члена определителя:

Вариант 1.

$a) a_{43}a_{53}a_{63}a_{15}a_{23}a_{34}a_{71}$,

$b) a_{23}a_{67}a_{51}a_{16}a_{35}a_{41}a_{72}$.

Вариант 2.

$a) a_{15}a_{28}a_{74}a_{36}a_{61}a_{43}$,

$b) a_{72}a_{16}a_{33}a_{55}a_{27}a_{61}a_{44}$.

3. Вычислите определитель, пользуясь только определением:

Вариант 1.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

Вариант 2.

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

4. Как изменится определитель n-го порядка, если:

Вариант 1.

i-ю строку переставить на последнее место , а (i+1)-ю и все последующие строки передвинуть вверх, сохраняя их расположение?

Вариант 2.

- его строки записать в обратном

порядке?

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Матрицы. Ранг матриц. Системы линейных уравнений

Постановка задачи:. Понятие матрицы, обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с выделением общего,частного,фундаментального и базисного решений

Ход работы:

1. Найти решение системы линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} -x + 5y - 5z = -5 \\ -7x + 3y + 5z = 8 \\ x - 7y - 9z = -3 \end{cases}$$

2. Найти решение матричного уравнения:

$$X \times \begin{Vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -9 & -9 & -3 \\ 4 & -5 & -6 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \\ 1 & -8 & -5 \end{Vmatrix}$$

3. Найти общее и частное решения системы неоднородных линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.
Найти общее и фундаментальные решения системы однородных линейных уравнений, соответствующей неоднородной исходной системе.
Выразить общее решение неоднородной системы через общее решение однородной системы.

$$\begin{cases} 47x_1 + 13x_2 - 23x_3 = 118 \\ -71x_1 - 9x_2 - 14x_3 = 95 \\ 33x_1 + 21x_2 + 22x_3 = -163 \\ 3x_1 + 27x_2 + 2x_3 = -65 \end{cases}$$

Рейтинг-контроль № 3.

ТЕМА: Комплексные числа

Постановка задачи:.Операции над полем комплексных чисел. Геометрическая интепритация комплексных чисел

Ход работы:

1. Вычислите

а). $\dfrac{(2+i)^3-(1-2i)^3}{(1+2i)^3-(2+3i)^2}$

б) $\left(\dfrac{-1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{10}$

в) $\dfrac{(1-i)^{n+2}}{(1+i)^n}$

г) $\sqrt[3]{\dfrac{1-i}{i+\sqrt{3}}}$

2. Решить уравнение

а) $z\cdot\bar{z}+2(z+\bar{z})=3i+1$

б) $x^2+(1+2i)x+3+i=0$

3. Решить систему для комплексных x и y

$$\begin{cases} ix+(1+i)y=3+i \\ (1-i)x+(6+i)y=4 \end{cases}$$

4. Определить геометрическое место точек
(построить и описать)

$$\begin{cases} 1<|z-2i|\le 2 \\ \dfrac{\pi}{3}<\arg z<\pi \end{cases}$$

Тестовый рейтинг-контроль

1. Расширенная матрица системы линейных уравнений имеет вид

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

Тогда система линейных уравнений:

А) определенная;

Б) неопределенная;

В) несовместная

Г) имеет 3 решения.

2. Расширенная матрица системы линейных уравнений имеет вид

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

Тогда общее решение системы линейных уравнений содержит:

А) 3 главных и 1 свободное неизвестное;

Б) 2 главных и 2 свободных неизвестных;

В) 1 главное и 3 свободных неизвестных;

Г) не содержит свободных неизвестных.

3. Дана матрица A с параметром a

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 2 & 2 & 2 & a \\ 3 & 3 & 3 & a \end{pmatrix}$$

Тогда ранг матрицы A равен:

А) 2 при любом значении a;

Б) 2 при a = 0;

В) 1 при любом значении a;

Г) 1 при a = 0.

Расширенная матрица системы линейных уравнений имеет вид

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & a & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & a-1 & a-2 \end{array}\right)$$

Тогда система несовместна при:

А) a = 0;

Б) a = 1;

В) a = 2;

Г) при любом значении a.

4. Дано множество решений системы однородных линейных уравнений

$x = \{(2x_1;\ x_2;\ x_1-x_2;\ -x_2;\ -x_1) | x_1, x_2 \in R\}$. **Тогда фундаментальная система решений содержит:**

А) 1 вектор;

Б) 2 вектора;

В) 3 вектора;

Г) 4 вектора.

5. Если в определителе d четвертого порядка все элементы умножить на 2, а затем определитель транспонировать, то полученный определитель будет равен:

А) 2d;

Б) -2d;

В) 16d;

Г) -16d.

6. Если в определителе d третью строку умножить на 3 и к ней прибавить пятую строку, умноженную на 5, то полученный определитель будет равен:

А) 15d;

Б) 3d;

В) d;

Г) 5d.

7 Коэффициент при a в определителе $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ -4 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ **равен:**

А) 10;

Б) 2;

В) -10;

Г) -2.

8. Дан определитель $d = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$**. Тогда значение выражения**

$$(a_{31}A_{31}+a_{32}A_{32}+a_{33}A_{33}) + (a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+a_{31}A_{31}),$$

где A_{ij} – алгебраическое дополнение элемента a_{ij}:

А) d;

Б) 0;

В) 2d;

Г) -d.

9. Определитель $d = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ **равен:**

А) 0;

Б) $2\odot5\odot6\odot1 = 60$;

В) $2\odot4\odot5\odot6 = 240$;

Г) $3\odot5\odot6\odot4 = 360$.

10. Дано матричное уравнение ABX = C^{-1}, где A, B, C – невырожденные квадратные матрицы одного порядка. Тогда:

А) $X = C^{-1}A^{-1}B^{-1}$;

Б) $X = A^{-1}C^{-1}B^{-1}$;

В) $X = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$;

Г) $X = B^{-1}A^{-1}C^{-1}$.

11 Элемент c_{33} произведения матриц A и B подходящего размера равен сумме произведений элементов:

А) 3-й строки матрицы A и 3-й строки матрицы B;

Б) 3-го столбца матрицы A и 3-й строки матрицы B;

В) 3-й строки матрицы A и 3-го столбца матрицы B;

Г) 3-го столбца матрицы A и 3-го столбца матрицы B.

12. Дано матричное уравнение AXB = C, где A, B, C – невырожденные квадратные матрицы одного порядка. Тогда:

А) $X = CA^{-1}B^{-1}$;

Б) $X = A^{-1}CB^{-1}$;

В) $X = A^{-1}B^{-1}C$;

Г) $X = B^{-1}A^{-1}C$.

13. В верном равенстве $A_{52}B_{mn}C_{34} = D_{pq}$ значения m, n, p, q равны:

А) m = 5, n = 3, p = 4, q = 2;

Б) m = 2, n = 3, p = 5, q = 4;

В) m = 5, n = 2, p = 2, q = 4;

Г) m = 2, n = 4, p = 5, q = 4.

14. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$. **Тогда матрица, обратная матрице A, равна:**

А) $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$;

Б) $\frac{1}{8}\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$;

В) $-\frac{1}{8}\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$;

Г) $\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$.

15.Значение i^{127} равно:

А) i;

Б) -i;

В) 1;

Г) -1.

16. Алгебраическая форма числа $\frac{1+3i}{2+i}$ имеет вид:

А) 1 + i;

Б) 1 – i;

В) -1 + i;

Г) -1 – i .

17. Модуль комплексного числа z = 3 – 4i равен:

А) 25;

Б) 5;

В) 7;

Г) $\sqrt{7}$.

18.Произведение (1 – 2i)(2 + i) равно:

А) 4 – 3i;

Б) 4 + 3i;

В) -4 – 3i;

Г) -4 + 3i.

19. Значение i^{1320} равно:

А) i;

Б) -i;

В) 1;

Г) -1.

20. Тригонометрическая форма числа z = $\sqrt{3}$ + i имеет вид:

А) $2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$;

Б) $2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$;

В) $2(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3})$;

Г) $2(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}))$.

21. Тригонометрическая форма числа $z = -1 + i$ имеет вид:

А) $\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$;

Б) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$;

В) $2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$;

Г) $\sqrt{2}(\sin\frac{3\pi}{4} + i\cos\frac{3\pi}{4})$.

22. Значения $\sqrt[4]{\cos\pi + i\sin\pi}$ равны:

А)
$z_1 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$;
$z_2 = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$;
$z_3 = \cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}$;
$z_4 = \cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}$;

Б)
$z_1 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$;
$z_2 = \cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}$;
$z_3 = \cos\frac{9\pi}{4} + i\sin\frac{9\pi}{4}$;
$z_4 = \cos\frac{13\pi}{4} + i\sin\frac{13\pi}{4}$;

В)
$z_1 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$;
$z_2 = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$;
$z_3 = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$;
$z_4 = \cos\pi + i\sin\pi$;

Г)
$z_1 = \cos 4\pi + i\sin 4\pi$;
$z_2 = -\cos 4\pi - i\sin 4\pi$;
$z_3 = \cos\pi + i\sin\pi$;
$z_4 = -\cos\pi - i\sin\pi$.

23.Значение $(1 + i)^{20}$ равно (использовать формулу Муавра):

А) -2^{10};
Б) 2^{10};
В) $-2^{10}i$;
Г) $2^{10}i$.

24.Значение $(\sqrt{3} + i)^{12}$ равно (использовать формулу Муавра):

А) 2^{12};
Б) -2^{12};
В) $2^{12}i$;
Г) $-2^{12}i$.

Вопросы к экзамену по курсу «Алгебра»

Семестр 1

1. Метод последовательного исключения неизвестных.
2. Теорема о ненулевых решениях однородных систем.
3. Определители второго порядка.
4. Определители третьего порядка.
5. Подстановки. Четность и знак подстановки.
6. Определение определителя произвольного порядка.
7. Свойства определителей 1-3.
8. Свойства определителей 4-6.
9. Вычисление определителей с помощью элементарных преобразований.

10. Определитель Вандермонда.
11. Миноры и алгебраические дополнения.
12. Теорема Лапласа.
13. Разложение определителя по строке и столбцу.
14. Правило Крамера.
15. Ненулевые решения квадратных однородных систем линейных уравнений.
16. Комплексные числа в алгебраической форме.
17. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
18. Тригонометрическая форма комплексных чисел.
19. Формула Муавра.
20. Корни из комплексных чисел.
21. Многочлены деления круга.
22. Элементарные преобразования матриц.
23. Вычисление ранга матрицы.
24. Критерий совместности системы линейных уравнений.
25. Равенство рангов строк и столбцов матрицы.
26. Свойства решений систем линейных однородных уравнений.
27. Фундаментальная система решений однородных систем.
28. Общее решение неоднородных систем линейных уравнений.
29. Операции над матрицами, их свойства.
30. Понятие обратной матрицы.
31. Элементарные матрицы.
32. Условия обратимости матриц.
33. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
34. Определитель произведения матриц.
35. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.
36. Теорема о ранге матрицы.
37. Формула обратной матрицы, использующая алгебраические дополнения.
38. Записи и решение квадратных систем линейных уравнений в матричной форме

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: −самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1 Матрицы и их основные виды. Диагональная матрица. Симметричная и кососимметричная матрица. Операции над матрицами. Сложение, вычитание умножение матриц. *Перестановочные матрицы. учебники 1.3 Задачи №1.15-1.19 из литер. [1] Опрос

2. Свойство операций над матрицами. Транспонированная матрица. Обратная матрица. *Ортогональная матрица. Определители 2 и 3 порядков. Свойства определителей.учебники 3.4 Задачи №1.20-1.23 из литер. [3] Опрос

3 Минор элемента матрицы. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель n-ого порядка. Теорема Лапласа. *Простейшие матричные уравнения. учебники 1 – 5 Индивидуальные задания Защита самост. работы

4 Системы линейных алгебраических уравнений. Несовместная и совместная системы. Определенная и неопределенная системы. Частное и общее решение системы. Эквивалентные системы. Методы решения системы n уравнений с n неизвестными Теорема Крамера. Метод обратной матрицы. *Ранг матрицы. Базисные строки и столбцы. учебники 1-4 Задачи №2.11-2.15 из литер. [5] Конспект

5 Элементарные преобразованиями над матрицами. Метод Гаусса. Расширенная матрица системы. Тривиальные и нетривиальные решения системы. Базисные и свободные переменные. *Фундаментальная совокупность решений. Теорема Кронекера - Капелли. 2.3 Задачи №2.16-2.20 из литер. [5] Защита самост. работы

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Понятие матрицы. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.
2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки и столбца.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы в терминах определителей.
5. Система линейных уравнений (СЛУ) с n переменными (общий вид). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса решения системы m- линейных уравнений с n-переменными. Теорема об определенности СЛУ.
6. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n переменными.

7. Решение СЛУ матричным методом. Матричные уравнения.

8. Понятие векторного пространства. Примеры.

9. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.

10. Базис системы векторов. Теорема о числе векторов базисов одной и той же системы векторов.

11. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.

12. Базис и размерность векторного пространства. Свойства размерности векторного пространства.

13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ.

14. Критерий совместности системы линейных уравнений(Теорема Кронекера – Капелли) Условия определенности и неопределенности совместной системы линейных уравнений. Пример.

15. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.

16. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни многочленов.

2 семестр

Рейтинг-контроль № 1.
ТЕМА: Многочлены от одной переменной
Постановка задачи:. Деление многочлена на двучлен с помощью схемы Горнера. Теория делимости многочленов. Определение НОДа многочленов с помощью алгоритма Евклида

Ход работы:

1. Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

Вариант 1

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, x_0 = -1$

Ответ:

$f(x) = (x+1)^4 - 2(x+1)^3 - 3(x+1)^2$
$+ 4(x+1) + 1$

Вариант 2

$f(x) = x^4 - 8x^3 - 24x^2 - 50x + 90, x_0 = 2$

ОТВЕТ:

$f(x) = (x-2)^4 - 18(x-2) + 38$

2. Найти наибольший общий делитель многочленов:

Вариант 1.

$f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7,$

$g(x) = 3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7$

Ответ: $НОД(f,g) = x^3 + 1$

Вариант 2.

$f(x) = x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5,$

$g(x) = x^5 + x^2 - x + 1$

Ответ:

$НОД(f,g) = x^3 - x + 1$

3 Отделить кратные множители многочлена:

Вариант 1.

$x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4$

Вариант 2.

$x^5 - 6x^4 + 16x^3 - 24x^2 + 20x - 8$

Указание: применить теорему о кратных корнях уравнения, использовать алгоритм Евклида для нахождения $НОД(f, f')$.

Ответ:

$(x+1)^4(x-4)$

Ответ:

$(x-2)(x^2 - 2x + 2)$

4. Построить многочлены наименьшей степени с вещественными коэффициентами по данным корням:

Вариант 1

Тройной корень 2-3i

Ответ:

$f(x) = (x^2 - 4x + 13)^3 = x^6 - 12x^5 + 87x^4$

$-376x^3 + 1131x^2 - 2028x + 2197$

Вариант 2.

Двойной корень i, простой –1-i.

Ответ:

$f(x) = (x^2 + 2x + 2)(x^2 + 1)^2 = x^6 + 2x^5 + 4x^4$

$+4x^3 + 5x^2 + 2x + 2$

Рейтинг-контроль № 2

ТЕМА: Решение уравнений высоких степеней.Рациональные корни многочлена

Постановка задачи:. Процедура нахождения рациональных корней многочлена с помощью соответствующей теоремы и по формулам Виета. Локализация корней многочлена по теореме Штурма

Ход работы:.

1.Найти рациональные корни многочленов:

Вариант 1

$a) f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 13x - 24.$

$b) f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12.$

Ответ:

$a) x_1 = -3;$

$b) x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2}.$

Вариант 2

$a) f(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9.$

$b) f(x) = 10x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 18x + 24.$

ОТВЕТ:

$a) x_1 = x_2 = 1, x_3 = x_4 = -3;$

$b)$ *рациональных корней нет*

2.

Вариант 1.

Определить λ так, чтобы один из корней уравнения $x^3 - 7x + \lambda$ равнялся удвоенному другому.

Вариант 2.

Сумма двух корней уравнения

$$2x^3 - x^2 - 7x + \lambda$$

равна 1. Определить λ.

Указание: составить систему уравнений, используя формулы Виета.

Ответ: (Вариант 1)

$\lambda = \pm 6$

Ответ: (Вариант 2)

$\lambda = -3$

3. Разложить на множители многочлен или доказать их неприводимость над полем Q:

Вариант 1.

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 9$$

Ответ:

$f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x^2 - x - 3)$

Вариант 2.

$f(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 23x - 12.$

Ответ:

$f(x) = (x^2 - x - 4)(x^2 + 5x + 3)$

4. Составить систему Штурма и отделить корни многочлена:

Вариант 1

$f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 1$

Ответ:

$$\begin{aligned} &f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 1, \\ &f_1(x) = 2x^3 - 3x^2 - 7x + 4, \\ &f_2(x) = 17x^2 - 17x - 8, \\ &f_3(x) = 2x - 1, \\ &f_4(x) = 1. \end{aligned}$$

четыре вещественных корня в интервалах (-3,-2), (-1,0), (1,2), (3,4).

Вариант 2.

$f(x) = x^4 - 4x^2 + x + 1$

Ответ:

$f(x)=x^4-4x^2+x+1,$

$f_1(x)=4x^3-8x+1,$

$f_2(x)=8x^2-3x-4,$

$f_3(x)=87x-28,$

$f_4(x)=1.$

четыре вещественных корня в интервалах

(-3,-2), (-1,0), (0,1), (1,2).

Рейтинг-контроль № 3.
ТЕМА: Симметрические многочлены
Постановка задачи:. Связь симметрических многочленов с формулами Виета, основная теорема о симметрических многочленах. Решение систем уравнений от двух неизвестных

Ход работы:

1. Найти значение симметрического многочлена $f(x)$ от корней многочлена $g(x)$:

$$f(x)=x_1^3(x_2+x_3)+x_2^3(x_1+x_3)+x_3^3(x_1+x_2)\ g(x)=x^3-x^2-4x+1;$$

2. Найти решения системы уравнений:
$5y^2-6xy+5x^2-16=0$
$y^2-xy+2x^2-y-x-4=0$

3. Выразить через основные симметрические многочлены:

Вариант 1

$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1^2+x_2^2)(x_1^2+x_3^2)(x_2^2+x_3^2)$

Вариант 2.

$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2)^2(x_1-x_3)^2(x_2-x_3)^2$

Указание: составить таблицу из системы показателей, соответствующей высшему члену данного многочлена, перейти к тождеству с неопределёнными коэффициентами

Ответ:

$f(x_1,x_2,x_3)=\sigma_1^2\sigma_2^2-2\sigma_1^3\sigma_3-2\sigma_2^3$
$+4\sigma_1\sigma_2\sigma_3-\sigma_3^2$

Ответ:

$f(x_1,x_2,x_3)=\sigma_1^2\sigma_2^2-4\sigma_1^3\sigma_3-4\sigma_2^3+$
$18\sigma_1\sigma_2\sigma_3-27\sigma_3^2$

4. При каком значении λ многочлены имеют общий корень:

Вариант 1.

$x^3-\lambda x+2$ и $x^2+\lambda x+2$?

Вариант 2.

$x^3+\lambda x^2-9$ и $x^3+\lambda x-3$?

Указание: Вычислить $R(f(x),g(x))$ и приравнять его к нулю.

Тестовый рейтинг-контроль

1. **Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена**
   a. **$f(x) = x^4 - 3x^2 + x + 5$ на двучлен $x - 2$ равен:**
   b. А) 0;
   c. Б) 12;
   d. В) 11;
   e. Г) 3.

2. **Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена**
   a. **$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ на двучлен $x - 1$ равен:**
   b. А) 0;
   c. Б) 1;
   d. В) -1;
   e. Г) 2.

3. **Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена**
   a. **$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ на двучлен $x - 2$ равен:**
   b. А) 0;
   c. Б) 2;
   d. В) 11;
   e. Г) -2.

4. **Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена**
   a. **$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 15$ на двучлен $x - 3$ равен:**
   b. А) 1;
   c. Б) 0;
   d. В) -1;
   e. Г) 5.

5. **Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена**
   a. **$f(x) = x^4 - 2x^2 + 2x - 12$ на двучлен $x - 2$ равен:**
   b. А) 0;
   c. Б) 6;
   d. В) -6;
   e. Г) -8.

6. **Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 2$ – кратности 2, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$ имеет вид:**
   a. А) $x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12$;
   b. Б) $x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 4x - 12$;
   c. В) $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$;
   d. Г) $x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 4x - 12$.

7. **Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 3-й степени с корнями $x_1 = i$, $x_2 = -i$, $x_3 = 3$ имеет вид:**
   a. А) $x^3 - 3x^2 + x + 3$;
   b. Б) $x^3 - 3x^2 + x - 3$;
   c. В) $x^3 + 3x^2 + x - 3$;
   d. Г) $x^3 - 3x^2 - x - 3$.

8. **Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 1$ – кратности 2, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ имеет вид:**
   a. А) $x^4 + 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$;
   b. Б) $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 17x + 6$;
   c. В) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$;
   d. Г) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$.

9. **Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 2$ – кратности 2, $x_2 = 1$ – кратности 2 имеет вид:**

a. А) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4$;
b. Б) $x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 4$;
c. В) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$;
d. Г) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x - 4$.

10. **Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 1$ – кратности 3, $x_2 = 2$ имеет вид:**
a. А) $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x + 2$;
b. Б) $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 5x + 2$;
c. В) $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$;
d. Г) $x^4 - 5x^3 + 9x^2 + 7x + 2$.

11. **Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = 1 + i$ и $x_2 = 2$ имеет вид:**
a. А) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x - 2)$;
b. Б) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x - 2)$;
c. В) $f(x) = (x^2 - 2x - 1)(x - 2)$;
d. Г) $f(x) = (x^2 - 2x - 2)(x - 2)$.

12.. **Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = 2i$ и $x_2 = 3$ имеет вид:**
a. А) $f(x) = (x^2 - 4)(x - 3)$;
b. Б) $f(x) = (x^2 + 4)(x - 3)$;
c. В) $f(x) = (x^2 + 4)(x + 3)$;
d. Г) $f(x) = (x^2 - 4)(x + 3)$.

13. **Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = i$ и $x_2 = -3$ имеет вид:**
a. А) $f(x) = (x^2 + 1)(x + 3)$;
b. Б) $f(x) = (x^2 - 1)(x + 3)$;
c. В) $f(x) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)$;
d. Г) $f(x) = (x^2 + 1)(x - 3)$.

14.. **Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = -i$ и $x_2 = 5$ имеет вид:**
a. А) $f(x) = (x^2 + 1)(x + 5)$;
b. Б) $f(x) = (x^2 + 1)(x - 5)$;
c. В) $f(x) = (x^2 - 1)(x - 5)$;
d. Г) $f(x) = (x^2 - 1)(x + 5)$.

15.. **Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = 1 - i$ и $x_2 = 1$ имеет вид:**
a. А) $f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)$;
b. Б) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x + 1)$;
c. В) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x - 1)$;
d. Г) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x - 1)$.

16.. **Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = 3x^3 - 11x - 2$ находятся среди чисел:**
a. А) $\frac{p}{q} = \pm 3, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}$;
b. Б) $\frac{p}{q} = \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}, \pm 2$;
c. В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}$;
d. Г) $\frac{p}{q} = \pm 2, \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}$.

17. **Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = x^4 - 3x^3 + x - 3$ находятся среди чисел:**

a. А) $\frac{p}{q} = \pm 3$;

b. Б) $\frac{p}{q} = \pm\frac{1}{3}, \pm 1$;

c. В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3$;

d. Г) $\frac{p}{q} = \pm 1, 3$.

18. **Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = 8x^3 - 4x + 1$ находятся среди чисел:**

a. А)

$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{8}$;

b. Б) $\frac{p}{q} = \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 1$;

c. В) $\frac{p}{q} = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{8}$;

d. Г) $\frac{p}{q} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$.

19.. **Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = 2x^3 + x^2 - 9x - 2$ находятся среди чисел:**

a. А) $\frac{p}{q} = \pm 2$;

b. Б) $\frac{p}{q} = -1, \pm 2$;

c. В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{2}$;

d. Г) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm\frac{1}{2}$.

20. **Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = 2x^3 - 4x - 8$ находятся среди чисел:**

a. А) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{8}$;

b. Б) $\frac{p}{q} = \pm 8, \pm 4, \pm 2$;

c. В)

$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm\frac{1}{2}$;

d. Г)

$\frac{p}{q} = -1, -2, -4, -8, -\frac{1}{2}$.

Вопросы к экзамену по курсу «Алгебра»

Семестр 2

1. Операции над многочленами. Степень многочлена.
2. Деление на двучлен $x - a$ и корни многочлена.
3. Схема Горнера.
4. Теорема Безу. Число корней многочлена.
5. Разложение многочленов по степеням двучлена x-a.
6. Кратные корни многочленов и их отделение.
7. Теорема о делении многочленов с остатком.
8. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя.
9. Разложение многочленов на неприводимые множители.

10. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
11. Разложение многочленов на линейные множители над полем комплексных чисел. Формулы Виета.
12. Сопряженность мнимых корней многочленов с вещественными коэффициентами и разложение многочленов на полем действительных чисел на неприводимые множители первой и второй степеней.
13. Уравнения третьей степени.
14. Уравнения четвертой степени.
15. Проблема локализации корней многочлена.
16. Целые и рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами. 27. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
17. Рациональные дроби; разложение на простейшие дроби.
18. Интерполяция; формула Лагранжа.
19. Основная теорема о симметрических многочленах.
20. Метод неопределенных коэффициентов.
21. Симметрические многочлены и формулы Виета.
22. Связь алгебраических соотношений, корней и коэффициентов многочленов.
23. Результант многочленов
24. Дискриминант многочлена.
25. Исключение неизвестной из системы двух уравнения с двумя неизвестными.
26. Простое алгебраическое расширение поля.
27. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе.
28. Геометрические построения циркулем и линейкой и разрешимость уравнений в радикалах.
29. Построение правильных многоугольников.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: −самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1 Матрицы и их основные виды. Диагональная матрица. Симметричная и кососимметричная матрица. Операции над матрицами. Сложение, вычитание умножение матриц. *Перестановочные матрицы. учебники 1,3 Задачи №1.15-1.19 из литер. [1] Опрос

2. Свойство операций над матрицами. Транспонированная матрица. Обратная матрица. *Ортогональная матрица. Определители 2 и 3 порядков. Свойства определителей.учебники 3,4 Задачи №1.20-1.23 из литер. [3] Опрос

3 Минор элемента матрицы. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель n-ого порядка. Теорема Лапласа. *Простейшие матричные уравнения. учебники 1 – 5 Индивидуальные задания Защита самост. работы

4 Системы линейных алгебраических уравнений. Несовместная и совместная системы. Определенная и неопределенная системы. Частное и общее решение системы. Эквивалентные системы. Методы решения системы n уравнений с n неизвестными Теорема Крамера. Метод обратной матрицы. *Ранг матрицы. Базисные строки и столбцы. учебники 1-4 Задачи №2.11-2.15 из литер. [5] Конспект

5 Элементарные преобразованиями над матрицами. Метод Гаусса. Расширенная матрица системы. Тривиальные и нетривиальные решения системы. Базисные и свободные переменные. *Фундаментальная совокупность решений. Теорема Кронекера - Капелли. 2,3 Задачи №2.16-2.20 из литер. [5] Защита самост. работы

__Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины__

1. Понятие матрицы. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.
2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки и столбца.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы в терминах определителей.
5. Система линейных уравнений (СЛУ) с n переменными (общий вид). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса решения системы m- линейных уравнений с n-переменными. Теорема об определенности СЛУ.
6. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n переменными.
7. Решение СЛУ матричным методом. Матричные уравнения.
8. Понятие векторного пространства. Примеры.
9. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.

10.Базис системы векторов. Теорема о числе векторов базисов одной и той же системы векторов.

11.Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.

12.Базис и размерность векторного пространства. Свойства размерности векторного пространства.

13.Фундаментальная система решений однородной СЛУ.

14.Критерий совместности системы линейных уравнений(Теорема Кронекера – Капелли) Условия определенности и неопределенности совместной системы линейных уравнений. Пример.

15. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.

16. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни многочленов.

3 семестр

Рейтинг-контроль № 1.
ТЕМА: Линейные операторы
Постановка задачи:. Определение линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Базис линейного оператора и линейные преобразования в базисе

Ход работы:

1. Будет ли оператор линейным? Определить его матрицу в базисе е.

а) $\varphi(x) = (x_3, x_1, x_2 - 1)$.

б) $\varphi(x) = (x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_1 - x_2 + x_3, 2x_1 + x_2 + x_3)$

2. Определить образ и ядро линейного преобразования, имеющего матрицу в базисе е

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Выяснить, можно ли привести матрицу линейного преобразования к диагональному виду. Если да, то найти базис.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Линейное преобразование в базисе е имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$f_1 = (2.3.1)$

$f_2 = (3.4.1)$

$f_3 = (1.2.2)$

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Билинейные и квадратичные формы

Постановка задачи:. Понятие квадратичной формы. приведение формы к каноническому виду методами Якоби и Лагранжа

Ход работы:

1.Привести квадратичную форму

$Q(x. y. z)=x^2+2y^2+2xz+2yz$ к каноническому виду методом Лагранжа. Записать связь новых и старых переменных.

2. Привести квадратичную форму

$A(\mathbf{x}.\ \mathbf{x}) = x_1^2+3x_1x_2+x_2^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу этого преобразования

3.Записать жорданову форму матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Привести квадратичную форму

$Q(x. y. z)=x^2+2y^2+2xz+2yz$ к каноническому виду методом Якоби. Записать связь новых и старых переменных.

Рейтинг-контроль № 3

ТЕМА: Квадратичные формы. Закон инерции

Постановка задачи: Понятие квадратичной формы и способы ее записи.з накоопределенность квадратичных форм. критерии положительной и отрицательной определенностей

Ход работы:

1.Доказать. что квадратичная форма

$$\varphi\ (x_1.\ x_2.\ x_3) = 6\tilde{\delta}_1^2 + 5\,\tilde{\delta}_2^2 + 7\,\tilde{\delta}_3^2 - \ - 4\tilde{\delta}_1\tilde{\delta}_2 + 4\tilde{\delta}_1\tilde{\delta}_3$$

положительно определена

2. При каких значениях а и в квадратичная форма будет отрицательно определенной?

$$\varphi\ (x_1.\ x_2.\ x_3) = \tilde{\delta}_1^2 + \grave{a}\,\tilde{\delta}_2^2 + \hat{a}\,\tilde{\delta}_3^2 + 2\tilde{\delta}_1\tilde{\delta}_2 + 2\tilde{\delta}_1\tilde{\delta}_3.$$

3.При каких значениях а и в квадратичная форма будет положительно определенной?

$$\varphi\ (x_1.\ x_2.\ x_3) = \tilde{\delta}_1^2 + \grave{a}\,\tilde{\delta}_2^2 + \hat{a}\,\tilde{\delta}_3^2 + 2\tilde{\delta}_1\tilde{\delta}_2 + 2\tilde{\delta}_1\tilde{\delta}_3 + 2\tilde{\delta}_2\tilde{\delta}_3.$$

4. Определить знакоопределенность следующей квадратичной форм.

$$\varphi(\tilde{o}_1, \tilde{o}_2) = \tilde{o}_1^2 + \tilde{o}_1 \tilde{o}_2 + \tilde{o}_2^2 = \left(\tilde{o}_1 + \frac{\tilde{o}_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{o}_2\right)^2$$

5. Записать матрицу квадратичной формы

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = \tilde{o}_1^2 - 6x_1x_2 - 8x_1x_3 + 7\tilde{o}_2^2 + 4x_2x_3 - 5\tilde{o}_3^2$$

и найти ее ранг

Тестовый рейтинг-контроль

1. Оператор (отображение) φ называется линейным, если выполняются два условия:

А) $\varphi(\bar{a}+\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; $\varphi(\bar{a}\bar{b}) = \varphi(\bar{a})\varphi(\bar{b})$;

Б) $\varphi(k\bar{a}) = k\,\varphi(\bar{a})$; $\varphi(\bar{a}\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$;

В) $\varphi(\bar{a}+\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; $\varphi(0\bar{a}) = 0$;

Г) $\varphi(\bar{a}+\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; $\varphi(\lambda\bar{a}) = \lambda\,\varphi(\bar{a})$.

2 **Линейный оператор φ переводит вектор $\bar{a} = (1,1)$ в вектор (2, 2), а вектор $\bar{b} = (-1,1)$ в вектор (1, 1). Тогда сумма $\bar{a} + \bar{b} = (0,2)$ переходит в вектор:**

А) (1, 1);
Б) (3, 3);
В) (1, 3);
Г) (2, 0).

3 Оператор φ называется тождественным, если он:

А) любой вектор переводит в нулевой вектор;

Б) любой вектор переводит в противоположный вектор;

В) любой вектор переводит сам в себя;

Г) любой вектор переводит в его зеркальное отражение относительно прямой.

4. Из нижеприведенных операторов линейным является оператор:

А) $\varphi(x_1, x_2) = (x_1, 0)$;
Б) $\varphi(x_1, x_2) = (kx_1, 1)$;
В) $\varphi(x_1, x_2) = (5, 5)$;
Г) $\varphi(x_1, x_2) = (x_1^2, x_2)$.

5. Оператор φ, переводящий вектор (x_1, x_2) в вектор (x_1+k, x_2+k) будет линейным при k равном:

А) 1;
Б) -1;
В) 0;
Г) такого k не существует

Вопросы к зачету с оценкой по курсу «Алгебра»

Семестр 3

1. Определение линейных операторов; примеры операторов.
2. Ядро и образ линейного оператора.
3. Операции над линейными операторами .
4. Матрица линейного оператора.
5. Изменение координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
6. Матрица оператора в различных базисах: подобие матриц.

7. Собственные вектора и значения.

8. Характеристическое уравнение.

9. Линейные операторы с простым спектром и приведение матриц к диагональному виду.

10. Операторы и числа Фибоначчи.

11. . Квадратичные и билинейные формы

12. Метод Лагранжа

13. Метод Якоби.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: −самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1 Матрицы и их основные виды. Диагональная матрица. Симметричная и кососимметричная матрица. Операции над матрицами. Сложение, вычитание умножение матриц. *Перестановочные матрицы. учебники 1,3 Задачи №1.15-1.19 из литер. [1] Опрос

2. Свойство операций над матрицами. Транспонированная матрица. Обратная матрица. *Ортогональная матрица. Определители 2 и 3 порядков. Свойства определителей.учебники 3,4 Задачи №1.20-1.23 из литер. [3] Опрос

3 Минор элемента матрицы. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель n-ого порядка. Теорема Лапласа. *Простейшие матричные уравнения. учебники 1 – 5 Индивидуальные задания Защита самост. работы

4 Системы линейных алгебраических уравнений. Несовместная и совместная системы. Определенная и неопределенная системы. Частное и общее решение системы. Эквивалентные системы. Методы решения системы n уравнений с n неизвестными Теорема Крамера. Метод обратной матрицы. *Ранг матрицы. Базисные строки и столбцы. учебники 1-4 Задачи №2.11-2.15 из литер. [5] Конспект

5 Элементарные преобразованиями над матрицами. Метод Гаусса. Расширенная матрица системы. Тривиальные и нетривиальные решения системы. Базисные и свободные переменные. *Фундаментальная совокупность решений. Теорема Кронекера - Капелли. 2,3 Задачи №2.16-2.20 из литер. [5] Защита самост. работы

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Понятие матрицы. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.

2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.

3. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки и столбца.

4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы в терминах определителей.

5. Система линейных уравнений (СЛУ) с n переменными (общий вид). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса решения системы m- линейных уравнений с n-переменными. Теорема об определенности СЛУ.

6. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n переменными.

7. Решение СЛУ матричным методом. Матричные уравнения.

8. Понятие векторного пространства. Примеры.

9. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.

10.Базис системы векторов. Теорема о числе векторов базисов одной и той же системы векторов.

11.Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.

12.Базис и размерность векторного пространства. Свойства размерности векторного пространства.

13.Фундаментальная система решений однородной СЛУ.

14.Критерий совместности системы линейных уравнений(Теорема Кронекера – Капелли) Условия определенности и неопределенности совместной системы линейных уравнений. Пример.

15. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.

16. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни многочленов.

<u>4 семестр</u>

Рейтинг-контроль № 1.
ТЕМА: Теория групп
Постановка задачи:.Алгебраические операции. Определение и примеры групп. Классификация групп: циклическая, коммутативная, абелева и др

Ход работы:

1. Определена ли на множествах $N, Z, Q, 2Z, 2Z+1$ следующая операция

$$a * b = \frac{a-b}{2} \ ?$$

В тех случаях, когда операция определена, будет ли она коммутативной, ассоциативной ?

2. Является ли группой множество целых степеней числа 2 относительно умножения ?

3. Является ли кольцом (полем) относительно сложения и умножения множество

$$K = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in Z\}?$$

4. Докажите, что любая группа, состоящая из трёх элементов абелева

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Подгруппы. Смежные классы

Постановка задачи:. Определение подгруппы. Критерий Лагранжа. построение смежных классов

Ход работы:

1.Определены ли на множествах $N, Z, Q, 2Z, 2Z+1$ следующие операции:

$$a) < a, b > \to a - b; \quad b) < a, b > \to \frac{a+b}{2}.$$

2. Какими свойствами обладают бинарные алгебраические операции на множестве R?

$$a) < a, b > \to a - b; \quad b) < a, b > \to \frac{a+b}{2}$$

3. Решите уравнения в группе S_3.

$$\begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 3\,2\,1 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 1\,2\,3 \end{pmatrix}$$

4. Образует ли множество подстановок $\left\{\begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 1\,2\,3\,4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 2\,1\,3\,4 \end{pmatrix}\right\}$ подгруппу в группе s_4

Рейтинг-контроль № 3

ТЕМА: Кольца. Евклидовы кольца. Поля

Постановка задачи:.

Ход работы: Определение кольца, поля. Изоморфиз колец. Евклидовы кольца. Делители нуля. Решение уравнений в поле комплексных чисел

1. Докажите, что следующие кольца изоморфны: $<Q, +, \cdot>$ и $<\left\{\begin{pmatrix} a\,o \\ o\,o \end{pmatrix}, где \quad a \in Q\right\}, +, \cdot>$.

2. Решите уравнения (в поле комплексных чисел):

$$a) \ x^2+3+4i=0; \quad b) \ x^2-5+12i=0; \quad c) \ x^2-(4+3i)x+1+5i=0$$

3.Пусть K — кольцо с единицей, x, y ∈ K. Доказать, что: 1) если произведения xy и yx обратимы, то элементы x и y также обратимы; 2) если K без делителей нуля и произведение xy обратимо, то x и y обратимы; 3) без дополнительных предположений о кольце K из обратимости произведения xy не сле- дует обратимость элементов x и y; 4) если обратим элемент 1 + yx, то обратим также элемент 1 + xy

4. Элемент x кольца K называется нильпотентным, если x m = 0 для некоторого m ∈ N. Пусть x – нильпотентный элемент коммутативного кольца K. Доказать, что: 1) x является либо ну-

лем, либо делителем нуля; 2) ax нильпотентный для любого $a \in K$; 3) $1 + x$ обратим в K; 4) u + x обратим для любого обратимого элемента u

5. Пусть f(x) — некоторый многочлен положительной степени над полем F. Доказать, что 1) существует расширение поля F, содержащее по крайней мере один корень многочлена f(x). 2) существует расширение поля F, в котором f(x) раскладывается на линейные множите- ли: это расширение называется полем разложения многочлена f(x).

Тестовый рейтинг-контроль

1.Коммутативная группа называется а_______ группой.

2. . Вычислите в Z4
1*2*3 = ___

3.. Кольцо коммутативно, если
□ а) умножение
□ б) сложение
коммутативно.

4. Если в множестве G определена ассоциативная операция и обратная операция также определена, то G - _______.

5. Если кольцо содержит единицу (нейтральный элемент относительно умножения), то оно называется кольцом с _______.

6. Все рациональные числа образуют коммутативное кольцо
□ а) с единицей
□ б) без единицы

7. Действительные числа образуют коммутативное кольцо
□ а) с единицей
□ б) без единицы

8. Если а - элемент группы (G,*) и a*a=a, то a=1 и он называется единичным или н_______ элементом.

9. Порядком элемента а группы G называют наименьшее число k, такое, что
a
k
= a*a*...*a (k-раз) = __

10. Если операция неассоциативна, то порядок вычислений
□ а) несуществен
□ б) существен

11. Если операция ассоциативна, то порядок вычислений
□ а) несуществен
□ б) существен

12. На множестве действительных чисел R умножение
□ а) дистрибутивно
□ б) не дистрибутивно
по отношению к сложению.

13. На множестве действительных чисел R сложение
□ а) дистрибутивно
□ б) не дистрибутивно
по отношению к умножению.

14. _______ - это коммутативное кольцо с единицей 1 (отличной от 0), в котором каждый элемент а (отличный от 0) обратим по умножению.

15. Поле - это коммутативное _______ с единицей 1 (отличной от 0), в котором каждый элемент а (отличный от 0) обратим по умножению.

16. Множество всех четных чисел является коммутативным кольцом
□ а) с единицей
□ б) без единицы

17. В циклической группе порядок элемента является д_______ порядка группы; всякая подгруппа циклической группы есть циклическая группа.

18. Найдите обратную подстановку
A= (1 2 3)
(2 3 1)
A-1
= (1 2 3)
(__ __ __)

19. Любой столбец таблицы Кэли для операции конечной группы содержит
□ а) все
□ б) некоторые
элементы группы.

20. Множество всех биективных отображений множества {1,2,3} на себя является группой. Эта группа
□ а) коммутативна
□ б) некоммутативна.

21. Перемножьте подстановки
A = (1 2 3)
(2 1 3)
B = (1 2 3)
(3 2 1)
AB =

22. Определение. Подстановка, содержащая четное число и _______, называется четной подстановкой; подстановка, содержащая нечетное число и _______, нечетной

подстановкой.

23. Если (a b) c = a (b c) для всех a, b, c A, то говорят, что бинарная операция на множестве A обладает свойством

□ а) дистрибутивности
□ б) коммутативности
□ в) ассоциативности

24. Обычная бинарная операция сложения (+) на множестве действительных чисел R

□ а) коммутативна
□ б) некоммутативна
□ в) ассоциативна
□ г) неассоциативна

25. Обычная бинарная операция вычитания (-) на множестве действительных чисел R

□ а) коммутативна
□ б) некоммутативна

26. Если для бинарной операции на множестве A существует элемент e A такой, что для всех a A
e a = a e = a,

□ в) ассоциативна
□ г) неассоциативна

тогда e называется e_______ по отношению к операции .

27. Пусть n - произвольное натуральное число. Сложением по модулю n целых чисел a и b называется алгебраическая операция, результатом которой является о_______ от деления суммы a + b на n.

28. Пусть n - произвольное натуральное число. Умножением по модулю n чисел a и b называется алгебраическая операция, результатом которой является о_______ от деления произведения a * b на n.

29. Множество Z7 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} вместе с обычной операцией сложения (+)

□ а) не будет
□ б) будет

являться алгебраической структурой.

30. Во всякой конечной группе каждый элемент порождает циклическую группу; порядком такого элемента a называют показатель степени p (где целое p), такой, что ap
(или pa) есть н_______ элемент.

31. Составьте таблицу умножения для Z4

32. Пусть дано множество A, на котором определена некоторая бинарная операция A . Если a b=b a для всех a, b A, то говорят, что бинарная операция на множестве A обладает свойством

□ а) дистрибутивности
□ б) коммутативности
□ в) ассоциативности

Вопросы к экзамену по курсу «Алгебра»

Семестр 4

1. Группы; определения и примеры.
2. Циклические группы.
3. Симметрические и знакопеременные группы.
4. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп.
5. Смежные классы и теорема Лагранжа.
6. Классические группы малых размерностей.
7. Действие групп на множествах; теорема Бернсайда.
8. Образующие и определяющие соотношения.
9. Конечные группы поворотов сферы и правильные многогранники.
10. Представления групп.
11. Определение и примеры колец целых чисел, многочленов и вычетов.
12. Евклидовы кольца.
13. Кольцо целых гауссовых чисел.
14. Кольца с неоднозначным разложением на простые множители.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: −самостоятельное изучение части теоретического материала. теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1 Матрицы и их основные виды. Диагональная матрица. Симметричная и кососимметричная матрица. Операции над матрицами. Сложение, вычитание умножение матриц. *Перестановочные матрицы. учебники 1,3 Задачи №1.15-1.19 из литер. [1] Опрос

2. Свойство операций над матрицами. Транспонированная матрица. Обратная матрица. *Ортогональная матрица. Определители 2 и 3 порядков. Свойства определителей.учебники 3,4 Задачи №1.20-1.23 из литер. [3] Опрос

3 Минор элемента матрицы. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель n-ого порядка. Теорема Лапласа. *Простейшие матричные уравнения. учебники 1 – 5 Индивидуальные задания Защита самост. работы

4 Системы линейных алгебраических уравнений. Несовместная и совместная системы. Определенная и неопределенная системы. Частное и общее решение системы. Эквива-

лентные системы. Методы решения системы n уравнений с n неизвестными Теорема Крамера. Метод обратной матрицы. *Ранг матрицы. Базисные строки и столбцы. учебники 1-4 Задачи №2.11-2.15 из литер. [5] Конспект

5 Элементарные преобразованиями над матрицами. Метод Гаусса. Расширенная матрица системы. Тривиальные и нетривиальные решения системы. Базисные и свободные переменные. *Фундаментальная совокупность решений. Теорема Кронекера - Капелли. 2.3 Задачи №2.16-2.20 из литер. [5] Защита самост. работы

__Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины__

1. Понятие матрицы. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.
2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки и столбца.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы в терминах определителей.
5. Система линейных уравнений (СЛУ) с n переменными (общий вид). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса решения системы m- линейных уравнений с n-переменными. Теорема об определенности СЛУ.
6. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n переменными.
7. Решение СЛУ матричным методом. Матричные уравнения.
8. Понятие векторного пространства. Примеры.
9. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.
10. Базис системы векторов. Теорема о числе векторов базисов одной и той же системы векторов.
11. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.
12. Базис и размерность векторного пространства. Свойства размерности векторного пространства.
13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ.
14. Критерий совместности системы линейных уравнений(Теорема Кронекера – Капелли) Условия определенности и неопределенности совместной системы линейных уравнений. Пример.

15. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.

16. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни многочленов.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литерату-рой, %
1	2	3	4	5	6	7
	Основная литература					
1	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html	20	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html	20	100%
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html	20	100%
4	Н.Д. Золотарёва [и др.]; под ред. М. В. ФедотоваАлгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html	20	100%
	Дополнительная литература					
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html	20	100%
3	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е.	2013		ЭБС «Консуль-	20	100%

	Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с			тант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html		
4	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html	20	100%

Интернет-ресурсы:

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0
2. http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB
3. http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf
4. видеокурс -
5. www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info
6. Примеры по курсу -
7. http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp тесты для самоконтроля - fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm
8. учебник -
9. http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf
10. учебное пособие - http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm

Периодическая литература

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"
http://kvant.mccme.ru/key.htm

2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus

3. Сибирский математический журнал
http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm

4. Журнал «Математические заметки»
http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1
5. Журнал «Алгебра и анализ» РАН
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=aa&option_lang=rus
6. Журнал вычислительной математики и математической физики.
7. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий. средства мультимедиа

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» профиль « Математика. Информатика »

Рабочую программу составил Куранова Наталья Юрьевна

Рецензент
(представитель работодателя) МАОУ Гимназия №3 , Мартьянова Г.И
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ____________
Протокол № 7 от 11.03.2016 года
Заведующий кафедрой В. Жиков
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 «Педагогическое образование» профиль « Математика. Информатика »

Протокол № 3 от 17.03.16 года
Председатель комиссии директор ПИ Артамонова М. В.
(ФИО, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на ____________ учебный год

Протокол заседания кафедры № _______ от __________ года

Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ____________ учебный год

Протокол заседания кафедры № _______ от __________ года

Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ____________ учебный год

Протокол заседания кафедры № _______ от __________ года

Заведующий кафедрой____