Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Педагогический институт

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
_____ М.В. Артамонова
«31» 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

направление подготовки / специальность

44.03.05 –Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) подготовки

Математика. Информатика

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Числовые системы» является ознакомление студентов с обобщенным понятием числа, числовых систем, изучаемого в основном курсе высшей алгебры. Прояснить связь числовых систем с разделами механики, робототехники и др., формирование у студентов элементов математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики и механики в школе, ВУЗе и на практике.

Задачи: Научить студента проявлять самостоятельность и творческий подход во владении нового математического курса.

Научить студентов оперировать, как с классическим понятием чисел, так и с их обобщением.

Познакомить студентов с разделом, так называемой нестандартной арифметики и рассмотреть различные приложения кватернионов в механике, робототехники и других математических приложениях.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Числовые системы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» профили «Математика. Информатика».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции *(код, содержание индикатора*	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений.	Знать • действия над комплексными и гиперкомплексными числами, Уметь • решать задачи сферической геометрии и тригонометрии. • вычислять аналитические функции от кватерниона (экспоненту и натуральный логарифм, синус и косинус, гиперболический синус и косинус) Владеть • способами построения в трехмерном пространстве	Тестовые вопросы, задачи
ПК-4. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения	ПК.4.1. Формулирует личностные, предметные и метапредметные результаты обучения по своему учебному предмету ПК.4.2. Применяет современные методы формирования развивающей образовательной среды ПК.4.3. Создает педагогические условия для	Знать • понятие числа - алгебраическая и геометрическая формы комплексных Уметь • использовать для вычислительных целей в одной и той же форме компонентов кватернионов в разных системах координат	Практико-ориентированнные задания

средствами преподаваемых учебных предметов	формирования развивающей образовательной среды	Владеть • различными методами доказательств (например метод полной математической индукции)	
ПК-8 Способен проектировать траектории своего профессионального роста и личностного развития	П.8.1. Определяет собственные профессиональные потребности и дефициты, в том числе в предметной области П.8.2. Способен проектировать индивидуальный образовательный маршрут, направленный на обеспечение непрерывного повышения профессионального мастерства и личностного развития П.8.13. Способен к самообразованию в рамках своей предметной области посредством применения современных образовательных технологий	Знать • понятие числа - алгебраическая и геометрическая формы гиперкомплексных чисел. Уметь • вычислять аналитические функции от кватерниона (экспоненту и натуральный логарифм, синус и косинус, гиперболический синус и косинус) Владеть • методом доказательства по индукции	Практико-ориентированнные задания

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа

Тематический план

форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	*в форме практической подготовки*		
1	Аксиоматическая теория натуральных чисел. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Независимость аксиомы индукции и ее роль в арифметике. Упорядоченные множества и системы.	10	1	2	4		1	2	
2	Аксиоматическая теория целых чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.	10	2-3	2	4		1	2	Рейтинг-контроль №1
3	Аксиоматическая теория рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.	10	4	2	2		1	2	

4	Аксиоматическая теория действительных чисел. Последовательности в нормированных полях.	10	5-6	2	2		1	2	Рейтинг-контроль №2
5	Действительное число как предел последовательности рациональных чисел.	10	7		2		1	2	
6	Кватернионы и теорема Фробениуса. Линейные алгебры над полями. Теорема Фробениуса.	10	8		2		1	2	Рейтинг-контроль №3
Всего за 10 семестр:				8	16			12	Экзамен, 36
Наличие в дисциплине КП/КР					-				
Итого по дисциплине				8	16			12	Экзамен, 36

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. **Аксиоматическая теория натуральных чисел**

Тема 1. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел.

Тема 2. Независимость аксиомы индукции и ее роль в арифметике.

Тема 3. Упорядоченные множества и системы.

Раздел 2. **Аксиоматическая теория целых чисел.**

Тема 1. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

Тема 2. Область целостности.

Тема 3. Деление с остатком.

Раздел 3. **Аксиоматическая теория рациональных чисел.**

Тема 1. Плотность поля рациональных чисел.

Тема 2. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

Раздел 4. **Аксиоматическая теория действительных чисел.**

Тема 1. Аксиома Архимеда и аксиома Кантора.

Тема 2. Последовательности в нормированных полях.

Тема 3. Р-адические числа

Раздел 5. **Комплексные, двойные, дуальные числа.**

Тема 1. Аксиоматическая теория построения комплексных чисел.

Тема 2. Кольцо двойных чисел.

Тема 3. Кольцо дуальных чисел.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. **Аксиоматическая теория целых чисел.**

Тема 1. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

Тема 2. Область целостности.

Тема 3. Деление с остатком.

Раздел 2. **Аксиоматическая теория рациональных чисел.**

Тема 1. Плотность поля рациональных чисел.

Тема 2. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

Раздел 3. **Аксиоматическая теория действительных чисел.**

Тема 1. Аксиома Архимеда и аксиома Кантора.

Тема 2. Последовательности в нормированных полях.

Тема 3. Р-адические числа

Раздел 4. **Комплексные, двойные, дуальные числа.**

Тема 1. Аксиоматическая теория построения комплексных чисел.

Тема 2. Кольцо двойных чисел.

Тема 3. Кольцо дуальных чисел.

Раздел 5. **Кватернионы и теорема Фробениуса.**

Тема 1. Линейные алгебры над полями.

Тема 2. Теорема Фробениуса.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. *Текущий контроль успеваемости*

Рейтинг-контроль №1

1. Перечислить все известные числа и изобразить с помощью кругов Эйлера.

2. Десятиричная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. Сложение, вычитании, деление и умножение одного и того же числа в различных системах счисления.

Например: Сложить числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Эти числа в двоичной системе обозначают 11112+1102,

в восьмеричной 178+68,

в шестнадцатеричной F16+616.

3. Перевод из 10 → 2, 10 → 8, 10 → 16.

Перевод из 16 → 10, 8 → 10, 2 → 10. Привести примеры.

4. Как переводить целые числа?

Например: 141 в различные системы счисление.

5. Как перевести смешанное число?

Например: 141,5 или 59,75.

6. Привести таблицы для сложения и умножения в восьмеричной системе счисления. Привести пример умножении.

7. Перевод из 2 → 8 и обратно триадами.

8. Перевод из 2 → 16 и обратно тетрадами.

9. Комплексные числа. Их геометрическое изображение. Сложение. Вычитание. Действия с комплексными числами, заданными в алгебраической и тригонометрической формах. Привести примеры.

Рейтинг-контроль №2

1.Стандартное представление кватернионов.

2.Определение кватерниона как вектор и скаляр.

3.Определение кватерниона через комплексные числа.

4.Определение кватерниона через матричное представление.

5.Геометрическа интерпретация кватернионов.

6.Сопряженный кватернион.

7.Модуль кватерниона.

Практические задания.

Задание №1:

Вычислите по определению:

(2 − 3i + j − 4k) + (1 − 3i − j + 2k) и (2 − 3i + j − 4k)(1 − 3i − j + 2k).

Задание №2:

Вычислите с помощью матричной интерпретации кватерниона

$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k)$ и $(2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k)$.

Задание №3:

Вычислить с помощью матричной интерпретации кватерниона.

$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k)$ и $(2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k)$.

Задание №4:

Вычислите с помощью геометрической интерпретации кватерниона

$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k)$ и $(2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k)$.

Задание №5:

Решить уравнение:

$(2 - i - l + 2k)x + 3 + 5i - 8j - 5k = 2j - 2 - 2k + I$ и $y(2 - i - j + 2k) + 3 + 5i - 8j - 5k = 2j - 2 - 2k + i$

Задание №6:

Используя алгебру кватернионов в матричной интерпретации, вычислите [2i-k, i+2j+k] с помощью соответствующей формулы для вычисления скалярного произведения и с помощью координатной формулы.

Рейтинг-контроль №3

1.Обратный кватернион.
2.Кватернионы и повороты пространства.
3.Целые кватернионы.
4.Умножение кватернионов.
5.Скалярное умножение кватернионов.
6.Внешнее умножение кватернионов.
7.Векторное умножение кватернионов.

Практические задания.

Задание №1:

Найдите обратный к кватерниону $2 - i + 2j - 4k$.

Задание №2:

Вычислить:

1) $(2 - i + k) + (1 - 3i - j + 2k)$
2) $(2 - i + k)(1 - 3i - j + 2k)$
3) $(i - j + 3k)(2i - j - k)$
4) $(2 - i - j - k)(3 - 3i - j + 2k)$
5) $(j - i)(k - j)$
6) $(2 - i)(2 + i)$
7) $(2 - i)(2 + j)$
8) $(i + j + k)$ 3.

Задание №3:

Вычислите, используя определение операции деления.

1) $(2 + i) \cdot (3 - j)^{-1}$

2) $(i + 2j - k) \cdot (i - j)^{-1}$

3) $(3 - i + 2j - k) \cdot (2 + i - k)^{-1}$

Задание №4: Используя алгебру кватернионов в матричной интерпретации, вычислите с помощью соответствующей формулы для вычисления скалярного и векторного произведения. Проверьте результат по определению векторного произведения и с помощью координатной формулы.

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен).

Вопросы к экзамену.

1. Аксиомы Пеано. Независимость и категоричность.
2. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел.
3. Аксиоматика целых чисел. Область целостности.
4. Аксиоматика рациональных чисел. Упорядоченные поля.
5. Аксиоматика действительных чисел.
6. Аксиома Архимеда и аксиома Кантора.
7. Стандартное определение кватерниона.
8. Определение кватерниона как вектор и скаляр.
9. Определение кватерниона через комплексные числа.
10. Определение кватерниона через матричное представление (с помощью вещественных матриц, с помощью комплексных матриц).
11. Сопряженный кватернион.
12. Модуль кватерниона.
13. Обращение умножения кватерниона.
14. Алгебраические свойства кватернионов.
15. Кватернионы и повороты пространства.
16. Целые кватернионы.
17. Умножение кватернионов (Грассмана).
18. Евклидово умножение кватернионов.
19. Скалярное умножение кватернионов.
20. Внешнее умножение кватернионов.
21. Векторное умножение кватернионов.
22. История возникновения кватернионов.

23.Современное применение кватернионов.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Вопросы для самостоятельной работы

Алгебра, алгебраические системы.

1. Изобразить комплексные числа в двумерном и трехмерном пространствах.
2. Работа с различными матрицами 3-го и 4-го порядков.
3. Вычисление модуля кватерниона.

Числовые системы

1. Расширение понятия числа - алгебраическая и геометрическая формы комплексных и гиперкомплексных чисел.
2. Использование правил действия с комплексными числами в теории кватернионов. Поле комплексных чисел

Аналитические функции

1. Вычисление аналитических функции от кватерниона (экспоненту и натуральный логарифм, синус и косинус, гиперболический синус и косинус).
2. Извлечение корень квадратный из кватерниона.

Система координат

1. Использование для вычислительных целей в одной и той же форме компонентов кватернионов в разных системах координат.
2. Выполнение преобразований компонентов кватернионов при переходе от подвижной системы координат к неподвижной и наоборот.
3. Выполнение элементарных поворотов и их суммирование.

Ориентация твердого тела в трехмерном пространстве

1. Вычисление углов Эйлера.
2. Геометрические построения в трехмерном пространстве.
3. Использование самолетной системы координат (оси крена, тангажа и скольжения).

Сферическая геометрия

1. Решение задач сферической геометрии и тригонометрии.
2. Использование географической системы, состоящей из угловых координат (долгота, широта).
3. Изображение системы координат, начало которой находится в центре сферы.
4. Определение расстояния между точкам на сфере, углов между большими окружностями на сфере.
5. Вычисление углов в сферическом треугольнике.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
Основная литература*		
1. Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Элек-тронный ресурс] : учебное по-собие / Л.В. Веселова, О.Е. Ти-хонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014.	2014	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html
2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2015	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html
3.В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с	2015	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html
4.Н.Д. Золотарёва [и др.]; под ред. М. В. ФедотоваАлгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с	2015	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html
Дополнительная литература		
1.Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016.- 512 с	2016	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html
2.Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2015. -144 с	2015	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html
3.Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2017. – 80 с	2017	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html
4.Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2016. – 352 с	2016	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html

6.2. Периодические издания

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" http://kvant.mccme.ru/key.htm
2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая" http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus
3. Сибирский математический журнал http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm
4. Журнал «Математические заметки» http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1
5. Журнал вычислительной математики и математической физики.
6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

6.3. Интернет-ресурсы

1. https://ru.wikipedia.org/wiki
2. http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?
3. http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf
4. www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info
5. http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp тесты для самоконтроля - fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm
6. http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf

7. http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm
8. Издательство МЦНМО [Электронный ресурс]. – URL: www.mccme.ru/free-books. Свободно распространяемые книги.
9. Математическая библиотека [Электронный ресурс]. – URL: www.math.ru/lib.Большая библиотека, содержащая как книги, так и серии брошюр, сборников. В библиотеке представлены не только книги по математике, но и по физике и истории науки.
10. Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]. – URL: http://www.exponenta.ru Содержит материалы по работе с математическими пакетами Mathcad, MATLAB, MathematicalMaple и др., методические разработки, примеры решения задач, выполненные с использованием математических пакетов. Форум и консультации для студентов и школьников.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий *лекционного типа, занятий практического/лабораторного типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы (указать необходимое)*. Практические работы проводятся в 226, 230, 241, 237

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий- 230, 129

Оснащенность компьютерных аудиторий:

- Компьютерный класс на основе ЭВМ ПК IntelCore с доступом в сеть Интернет, маркерная и интерактивная доски, переносной ноутбук, наушники, колонки.
- Мультимедийный комплекс в составе: Ноутбук с выходом в сеть Интернет, мультимедиа проектор, экран белый матовый, доска маркерная.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- Visual Studio Code: лицензия MIT;
- Notepad++: лицензия GNU GPL;
- браузер Mozilla Firefox: лицензия Mozilla Public License;

лицензия на антивирусное ПО: Kaspersky Endpoint Security Standart 1356-161220-101943-827-71.

Рабочую программу составил зав. каф. ФМОиИТ Ю.Ю. Евсеева
(ФИО, должность, подпись)

Рецензент
(представитель работодателя) МАОУ «СОШ №25 г. Владимира»
заместитель директора Шавлинская Т.Ю. _____
(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФМОиИТ
Протокол № 11 от 30.08.2021 года
Заведующий кафедрой Ю.Ю. Евсеева _____
(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Протокол № 1 от 31.08.2021 года
Председатель комиссии _____ М.В. Артамонова
(ФИО, должность, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой_____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой_____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой_____