

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по образовательной деятельности

А.А. Панфилов

« 28 » 08 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ЗАДАЧИ НА МАКСИМУМ И МИНИМУМ»**

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

Профиль/программа подготовки «Математика. Информатика»

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоёмкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
6	5/180	18	36		126	Зачёт с оценкой
Итого	5/180	18	36		126	Зачёт с оценкой

Владимир 2018

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: освоение базовых знаний и принципов в области экстремальных задач и формирование научного представления о методах отыскания оптимальных решений и применение изученных методов в анализе действительности.

Задачи:

- изучение основных положений теории экстремальных задач;
- овладение студентами методов количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования, позволяющими строить математические модели;
- получение навыков применения методов анализа оптимальных функций;
- совершенствование логического и аналитического мышления студентов для развития общекультурных и профессиональных умений и навыков

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Задачи на максимум и минимум» относится к вариативной части учебного плана 44.03.05 – «Педагогическое образование».

Пререквизиты дисциплины: «Алгебра», «Математический анализ», «Геометрия». Данная дисциплина базируется на компетенциях, полученных при изучении дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия».

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
ПК-11	частичное	<b>ЗНАТЬ</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• актуальные проблемы развития образования и педагогических наук;</li><li>• знать значение и особенности использования основных методик психолого-педагогического и методического исследования;</li><li>• функции и содержание научно-методической работы педагога, учителя математики и информатики, с организацией научно-методической работы в организации общего образования и понимать роль методического объединения.</li></ul> <b>УМЕТЬ</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• пользоваться базовыми исследовательскими процедурами психологии, педагогики, частных методик и выполнять учебно-исследовательские задачи, осознавая возможности и границы применения исследовательских методов;</li><li>• анализировать образовательный процесс, собственную деятельность, выявляя проблемы, которые могут быть решены в рамках проектно-исследовательской деятельности и на основе выявленной проблемы сформулировать исследовательскую задачу.</li></ul> <b>ВЛАДЕТЬ</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• опытом научно-методической работы во взаимодействии с методическим объединением учителей математики и информатики;</li><li>• опытом выступления перед учителями или однокурсниками с сообщением по проблеме исследования;</li><li>• навыком сбора, изучения, критического анализа, обобщения и систематизации информации по теме учебно-исследовательской работы;</li><li>• способностью грамотно описывать результаты исследования в жанре курсовой работы и представлять результат на публичной защите.</li></ul>

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах /%)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Изопериметрическая задача. Задача о преломлении света	6	1-2	2	4		14	2/33	
2	Унимодальные функции. Брахистохрона	6	3-4	2	4		14	2/33	
3	Решение изопериметрической задачи с помощью неравенства Пуанкаре	6	5-6	2	4		14	2/33	Рейтинг-контроль 1
4	Выпуклые функции.	6	7-8	2	4		14	2/33	
5	Решение изопериметрической задачи на основе выпуклости	6	9-10	2	4		14	2/33	
6	Изопериметрическая задача во всем пространстве. Изопериметрическое неравенство	6	11-12	2	4		14	2/33	Рейтинг-контроль 2
7	Неравенство Бруно – Минковского и вывод из него изопериметрического неравенства	6	13-14	2	4		14	2/33	
8	Простейшая задача вариационного исчисления	6	15-16	2	4		14	2/33	
9	Задача о Брахистохроне с подвижными концами	6	17-18	2	4		14	2/33	Рейтинг-контроль 3
Всего за 5 семестр:							126	18/33%	Зачёт с оценкой
Наличие в дисциплине КПКР									
Итого по дисциплине				18	36		126	18/33%	Зачёт с оценкой

#### Содержание лекционных занятий по дисциплине

*Раздел 1. Развитие теории экстремальных задач.*

Тема 1. Изопериметрическая задача.

Тема 2. Задача о преломлении света.

Тема 3. Унимодальные функции.

Тема 4. Брахистохрона.

*Раздел 2. Решение экстремальных задач.*

Тема 1. Выпуклые функции.

Тема 2. Решение изопериметрической задачи на основе выпуклости.

Тема 3. Изопериметрическая задача во всем пространстве.

Тема 4. Изопериметрическое неравенство.

*Раздел 3. Использование функциональных неравенств.*

Тема 1. Неравенство Бруно – Минковского и вывод из него изопериметрического неравенства.

Тема 2. Простейшая задача вариационного исчисления.

Тема 3. Задача о Брахистохроне с подвижными концами.

### **Содержание практических/лабораторных занятий по дисциплине**

*Раздел 1. Развитие теории экстремальных задач.*

Тема 1. Изопериметрическая задача.

Тема 2. Задача о преломлении света.

Тема 3. Унимодальные функции.

Тема 4. Брахистохрона.

*Раздел 2. Решение экстремальных задач.*

Тема 1. Выпуклые функции.

Тема 2. Решение изопериметрической задачи на основе выпуклости.

Тема 3. Изопериметрическая задача во всем пространстве.

Тема 4. Изопериметрическое неравенство.

*Раздел 3. Использование функциональных неравенств.*

Тема 1. Неравенство Бруно – Минковского и вывод из него изопериметрического неравенства.

Тема 2. Простейшая задача вариационного исчисления.

Тема 3. Задача о Брахистохроне с подвижными концами.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В преподавании дисциплины «*Задачи на максимум и минимум*» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- *Интерактивная лекция (тема № 1, 3 (раздел 1), 1, 2, 4 (раздел 2));*
- *Групповая дискуссия (тема № 2, 4 (раздел 1), 2, 3 (раздел 2), 2 (раздел 3)).*

При реализации программы дисциплины «дисциплины «*Задачи на максимум и минимум*» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы: вводная, установочная, подготовительная лекция, лекция с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума проводятся экспресс-тесты по лекционному материалу в письменной форме. Практические занятия предназначены для усвоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Консультация студентов по теме представляют собой разъяснение наиболее сложных вопросов темы. Самостоятельная работа направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических знаний. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

*Текущий контроль успеваемости*

*Примерные темы на рейтинг-контроль № 1*

1. Унимодальные и выпуклые функции. Условие Липшица.
2. Унимодальные функции. Метод дихотомии.
3. Унимодальные функции. Метод золотого сечения.
4. Унимодальные функции. Метод Фибоначчи.

*Примерные темы на рейтинг-контроль № 2*

1. Унимодальные функции. Метод парабол.

2. Унимодальные функции. Метод Ньютона
3. Унимодальные функции. Метод средней точки.

*Примерные темы на рейтинг-контроль № 3*

1. Принципы многомерной минимизации. Метод градиентного спуска.
2. Симплекс-метод.
3. Метод Ньютона многомерной оптимизации. Краевые задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике и параллелепипеде
4. Принципы многомерной минимизации. Метод наискорейшего спуска.

*Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачёт с оценкой).*

1. Изопериметрическая задача.
2. Задача Герона
3. Задача о преломлении света
4. Задача о Брахистохроне
5. Шарнирный метод Штейнера решения изопериметрической задачи
6. Неравенство Пуанкаре для изопериметрической задачи
7. Выпуклые функции
8. Выпуклость и изопериметрическая задача
9. Изопериметрическое неравенство
10. Определение периметра по Минковскому
11. Неравенство Бруно – Минковского
12. Простейшая задача вариационного исчисления
13. Основная лемма вариационного исчисления
14. Вариация функционала
15. Уравнение Эйлера – Лагранжа
16. Выпуклый интегрант
17. Геодезические линии
18. Унимодальные функции. Метод дихотомии.
19. Унимодальные функции. Метод золотого сечения.
20. Унимодальные функции. Метод парабол.
21. Унимодальные функции. Метод Ньютона
22. Унимодальные функции. Метод средней точки.
23. Принципы многомерной минимизации. Метод градиентного спуска.
24. Симплекс-метод.
25. Метод Ньютона многомерной оптимизации. Краевые задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике и параллелепипеде
26. Принципы многомерной минимизации. Метод наискорейшего спуска.

*Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов*

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

*Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)*

1. Достаточные условия строгого экстремума. [1, 2, 3], реферат
2. Метод множителей Лагранжа. [1, 2, 3], реферат
3. Непрерывность функционала. [1, 2, 3], реферат
4. Вариация функционала. [1, 2, 3], реферат

5. Вторая вариация функционала. [1, 2, 3], реферат
6. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума. [1, 2, 3], реферат
7. Уравнение Эйлера. Вариационная задача в параметрической форме. [1, 2, 3], реферат
8. Изопериметрическая задача. [1, 2, 3], реферат
9. Геодезические линии. [1, 2, 3], реферат
10. Вариационные задачи с подвижными границами. [1, 2, 3], реферат
11. Геодезическое расстояние. [1, 2, 3], реферат
12. Достаточное условие Вейерштрасса. [1, 2, 3], реферат
13. Достаточное условие Лежандра. [1, 2, 3], реферат

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература*			
Джафаров К.А., Методы оптимальных решений: учеб. пособие / Джафаров К.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. - 76 с. - ISBN 978-5-7782-2526-8	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778225268.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778225268.html</a>
Балдин К.В., Методы оптимальных решений / Балдин К.В. - М. : ФЛИНТА, 2015. - 328 с. - ISBN 978-5-9765-2068-4	2015		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520684.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520684.html</a>
Струченков В.И., Дискретная оптимизация. Модели, методы, алгоритмы решения прикладных задач / Струченков В.И. - М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2016. - 192 с. - ISBN 978-5-91359-181-4	2016		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785913591814.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785913591814.html</a>
Дополнительная литература			
Токарев В.В., Методы оптимальных решений. В 2т. Т. 2 / Токарев В.В. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 420 с. - ISBN 978-5-9221-1400-4	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114004.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114004.html</a>
Соколов А.В., Методы оптимальных решений. В 2т. Т. 1 / Соколов А.В., Токарев В.В. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 564 с. - ISBN 978-5-9221-1399-1	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113991.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113991.html</a>
Кириллов Ю.В., Прикладные методы оптимизации. Часть I : Методы решения задач линейного программирования : учеб. пособие / Кириллов Ю.В. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. - 236 с. - ISBN 978-5-7782-2053-9	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778220539.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778220539.html</a>

## 7.2. Периодические издания

1. Сборник «Математическое просвещение».
2. Журнал «Известия Российской Академии Наук. Серия математическая».
3. Сибирский математический журнал.
4. Журнал «Математические заметки».
5. Научно-популярный журнал «Квант».
6. Журнал «Математика в высшем образовании»

## 7.3. Интернет-ресурсы

1. [www.wikipedia.ru](http://www.wikipedia.ru)
2. [www.nccme.ru](http://www.nccme.ru)
3. [www.inmat.ru](http://www.inmat.ru)
4. [www.experimenta.ru](http://www.experimenta.ru)
5. [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru)

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий *лекционного типа, занятий практического/лабораторного типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы (указать необходимое)*. Практические работы проводятся в 230, 242, 235.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий: 230, 129, 107а.

Оснащенность компьютерных аудиторий:

- Компьютерный класс на основе ЭВМ ПК IntelCore с доступом в сеть Интернет, маркерная интерактивная доска, переносной ноутбук, наушники, колонки.
- Мультимедийный комплекс в составе: Ноутбук с выходом в сеть Интернет, мультимедиа проектор, экран белый матовый, доска маркерная.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- MS Office 2013 лицензия на Microsoft Windows/Office: Microsoft Open License 61248656/61857073/63848768/64196124;
- Visual Studio Code: лицензия MIT;
- Notepad++ лицензия GNU GPL;
- браузер Mozilla Firefox: лицензия Mozilla Public License;

лицензия на антивирусное ПО – Kaspersky Endpoint Security Standart 1356-161220-101943-827-

Рабочую программу составил доц. Тихомиров Р.Н.

Рецензент

(представитель работодателя) МАОУ «СОШ № 25 г. Владимира»,  
заместитель директора Шавлинская Т.Ю.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры МОиИТ

Протокол № 10 от 29.06.2018 года

Заведующий кафедрой к. ф.-м. н., доц. Евсеева Ю.Ю.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 44.03.05 «Педагогическое образование»

Протокол № 1 от 28.08.2018 года

Председатель комиссии к. филол. н., доц. Артамонова М.В.



Handwritten signature of T. Yu. Shavlin and a blue circular official stamp of MAOU 'SOSh No. 25 g. Vladimir'.



Handwritten signature of M. V. Aramonova and a blue circular official stamp of MAOU 'SOSh No. 25 g. Vladimir'.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

## **ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ**

в рабочую программу дисциплины

*ЗАДАЧИ НА МАКСИМУМ И МИНИМУМ*

образовательной программы направления подготовки 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность: *Математика. Информатика*

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
Подпись                                  ФИО