Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Педагогический институт

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
___________ М.В. Артамонова
«31» 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

направление подготовки / специальность

44.03.05 –Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) подготовки

Математика. Информатика

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» является: изучить основные алгебраические структуры, привить общую алгебраическую культуру, необходимую для дальнейшего изучения университетских математических и физических дисциплин и обеспечивающую будущему учителю глубокое понимание основ школьного курса математики, познакомить студентов с кругом задач классической и современной алгебры и теории чисел, прояснить роль алгебраических понятий во взаимосвязи с другими математическими дисциплинами, сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе;

Задачи научить студентов

- проявлять самостоятельность и творческий подход в овладении математическими дисциплинами;
- оперировать с классическими понятиями алгебры и теории чисел
- решать алгебраические уравнения и системы уравнений,
- решать задачи, связанные с линейной зависимостью и линейной независимостью системы векторов, задачи, связанные с приводимостью и неприводимостью многочленов над различными числовыми полями; на примере темы «Квадратичные формы»
- познакомить студентов с разделами современной алгебры и рассмотреть некоторые задачи из этих разделов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Алгебра и теория чисел» относится к обязательной части учебного плана.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине Алгебра и теория чисел, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции *(код, содержание индикатора)*	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений.	ЗНАЕТ • образовательную среду как совокупности условий, влияющих на развитие личности обучающегося; • о личностных, метапредметных и предметных результатах образовательной деятельности, сформулированных в ФГОС общего образования; • о роли образовательной среды и отдельных ее компонентов в овладении предметными областями «Математика» и «Информатика»; • специфику конфигурации образовательной среды, используемой (формируемой) при изучении математических дисциплин; • основные технологии использования ресурсов образовательной среды; • содержание, структуру, особенности методической концепции основных учебников (УМК) по математике, используемых в РФ;	Тестовые вопросы Ситуационные задачи Практико-ориентированное задание

		• назначение и технологии использования основных средств обучения; • содержание, структуру, особенности использования педагогами и обучающимися электронной образовательной среды образовательной организации; • основные типы и наиболее значимые интернет-ресурсы и интернет-сервисы, адресованные педагогам и обучающимся (в соответствии с перечнем, устанавливаемым рабочей программой дисциплины). УМЕЕТ • анализировать школьные учебники по математике с точки зрения соответствия их содержания и методического аппарата целям достижения предметных, метапредметных и личностных результатов; • анализировать образовательный процесс с точки зрения использования ресурсов образовательной среды; • пользоваться основными возможностями электронной образовательной среды; • создавать и демонстрировать компьютерные презентации, использовать основные возможности интерактивной доски; • проектировать педагогические действия, связанные с использованием ресурсов образовательной среды. ВЛАДЕЕТ • опытом реализации методических разработок, связанных с использованием ресурсов образовательной среды; • умением создавать учебные ресурсы при помощи специальных сервисов; • опытом систематического использования ресурсов образовательной среды в учебной и внеучебной деятельности по предмету; способен оценить свой опыт и достижения.	
ОПК-7. Способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ	ОПК.7.1. Определяет состав участников образовательных отношений, их права и обязанности в рамках реализации образовательных программ, в том числе в урочной деятельности, внеурочной деятельности, коррекционной работе ОПК.7.2. Проводит отбор и применение форм, методов и технологий взаимодействия и сотрудничества участников	ЗНАЕТ • приёмы эффективной коммуникации для достижения взаимопонимания с участниками образовательных отношений. • психолого-педагогические закономерности, принципы, особенности, этические и экономико-правовые нормы взаимодействия с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ;	Тестовые вопросы

	образовательных отношений в урочной деятельности, внеурочной деятельности и коррекционной работе в рамках реализации образовательных программ ОПК.7.3. Планирует и организует деятельность основных участников образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ с учетом социальных возрастных и иных особенностей участников образовательного процесса	УМЕЕТ • определять права и участников образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ, в том числе в урочной деятельности, внеурочной деятельности, коррекционной работе; • осуществлять дифференцированный отбор способов взаимодействия участников образовательных отношений в урочной деятельности, внеурочной деятельности и коррекционной работе в рамках реализации образовательных программ. ВЛАДЕЕТ • техниками и приемами взаимодействия с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ; • приемами предупреждения и продуктивного разрешения межличностных конфликтов.	
ПК-4. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК.4.1. Формулирует личностные, предметные и метапредметные результаты обучения по своему учебному предмету ПК.4.2. Применяет современные методы формирования развивающей образовательной среды ПК.4.3. Создает педагогические условия для формирования развивающей образовательной среды	ЗНАЕТ • образовательную среду как совокупности условий, влияющих на развитие личности обучающегося; • о личностных, метапредметных и предметных результатах образовательной деятельности, сформулированных в ФГОС общего образования; • о роли образовательной среды и отдельных ее компонентов в овладении предметными областями «Математика» и «Информатика»; • специфику конфигурации образовательной среды, используемой (формируемой) при изучении математических дисциплин; • основные технологии использования ресурсов образовательной среды; • содержание, структуру, особенности методической концепции основных учебников (УМК) по математике, используемых в РФ; • назначение и технологии использования основных средств обучения; • содержание, структуру, особенности использования педагогами и обучающимися электронной образовательной среды образовательной организации; • основные типы и наиболее значимые интернет-ресурсы и интернет-сервисы, адресованные педагогам и обучающимся (в соответствии с перечнем, устанавливаемым рабочей программой дисциплины).	Отчет по практической подготовке

		УМЕЕТ • анализировать школьные учебники по математике с точки зрения соответствия их содержания и методического аппарата целям достижения предметных, метапредметных и личностных результатов; • анализировать образовательный процесс с точки зрения использования ресурсов образовательной среды; • пользоваться основными возможностями электронной образовательной среды; • создавать и демонстрировать компьютерные презентации, использовать основные возможности интерактивной доски; • проектировать педагогические действия, связанные с использованием ресурсов образовательной среды. ВЛАДЕЕТ • опытом реализации методических разработок, связанных с использованием ресурсов образовательной среды; • умением создавать учебные ресурсы при помощи специальных сервисов; • опытом систематического использования ресурсов образовательной среды в учебной и внеучебной деятельности по предмету; способен оценить свой опыт и достижения.	
ПК-8. Способен проектировать траектории своего профессионального роста и личностного развития	П.8.1. Определяет собственные профессиональные потребности и дефициты, в том числе в предметной области П.8.2. Способен проектировать индивидуальный образовательный маршрут, направленный на обеспечение непрерывного повышения профессионального мастерства и личностного развития П.8.13. Способен к самообразованию в рамках своей предметной области посредством применения современных образовательных технологий	ЗНАЕТ: - сущность метода проектирования. УМЕЕТ: - анализировать и самостоятельно проектировать содержание учебных дисциплин, технологий и конкретных методик обучения. ВЛАДЕЕТ: - методами проектирования содержания учебных дисциплин, технологий и конкретных методик обучения	Отчет по практической подготовке

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц, 540 часов.

Тематический план
форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				СРС	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (*по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1.	Алгебра матриц. Операции над матрицами	1	1	2	4			12	
2.	Теория определителей. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители произвольного порядка.	1	3	2	8			12	Рейтинг-контроль 1
3.	Свойства определителей. Теорема Лапласа.	1	5	2	4			12	
4.	Вычисление обратной матрицы. Определитель произведения матриц.	1	7	2	2			12	
5.	Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли	1	9	2	4			12	Рейтинг-контроль 2
6.	Записи и решение квадратных систем линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера	1	11	2	4			12	
7.	Системы линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных	1	13	2	4			12	Рейтинг-контроль 3
8.	Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел и многочлены деления круга.	1	15, 17	4	6			15	
Всего за 1 семестр		1		18	36			99	Экзамен 27
1.	Кольцо многочленов от одной переменной. Теория делимости. Деление на двучлен x – a и корни многочлена. Схема Горнера. Теорема Безу.	2	1	2	6			6	
2.	Деление с остатком и алгоритм Евклида. Разложение многочленов на неприводимые множители.	2	3	2	4			6	Рейтинг-контроль 1
3.	Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Формулы Виета.	2	5	2	4			6	

4.	Уравнения третьей и четвертой степени. Целые и рациональные корни многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна.	2	7	2	4			6	
5.	Рациональные дроби; разложение на простейшие дроби.	2	9	2	2			6	Рейтинг-контроль 2
6.	Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.	2	11	2	6			6	
7.	Симметрические многочлены и формулы Виета.	2	13	2	2			6	Рейтинг-контроль 3
8.	Результант. Дискриминант многочлена.	2	15	2	4			6	
9.	Системы алгебраических уравнений от нескольких уравнений.	2	17	2	4			6	
Всего за 2 семестр		2		18	36			54	Экзамен 36
1	Группы. Циклические группы. Группы симметрий правильных многоугольников. Подгруппы.	3	1	2	6			4	
2	Кольца. Поля	3	3	2	2			2	
3	Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Действия над линейными операторами.	3	5	2	4			4	
4	Матрица линейного оператора в различных базисах.	3	7	2	4			3	Рейтинг-контроль 1
5	Инвариантные подпространства. Собственные вектора и значения линейных оп-ров	3	9	2	6			2	
6	Билинейные и квадратичные формы. Линейные формы, билинейные. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису	3	11,13	4	6			4	Рейтинг-контроль 2
7	Квадратичные формы. Приведение в каноническому виду – методы Лагранжа и Якоби	3	15	2	6			4	
8	Закон инерции квадратичных форм. Определенные формы	3	17	2	2			4	Рейтинг-контроль 3
Всего за 3 семестр		3		18	36			27	Экзамен 27
1.	Делимость и простые числа. Теорема о делении с остатком. НОД чисел. Алгоритм Евклида Простые числа. Основная теорема арифметики. Основное свойство простого числа.	4	1	2	1			4	
2.	Целые систематические числа. Существование и единственность значения цепной дроби	4	3	2	1			4	Рейтинг-контроль №1
3.	Теория сравнений. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю. Кольцо и поле классов вычетов. Системы вычетов	4	5	2	4			4	

4.	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Применение теорем Эйлера и Ферма. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной.	4	7	2	2			4	
5.	Сравнения первой степени. Системы сравнений. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа.	4	9	2	2			4	
6.	Двучленные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к решению сравнений	4	11	2	2			4	Рейтинг-контроль №2
7.	Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра	4	13	2	2			4	
8.	Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю	4	15	2	2			4	
9.	Арифметические приложения теории сравнений	4	17	2	2			4	Рейтинг – контроль №3
Всего за 4 семестр		4		18	18			36	Экзамен 36
Наличие в дисциплине КП/КР					-				
Итого по дисциплине				72	126			216	126

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Теория матриц, определителей

Тема 1 Алгебра матриц. Операции над матрицами.

Понятие матрицы, виды матриц. Операции сложения, вычитания и умножения матриц.

Тема 2 Теория определителей. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители произвольного порядка

Понятие определителя. Вычисление определителей 2 и 3 порядков. Правило треугольника. Перестановки и подстановки. Общее определение определителя

Тема 3. Свойства определителей. Теорема Лапласа.

Основные свойства определителя. Применение свойств для вычисления определителей. Разложение определителя по строчке (столбцу). Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.

Тема 4. Вычисление обратной матрицы. Определитель произведения матриц.

Понятие обратной матрицы. Способы определения обратной матрицы. Произведение матриц и его определитель.

Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Понятие линейной независимости строк (столбцов) матрицы. Способы определения ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли и ее применение.

Тема 6. Записи и решение квадратных систем линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера.
Квадратные системы линейных уравнений и способы их решения. Правило Крамера и его приложение к разным видам систем линейных уравнений.
Тема 7. Системы линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных.
Системы линейных уравнений и метод Гаусса.
Раздел 2. Поле комплексных чисел.
Тема 1 Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел и многочлены деления круга
Понятие поля. Расширение понятия числа. Формы записи комплексных чисел. Возведение комплексных чисел в степень и извлечение корня n степени из комплексного числа.
Раздел 3. Теория многочленов от одной переменной.
Тема 1. Кольцо многочленов от одной переменной. Теория делимости. Деление на двучлен $x - a$ и корни многочлена. Схема Горнера. Теорема Безу.
Понятие многочлена. Операции над многочленами. Деление многочленов на двучлен.
Тема 2. Деление с остатком и алгоритм Евклида. Разложение многочленов на неприводимые множители.
Алгоритм Евклида для многочленов. Понятие неприводимого многочлена. Разложение многочлена на неприводимые.
Тема 3. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Формулы Виета.
Теорема Виета для уравнений n степени. Связь с теорией многочленов.
Тема 4. Уравнения третьей и четвертой степени. Целые и рациональные корни многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
Метод Кардано для решения уравнений 3 степени. Метод Феррари для решения уравнений 4 степени. Нахождение рациональных корней многочлена. Неприводимость многочленов
Тема 5. Рациональные дроби; разложение на простейшие дроби.
Связь рациональных дробей с простейшими
Раздел 4. Теория многочленов от нескольких переменных.
Тема 1. Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.
Понятие симметрического многочлена. Разложение многочлена на симметрические.
Тема 2. Симметрические многочлены и формулы Виета.
Связь формул Виета с симметрическими многочленами.
Тема 3. Результант. Дискриминант многочлена.
Многочлен, корни многочлена. Связь результанта и дискриминанта с корнями многочлена
Тема 4. Системы алгебраических уравнений от нескольких уравнений.
Решение систем уравнений от нескольких переменных с помощью результанта.
Раздел 5. Теория групп, колец, полей.
Тема 1. Группы. Циклические группы. Группы симметрий правильных многоугольников. Подгруппы.
Понятие группы. Свойства, примеры. Понятие подгруппы. Критерий Лагранжа.
Тема 2. Кольца. Поля.
Определение кольца, поля. Примеры. Свойства.
Раздел 6. Линейные преобразования.
Тема 1. Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Действия над линейными операторами.

Понятие линейного преобразования в n мерном пространстве. Операции над линейными операторами.
Тема 2. Матрица линейного оператора в различных базисах.
Понятие базиса пространства. Матрица линейного оператора в базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому.
Тема 3. Инвариантные подпространства. Собственные вектора и значения линейных операторов.
Понятие собственного вектора. Характеристическое уравнение Связь собственных значений и характеристических корней уравнения.
Раздел 7. Квадратичные формы.
Тема 1. Билинейные и квадратичные формы. Линейные формы, билинейные. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису.
Понятие квадратичной формы. Их виды. Матрица квадратичной формы в разных базисах
Тема 2. Квадратичные формы. Приведение в каноническому виду – методы Лагранжа и Якоби.
Канонический вид квадратичной формы и методы приведения.
Тема 3. Закон инерции квадратичных форм. Определенные формы.
Раздел 8. Теория чисел. Делимость в кольце целых чисел
Тема 1. Делимость и простые числа. Теорема о делении с остатком. НОД чисел. Алгоритм Евклида.
Кольцо целых чисел. Деление с остатком. Понятие наибольшего общего делителя чисел и алгоритма его нахождения
Тема 2. Простые числа. Основная теорема арифметики. основное свойство простого числа.
Понятие простого числа. Теорема Евклида. Каноническое разложение чисел на простые сомножители.
Тема 3. Целые систематические числа.
Связь целых и систематических чисел.
Тема 4. Существование и единственность значения цепной дроби.
Разложение рациональных и иррациональных чисел в цепную дробь. Подходящие дроби.
Раздел 9. Теория сравнений
Тема 1. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю.
Понятие модуля. Сравнения по модулю.
Тема 2. Кольцо и поле классов вычетов. Системы вычетов.
Понятие вычета. Системы вычетов: полная и приведенная.
Тема 3.Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Применение теорем Эйлера и Ферма.
Мультипликативные функции. Функция Эйлера. Теорема Эйлера и следствие из нее.
Тема 4. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной.
Виды сравнений с переменной. Системы сравнений и методы их решения.
Тема 5.Сравнения первой степени.
Применение свойств сравнений для решения сравнений первой степени от одной неизвестной
Тема 6. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа.
Сравнения первой степени и высоких степеней по простому модулю и по его степеням.
Тема 7. Двучленные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к решению сравнений.
Сравнения высоких степеней по простому модулю и по его степеням.
Тема 8. Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра.
Понятие квадратичного вычета. Символ Лежандра и его свойства. Символ Якоби.

Тема 9. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю.
Алгоритм решения сравнения по составному модулю
Тема 10. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю.
Понятие показателя, первообразного корня и индекса. Построение таблиц индексов
Тема 11.Арифметические приложения теории сравнений.
Признаки делимости. Диофантовы уравнения.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. Теория матриц, определителей
Тема 1 Алгебра матриц. Операции над матрицами.
Операции сложения, вычитания и умножения матриц.
Тема 2 Теория определителей. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители произвольного порядка
Вычисление определителей 2 и 3 порядков. Правило треугольника. Четность перестановок, подстановок. Вычисление определителя по определению.
Тема 3. Свойства определителей. Теорема Лапласа.
Применение свойств для вычисления определителей. Разложение определителя по строчке (столбцу). Вычисление алгебраических дополнений. Применение теоремы Лапласа.
Тема 4. Вычисление обратной матрицы. Определитель произведения матриц.
Способы определения обратной матрицы. Произведение матриц и его определитель.
Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
Нахождение ранга матрицы. Применение теоремы Кронекера-Капелли.
Тема 6. Записи и решение квадратных систем линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера.
Решение систем матричным способом. Правило Крамера для вырожденных и невырожденных систем уравнений.
Тема 7. Системы линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных.
Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Определение общего, базисного, фундаментального и частного решений системы.
Раздел 2. Поле комплексных чисел.
Тема 1 Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел и многочлены деления круга
Формы записи комплексных чисел: алгебраическая и тригонометрическая. Операции над комплексными числами. Возведение комплексных чисел в степень и извлечение корня n степени из комплексного числа.
Раздел 3. Теория многочленов от одной переменной.
Тема 1. Кольцо многочленов от одной переменной. Теория делимости. Деление на двучлен $x - a$ и корни многочлена. Схема Горнера. Теорема Безу.
Операции над многочленами. Деление на двучлен с помощью схемы Горнера. Практическое применение схемы Горнера и ее приложения. Разложение многочлена по степеням двучлена. Разложение в ряд Тейлора.
Тема 2. Деление с остатком и алгоритм Евклида. Разложение многочленов на неприводимые множители.

Деление многочленов с остатком. НОД многочленов, применение алгоритма Евклида.
Тема 3. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Формулы Виета.
Содержание практического занятия. Формулы Виета для уравнений 3,4,5 степеней.
Тема 4. Уравнения третьей и четвертой степени. Целые и рациональные корни многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
Решение уравнений по методу Кардано и Феррарри.
Тема 5. Рациональные дроби; разложение на простейшие дроби.
Разложение на простейшие дроби.
Раздел 4. Теория многочленов от нескольких переменных.
Тема1. Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.
Преобразование многочленов от нескольких многочленов с применением симметрических. Способы преобразования.
Тема 2. Симметрические многочлены и формулы Виета.
Связь формул Виета с симметрическими многочленами
Тема 3. Результант. Дискриминант многочлена.
Вычисление результанта и дискриминанта многочлена. Определение кратности корней многочлена.
Тема 4. Системы алгебраических уравнений от нескольких уравнений.
Решение систем уравнений от нескольких переменных с помощью дискриминанта.
Раздел 5. Теория групп, колец, полей.
Свойства групп, колец, полей.
Тема 1. Группы. Циклические группы. Группы симметрий правильных многоугольников. Подгруппы.
Построение таблиц умножения для группы симметрий правильных многоугольников. Выделение подгрупп
Тема 2. Кольца. Поля.
Определение множеств, являющихся кольцами, полями.
Раздел 6. Линейные преобразования.
Тема 1. Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Действия над линейными операторами.
Свойства линейного оператора. Вычисление ядра оператора
Тема 2. Матрица линейного оператора в различных базисах.
Построение матриц линейных операторов в разных базисах, переход от одного к другому.
Тема 3. Инвариантные подпространства. Собственные вектора и значения линейных операторов
Вычисление собственных значений и построение собственных векторов.
Раздел 7. Квадратичные формы.
Тема 1. Билинейные и квадратичные формы. Линейные формы, билинейные. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису.
Свойства квадратичных форм. Виды перобразований билинейных форм.
Тема 2. Квадратичные формы. Приведение в каноническому виду – методы Лагранжа и Якоби.
Приведение квадратичной формы к каноническому виду
Тема 3. Закон инерции квадратичных форм. Определенные формы.
Изучение определенных и неопределенных форм.
Раздел 8. Теория чисел. Делимость в кольце целых чисел
Тема 1. Делимость и простые числа. Теорема о делении с остатком. НОД чисел. Алгоритм Евклида.
Деление чисел с остатком. Алгоритм Евклида

Тема 2. Простые числа. Основная теорема арифметики. основное свойство простого числа.
Определение простого числа. Разложение натуральных чисел в канонический вид
Тема 3. Целые систематические числа.
Операции над систематическими числами.
Тема 4. Существование и единственность значения цепной дроби.
Разложение рациональных и иррациональных чисел в цепную дробь. Нахождение подходящих дробей.
Раздел 9. Теория сравнений
Тема 1. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю.
Применение сравнений чисел.
Тема 2. Кольцо и поле классов вычетов. Системы вычетов.
Построение систем вычетов.
Тема 3.Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Применение теорем Эйлера и Ферма.
Применение теорем для вычисление остатков чисел в высоких степенях.
Тема 4. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной.
Решение сравнений и систем. Способы решения.
Тема 5.Сравнения первой степени. Системы сравнений.
Применение свойств сравнений, цепных дробей, теоремы Эйлера для решения сравнений первой степени. Системы сравнений и способы их решения.
Тема 6. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа.
Решение сравнений по простому модулю и его степени.
Тема 7. Двучленные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к решению сравнений.
Решение сравнений высоких степеней
Тема 8. Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра.
Вычисление символов Лежандра и Якоби.
Тема 9. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю.
Решение сравнений по составному модулю.
Тема 10. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю.
Нахождение первообразных корней. Составление таблиц корней и индексов.
Тема 11.Арифметические приложения теории сравнений.
Применение признаков делимости. Решение диофантовых уравнений.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

1 семестр

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Определители
Постановка задачи: Понятие перестановки, знака алгебраического дополнения. Вычисление определителя
Ход работы:
1. Подберите k, l так, чтобы перестановка

Вариант 1.	Вариант 2.
48k25l17 была четной	634k7l21 была нечетной

2. Выясните, какие из следующих произведений являются членами 7-го порядка и укажите знак члена определителя:

Вариант 1.	Вариант 2.
$a) a_{43}a_{53}a_{63}a_{15}a_{23}a_{34}a_{71}$,	$a) a_{15}a_{28}a_{74}a_{36}a_{61}a_{43}$,
$b) a_{23}a_{67}a_{54}a_{16}a_{35}a_{41}a_{72}$.	$b) a_{72}a_{16}a_{33}a_{55}a_{27}a_{61}a_{44}$.

3. Вычислите определитель, пользуясь только определением

Вариант 1.	Вариант 2.
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

4. Как изменится определитель n-го порядка, если:

Вариант 1.	Вариант 2.
i-ю строку переставить на последнее место, а (i+1)-ю и все последующие строки передвинуть вверх, сохраняя их расположение?	его строки записать в обратном порядке?

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Матрицы. Ранг матриц. Системы линейных уравнений

Постановка задачи:. Понятие матрицы, обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с выделением общего, частного, фундаментального и базисного решений

Ход работы:

1. Найти решение системы линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} -x + 5y - 5z = -5 \\ -7x + 3y + 5z = 8 \\ x - 7y - 9z = -3 \end{cases}$$

2. Найти решение матричного уравнения:

$$X \times \begin{Vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -9 & -9 & -3 \\ 4 & -5 & -6 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \\ 1 & -8 & -5 \end{Vmatrix}$$

3. Найти общее и частное решения системы неоднородных линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.

   Найти общее и фундаментальные решения системы однородных линейных уравнений, соответствующей неоднородной исходной системе.

   Выразить общее решение неоднородной системы через общее решение однородной системы.

$$\begin{cases} \mathbf{42x_1 + 18x_2 - 28x_3 = 118} \\ \mathbf{-21x_1 - 9x_2 - 14x_3 = 95} \\ \mathbf{33x_1 + 21x_2 + 22x_3 = -163} \\ \mathbf{3x_1 + 27x_2 + 2x_3 = -65} \end{cases}$$

Рейтинг-контроль № 3.

ТЕМА: Комплексные числа

Постановка задачи: Операции над полем комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Ход работы:

1. Вычислите

а). $\dfrac{(2+i)^3-(1-2i)^3}{(1+2i)^3-(2+3i)^2}$

в) $\dfrac{(1-i)^{n+2}}{(1+i)^n}$

б) $\left(\dfrac{-1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{10}$

г) $\sqrt[3]{\dfrac{1-i}{i+\sqrt{3}}}$

2. Решить уравнение

а) $z\cdot\bar{z}+2(z+\bar{z})=3i+1$

б) $x^2+(1+2i)x+3+i=0$

3. Решить систему для комплексных x и y

$$\begin{cases} ix+(1+i)y=3+i \\ (1-i)x+(6+i)y=4 \end{cases}$$

4. Определить геометрическое место точек

(построить и описать)

$$\begin{cases} 1<|z-2i|\le 2 \\ \dfrac{\pi}{3}<\arg z<\pi \end{cases}$$

Тестовый рейтинг-контроль

1. Расширенная матрица системы линейных уравнений имеет вид $\left(\begin{array}{cccc\|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$ **Тогда система линейных уравнений:**	А) определенная Б) неопределенная В) несовместная Г) имеет 3 решения
2. Расширенная матрица системы линейных уравнений имеет вид $\left(\begin{array}{cccc\|c} 2 & 1 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{array}\right)$ **Тогда общее решение системы линейных уравнений содержит:**	А) 3 главных и 1 свободное неизвестное Б) 2 главных и 2 свободных неизвестных В) 1 главное и 3 свободных неизвестных Г) не содержит свободных неизвестных
3. Дана матрица A с параметром a $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 2 & 2 & 2 & a \\ 3 & 3 & 3 & a \end{pmatrix}$ **Тогда ранг матрицы A равен:**	А) 2 при любом значении a Б) 2 при $a = 0$ В) 1 при любом значении a Г) 1 при $a = 0$
Расширенная матрица системы линейных уравнений имеет вид $\left(\begin{array}{ccc\|c} 5 & a & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & a-1 & a-2 \end{array}\right)$ **Тогда система несовместна при:**	А) $a = 0$ Б) $a = 1$ В) $a = 2$ Г) при любом значении a
4. Дано множество решений системы однородных линейных уравнений **$x = \{(2x_1;\ x_2;\ x_1 - x_2;\ -x_2;\ -x_1) \mid x_1,\ x_2 \in R\}$. Тогда фундаментальная система решений содержит:**	А) 1 вектор Б) 2 вектора В) 3 вектора Г) 4 вектора
5. Если в определителе d четвертого порядка все элементы умножить на 2, а затем определитель транспонировать, то полученный определитель будет равен:	А) 2d Б) -2d В) 16d Г) -16d
6. Если в определителе d третью строку умножить на 3 и к ней прибавить пятую строку, умноженную на 5, то полученный определитель будет равен:	А) 15d Б) 3d В) d Г) 5d
7 Коэффициент при a в определителе $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ -4 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ **равен:**	А) 10 Б) 2 В) -10 Г) -2

8. Дан определитель $d = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$. **Тогда значение выражения $(a_{31}A_{31}+a_{32}A_{32}+a_{33}A_{33}) + (a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+a_{31}A_{31})$, где A_{ij} – алгебраическое дополнение элемента a_{ij}:**	А) d Б) 0 В) 2d Г) -d
9. Определитель $d = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен:	А) 0 Б) 2⊙5⊙6⊙1 = 60 В) 2⊙4⊙5⊙6 = 240 Г) 3⊙5⊙6⊙4 = 360
10. Дано матричное уравнение $ABX = C^{-1}$, где A, B, C – невырожденные квадратные матрицы одного порядка. Тогда:	А) $X = C^{-1}A^{-1}B^{-1}$; Б) $X = A^{-1}C^{-1}B^{-1}$; В) $X = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$; Г) $X = B^{-1}A^{-1}C^{-1}$.
11 Элемент c_{33} произведения матриц A и B подходящего размера равен сумме произведений элементов:	А) 3-й строки матрицы A и 3-й строки матрицы B Б) 3-го столбца матрицы A и 3-й строки матрицы B В) 3-й строки матрицы A и 3-го столбца матрицы B Г) 3-го столбца матрицы A и 3-го столбца матрицы B
12. Дано матричное уравнение AXB = C, где A, B, C – невырожденные квадратные матрицы одного порядка. Тогда:	А) $X = CA^{-1}B^{-1}$ Б) $X = A^{-1}CB^{-1}$ В) $X = A^{-1}B^{-1}C$ Г) $X = B^{-1}A^{-1}C$
13. В верном равенстве $A_{52}B_{mn}C_{34} = D_{pq}$ значения m, n, p, q равны:	А) m = 5, n = 3, p = 4, q = 2 Б) m = 2, n = 3, p = 5, q = 4 В) m = 5, n = 2, p = 2, q = 4 Г) m = 2, n = 4, p = 5, q = 4
14. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$. Тогда матрица, обратная матрице A, равна:	А) $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ Б) $\frac{1}{8}\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ В) $-\frac{1}{8}\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ Г) $\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$
15.Значение i^{127} равно:	А) i Б)-i В) 1 Г)-1
16. Алгебраическая форма числа $\frac{1+3i}{2+i}$ имеет вид:	А) 1 + i Б) 1 – i В) -1 + i Г) -1 – i
17. Модуль комплексного числа z = 3 – 4i равен:	А) 25 Б) 5 В) 7 Г) $\sqrt{7}$
18.Произведение (1 – 2i)(2 + i) равно:	А) 4 – 3i Б) 4 + 3i В) -4 – 3i Г) -4 + 3i
19. Значение i^{1320} равно:	А) i Б) -i В) 1 Г) -1

20. Тригонометрическая форма числа z = $\sqrt{3}$ + i имеет вид:	А) $2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$ Б) $2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$ В) $2(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3})$ Г) $2(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}))$
21. Тригонометрическая форма числа z = -1 + i имеет вид:	А) $\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$ Б) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ В) $2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$ Г) $\sqrt{2}(\sin\frac{3\pi}{4} + i\cos\frac{3\pi}{4})$
22. Значения $\sqrt[4]{\cos\pi + i\sin\pi}$ равны:	А) $z_1 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4};\ z_2 = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4};\ z_3 = \cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4};\ z_4 = \cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4};$ Б) $z_1 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4};\ z_2 = \cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4};\ z_3 = \cos\frac{9\pi}{4} + i\sin\frac{9\pi}{4};\ z_4 = \cos\frac{13\pi}{4} + i\sin\frac{13\pi}{4};$ В) $z_1 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4};\ z_2 = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2};\ z_3 = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4};\ z_4 = \cos\pi + i\sin\pi;$ Г) $z_1 = \cos 4\pi + i\sin 4\pi;\ z_2 = -\cos 4\pi - i\sin 4\pi;\ z_3 = \cos\pi + i\sin\pi;\ z_4 = -\cos\pi - i\sin\pi.$
23.Значение (1 + i)^{20} равно (использовать формулу Муавра):	А) -2^{10} Б) 2^{10} В) -2^{10} i Г) 2^{10} i
24.Значение ($\sqrt{3}$ + i)^{12} равно (использовать формулу Муавра):	А) 2^{12} Б) -2^{12} В) 2^{12} i Г) -2^{12} i

2 семестр

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Многочлены от одной переменной

Постановка задачи:. Деление многочлена на двучлен с помощью схемы Горнера. Теория делимости многочленов. Определение НОДа многочленов с помощью алгоритма Евклида

Ход работы:

1.Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

Вариант 1

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, x_0 = -1$

Ответ:

$f(x) = (x+1)^4 - 2(x+1)^3 - 3(x+1)^2$
$+ 4(x+1) + 1$

Вариант 2

$f(x) = x^4 - 8x^3 - 24x^2 - 50x + 90, x_0 = 2$

Ответ:

$f(x) = (x-2)^4 - 18(x-2) + 38$

2. Найти наибольший общий делитель многочленов:

Вариант 1.

$f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7,$

$g(x) = 3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7$

Ответ: $НОД(f, g) = x^3 + 1$

Вариант 2

$f(x) = x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5,$

$g(x) = x^5 + x^2 - x + 1$

Ответ:

$НОД(f, g) = x^3 - x + 1$

3.Отделить кратные множители многочлена:

Указание: применить теорему о кратных корнях уравнения, использовать алгоритм Евклида для нахождения $НОД(f, f')$.

Вариант 1

$x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4$

Ответ: $(x+1)^4(x-4)$

Вариант 2

$x^5 - 6x^4 + 16x^3 - 24x^2 + 20x - 8$

Ответ: $(x-2)(x^2 - 2x + 2)$

4. Построить многочлены наименьшей степени с вещественными коэффициентами по данным корням:

Вариант 1

Тройной корень 2-3i

Ответ:

$f(x) = (x^2 - 4x + 13)^3 = x^6 - 12x^5 + 87x^4$
$- 376x^3 + 1131x^2 - 2028x + 2197$

Вариант 2

Двойной корень i, простой –1-i

Ответ:

$f(x) = (x^2 + 2x + 2)(x^2 + 1)^2 = x^6 + 2x^5 + 4x^4$
$+ 4x^3 + 5x^2 + 2x + 2$

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Решение уравнений высоких степеней. Рациональные корни многочлена

Постановка задачи: Процедура нахождения рациональных корней многочлена с помощью соответствующей теоремы и по формулам Виета. Локализация корней многочлена по теореме Штурма

Ход работы:

1.Найти рациональные корни многочленов:

Вариант 1

$a) \; f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 13x - 24,$

$b) \; f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12.$

Ответ:

$a) x_1 = -3;$

$b) x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2.}$

Вариант 2

$a) \; f(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9,$

$b) \; f(x) = 10x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 18x + 24.$

Ответ:

$a) x_1 = x_2 = 1, x_3 = x_4 = -3;$

$b)$ *рациональных корней нет*

2. Указание: составить систему уравнений, используя формулы Виета.

Вариант 1

Определить λ так, чтобы один из корней уравнения $x^3 - 7x + \lambda$ равнялся удвоенному другому.

Ответ:

$\lambda = \pm 6$

Вариант 2

Сумма двух корней уравнения $2x^3 - x^2 - 7x + \lambda$ равна 1. Определить λ

Ответ:

$\lambda = -3$

3.Разложить на множители многочлен или доказать их неприводимость над полем Q:

Вариант 1

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 9$$

Ответ:

$f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x^2 - x - 3)$

Вариант 2

$$f(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 23x - 12.$$

Ответ:

$f(x) = (x^2 - x - 4)(x^2 + 5x + 3)$

4. Составить систему Штурма и отделить корни многочлена:

Вариант 1

$f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 1$

Ответ:

$$\begin{aligned} &f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 1,\\ &f_1(x) = 2x^3 - 3x^2 - 7x + 4,\\ &f_2(x) = 17x^2 - 17x - 8,\\ &f_3(x) = 2x - 1,\\ &f_4(x) = 1. \end{aligned}$$

четыре вещественных корня в интервалах (-3,-2), (-1,0), (1,2), (3,4).

Вариант 2

$f(x) = x^4 - 4x^2 + x + 1$

Ответ:

$$\begin{aligned} &f(x) = x^4 - 4x^2 + x + 1,\\ &f_1(x) = 4x^3 - 8x + 1,\\ &f_2(x) = 8x^2 - 3x - 4,\\ &f_3(x) = 87x - 28,\\ &f_4(x) = 1. \end{aligned}$$

четыре вещественных корня в интервалах (-3,-2), (-1,0), (0,1), (1,2).

Рейтинг-контроль № 3

ТЕМА: Симметрические многочлены

Постановка задачи:. Связь симметрических многочленов с формулами Виета, основная теорема о симметрических многочленах. Решение систем уравнений от двух неизвестных

Ход работы:

1. Найти значение симметрического многочлена $f(x)$ от корней многочлена $g(x)$:

$$f(x) = x_1^3(x_2 + x_3) + x_2^3(x_1 + x_3) + x_3^3(x_1 + x_2)\; g(x) = x^3 - x^2 - 4x + 1$$

2. Найти решения системы уравнений:

$5y^2 - 6xy + 5x^2 - 16 = 0$

$y^2 - xy + 2x^2 - y - x - 4 = 0$

3. Выразить через основные симметрические многочлены

Указание: составить таблицу из системы показателей, соответствующей высшему члену данного многочлена, перейти к тождеству с неопределёнными коэффициентами

Вариант 1	Вариант 2.
$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_2^2)(x_1^2 + x_3^2)(x_2^2 + x_3^2)$	$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$
Ответ:	Ответ:
$f(x_1, x_2, x_3) = \sigma_1^2\sigma_2^2 - 2\sigma_1^3\sigma_3 - 2\sigma_2^3$ $+ 4\sigma_1\sigma_2\sigma_3 - \sigma_3^2$	$f(x_1, x_2, x_3) = \sigma_1^2\sigma_2^2 - 4\sigma_1^3\sigma_3 - 4\sigma_2^3 +$ $18\sigma_1\sigma_2\sigma_3 - 27\sigma_3^2$

4.При каком значении λ многочлены имеют общий корень

Указание: Вычислить $R(f(x), g(x))$ и приравнять его к нулю.

Вариант 1.	Вариант 2.
$x^3 - \lambda x + 2$ и $x^2 + \lambda x + 2$	$x^3 + \lambda x^2 - 9$ и $x^3 + \lambda x - 3$

Тестовый рейтинг-контроль

1. Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена $f(x) = x^4 - 3x^2 + x + 5$ на двучлен $x - 2$ равен:	А) 0 Б) 12 В) 11 Г) 3
2. Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ на двучлен $x - 1$ равен:	А) 0 Б) 1 В) -1 Г) 2
3. Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ на двучлен $x - 2$ равен:	А) 0 Б) 2 В) 11 Г) -2
4. Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 15$ на двучлен $x - 3$ равен:	А) 1 Б) 0 В) -1 Г) 5
5. Используя схему Горнера, получаем, что остаток от деления многочлена $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2x - 12$ на двучлен $x - 2$ равен:	А) 0 Б) 6 В) -6 Г) -8
6. Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 2$ – кратности 2, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$ имеет вид:	А) $x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12$ Б) $x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 4x - 12$ В) $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$ Г) $x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 4x - 12$

7. Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 3-й степени с корнями $x_1 = i$, $x_2 = -i$, $x_3 = 3$ имеет вид:	А) $x^3 - 3x^2 + x + 3$ Б) $x^3 - 3x^2 + x - 3$ В) $x^3 + 3x^2 + x - 3$ Г) $x^3 - 3x^2 - x - 3$
8. Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 1$ – кратности 2, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ имеет вид:	А) $x^4 + 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$ Б) $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 17x + 6$ В) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$ Г) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$
9. Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 2$ – кратности 2, $x_2 = 1$ – кратности 2 имеет вид:	А) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4$ Б) $x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 4$ В) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$ Г) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x - 4$
10. Из теоремы Виета следует, что приведенный (нормированный) многочлен 4-й степени с корнями $x_1 = 1$ – кратности 3, $x_2 = 2$ имеет вид:	А) $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x + 2$ Б) $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 5x + 2$ В) $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$ Г) $x^4 - 5x^3 + 9x^2 + 7x + 2$
11. Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = 1 + i$ и $x_2 = 2$ имеет вид:	А) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x - 2)$ Б) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x - 2)$ В) $f(x) = (x^2 - 2x - 1)(x - 2)$ Г) $f(x) = (x^2 - 2x - 2)(x - 2)$
12. Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = 2i$ и $x_2 = 3$ имеет вид:	А) $f(x) = (x^2 - 4)(x - 3)$ Б) $f(x) = (x^2 + 4)(x - 3)$ В) $f(x) = (x^2 + 4)(x + 3)$ Г) $f(x) = (x^2 - 4)(x + 3)$
12. Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = i$ и $x_2 = -3$ имеет вид:	А) $f(x) = (x^2 + 1)(x + 3)$ Б) $f(x) = (x^2 - 1)(x + 3)$ В) $f(x) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)$ Г) $f(x) = (x^2 + 1)(x - 3)$
13. Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = -i$ и $x_2 = 5$ имеет вид:	А) $f(x) = (x^2 + 1)(x + 5)$ Б) $f(x) = (x^2 + 1)(x - 5)$ В) $f(x) = (x^2 - 1)(x - 5)$ Г) $f(x) = (x^2 - 1)(x + 5)$
14. Разложение на неприводимые множители над полем R многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами и корнями $x_1 = 1 - i$ и $x_2 = 1$ имеет вид:	А) $f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)$ Б) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x + 1)$ В) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x - 1)$ Г) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x - 1)$
15. Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = 3x^3 - 11x - 2$ находятся среди чисел:	А) $\frac{p}{q} = \pm 3, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2};$ Б) $\frac{p}{q} = \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}, \pm 2;$ В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3};$ Г) $\frac{p}{q} = \pm 2, \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}.$
16. Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена $f(x) = x^4 - 3x^3 + x - 3$ находятся среди чисел:	А) $\frac{p}{q} = \pm 3;$ Б) $\frac{p}{q} = \pm\frac{1}{3}, \pm 1;$ В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3;$ Г) $\frac{p}{q} = \pm 1, 3.$

17. Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена f(x) = $8x^3 - 4x + 1$ находятся среди чисел:	А) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{8};$ Б) $\frac{p}{q} = \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 1;$ В) $\frac{p}{q} = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{8};$ Г) $\frac{p}{q} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}.$
18. . Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена f(x) = $2x^3 + x^2 - 9x - 2$ находятся среди чисел:	А) $\frac{p}{q} = \pm 2;$ Б) $\frac{p}{q} = -1, \pm 2;$ В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{2};$ Г) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm\frac{1}{2}.$
19. Рациональные корни $\frac{p}{q}$ многочлена f(x) = $2x^3 - 4x - 8$ находятся среди чисел:	А) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{8};$ Б) $\frac{p}{q} = \pm 8, \pm 4, \pm 2;$ В) $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm\frac{1}{2};$ Г) $\frac{p}{q} = -1, -2, -4, -8, -\frac{1}{2}.$

3 семестр

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Линейные операторы

Постановка задачи:. Определение линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Базис линейного оператора и линейные преобразования в базисе

Ход работы:

1. Будет ли оператор линейным? Определить его матрицу в базисе e.

а) $\varphi(x) = (x_3, x_1, x_2 - 1)$,

б) $\varphi(x) = (x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_1 - x_2 + x_3, 2x_1 + x_2 + x_3)$

2. Определить образ и ядро линейного преобразования, имеющего матрицу в базисе e

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Выяснить, можно ли привести матрицу линейного преобразования к диагональному виду. Если да, то найти базис. $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

5. Линейное преобразование в базисе е имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Найти его матрицу в базисе $\begin{matrix} f_1 = (2,3,1) \\ f_2 = (3,4,1) \\ f_3 = (1,2,2) \end{matrix}$

Рейтинг-контроль № 2.

ТЕМА: Билинейные и квадратичные формы

Постановка задачи:. Понятие квадратичной формы. приведение формы к каноническому виду методами Якоби и Лагранжа

Ход работы:

1.Привести квадратичную форму $Q(x, y, z)=x^2+2y^2+2xz+2yz$ к каноническому виду методом Лагранжа. Записать связь новых и старых переменных.

2. Привести квадратичную форму $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = x_1^{\ 2}+3x_1x_2+x_2^{\ 2}$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу этого преобразования.

3.Записать жорданову форму матрицы А. $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

4. Привести квадратичную *форму* $Q(x, y, z)=x^2+2y^2+2xz+2yz$ к каноническому виду методом Якоби. Записать связь новых и старых переменных.

Рейтинг-контроль № 3.

ТЕМА: Квадратичные формы. Закон инерции

Постановка задачи: Понятие квадратичной формы и способы ее записи, знакоопределенность квадратичных форм, критерии положительной и отрицательной определенностей

Ход работы:

1.Доказать, что квадратичная форма $\varphi\,(x_1, x_2, x_3) = 6\tilde{o}_1^2 + 5\tilde{o}_2^2 + 7\tilde{o}_3^2 - -4\tilde{o}_1\tilde{o}_2 + 4\tilde{o}_1\tilde{o}_3$ положительно определена.

2. При каких значениях а и в квадратичная форма будет отрицательно определенной?

$$\varphi\,(x_1, x_2, x_3) = \tilde{o}_1^2 + \grave{a}\,\tilde{o}_2^2 + \hat{a}\tilde{o}_3^2 + 2\tilde{o}_1\tilde{o}_2 + 2\tilde{o}_1\tilde{o}_3.$$

3.При каких значениях а и в квадратичная форма будет положительно определенной?

$$\varphi\,(x_1, x_2, x_3) = \tilde{o}_1^2 + \grave{a}\,\tilde{o}_2^2 + \hat{a}\tilde{o}_3^2 + 2\tilde{o}_1\tilde{o}_2 + 2\tilde{o}_1\tilde{o}_3 + 2\tilde{o}_2\tilde{o}_3.$$

4. Определить знакоопределенность следующей квадратичной форм.

$$\varphi\,(\tilde{o}_1, \tilde{o}_2) = \tilde{o}_1^2 + \tilde{o}_1\,\tilde{o}_2 + \tilde{o}_2^2 = \left(\tilde{o}_1 + \frac{\tilde{o}_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{o}_2\right)^2$$

5. Записать матрицу квадратичной формы $\varphi\,(x_1, x_2, x_3) = \tilde{o}_1^2 - 6x_1x_2 - 8x_1x_3 + 7\tilde{o}_2^2 + 4x_2x_3 - 5\tilde{o}_3^2$ и найти ее ранг.

Тестовый рейтинг-контроль

1. Оператор (отображение) φ называется линейным, если выполняются два условия:	А) $\varphi(\bar{a}+\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; $\varphi(\bar{a}\bar{b}) = \varphi(\bar{a})\,\varphi(\bar{b})$; Б) $\varphi(k\bar{a}) = k\,\varphi(\bar{a})$; $\varphi(\bar{a}\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; В) $\varphi(\bar{a}+\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; $\varphi(0\bar{a}) = 0$; Г) $\varphi(\bar{a}+\bar{b}) = \varphi(\bar{a}) + \varphi(\bar{b})$; $\varphi(\lambda\bar{a}) = \lambda\,\varphi(\bar{a})$.
2 Линейный оператор φ переводит вектор $\bar{a} = (1,1)$ в вектор (2, 2), а вектор $\bar{b} = (-1,1)$ в вектор (1, 1). Тогда сумма $\bar{a} + \bar{b} = (0,2)$ переходит в вектор:	А) (1, 1) Б) (3, 3) В) (1, 3) Г) (2, 0)
3 Оператор φ называется тождественным, если он:	А) любой вектор переводит в нулевой вектор Б) любой вектор переводит в противоположный вектор В) любой вектор переводит сам в себя Г) любой вектор переводит в его зеркальное отражение относительно прямой
4. Из нижеприведенных операторов линейным является оператор:	А) $\varphi(x_1,x_2) = (x_1,0)$; Б) $\varphi(x_1,x_2) = (kx_1,1)$; В) $\varphi(x_1,x_2) = (5,5)$; Г) $\varphi(x_1,x_2) = (x_1^2,x_2)$.
5. Оператор φ, переводящий вектор (x_1, x_2) в вектор (x_1+k, x_2+k) будет линейным при k равном:	А) 1 Б) -1 В) 0 Г) такого k не существует

4 семестр

Рейтинг-контроль № 1.

ТЕМА: Теория делимости в кольце целых чисел

Постановка задачи: В ходе изучения теории чисел студент должен знать основные свойства и алгоритмы делимости в кольце Z: знание НОДа,НОКа целых чисел, владение алгоритмом Евклида, признаки делимости.

Ход работы:

1. Число a кратно числу 6. Докажите, что $a^2 - 12a$ кратно числу 36.
2. Докажите, что разность между трёхзначным числом и числом, записанном теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
3. Докажите, что $\left(7^n - 6\cdot 2^n\right) \vdots 5$, если n - натуральное число.
4. Натуральное число a оканчивается цифрой 4 и на 4 не делится. Докажите, что разность $a - 14$ делится на 20.
5. Число a при делении на 5 даёт остаток 3. Какой остаток получится при делении числа $6a^2 - 3a$ на 15?
6. Найдите остаток от деления $10! - 49$ на 42.
7. Чётные числа a и b, не кратные 6, при делении на 6 имеют разные остатки. Докажите, что сумма $a + b$ делится на 6.
8. Докажите, что квадрат любого числа делится на 9, либо при делении на 3 даёт остаток 1.
9. Найдите НОД чисел $30n + 25$ и $20n + 15$, где $n \in N$.
10. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД и НОК чисел 456 и 41232.

11. Докажите, что при любом целом a число $a\left(a^4-125a^2+4\right)$ кратно 120.

12. Решите систему уравнений в натуральных числах $\begin{cases} x+y=150, \\ НОД(x;y)=30. \end{cases}$

Рейтинг-контроль № 2

ТЕМА: Теория сравнений с арифметическими приложениями.

Постановка задачи: Умение решать сравнения и системы сравнений, производить разложения квадратичных иррациональностей в непрерывные дроби, производить иные вычисления из основ теории чисел. Решение сравнений первой степени и их систем; решение сравнений с помощью цепных дробей. Решение в целых числах уравнений первой степени с двумя неизвестными при помощи сравнений

Ход работы:

1. Решить сравнения:

Вариант 1

$a)3x\equiv 6(\mathrm{mod}\,9);$

$b)16x\equiv 9(\mathrm{mod}\,23);$

$c)243x\equiv 271(\mathrm{mod}\,317).$

Ответ:

$a)x_1\equiv 2(9), x_2\equiv 5(9);$

$b)x\equiv 2(23);$

$c)x\equiv 112(317).$

Вариант 2

$a)4x\equiv 12(18);$

$b)15x\equiv 16(\mathrm{mod}\,29);$

$c)139x\equiv 118(\mathrm{mod}\,239).$

Ответ:

$a)x_1\equiv 2(9), x_2\equiv 5(9);$

$b)x\equiv 3(23);$

$c)x\equiv 147(239).$

2.Решите систему сравнений:

Вариант 1.

$$\begin{cases} x\equiv 3(\mathrm{mod}\,5); \\ x\equiv 2(\mathrm{mod}\,7); \\ x\equiv 4(\mathrm{mod}\,9). \end{cases}$$

Ответ:

$x\equiv 58(315).$

Вариант 2.

$$\begin{cases} x\equiv 1(\mathrm{mod}\,3); \\ x\equiv 5(\mathrm{mod}\,7); \\ x\equiv 9(\mathrm{mod}\,11). \end{cases}$$

Ответ:

$x\equiv -2(231).$

3. Разложить многочлен *f(x)* на множители по модулю *m*:

Вариант 1.

$$f(x)=x^4+7x^3+x-9,$$
$$m=13.$$

Ответ:

$f(x)\equiv (x-1)^2(x-2)^2(\mathrm{mod}\,13)$

Вариант 2.

$f(x)=x^4-3x^3-x+3,$

$m=7.$

Ответ:

$f(x)\equiv (x-1)(x-2)(x^2-2)(\mathrm{mod}\,7).$

4. Найдите остаток при делении:

Вариант 1

$13^{1054}-23\cdot 16^{285}+22^{17}$ на 15

Вариант 2.

$29^{2929}-34^{3434}+29\cdot 41\cdot 6^{231}$ на 31

Рейтинг-контроль 3

ТЕМА: Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра.

Постановка задачи. Решение сравнения второй степени: сведение сравнений второй степени к двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому модулю; квадратичные вычеты и невычеты; число решений сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов. Символ Лежандра и его свойства; закон взаимности квадратичных вычетов.

Ход работы.

1. Вычислить символ Лежандра $\left(\frac{62}{47}\right)$.

2. Найти первообразный корень по модулю 17 и составить таблицу индексов.

3. Решить неопределенное уравнение $13x + 23y = 107$

4.Построить системы квадратичных вычетов по простому модулю 57

5. Найти все первообразные корни по модулю 11 и построить таблицу индексов

6.Найдите показатель, которому принадлежит 5 по модулю 61.

7 Составить таблицу индексов по модулю m, взяв за основание первообразный корень g: m=27, $g=2$.

8. С помощью таблиц из задачи 3 решите сравнения :

$a) 5x \equiv 13 (\mathrm{mod}\, 27);$

$b) x \equiv 10 (\mathrm{mod}\, 27).$

Тестовый рейтинг-контроль

1.Остаток от деления числа (-5) на число 3 равен:	А) -1 В) -2	Б) 2 Г) 1
2.Остаток от деления числа (-10) на число 7 равен:	А) 4 В) 2	Б) -3 Г) -4
3.Остаток от деления числа 12 на число (-5) равен:	А) -3 В) -2	Б) 2 Г) 3
4.Остаток от деления числа (-14) на число (-3) равен:	А) -2 В) -1	Б) 2 Г) 1
5.Остаток от деления числа (-12) на число (-7) равен:	А) 2 В) 5	Б) -2 Г) -5
6.НОД чисел $70 = 2\odot5\odot7$ и $42 = 2\odot3\odot7$ равен:	А) 2 В) 7	Б) 3 Г) 14
7.НОК чисел $70 = 2\odot5\odot7$ и $42 = 2\odot3\odot7$ равно:	А) 210 В) 2940	Б) 630 Г) 294
8.НОД чисел $110 = 2\odot5\odot11$ и $66 = 2\odot3\odot11$ равен:	А) 11 В) 12	Б) 2 Г) 22
9.НОК чисел $110 = 2\odot5\odot11$ и $66 = 2\odot3\odot11$ равно:	А) 220 В) 330	Б) 726 Г) 770
10.НОД чисел $66 = 2\odot3\odot11$ и $42 = 2\odot3\odot7$ равен:	А) 4 В) 6	Б) 2 Г) 12
11.Ровно три простых числа содержится в последовательности:	А) 1, 3, 5, 7, 9 В) 3, 5, 6, 9, 10	Б) 1, 3, 4, 5, 6 Г) 4, 5, 6, 7, 9
12.Простых чисел больше, чем составных, в последовательности:	А) 1, 2, 3, 4, 5 В) 1, 2, 4, 5, 6	Б) 3, 4, 5, 6, 8 Г) 1, 3, 5, 6, 8
13.Простых чисел меньше, чем составных, в последовательности:	А) 1, 2, 3, 4, 5 В) 2, 4, 5, 6, 7	Б) 3, 4, 5, 6, 8 Г) 1, 2, 4, 5, 9
14.Ровно два простых числа содержится в последовательности:	А) 1, 3, 4, 6, 8 В) 1, 2, 3, 4, 5	Б) 3, 4, 7, 8, 9 Г) 1, 3, 7, 9, 11
15.Количество простых чисел равно количеству составных в последовательности:	А) 1, 3, 5, 9, 15 В) 2, 4, 7, 8, 9	Б) 1, 2, 3, 4, 5 Г) 1, 2, 4, 6, 8

16. Используя признак делимости, получаем, что на 4 делится число:	А) 123450 В) 789132	Б) 654321 Г) 975426
17. Используя признак делимости, получаем, что на 6 делится число:	А) 271580 В) 1309746	Б) 728404 Г) 198563
18. Используя признак делимости, получаем, что на 18 делится число:	А) 918273 В) 654321	Б) 145638 Г) 498532
19. Используя признак делимости, получаем, что на 15 делится число:	А) 135790 В) 654870	Б) 864205 Г) 918275
20. Используя признак делимости, получаем, что на 30 делится число:	А) 507370 В) 196480	Б) 249260 Г) 728190
21. Дробная часть числа (-6,25) равна:	А) -0,25 В) 0,25	Б) 0,75 Г) -0,75
22. Дробная часть числа 4,48 равна:	А) 0,48 В) -0,48	Б) -0,52 Г) 0,52
23. Дробная часть числа (-10,55) равна:	А) -0,55 В) 0,55	Б) 0,45 Г) -0,45
24. Дробная часть числа 2,43 равна:	А) 0,57 В) 0,43	Б) -0,57 Г) -0,43
25. Дробная часть числа (-5,17) равна:	А) -0,17 В) -0,83	Б) 0,17 Г) 0,83
26. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 75 = 3 \odot 5^2$ равно:	А) 4 В) 6	Б) 5 Г) 3
27. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 100 = 2^2 \odot 5^2$ равно:	А 6 В) 8	Б) 7 Г) 9
28. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 72 = 2^3 \odot 3^2$ равно:	А) 6 В) 8	Б) 10 Г) 12
29. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 56 = 2^3 \odot 7$ равно:	А) 8 В) 7	Б) 5 Г) 6
30. Количество делителей $\tau(n)$ числа $n = 63 = 3^2 \odot 7$ равно:	А) 12 В) 6	Б) 9 Г) 4
31. Числа 15 и 30 сравнимы по модулю:	А) 11 В) 6	Б) 5 Г) 8
32. Числа 12 и 18 сравнимы по модулю:	А) 3 В) 7	Б) 5 Г) 9
33. Числа 22 и 14 сравнимы по модулю:	А) 9 В) 7	Б) 8 Г) 6
34. Числа 38 и 28 сравнимы по модулю:	А) 6 В) 10	Б) 8 Г) 12
35. Числа 26 и 12 сравнимы по модулю:	А) 8 В) 6	Б) 7 Г) 5
36. Полную систему вычетов по модулю 7 образует следующий набор:	А) $\overline{14}, \overline{1}, \overline{9}, \overline{-4}, \overline{4}, \overline{12}, \overline{27}$; В) $\overline{9}, \overline{8}, \overline{1}, \overline{3}, \overline{-5}, \overline{-4}, \overline{2}, \overline{16}$;	Б) $\overline{0}, \overline{1}, \overline{-2}, \overline{10}, \overline{24}$; Г) $\overline{21}, \overline{28}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{7}, \overline{-5}, \overline{6}$.

37. Полную систему вычетов по модулю 6 образует следующий набор:	А) $\overline{0}, \overline{-1}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{4}, \overline{-5}$; В) $\overline{18}, \overline{17}, \overline{16}, \overline{15}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{25}$;	Б) $\overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}$; Г) $\overline{1}, \overline{7}, \overline{2}, \overline{8}, \overline{3}, \overline{9}$.
38. Полную систему вычетов по модулю 5 образует следующий набор:	А) $\overline{10}, \overline{15}, \overline{-2}, \overline{0}, \overline{3}$; В) $\overline{20}, \overline{21}, \overline{2}, \overline{33}, \overline{34}$;	Б) $\overline{-1}, \overline{-2}, \overline{-3}, \overline{-4}$; Г) $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{-4}, \overline{5}, \overline{6}$.
39. Полную систему вычетов по модулю 4 образует следующий набор:	А) $\overline{8}, \overline{13}, \overline{6}, \overline{15}$; В) $\overline{2}, \overline{4}, \overline{6}$;	Б) $\overline{-4}, \overline{-3}, \overline{-2}, \overline{1}, \overline{2}$; Г) $\overline{0}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}$.
40. Полную систему вычетов по модулю 3 образует следующий набор:	А) $\overline{18}, \overline{10}, \overline{20}$; В) $\overline{-2}, \overline{0}$;	Б) $\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}$; Г) $\overline{1}, \overline{19}, \overline{21}$.
41. Число CIX в десятичной системе счисления равно:	А) 509 В) 59	Б) 19 Г) 109
42. Основание системы счисления g в девятеричной системе счисления изображается числом:	А) 9 В) 11	Б) 10 Г) 01
43. В семеричной системе счисления верно записано число:	А) 2360_7 В) 608512_7	Б) 35721_7 Г) 29561_7
44. Равенство 26 = 101x имеет место в системе счисления с основанием:	А) 3 В) -5	Б) 5 Г) 4
45. Верный результат сложения $34807_9 + 8765_9$ равен:	А) 45731_9 В) 54374_9	Б) 44562_9 Г) 44673_9

5.2. Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену по дисциплине «Алгебра и теория чисел» 1 семестр

1. Метод последовательного исключения неизвестных.
2. Теорема о ненулевых решениях однородных систем.
3. Определители второго порядка.
4. Определители третьего порядка.
5. Подстановки. Четность и знак подстановки.
6. Определение определителя произвольного порядка.
7. Свойства определителей 1-3.
8. Свойства определителей 4-6.
9. Вычисление определителей с помощью элементарных преобразований.
10. Определитель Вандермонда.
11. Миноры и алгебраические дополнения.
12. Теорема Лапласа.
13. Разложение определителя по строке и столбцу.
14. Правило Крамера.
15. Ненулевые решения квадратных однородных систем линейных уравнений.
16. Комплексные числа в алгебраической форме.
17. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
18. Тригонометрическая форма комплексных чисел.
19. Формула Муавра.
20. Корни из комплексных чисел.
21. Многочлены деления круга.
22. Элементарные преобразования матриц.
23. Вычисление ранга матрицы.
24. Критерий совместности системы линейных уравнений.
25. Равенство рангов строк и столбцов матрицы.
26. Свойства решений систем линейных однородных уравнений.
27. Фундаментальная система решений однородных систем.
28. Общее решение неоднородных систем линейных уравнений.
29. Операции над матрицами, их свойства.
30. Понятие обратной матрицы.
31. Элементарные матрицы.
32. Условия обратимости матриц.
33. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
34. Определитель произведения матриц.
35. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.
36. Теорема о ранге матрицы.
37. Формула обратной матрицы, использующая алгебраические дополнения.
38. Записи и решение квадратных систем линейных уравнений в матричной форме

Вопросы к экзамену по дисциплине «Алгебра и теория чисел» 2 семестр

1. Операции над многочленами. Степень многочлена.
2. Деление на двучлен x – a и корни многочлена.
3. Схема Горнера.
4. Теорема Безу. Число корней многочлена.
5. Разложение многочленов по степеням двучлена x-a.
6. Кратные корни многочленов и их отделение.

7. Теорема о делении многочленов с остатком.
8. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя.
9. Разложение многочленов на неприводимые множители.
10. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
11. Разложение многочленов на линейные множители над полем комплексных чисел. Формулы Виета.
12. Сопряженность мнимых корней многочленов с вещественными коэффициентами и разложение многочленов на полем действительных чисел на неприводимые множители первой и второй степеней.
13. Уравнения третьей степени.
14. Уравнения четвертой степени.
15. Проблема локализации корней многочлена.
16. Целые и рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
17. Рациональные дроби; разложение на простейшие дроби.
18. Интерполяция; формула Лагранжа.
19. Основная теорема о симметрических многочленах.
20. Метод неопределенных коэффициентов.
21. Симметрические многочлены и формулы Виета.
22. Связь алгебраических соотношений, корней и коэффициентов многочленов.
23. Результант многочленов
24. Дискриминант многочлена.
25. Исключение неизвестной из системы двух уравнения с двумя неизвестными.
26. Простое алгебраическое расширение поля.
27. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе.
28. Геометрические построения циркулем и линейкой и разрешимость уравнений в радикалах.
29. Построение правильных многоугольников.

Вопросы к экзамену по курсу «Алгебра и теория чисел» 3 семестр

1. Определение линейных операторов; примеры операторов.
2. Ядро и образ линейного оператора.
3. Операции над линейными операторами .
4. Матрица линейного оператора.
5. Изменение координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
6. Матрица оператора в различных базисах: подобие матриц.
7. Собственные вектора и значения.
8. Характеристическое уравнение.
9. Линейные операторы с простым спектром и приведение матриц к диагональному виду.
10. Операторы и числа Фибоначчи.
11. . Квадратичные и билинейные формы
12. Метод Лагранжа
13. Метод Якоби.
14. Группы. подгруппы
15. Кольца. Поля

Вопросы к экзамену по дисциплине «Алгебра и теория чисел» 4 семестр

1. Свойства делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.

3. Теорема о линейной форме НОД.
4. Наименьшее общее кратное. Формула для нахождения НОК.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
7. Основная теорема арифметики. Каноническое представление числа.
8. Сумма и число натуральных делителей числа.
9. Понятие сравнимости чисел по модулю. Эквивалентные определения.
10. Свойства сравнений.
11. Классы вычетов и системы вычетов.
12. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Функция Эйлера.
15. Теоремы Эйлера и Ферма и их применение.
16. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Условия разрешимости и способы решений.
17. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Формулы для вычисления подходящих дробей.
18. Свойства подходящих дробей. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
19. Алгебраические сравнения произвольной степени с одним неизвестным.
20. Теорема Вильсона. Критерий просторы.
21. Решение алгебраических сравнений по составному модулю и модулю Р
22. Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера.
23. Символ Лежандра, его свойства и применение.
24. Порядок числа по модулю. Свойства порядка числа.
25. Индексы и их применение.
26. Проверка правильности арифметических действий. Вывод признаков делимости.
27. Определение длины периода дроби.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов 1 семестр

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1 Матрицы и их основные виды. Диагональная матрица. Симметричная и кососимметричная матрица. Операции над матрицами. Сложение, вычитание умножение матриц. *Перестановочные матрицы. учебники 1,3 Задачи №1.15-1.19 из литер. [4] Опрос

2. Свойство операций над матрицами. Транспонированная матрица. Обратная матрица. *Ортогональная матрица. Определители 2 и 3 порядков. Свойства определителей. учебники 3,4 Задачи №1.20-1.23 из литер. [4] Опрос

3. Минор элемента матрицы. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель n-ого порядка. Теорема Лапласа. *Простейшие матричные уравнения. учебники 1 –4 Индивидуальные задания Защита самост. работы

4. Системы линейных алгебраических уравнений. Несовместная и совместная системы. Определенная и неопределенная системы. Частное и общее решение системы. Эквивалентные системы. Методы решения системы n уравнений с n неизвестными Теорема Крамера. Метод обратной матри-

цы. *Ранг матрицы. Базисные строки и столбцы.   учебники 1-4 Задачи №2.11-2.15 из литер. [4] Конспект

5. Элементарные преобразованиями над матрицами. Метод Гаусса. Расширенная матрица системы. Тривиальные и нетривиальные решения системы. Базисные и свободные переменные. *Фундаментальная совокупность решений. Теорема Кронекера - Капелли. 2,3 Задачи №2.16-2.20 из литер. [4] Защита самост. работы

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Понятие матрицы. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.
2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки и столбца.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы в терминах определителей.
5. Система линейных уравнений (СЛУ) с n переменными (общий вид). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса решения системы m- линейных уравнений с n-переменными. Теорема об определенности СЛУ.
6. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n переменными.
7. Решение СЛУ матричным методом. Матричные уравнения.
8. Понятие векторного пространства. Примеры.
9. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.
10. Базис системы векторов. Теорема о числе векторов базисов одной и той же системы векторов.
11. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.
12. Базис и размерность векторного пространства. Свойства размерности векторного пространства.
13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ.
14. Критерий совместности системы линейных уравнений(Теорема Кронекера – Капелли) Условия определенности и неопределенности совместной системы линейных уравнений. Пример.
15. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.
16. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни многочленов.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов 2 семестр

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1. Многочлены от одной переменной . Операции над многочленами.[1-4], реферат
2. Рациональные корни многочлена. Способы нахождения. [1-4], опрос
3. Схема Горнера и ее применение. [1-4], реферат
4. Уравнения 3,4 степеней. Методы Кардано и Феррари. [1-4], решение задач
5. Формулы Виета для решения уравнений 2,3,4 степеней. [1-4], решение задач
6. Границы вещественных корней. Способы их определения. [1-4], решение задач
7. Метод Штурма для уточнения корней многочлена. [1-4], реферат

8. Нестандартные способы определения корней многочлена. [1-4], решение задач
9. Симметрические многочлены, их связь с формулами Виета. [1-4], реферат
10. Способы разложения многочлена от нескольких переменных на симметрические многочлены. [1-4], реферат

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Что такое лексикографическое расположение многочлена?
2. Какие виды многочленов бывают?
3. Что такое корни многочлена? Как определить их границы?
4. Сформулируйте основную теорему алгебры.
5. Какое применение схемы Горнера для многочленов?
6. Какой алгоритм метода Кардано?
7. Какой алгоритм метода Феррари?
8. Выделите основные методы решения уравнений 4 степени?
9. Что такое симметрический многочлен? Какая связь с формулами Виета?
10. Для чего нужен метод Штурма? Какой алгоритм его выполнения?

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов3 семестр

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1 Линейное пространство. Базис. Координаты.[1,3], опрос
2. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.[1-4], реферат
3. Линейный оператор. Матрица оператора. .[1-4], реферат
4. Преобразование матрицы оператора при переходе к новому базису. .[1,3], опрос
5. Действия над линейными операторами. .[1,3], опрос.[1-4], реферат
6. Собственные векторы и собственные значения. .[1-4], реферат
7. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. .[1-4], реферат
8. Сопряженные и самосопряженные операторы. Их матрицы. .[1,3], опрос
9. Ортогональное преобразование; свойства; матрица. .[1-4], реферат
10. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. [1-4], реферат

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Что такое линейное пространство? Что такое базис?
2. Как осуществить переход от одного базиса к другому?
3. Что такое линейный оператор, линейное преобразование?
4. Определение матрицы линейного оператора.
5. Что такое характеристическое уравнение, характеристические корни?
6. Что такое собственный вектор? Как связаны собственные числа с характеристическими корнями многочлена?
7. Какие операторы называются сопряженными, самосопряженными?
8. Что такое ортогональное преобразование? Как оно связано с линейным преобразованием?
9. Дайте определение билинейной формы?
10. Какие способы приведения квадратичной формы к каноническому виду?

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов 4 семестр

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы (рекомендуемая литература, формы контроля)

1. Свойства подходящих дробей. Решение сравнений с помощью цепных дробей. [1], реферат
2. Алгебраические сравнения произвольной степени с одним неизвестным. [1], реферат
3. Теорема Вильсона. Критерий просторы. [1], реферат
4. Решение алгебраических сравнений по составному модулю и модулю Р. [1], реферат
5. Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера. [1], реферат
6. Символ Лежандра, его свойства и применение. [1], реферат
7. Порядок числа по модулю. Свойства порядка числа. [1], реферат
8. Индексы и их применение. [1], реферат
9. Проверка правильности арифметических действий. Вывод признаков делимости. [1], реферат
10. Определение длины периода дроби. [1], реферат

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Основная теорема арифметики. Каноническое представление числа.
2. Сумма и число натуральных делителей числа.
3. Понятие сравнимости чисел по модулю. Эквивалентные определения.
4. Свойства сравнений.
5. Классы вычетов и системы вычетов.
6. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов.
7. Кольцо классов вычетов.
8. Функция Эйлера.
9. Теоремы Эйлера и Ферма и их применение.
10. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Условия разрешимости и способы решений.
11. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Формулы для вычисления подходящих дробей.
12. Свойства подходящих дробей. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
13. Алгебраические сравнения произвольной степени с одним неизвестным.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература*		
1. Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Элек-тронный ресурс] : учебное по-собие / Л.В. Веселова, О.Е. Ти-хонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014.	2018	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html
2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2019	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html
3.В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линей-	2018	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785

ная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с		392168934.html
4.Н.Д. Золотарёва [и др.]; под ред. М. В. Федотова Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с	2019	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html
Дополнительная литература		
1.Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016.- 512 с	2016	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html
2.Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2015. -144 с	2015	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html
3.Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2017. – 80 с	2017	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html
4.Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2016. – 352 с	2016	ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html

6.2. Периодические издания

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" http://kvant.mccme.ru/key.htm
2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая" http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus
3. Сибирский математический журнал http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm
4. Журнал «Математические заметки» http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1
5. Журнал вычислительной математики и математической физики.
6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

6.3. Интернет-ресурсы

1. https://ru.wikipedia.org/wiki
2. http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?
3. http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf
4. www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info
5. http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp тесты для самоконтроля - fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm
6. http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf
7. http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm
8. Издательство МЦНМО [Электронный ресурс]. – URL: www.mccme.ru/free-books. Свободно распространяемые книги.
9. Математическая библиотека [Электронный ресурс]. – URL: www.math.ru/lib.Большая библиотека, содержащая как книги, так и серии брошюр, сборников. В библиотеке представлены не только книги по математике, но и по физике и истории науки.
10. Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]. – URL: http://www.exponenta.ru Содержит материалы по работе с математическими пакетами Mathcad, MATLAB, MathematicalMaple и др., методические разработки, примеры решения задач, выполненн

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического/лабораторного типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы (указать необходимое). Практические работы проводятся в 230, 241, 237

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий- 230, 129

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год

Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года

Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год

Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года

Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год

Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года

Заведующий кафедрой____

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
в рабочую программу дисциплины
«АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»
образовательной программы направления подготовки 44.03.05 – «Педагогическое образование», направленность: Математика. Информатика (Бакалавриат)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой_____________/ _____________
Подпись *ФИО*