

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



А.А. Панфилов

«29» 08 2016г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

Профиль подготовки Математика, Информатика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоёмкость, зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
6	5 / 180	18	54	-	72	Экзамен (36)
Итого	5 / 180	18	54	-	72	Экзамен (36)

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Главной целью изучения учебной дисциплины «Элементарная математика» является систематизация знаний и их дополнение новыми интересными фактами из различных разделов элементарной математики, обучение студентов методам доказательства теорем курса и способам решения школьных математических задач, что позволяет увидеть внутри- и межпредметные связи математики, сформировать представление о разделах математики как составных частях целого.

Элементарная математика является базой для формирования теоретических знаний и практических умений, на основе которой будут раскрываться методические аспекты обучения математике. Поэтому изучение данной дисциплины способствует формированию профессиональной компетентности будущего учителя в единстве его математической и методической составляющих. Систематизирующим фактором интеграции элементарной математики и методики обучения математике могут служить содержательно-методические линии (разделы) школьного курса математики.

Курс способствует личностному становлению, развитию и саморазвитию будущих учителей математики, формированию у них математического стиля мышления, стремления к творческой самостоятельности в построении процесса обучения предмету.

Основные учебные задачи дисциплины:

- сформировать представления о роли и месте содержания школьного курса математики в системе математических знаний;
- сформировать представления о логике развития и наполнения школьного курса математики с учётом реализации основных дидактических принципов обучения;
- систематизировать знания по элементарной алгебре, геометрии, теории функций, тригонометрии;
- дополнить знания по курсу элементарной математики новыми фактами, необходимыми для решения задач школьного курса математики;
- сформировать умения применять основные методы решения задач из разных разделов элементарной математики;
- обогатить опыт решения задач по основным содержательным линиям школьного курса математики;
- стимулировать развитие познавательного интереса к изучению истории развития элементарной математики;
- побуждать студентов к рефлексивной деятельности, к самосовершенствованию их профессиональной культуры, математического и методического стилей мышления;

– формировать исследовательские умения, необходимы учителю математики для совершенствования своей профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «Элементарная математика» относится к вариативной части дисциплин учебного плана и изучается в 6-ом семестре. Изучение дисциплины предполагает наличие у студентов базовых компетенций по элементарной математике, полученных в рамках общего среднего образования, а также фундаментальных математических знаний, которые получены при изучении курсов «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ» и «Геометрия».

Освоение «Элементарной математики» является необходимой основой для изучения «Методики обучения математике», а также для последующего изучения дисциплин вариативной части профессионального цикла, в том числе «Дискретной математики». Знания и умения, полученные в рамках изучения данной дисциплины, могут быть применены для написания курсовой и выпускной квалификационной работ.

Элементарная математика является базой практических знаний и умений, на основе которой будут раскрываться методические аспекты преподавания конкретных тем школьного курса математики. Поэтому основное внимание в программе курса отведено тем разделам, которые тесно связаны со школьной математикой.

Преподавание происходит на базе обучения методам и приёмам решения математических задач, требующих высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление студентов. Тематика лекций и практических занятий не выходит за рамки основного курса элементарной алгебры, геометрии, теории функций, тригонометрии, но уровень их сложности – повышенный, существенно превышающий обязательный. Особое место занимают вопросы, требующие применения студентами знаний в незнакомой (нестандартной) ситуации, знакомство с методами анализа, исследования и моделирования, формирования системы математических знаний для продолжения образования.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины направлено на формирование и развитие у студентов в соответствии с целями и задачами курса следующих компетенций:

профессиональных (ПК):

▪ способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности (ПК-7);

специальных (СК):

▪ владеет содержанием и методами элементарной математики, умеет решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования (СК-1);

дополнительных компетенций, с учётом утверждённых профессиональных стандартов и/или требований работодателей (СПТД):

▪ готовность к формированию у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования (например, вычисления) (СПТД-3);

В результате освоения дисциплины студент должен демонстрировать следующие результаты обучения:

1) знать:

– теоретические основы элементарной математики как составной части математической науки, понятия и утверждения, входящие в содержание дисциплины (СК-1);

– алгоритмические и эвристические приёмы решения задач (ПК-1, СК-1);

– основные математические идеи школьного курса математики, наиболее трудные для усвоения программные вопросы (ПК-7, СПТД-3);

2) уметь:

– доказывать теоремы, решать задачи различными способами из разных разделов элементарной математики (ПК-1, СК-1);

– ориентироваться в нестандартных условиях и ситуациях, анализировать возникающие проблемы при работе с новыми математическими фактами, утверждениями, задачами (ПК-7, СПТД-3);

3) владеть:

– методами доказательства теорем и решения задач элементарной математики (ПК-1, СК-1);

– приёмами правильного письменного и устного изложения решения задач с использованием математических моделей (ПК-7, СПТД-3).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Трудоёмкость и формируемые компетентности

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётных единицы, 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с приме- нием интерактив- ных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежу- точной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП/КР		
1	Геометрия (планиметрия)	6	1-5	6	8	-	+	14		7 / 50 %	ПК № 1
2	Геометрия (стереометрия)	6	6-11	4	22	-	+	12		12 / 55 %	
3	Алгебра и начала анализа	6	12-16	6	16	-		16		10 / 45 %	ПК № 2
4	Тригонометрия	6	16-17	2	4	-		12		3 / 50 %	ПК № 3
5	Задания повышенного уровня сложности (ОГЭ, ЕГЭ)	6	18	-	4	-		18		3 / 75 %	
Итого				18	54	-		72		35 / 49 %	Экзамен (36)

Матрица соотнесения разделов учебной дисциплины и формируемых в них компетенций:

Раздел дисциплины	К-во ауд. час.	Компетенции				Общее число компетенций
		ПК		СК	СПТД	
		1	7	1	3	
1	14	+	+	+	+	4
2	26	+	+	+	+	4
3	22	+	+	+	+	4
4	6	+	+	+	+	4
5	4	+	+	+	+	4

4.2. Содержание учебной дисциплины

Геометрия (планиметрия). Замечательные линии и точки треугольника, их свойства. Построения с помощью циркуля и линейки. Построение правильных многоугольников и нахождение их линейных и угловых величин, площадей. Теорема Чевы. Теорема Менелая. Теорема Стюарта и следствия из неё. Теорема Морлея. Применение теорем Чевы, Менелая, Стюарта и Морлея при решении задач. Ортотреугольник. Серединный треугольник. Педальный треугольник. Теорема Нейберга. Прямая Симсона. Обобщённая теорема синусов. Вписанная и невписанная окружности. Окружности, вписанная в четырёхугольник и описанная около него, и их свойства. Теорема Эйлера для треугольника. Окружность девяти точек. Прямая Эйлера.

Геометрия (стереометрия). Прямые и плоскости в пространстве: взаимное расположение, расстояния, углы. Применение теоремы о трёх перпендикулярах для решения задач. Трёхгранный угол. Признаки равенства трёхгранных углов. Полярный трёхгранный угол. Теоремы о трёхгранных углах. Теорема косинусов, теорема синусов для трёхгранных углов. Прямой трёхгранный угол. Теорема Пифагора в пространстве. Методы изображения пространственных фигур. Многогранники (пирамиды, призмы) и их классификация. Методы построения сечений многогранников. Построение сечений многогранников и вычисление их площадей. Тетраэдр, виды тетраэдров и их свойства. Площадь поверхности и объём тетраэдра. Теорема о медианах и бимедианах тетраэдра. Правильные многогранники. Построение правильных многогранников и нахождение их линейных и угловых величин, площадей поверхности и объёмов. Теорема Эйлера и её применение. Теорема о существовании пяти видов правильных многогранников. Сфера и шар (основные определения и свойства). Касательные прямые и плоскости для сферы. Площадь поверхности и объём шара. Тела вращения (цилиндр, конус, сфера, шар, произвольные тела вращения). Сфера и шар, описанные около многогранников и тел вращения и вписанные в них. Комбинация многогранников, тел вращения со сферой или шаром. Доказательство существования и единственности вписанной и описанной сферы около многогранников и тел вращения.

Алгебра и начала анализа. Уравнения и неравенства с модулем. Построение графиков функций, содержащих модуль. Параметрические задачи и их типы. Параметрические уравнения, неравенства, задачи и методы их решения. Производная и первообразная функции. Применение производной и первообразной функции при решении задач. Задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции. Исследование функций и построение их графиков. Применение свойств функций при решении уравнений, неравенств. Графическое решение уравнений, неравенств и их систем.

Тригонометрия. Понятие «обратная функция». Признак обратной функции. Взаимно обратные функции и их свойства. Построение графиков взаимно-обратных функций. Тригонометрические функции и их свойства. Аркфункции (обратные тригонометрические функции) и их свойства. Тригонометрические тождества для аркфункций. Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие аркфункции.

Задания повышенного уровня сложности (ОГЭ, ЕГЭ). Основные типы заданий ОГЭ и ЕГЭ, методы их решения. Текстовые задачи. Составление уравнений, неравенств и их систем для решения текстовых задач (на движение, работу, концентрацию, сложные проценты и т.д.). Преобразование тригонометрических выражений, решение тригонометрических уравнений и неравенств. Отбор корней тригонометрических уравнений. Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства и их системы. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Решение уравнений и неравенств с параметрами. Решение задач по стереометрии: координатный, векторный и геометрический методы. Комбинация многогранников, тел вращения со сферой или шаром. Решение заданий повышенного уровня сложности из ОГЭ. Решение заданий повышенного уровня сложности из ЕГЭ.

4.3. Темы лекций

1. Замечательные линии и точки треугольника. Теоремы Чевы и Менелая.
2. Ортотреугольник. Серединный треугольник. Педальный треугольник.
3. Обобщённая теорема синусов. Вписанная и невписанная окружности. Теорема Эйлера для треугольника. Окружность девяти точек. Прямая Эйлера.
4. Трёхгранный угол. Признаки равенства трёхгранных углов. Полярный трёхгранный угол. Теоремы о трёхгранном угле. Теорема косинусов, теорема синусов для трёхгранного угла.
5. Многогранники (пирамида, призма). Теорема о медианах тетраэдра. Правильные многогранники. Теорема Эйлера и её применение.
6. Уравнения и неравенства с модулем. Построение графиков функций, содержащих модуль.
7. Параметрические уравнения, неравенства и задачи.
8. Производная и первообразная, их применение при решении задач. Задачи на наибольшее и наименьшее значение.
9. Обратные тригонометрические функции (преобразование выражений, тригонометрические уравнения и неравенства).

4.4. Темы практических занятий

1. Свойства медиан, биссектрис, высот, серединных перпендикуляров. Теорема Морлея.

2. Центральные и вписанные углы, хорды, секущие и касательные.
3. Применение теорем Чевы и Менелая при решении задач.
4. Обобщённая теорема синусов. Вписанная и невписанная окружности.
5. Расстояния и углы в пространстве. Применение теоремы о трёх перпендикулярах для решения задач.
6. Виды проектирования. Методы изображения пространственных фигур.
7. Двойственные многогранники. Полуправильные многогранники.
8. Построение сечений многогранников. Сечения тел вращения.
9. Применение теорем косинусов и синусов для трёхгранного угла при решении задач.
10. Описанные и вписанные сфера и шар около многогранников и тел вращения.
11. Решение задач на нахождение площади поверхностей многогранников и тел вращения.
12. Решение задач на нахождение объёмов многогранников и тел вращения.
13. Комбинация многогранников со сферой или шаром.
14. Комбинация тел вращения со сферой или шаром.
15. Решение задач по стереометрии: координатный, векторный и геометрический методы.
16. Текстовые задачи и способы их решения.
17. Составление уравнений, неравенств и их систем для решения текстовых задач (на движение, смеси, работу и т.д.)
18. Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и их системы.
19. Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства и их системы.
20. Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля.
21. Решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.
22. Решение параметрических уравнений.
23. Решение параметрических неравенств.
24. Преобразование тригонометрических выражений, содержащих аркфункции.
25. Решение тригонометрических уравнений и неравенств, содержащих аркфункции.
26. Решение заданий повышенного уровня сложности из ОГЭ.
27. Решение заданий повышенного уровня сложности из ЕГЭ.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

5.1. Активные и интерактивные формы обучения

Изучение дисциплины осуществляется через лекционно-семинарскую систему обучения (лекции и практические занятия). Кроме этого так используются современные формы, методы и средства обучения – дискуссии, тренинги, работа в команде (включая малые группы), проектная деятельность, проблемное, контекстное и индивидуальное

обучение, системно-деятельностный и личностно-ориентированный подходы, мультимедиа технологии (презентации, цифровые и электронные образовательные ресурсы), технология «портфолио» и балльно-рейтинговая система оценивания и др. с учётом особенностей контингента студентов и содержания изучаемого материала.

5.2. Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов и формы контроля

Самостоятельная работа студентов согласно ФГОС ВО приобретает статус второй составной части (после аудиторных занятий) овладения содержанием учебных дисциплин, в том числе и «Элементарной математики». На неё учебным планом отводится 42 % бюджета времени, выделенного на дисциплину.

Важным видом самостоятельной работы является **подготовка к аудиторным занятиям**. Она направлена на изучение как основной, так и дополнительной литературы, указанной в программе и подобранной самостоятельно. При подготовке к занятиям студенты конспектируют отдельные теоретические вопросы из журналов «Квант» и «Математика в школе» и других источников, а также фиксируют в тетрадях выполнение практических заданий. Таким образом, они создают «портфолио» для предстоящей практической работы в качестве учителя математики. *Подготовка к лекции* состоит в ознакомлении с её текстом в электронной форме, разборе изображений к доказательству теорем, составлении вопросов по теме лекции. *Подготовка к практическому занятию* включает решение набора задач, предложенных на лекции, а также самостоятельное решение задач по основным темам курса из рекомендованных задачников по элементарной математике. За самостоятельной работой студентов со стороны преподавателя предполагается осуществление систематического контроля в различных организационных формах, в том числе через проверку тетрадей с подготовкой к тому или иному занятию.

Особое место в самостоятельной работе студентов занимает **выполнение расчётно-графических работ** по разделам элементарной математики – алгебре и началам анализа, геометрии (планиметрии и стереометрии), тригонометрии. Выполнение таких работ сопряжено с применением основных теоретических положений, методов и приёмов решения уравнений, неравенств и их систем, правил построения графиков функций, геометрических фигур и конфигураций, формул для тождественных преобразований алгебраических выражений и решения уравнений и неравенств, расчётных формул для вычисления неизвестных величины направлено на овладение практическими умениями и навыками, необходимыми для выполнения функций учителя математики. Каждая такая работа выполняется студентом индивидуально и проверяется преподавателем в течение семестра.

Практикуется **самостоятельное изучение отдельных вопросов** элементарной математики с последующей проверкой усвоения на коллоквиуме, собеседовании или экзамене. Результаты самостоятельной работы рекомендуется оформить в виде реферата, доклада, сообщения.

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельным выполнением **индивидуальных заданий** по избранному разделу (теме). Особое внимание уделяется подбору системы задач по теме (которые затем используются при проведении факультативных занятий в период прохождения педагогической практики), их решение и поиск новых способов решения в математической и методической литературе.

Самостоятельная работа студентов, как правило, по данной дисциплине носит учебно-исследовательский характер.

5.3. Мультимедийные технологии

Некоторые лекции и практические занятия проводятся с использованием мультимедийного комплекса (компьютерного проектора и ноутбука). Студентам представляется электронный вариант лекций. На практических занятиях используются электронные учебники, справочники, демонстрируются видеоролики, цифровые (электронные) образовательные ресурсы с последующим их обсуждением.

5.4. Лекции приглашённых специалистов

Практикуются на безвозмездной основе встречи с зав.кафедрой естественно-математического образования Владимирского института развития образования имени Л. И. Новиковой, заслуженными учителями РФ из г. Владимира и другими специалистами, которые сотрудничают с Педагогическим институтом.

5.5. Рейтинговая система в обучении

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценивание результатов деятельности студентов в виде суммарных баллов по следующим показателям:

- баллы за посещаемость занятий;
- баллы за активность на занятиях;
- баллы за качество и своевременность выполнения индивидуальных заданий;
- баллы за расчётно-графические работы;
- баллы за контрольную работу.

Распределение баллов текущего контроля по видам учебных работ приведено в таблице.

№ п/п	Составляющие	Итоговая аттестация
		экзамен
1	Посещение занятий	5
2	Рейтинг-контроль 1	10
3	Рейтинг-контроль 2	10
4	Рейтинг-контроль 3	15
5	Выполнение семестрового плана самостоятельной работы	15
6	Дополнительные баллы (бонусы)	5
7	Экзамен	40

Текущий рейтинг выставляется по согласованию лектора и преподавателя, ведущего семинарские и практические занятия по результатам тестов, проектной деятельности, выполнения и защиты индивидуальных заданий.

На основе набранных баллов, успеваемость студентов в семестре определяется следующими оценками: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» за дисциплины, закрываемые экзаменами или зачётами с оценкой по шкале в соответствии с Положением о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов ВлГУ:

- «Отлично» – от 91 до 100 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

- «Хорошо» – от 74 до 90 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

- «Удовлетворительно» – от 61 до 73 баллов – теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

- «Неудовлетворительно» – 60 и менее баллов - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведёт к существенному повышению качества выполнения учебных заданий.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

6.1. Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Пропорциональные отрезки.
2. Метрические соотношения в четырёхугольнике.
3. Вписанные и описанные четырёхугольники.
4. Замечательные точки треугольника первого и второго порядка.
5. Коллинеарность точек и конкурентность прямых в геометрии.
6. Теорема Стюарта. Теорема Нейберга. Прямая Симсона.
7. Скрещивающиеся прямые. Пропорциональные отрезки на скрещивающихся прямых.
8. Смежные и вертикальные триэдры. Полярные триэдры. Теоремы Чевы и Менелая для триэдра.
9. Медианы и бимедианы тетраэдра. Центроид тетраэдра. Объём тетраэдра.
10. Центры вневписанных окружностей образуют равносторонний треугольник. Укажите вид исходного треугольника или взаимосвязь сторон треугольников.
11. Прямая Эйлера перпендикулярна стороне треугольника. Укажите вид этого треугольника.
12. Расстояние между педальной точкой и центром описанной окружности около исходного треугольника в 5 раз превышает радиус описанной окружности. Определите коэффициент отношения площадей педального и исходного треугольников.
13. Центр вписанной окружности совпадает с центром окружности девяти точек для произвольного треугольника. Укажите особенности данного треугольника.
14. Вписанная окружность совпадает с окружностью девяти точек для произвольного треугольника. Укажите особенности данного треугольника.
15. Укажите все известные вам замечательные точки и прямые линии треугольника.
16. В равнобедренном треугольнике длина основания относится к длине боковой стороны как 2:3. Определите длины биссектрис, высот и медиан этого треугольника.
17. Справедливо ли равенство Чевы для точек A_1, B_1, C_1 , образующих прямую Симсона.
18. Сформулируйте не менее четырёх определений медиан треугольника.
19. Известно, что отношения радиусов вписанных и вневписанных окружностей двух произвольных треугольников соответственно равны 2, 3, 0,25, 18. Определите отношение площадей этих треугольников.

20. Если A_1, B_1, C_1 – середины сторон треугольника ABC , A_2, B_2, C_2 – основания высот треугольника ABC , A_3, B_3, C_3 – середины соответствующих отрезков, соединяющих вершины треугольника ABC с его ортоцентром. При повороте на какой угол произойдёт переход треугольника $A_1B_1C_1$ в: а) треугольник $A_2B_2C_2$, б) треугольник $A_3B_3C_3$.
21. Справедливо ли утверждение, что треугольник XYZ подобен треугольнику ABC , где X, Y, Z – точки пересечения смежных трисектрис.
22. Отношение углов ортотреугольника $1:2:3$. Укажите отношение углов исходного треугольника.
23. Для произвольного треугольника ABC и педальной точки P укажите номер педального треугольника, который подобен исходному.
24. H – ортоцентр для произвольного треугольника ABC , O_1, O_2, O_3, O_4, O – центры описанных окружностей около соответствующих треугольников ABC, HBC, AHC, ABH , окружности девяти точек. Укажите соответствующую пару симметричного четырёхугольника для $HBCA, CАНВ, O_1O_3AC, OBHC$.
25. Под каким углом видна сторона AB треугольника ABC из центра вписанной окружности, центров внеписанных окружностей и центра окружности девяти точек.
26. Определите результат суммы квадратов длин медиан произвольного треугольника.
27. На сторонах правильного треугольника ABC как на основаниях внутренним образом построены равнобедренные треугольники A_1BC, AB_1C, ABC_1 с углами α, β, γ при основаниях, причём $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{3}$. Прямые BC_1 и CB_1 пересекаются в точке A_2 , AC_1 и CA_1 – в точке B_2 , AB_1 и BA_1 – в точке C_2 . Укажите углы треугольника $A_2B_2C_2$.
28. В каких случаях расположения точек X, Y, Z выполняется равенство $\frac{AZ}{ZB} \frac{BY}{YC} \frac{CX}{XA} = 1$.
29. Чему равно отношение отрезков 1 – расстояние между ортоцентром исходного треугольника и центром окружности описанной около серединного треугольника по отношению к исходному, 2 – расстояние между центроидом исходного треугольника и центром описанной окружности около исходного треугольника.
30. Наклонная образует равные углы с тремя попарно непараллельными прямыми, лежащими в одной плоскости. Докажите, что наклонная перпендикулярна плоскости.
31. Одна из сторон равностороннего треугольника образует с некоторой плоскостью π угол α , а другая – с той же плоскостью β . Найдите угол между плоскостью треугольника и плоскостью π .
32. Существует ли трёхгранный угол, имеющий: а) плоские углы в 120° ; б) двугранные углы в 120° .

33. Имея изображение трёхгранного угла, постройте соответствующий полярный трёхгранный угол (построение описать).
34. Докажите, что если двугранные углы трёхгранного угла равны, то равны его плоские углы. Верно ли обратное утверждение?
35. Какие виды сечений можно получить различными плоскостями в следующих многогранниках и телах вращения: а) конус; б) усечённая наклонная пирамида; в) наклонный параллелепипед.
36. Какие виды сечений можно получить плоскостями, перпендикулярными диагонали куба.
37. Найдите величины следующих углов в правильной четырёхугольной пирамиде с равными рёбрами: а) между боковой гранью и плоскостью основания; б) между боковыми рёбрами, не лежащими в одной грани; в) между боковыми гранями.
38. Выразите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда через длины диагоналей граней параллелепипеда, имеющих одну общую точку.
39. Укажите геометрическое место точек пространства, равноудалённых от всех трёх граней трёхгранного угла и лежащие внутри этого угла.
40. Докажите, что сумма двугранных углов n -гранного угла больше $(n - 2) \cdot 180^\circ$.
41. Как соотносятся два тетраэдра, один из которых правильный тетраэдр, а вершины второго совпадают с центрами граней первого.
42. Диагональ осевого сечения цилиндра равна d . Найдите радиус основания и высоту цилиндра с наибольшей площадью: а) боковой поверхности; б) полной поверхности.

6.2. Перечень примерных заданий для индивидуальной работы

1. Подобрать и решить по пять задач из следующих тем:
 - 1) Применение теорем Чевы, Менелая, Стюарта, Морлея.
 - 2) Центральные и вписанные углы, хорды, секущие и касательные. Обобщённая теорема синусов. Вписанная и невписанная окружности.
 - 3) Нахождение расстояний и углов в пространстве.
 - 4) Теорема косинусов и синусов для трёхгранного угла.
 - 5) Комбинация многогранников, тел вращения со сферой или шаром.
 - 6) Текстовые задачи (на движение, смеси, совместную работу и т.д.)
 - 7) Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства и их системы.
 - 8) Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.
 - 9) Решение параметрических уравнений, неравенств и задач.

2. Познакомьтесь с вариативными доказательствами основных теорем курса, содержащихся в статьях журнала «Квант»;
3. Сформируйте подборку тематических статей «Решение задач» из журнала «Математика в школе» по разделам элементарной математики;
4. Подберите задачи, решаемые несколькими способами, из разных разделов элементарной математики.
5. Составьте перечень цифровых и электронных образовательных ресурсов по темам курса.
6. Решите задания повышенного уровня сложности из ОГЭ (10 вариантов).
7. Решите задания повышенного уровня сложности из ЕГЭ (10 вариантов).

6.3. Примерные темы расчётно-графических работ

1. Построение геометрических фигур с помощью циркуля и линейки.
2. Построение правильных многоугольников, нахождение их линейных и угловых величин, площадей.
3. Построение сечений многогранников и вычисление их площадей.
4. Построение правильных многогранников, нахождение их линейных и угловых величин, площадей поверхностей и объёмов.
5. Исследование функций и построение их графиков.
6. Графическое решение уравнений, неравенств и их систем.
7. Построение графиков взаимно-обратных функций.

6.4. Примерный текст контрольной работы

1 вариант

1. Постройте трапецию по четырём её сторонам.
2. На ребре SC пирамиды $SABCD$ задана точка P , а в гранях SAB и SAD заданы соответственно точки R и Q . Постройте сечение пирамиды, проходящее через точки P , R и Q (используйте метод следов).
3. В правильный октаэдр вписан куб так, что его вершины находятся на рёбрах октаэдра. Во сколько раз площадь поверхности октаэдра больше площади поверхности куба?
4. В конус, радиус основания которого равен R и образующие наклонены к основанию под углом $\alpha/2$, вписана прямая треугольная призма так, что её нижнее основание лежит на основании конуса, а вершины верхнего – на боковой поверхности конуса. Определить площадь боковой поверхности призмы, если в её основании лежит прямоугольный треугольник с острым углом α , а высота призмы равна радиусу сечения конуса плоскостью, проходящей через верхнее основание призмы.

5. Даны два шара с центрами в точках O и O_1 , касающиеся извне, и описанный около них конус. Вычислить площадь боковой поверхности усечённого конуса, основаниями которого служат окружности прикосновения шаров к поверхности конуса, если радиусы шаров равны R и R_1 .
6. В основании пирамиды ромб со стороной a . Две соседние грани составляют с плоскостью основания угол α , третья боковая грань составляет с плоскостью основания угол β (доказать, что и четвертая боковая грань наклонена к основанию под тем же углом). Высота пирамиды H . Найти объём и площадь полной поверхности пирамиды.

2 вариант

1. Постройте трапецию по разности оснований $a - c$, двум острым неравным углам α и β и диагонали $AC = d$.
2. На ребре SC пирамиды $SABCD$ задана точка P , а в гранях SAB и SAD заданы соответственно точки R и Q . Постройте сечение пирамиды, проходящее через точки P , R и Q (используйте метод внутреннего проектирования).
3. Боковые грани правильной треугольной призмы – квадраты. Площадь боковой поверхности призмы равна 144. Найдите объём многогранника, вершинами которого служат центры всех граней призмы.
4. В треугольную пирамиду, в основании которой – правильный треугольник со стороной a , вписан цилиндр так, что нижнее его основание находится на основании пирамиды, а верхнее – касается всех боковых граней. Определить объём цилиндра и объём пирамиды, отсечённой плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра, если известно, что высота цилиндра равна $a/2$, одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно к плоскости основания, а боковая грань наклонена к основанию под углом α (определить, при каких значениях a задача возможна).
5. На столе, касаясь друг друга, лежат четыре шара одинакового радиуса r . Сверху в ямку, образованную ими, положен пятый шар того же радиуса. Найти расстояние от верхней точки пятого шара до плоскости стола.
6. В основании призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$ и угол при вершине равен 2α). Вершина A_1 верхнего основания проектируется в центр окружности радиуса R , описанной около нижнего основания. Боковое ребро AA_1 образует со стороной основания AB угол, равный 2α . Определить объём и площадь боковой поверхности призмы.

6.5. Примерные задания для рейтинг-контроля

Рейтинг-контроль №1

1. Основание равнобедренного треугольника составляет четверть его периметра. Из произвольной точки основания проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Во сколько раз периметр треугольника больше периметра отсечённого параллелограмма?
2. В $\triangle ABC$ проведены высоты AA_1 и BB_1 , M – середина стороны AB . Докажите, что $MA_1 = MB_1$.
3. Качалка, имеющая форму сектора круга радиуса R , качается на горизонтальном столе. По какой траектории движется её вершина?
4. Стороны вписанного четырёхугольника $ABCD$ удовлетворяют соотношению $AB \cdot BC = AD \cdot DC$. Докажите, что площади $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$ равны.
5. Докажите, что проекция диаметра описанной окружности, перпендикулярного первой стороне треугольника, на прямую, содержащую вторую сторону, равна по длине третьей стороне.
6. Докажите, что если $ABCD$ – прямоугольник, а P – произвольная точка, то $AP^2 + CP^2 = DP^2 + BP^2$.

Рейтинг-контроль № 2

1. Основанием пирамиды служит ромб со стороной a и острым углом β . Двугранные углы при основании равны α . Найти объём и полную поверхность пирамиды.
2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ ребра которой равны 1 см, найдите угол между прямыми AB_1 и BF_1 .
3. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найти угол между прямой AD_1 и плоскостью α , проходящей через точки A_1 , E и F , где точка E – середина ребра $C_1 D_1$, а точка F лежит на ребре DD_1 так, что $D_1 F = 2DF$.
4. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение, проходящее через точки M , N , L , принадлежащие рёбрам AA_1 , $B_1 C_1$, AD соответственно.
5. В правильную четырёхугольную пирамиду вписан шар. Расстояние от центра шара до вершины пирамиды равно b , угол наклона боковой грани к плоскости основания равен α . Найти объём пирамиды.

Рейтинг-контроль № 3

1. Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.
2. Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки

равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

3. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: AC = 6 см, BC = 8 см. Найдите медиану СК этого треугольника.
5. В параллелограмме ABCD точка E – середина стороны AB. Известно, что EC = ED. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.
6. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12 см. Окружность радиуса 8 см с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.
7. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 8x^2 + 20x - 1$ на отрезке $[-3; 5]$.
8. Решите неравенство: $7 \log_3(x^2 - 7x + 12) \leq 8 + \log_3 \frac{(x-3)^7}{x-4}$.
9. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

6.6. Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Замечательные линии и точки треугольника. Основные определения, свойства и теоремы.
2. Теорема Чевы. Следствия. Обобщённая теорема Чевы.
3. Теорема Менелая.
4. Теорема Стюарта. Следствия.
5. Теорема Пифагора и теорема косинусов для треугольника (не менее двух способов доказательства).
6. Обобщённая теорема синусов для треугольника (не менее двух способов доказательства).
7. Окружность, вписанная в треугольник и описанная около него. Свойства.
8. Окружность, вписанная в четырёхугольник и описанная около него. Свойства.
9. Внеписанная окружность относительно треугольника. Свойства.
10. Педальный треугольник. Свойства.
11. Ортотреугольник. Свойства.
12. Серединный треугольник. Свойства.

13. Теорема Нейберга. Обобщение теоремы.
14. Прямая Симсона (не менее двух способов доказательства).
15. Окружность девяти точек. Прямая Эйлера. Свойства.
16. Теорема Эйлера для треугольника.
17. Трисектриса. Теорема Морлея.
18. Формула Герона для вычисления площади треугольника и четырёхугольника.
19. Проекции, сечения. Теоремы о проекции.
20. Многогранные углы. Основные понятия и их определение. Соотношения между углами многогранного угла.
21. Трёхгранный угол. Полярный угол. Признаки равенства трёхгранных углов.
22. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.
23. Прямой трёхгранный угол. Теорема Пифагора в пространстве (не менее двух способов доказательства).
24. Многогранники. Свойства многогранников. Теорема Эйлера.
25. Правильные многогранники. Теорема о существовании пяти видов правильных многогранников.
26. Тетраэдр. Свойства тетраэдра. Площадь поверхности и объем тетраэдра.
27. Тела вращения. Вычисление площадей поверхности и объёмов тел вращения.
28. Сфера и шар. Основные определения и понятия. Касательные прямые и плоскости для сферы. Площадь поверхности и объём шара.
29. Комбинация многогранников, тел вращения со сферой или шаром. Теорема о существовании и единственности вписанной и описанной сферы около многогранников и тел вращения.
30. Текстовые задачи (на движение, смеси, работу и т.д.) и способы их решения.
31. Способы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.
32. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.
33. Решение параметрических уравнений, неравенств и задач.
34. Преобразование тригонометрических выражений, решение тригонометрических уравнений и неравенств.
35. Различные способы решения заданий повышенного уровня из ОГЭ по математике.
36. Различные способы решения заданий повышенного уровня из ЕГЭ по математике.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Атанасян, С. Л. Геометрия 1 [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский ; под ред. С. Л. Атанасяна. – Эл. изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 334 с. – ISBN 978-5-9963-2371-5. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996323715.html>.
2. Атанасян, С. Л. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 547 с. – ISBN 978-5-9963-2876-5. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328765.html>.
3. Краснощекова, В. П. Элементарная математика. Арифметика. Алгебра. Тригонометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. П. Краснощекова, И. В. Мусихина, И. С. Цай. – Пермь : Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2014. – 132 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/32115>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю
4. Лопаткина, Е. В. Элементарная математика : учеб. пособие / Е. В. Лопаткина. – Владимир. : ВлГУ, 2015. – 132 с. URL: <http://e.lib.vlsu.ru/handle/123456789/4526>
5. Чулков, П. В. Практические занятия по элементарной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / П. В. Чулков. – М. : Прометей, 2012. – 102 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/18603>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю

б) дополнительная литература:

1. Голубев, В. И. Построение треугольника [Электронный ресурс] / В. И. Голубев, Л. Н. Ерганжиева, К. К. Мосевич. – М. : БИНОМ, 2012. – 247 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309566.html>.
2. Иванов, О. А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей [Электронный ресурс] / О. А. Иванов. – М. : МЦНМО, 2009. – 384 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575054.html>.
3. Краснощекова, В. П. Элементарная математика. Арифметика. Алгебра. Тригонометрия [Электронный ресурс] : задачник. / В. П. Краснощекова, И. В. Мусихина, И. С. Цай. – Пермь : Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2014. – 52 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/32114>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю.

4. Мякишев, А. Г. Элементы геометрии треугольника [Электронный ресурс] / А. Г. Мякишев. – 2-е изд. – М. : МЦНМО, 2009. – 32 с. (Серия: "Библиотека Математическое просвещение"). URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574965.html>.
5. Прасолов, В. В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. В. Прасолов. – М. : МЦНМО, 2007. – 608 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940572633.html>.
6. Прасолов, В. В. Задачи по планиметрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. В. Прасолов. – 6-е изд., стереотипн. – М. : МЦНМО, 2007. – 640 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940573043.html>.
7. Понарин, Я. П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости [Электронный ресурс] / Я. П. Понарин. – 2-е изд., стереотип. – М. : МЦНМО, 2008. – 312 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940573982.html>.
8. Понарин, Я. П. Элементарная геометрия: В 2 т. - Т. 2: Стереометрия, преобразования пространства [Электронный ресурс] / Понарин Я.П. - 2-е изд., стереотип. – М. : МЦНМО, 2008. – 256 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940573999.html>.
9. Понарин, Я. П. Элементарная геометрия. Т. 3: Треугольники и тетраэдры [Электронный ресурс] / Понарин Я.П. – М. : МЦНМО, 2009. – 192 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574002.html>.

в) периодические издания:

1. Блинова, Т. Л. Предупреждение ошибок при решении тригонометрических уравнений на ЕГЭ / Т. Л. Блинова, И. А. Запрудина // Математика в школе. – 2015. – № 9. – С. 21-24.
2. Дворянинов, С. В. Геометрические задачи с практическим содержанием / С. В. Дворянинов // Математика в школе. – 2013. – № 8. – С. 43-45.
3. Ивашев-Мусатов, О. С. К определению числа e / О. С. Ивашев-Мусатов // Математика в школе. – 2014. – № 5. – С. 69.
4. Ковалева, Г. И. Вариативные задачи в обучении математики / Г. И. Ковалева // Математика в школе. – 2014. – № 1. – С. 27-31.
5. Корянов, А. Г. Использование метода наглядной графической интерпретации при решении уравнений и неравенств с параметрами / А. Г. Корянов // Математика в школе. – 2011. – № 1. – С. 18-26.
6. Крачковский, С. М. Изменяем визуальный облик геометрических объектов / С. М. Крачковский // Математика в школе. – 2015. – № 8. – С. 48-58.
7. Кузьмичев, А. И. О точности и полноте математических определений / А. И. Кузьмичев // Математика в школе. – 2013. – № 6. – С. 42-47.

8. Маланичева, Т. А. Снова о разных способах решения арифметической задачи / Т. А. Маланичева // Математика в школе. – 2015. – № 1. – С. 36-37.
9. Петров, В. А. О решении логарифмических неравенств / В. А. Петров // Математика в школе . – 2012. – № 4. – С. 17-20.
10. Сагателова, Л. С. Расстояние от точки до плоскости. Различные подходы к решению задач С 2 ЕГЭ / Л. С. Сагателова // Математика в школе . – 2013. – № 5. – С. 12-18.
11. Севрюков, П. Ф. Такие разные задачи с модулями / П. Ф. Севрюков // Математика в школе . – 2014. – № 1. – С. 18-23.
12. Сычева, Г. В. Учимся решать задачи на сечения многогранников / Г. В. Сычева, В. А. Гусев // Математика в школе. – 2015. – № 3. – С. 36-49.

г) интернет-ресурсы:

1. <http://www.mon.gov.ru/> Министерство образования и науки РФ.
2. <http://www.edu.ru/> Российское образование. Федеральный портал.
3. http://www.kvant.info/add_math.htm Кант. Приложения по математике.
4. <http://www.schoolpress.ru/> Издательство Школьная пресса. Математика в школе.
5. <http://www.school-collection.edu.ru/> Единая коллекция ЦОР.
6. <http://www.mat.1september.ru/> Журнал «Математика».
7. <http://www.math.ru/> Сайт о математике и о математиках.
8. <http://www.mathedu.ru> Математическое образование: прошлое и настоящее.
9. www.mathege.ru/ Открытый банк задач ЕГЭ по математике.
10. <http://www.etudes.ru/> Математические этюды.
11. <http://www.alleng.ru/edu/math1.htm> Для всех, кто учится. Математика.
12. <http://www.problems.ru/> Задачи.

8.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком. Средства обучения: мультимедийные слайды, электронные учебники (CD и сетевая версия), цифровые и электронные образовательные ресурсы, задачки, модели фигур, таблицы и др.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки)

Рабочую программу составил к. п. н., доцент Е. В. Лопаткина



Рецензент

(представитель работодателя) директор МБОУ г. Владимира «СОШ № 15»

Е. Г. Алексеенко



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № 9 от 15.05 2016 года.

Заведующий кафедрой д. ф.-м. н., профессор В. В. Жиков



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 «Педагогическое образование»

Протокол № 5 от 29.08 2016 года.

Председатель комиссии к. филол. н., доцент М. В. Артамонова



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЙ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2017/2018 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.17 года

Заведующий кафедрой МОиИТ Ю.Ер Евсеев Ю.Ю.

Рабочая программа одобрена на 2018/2019 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.18 года

Заведующий кафедрой МОиИТ Ю.Ер Евсеев Ю.Ю.